

初中数学

小题才王做[®]

恩波教育研究中心 编

巅峰版

八年级上
· 苏科版 ·

本册主编	朱奎祥	刘军	渠东剑
编委	朱金祥	于杰	姜素青
	程园清	张敏	王永宽
	张杰	曾梁	朱松林

巅峰讲坛 索引

第 1 讲	截长补短法构造全等	P4T11
第 2 讲	构造等腰三角形解决半角问题	P10T10
第 3 讲	瓜豆模型	P10T13
第 4 讲	割补对比法确定面积最值	P13T3
第 5 讲	角平分线、中垂线综合	P13T8
第 6 讲	手拉手、婆罗摩笈多模型	P16T12
第 7 讲	赵爽弦图	P27T3
第 8 讲	通过旋转集中题目条件	P31T2
第 9 讲	将军造桥模型应用	P31T3
第 10 讲	逆等线双动点最值	P34T10
第 11 讲	等腰三角形唯一存在的分类讨论	P44T12
第 12 讲	数形结合解决含参问题	P52T9
第 13 讲	坐标系中的动态几何问题	P58T9
第 14 讲	坐标系中的将军遛马或饮马问题	P60T10
第 15 讲	因势利导构造特殊三角形	P63T3
第 16 讲	三角形三条重要线段的相对位置	P66T5
第 17 讲	瓜豆原理与轨迹平移下的图形面积	P67T3
第 18 讲	坐标系中面积的计算与转化	P70T3
第 19 讲	中点模型或构造等腰直角三角形	P72T2
第 20 讲	数形结合与迁移探究	P82T3

Contents

目录

巅峰训练

第1章 三角形

巅峰训练 1	三角形中的线段和角 全等三角形	1
巅峰训练 2	全等三角形的判定(1)	3
巅峰训练 3	全等三角形的判定(2)	5
巅峰训练 4	线段垂直平分线与角平分线	7
巅峰训练 5	等腰三角形(1)	9
巅峰训练 6	等腰三角形(2)	11
第1章综合练(1)		13
第1章综合练(2)		15

第2章 实数的初步认识

巅峰训练 7	平方根	17
巅峰训练 8	立方根	19
巅峰训练 9	实数	21
巅峰训练 10	近似值	23
第2章综合练		25

第3章 勾股定理

巅峰训练 11	勾股定理的探究 勾股定理的逆定理	27
巅峰训练 12	勾股定理的简单应用	29
第3章综合练		31

第4章 平面直角坐标系

巅峰训练 13	点的位置与坐标表示	33
巅峰训练 14	图形变换与坐标变化	35
第4章综合练		37

第5章 一次函数

巅峰训练 15	变量与函数	39
---------	-------------	----



巅峰训练 16	一次函数的概念	41
巅峰训练 17	一次函数的图象与性质(1)	43
巅峰训练 18	一次函数的图象与性质(2)	45
巅峰训练 19	用一次函数解决问题(1)	47
巅峰训练 20	用一次函数解决问题(2)	49
巅峰训练 21	一次函数与二元一次方程	51
第 5 章综合练(1)		53
第 5 章综合练(2)		55
期末综合练(1)		57
期末综合练(2)		59
期末综合练(3)		61
核心素养综合练(1)		63
核心素养综合练(2)		65

2025 年江苏 13 大市期末压轴题精选

期末压轴 1	2025 年南京市玄武区期末压轴题	67
期末压轴 2	2025 年南京市建邺区期末压轴题	68
期末压轴 3	2025 年南京市联合体期末压轴题	69
期末压轴 4	2025 年苏州市期末压轴题	70
期末压轴 5	2025 年苏州市昆山市、太仓市、常熟市、张家港市期末压轴题	71
期末压轴 6	2025 年无锡市经开区期末压轴题	72
期末压轴 7	2025 年无锡市滨湖区期末压轴题	73
期末压轴 8	2025 年常州市期末压轴题	74
期末压轴 9	2025 年镇江市期末压轴题	75
期末压轴 10	2025 年南通市海门区期末压轴题	76
期末压轴 11	2025 年盐城市盐都区期末压轴题	77
期末压轴 12	2025 年泰州市海陵区期末压轴题	78
期末压轴 13	2025 年泰州市泰兴市期末压轴题	79
期末压轴 14	2025 年扬州市仪征市期末压轴题	80
期末压轴 15	2025 年徐州市期末压轴题	81
期末压轴 16	2025 年宿迁市泗阳县期末压轴题	82
期末压轴 17	2025 年淮安市期末压轴题	83
期末压轴 18	2025 年连云港市期末压轴题	84

答案全解精析(另册)

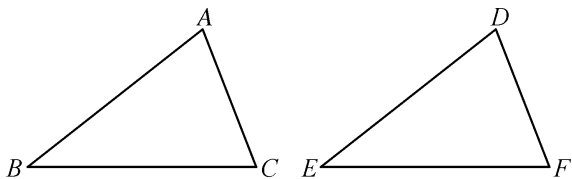
附:做题小帮手·巅峰指南



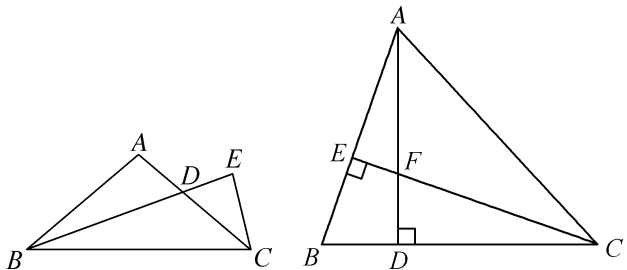
巅峰训练2 全等三角形的判定(1)



1. 如图,给出下列四组条件:① $AB=DE$, $BC=EF$, $AC=DF$;② $AB=DE$, $\angle B=\angle E$, $BC=EF$;③ $\angle B=\angle E$, $BC=EF$, $\angle C=\angle F$;④ $AB=DE$, $AC=DF$, $\angle B=\angle E$.其中能使 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ 的条件共有 ()



- A. 1组 B. 2组 C. 3组 D. 4组
2. (2024 南京市联合体期中)在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 中, $AB=A'B'$, $AC=A'C'$, $\angle B=\angle B'$.下列条件不能确定 $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$ 的是 ()
- A. $\angle B=90^\circ$ B. $\angle B < \angle C$
C. $\angle B=\angle C$ D. $\angle B > \angle C$
3. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=\angle ACB=40^\circ$, BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线,延长 BD 至点 E ,使 $DE=AD$,则 $\angle ECA$ 的度数为 ()
- A. 30° B. 35° C. 40° D. 45°

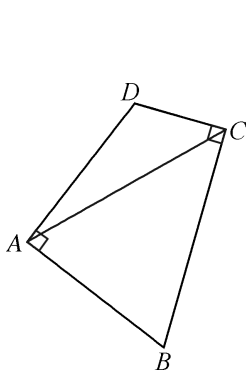


(第3题)

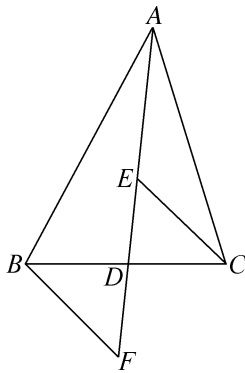
(第4题)

4. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$ 于点 D , $CE \perp AB$ 于点 E , AD 与 CE 交于点 F ,且 $AD=CD$.已知 $BC=7$, $AD=5$,则 AF 的长为_____.

5. 如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AB=AD$, $\angle BAD=\angle BCD=90^\circ$,连接 AC .若 $AC=8$,则四边形 $ABCD$ 的面积为_____.

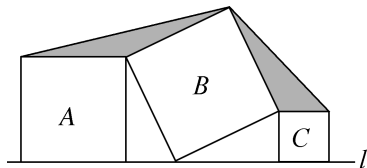


(第5题)



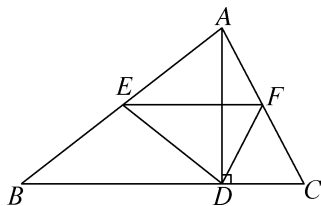
(第6题)

6. 如图, AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, E,F 分别是 AD 和 AD 延长线上的点,且 $DE=DF$,连接 BF,CE ,有下列说法:① $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 的面积相等;② $\angle BAD=\angle CAD$;③ $\triangle BDF \cong \triangle CDE$;④ $BF \parallel CE$;⑤ $CE=BF$.其中一定正确的有_____ (填序号).
7. 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=BC$,分别过点 A,B 向过点 C 的直线 CD 作垂线,垂足分别为 E,F .若 $AE=3$, $BF=1$,则 $EF=$ _____.
8. (2024 南京市校级期中)如图,在同一平面内,直线 l 同侧有三个正方形 A,B,C .若 A,C 的面积分别为25和9,则阴影部分的总面积为_____.

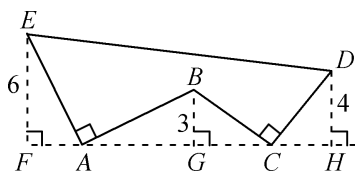


9. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, AD 是高, E,F 分别是 AB,AC 的中点, $AB=8$, $AC=6$.
- (1) 求四边形 $AEDF$ 的周长.
- (2) 若 $\angle BAC=90^\circ$,求四边形 $AEDF$ 的

面积.



10. 如图, $AE \perp AB$ 且 $AE = AB$, $BC \perp CD$ 且 $BC = CD$, 请根据图中标注的数据, 计算图中实线所围成的图形的面积 S 是 ()



A. 50 B. 62 C. 65 D. 68

11. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB =$

AC , $\angle EAF = \frac{1}{2} \angle BAC$,

$BF \perp AE$ 于点 E , 交 AF 于点 F , 连接 CF .



- (1) 如图 1, 当 $\angle EAF$ 在 $\angle BAC$ 内部时, 求证: $EF = BE + CF$.

- (2) 如图 2, 当 $\angle EAF$ 的边 AE, AF 分别在 $\angle BAC$ 外部、内部时, 试探索线段 CF, BF, BE 之间的数量关系, 并加以证明.

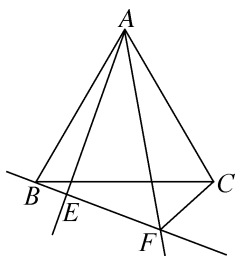


图 1

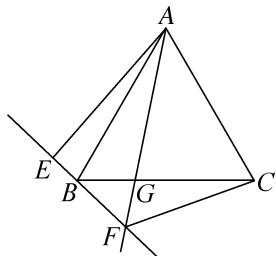


图 2

12. (2024 常州市校级期中) 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, E 为射线 CB 上一动点, 连接 AE , 过点 A 作 $AF \perp AE$ 且 $AF = AE$, 垂足为 A .

- (1) 如图 1, 过点 F 作 $FD \perp AC$ 于点 D , 求证: $EC + CD = DF$.

- (2) 如图 2, 连接 BF 交 AC 于点 G , 若 $\frac{AG}{CG} = 3$, 求证: E 为 BC 的中点.

- (3) 当点 E 在射线 CB 上, 连接 BF 与直线 AC 交于点 G , 若 $\frac{BC}{BE} = \frac{5}{2}$, 则 $\frac{AG}{CG} =$ _____.

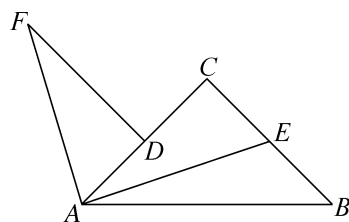


图 1

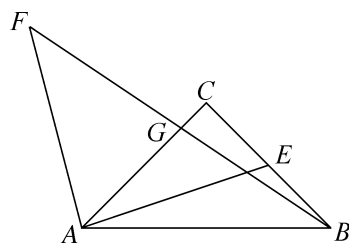


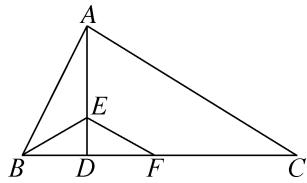
图 2

巅峰训练5 等腰三角形(1)

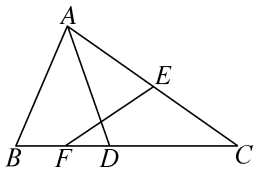


1. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=90^\circ$, $\angle C=30^\circ$, $AD \perp BC$, BE 平分 $\angle ABC$ 交 AD 于点 E , $EF \parallel AC$ 交 BC 于点 F ,下列结论不成立的是 ()

- A. $\angle ABD = \angle DAC$
 B. $\angle C = \angle BAD$
 C. $AC = 2AD$
 D. $AD = 2DF$

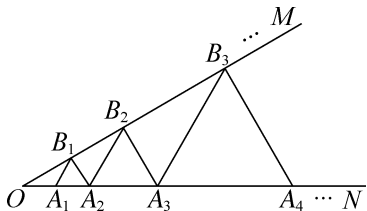


(第1题)

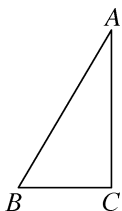


(第2题)

2. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AC=8$,点 D, E 分别在边 BC, AC 上, F 是 BD 的中点.若 $AB=AD$, $EF=EC$,则 EF 的长是 ()
 A. 3 B. 4 C. 5 D. 6
3. 如图,已知 $\angle MON=30^\circ$,点 $A_1, A_2, A_3, \dots$ 在射线 ON 上,点 $B_1, B_2, B_3, \dots$ 在射线 OM 上, $\triangle A_1B_1A_2, \triangle A_2B_2A_3, \triangle A_3B_3A_4, \dots$ 均为等边三角形.若 $OA_1=2$,则 $\triangle A_6B_6A_7$ 的边长为 ()
 A. 16 B. 32 C. 64 D. 128



(第3题)



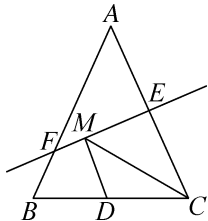
(第4题)

4. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle A=30^\circ$.若在 BC 或 AC 所在直线上取一点 P ,使 $\triangle PAB$ 是等腰三角形,则符合条件的点

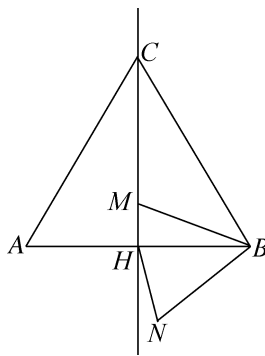
P 有 ()

- A. 5个 B. 6个 C. 7个 D. 8个

5. (2025 天津市期末)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $BC=4$, $S_{\triangle ABC}=14$, AC 的垂直平分线 EF 分别交边 AC, AB 于点 E, F .若 D 为边 BC 的中点, M 为线段 EF 上的一个动点,则 $\triangle CDM$ 周长的最小值为 ()
 A. 7 B. 9 C. 12 D. 14

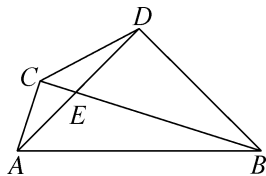


(第5题)



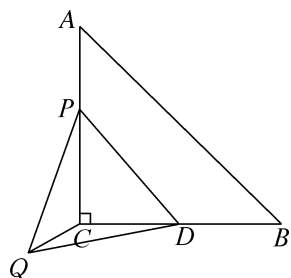
(第6题)

6. 如图,在边长为5的等边三角形 ABC 中, M 是高 CH 所在直线上的一个动点,连接 MB .将线段 BM 绕点 B 逆时针旋转 60° 得到 BN ,连接 HN .则在点 M 的运动过程中,线段 HN 长的最小值是 ()
 A. $\frac{5}{4}$ B. 1 C. 2 D. $\frac{5}{2}$
7. 若等腰三角形两腰上的高所在直线的夹角是 70° ,则它的顶角的度数是_____.
8. 如图,在以 AB 为斜边的两个 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $\angle ACB = \angle ADB = 90^\circ$, $CD=m$, $AB=2m$,则 $\angle AEB=$ _____.



9. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, $AC=BC=4$, D 是边 BC 的中点, P 是边 AC 上一个动点,连接 PD ,以 PD 为边在 PD 的

下方作等边三角形 PDQ , 连接 CQ . 则 CQ 长的最小值是_____.

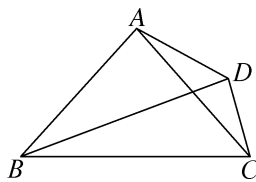


10. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB=AC$, $BC=BD$.

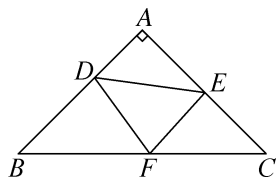
若 $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle BAD =$

α , 则 $\angle BCD =$ _____

(用含 α 的代数式表示).



(第 10 题)



(第 11 题)

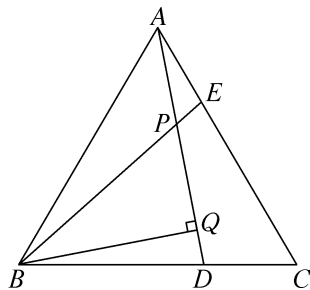
11. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, $\angle BAC=90^\circ$, D 为 AB 上一定点, E, F 分别为边 AC, BC 上的动点. 当 $\triangle DEF$ 的周长最小时, $\angle FDE$ 的度数为_____.

12. 如图, $\triangle ABC$ 为等边三角形, $AE=CD$, AD, BE 相交于点 P , $BQ \perp AD$ 于点 Q .

(1) 求证: $\triangle ADC \cong \triangle BEA$.

(2) 求 $\angle BPQ$ 的度数.

(3) 若 $PQ=4$, $PE=1$, 求 AD 的长.

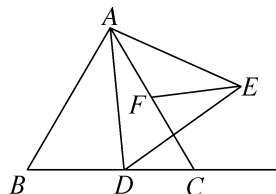


13. 如图, 等边三角形 ABC 的边长为 4, 动点 D 从点 B 出发, 沿射线 BC 方向



巅峰讲坛

移动, 以 AD 为边在右侧作等边三角形 ADE , 取 AC 的中点 F , 连接 EF . 当 EF 的值最小时, $BD =$ _____.



14. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = \alpha$, $\angle C = 180^\circ - \alpha$, BD 平分 $\angle ABC$.

(1) 如图 1, 若 $\alpha = 90^\circ$, 根据教材中的一个重要性质, 直接可得 $AD=CD$, 这个性质是_____.

(2) 问题解决: 如图 2, 求证: $AD=CD$.

(3) 问题拓展: 如图 3, 在等腰三角形 ABC 中, $\angle A = 100^\circ$, BD 平分 $\angle ABC$, 求证: $BD+AD=BC$.

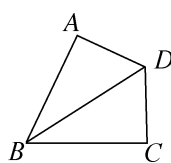


图 1

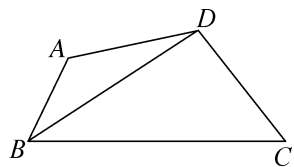


图 2

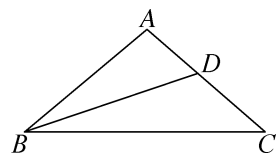


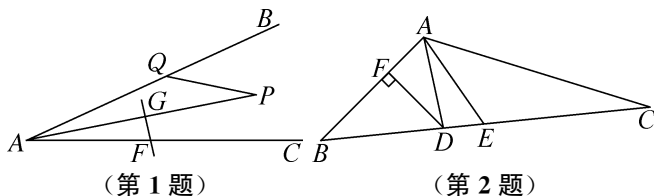
图 3

第1章综合练(1)

一、选择题

1. 如图, $\angle BAC = 30^\circ$, AP 平分 $\angle BAC$, GF 垂直平分线段 AP , 交 AC 于点 F , Q 为射线 AB 上一动点. 若 PQ 的最小值为 3, 则 AF 的长为 ()

A. 3 B. 6 C. $3\sqrt{3}$ D. 9



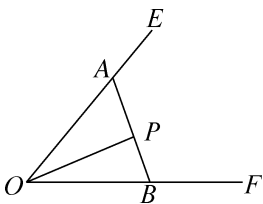
2. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, AD 平分 $\angle BAC$, $DF \perp AB$ 于点 F , E 是线段 BC 的中点, 若 $S_{\triangle ABC} = 6$, $DF = 2$, $AC = 7$, 则 AB 的长是 ()

A. 3.5 B. 4 C. 4.5 D. 5

3. 如图, $\angle EOF$ 内有一定点 P , 过点 P 的一条直线分别交射线 OE 于点 A , 射线 OF 于点 B . 当满足下列哪个条件时, $\triangle AOB$ 的面积一定最小 ()

A. $OA = OB$
B. OP 为 $\triangle AOB$ 的角平分线

C. OP 为 $\triangle AOB$ 的高
D. OP 为 $\triangle AOB$ 的中线



4. 现有下列 3 个命题: ①有两边及其中一边上的高分别对应相等的两个三角形全等; ②有两边及第三边上的高分别对应相等的两个三角形全等; ③一边及其他两边上的高分别对应相等的两个三角形全等. 其中真命题有 ()

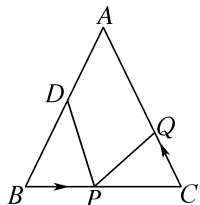
A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

二、填空题

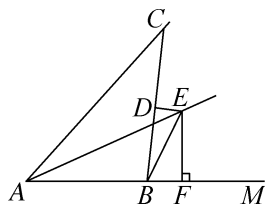
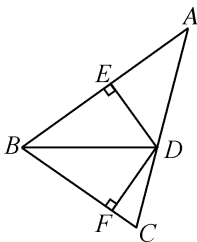
5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 12$ cm,

$\angle B = \angle C$, $BC = 8$ cm, D

为 AB 的中点. 动点 P 在线段 BC 上以 2 cm/s 的速度由点 B 点向点 C 匀速运动, 同时, 动点 Q 在线段 CA 上由点 C 向点 A 匀速运动. 若点 Q 的运动速度为 v cm/s, 则当 $\triangle BPD$ 与 $\triangle CQP$ 全等时, v 的值为_____.



6. 如图, BD 是 $\angle ABC$ 的平分线, $DE \perp AB$ 于点 E , $DF \perp BC$ 于点 F , $S_{\triangle ABC} = 36$ cm², $AB = 18$ cm, $BC = 12$ cm, 则 DE 的长为_____ cm.



7. 在 $\triangle ABC$ 中, 高 AD , BE 所在的直线交于点 H , 且 $BH = AC$, 则 $\angle ABC =$ _____.
8. 如图, AE 是 $\angle CAM$ 的平分线, 点 B 在射线 AM 上, DE 垂直平分 BC , 交 AE 于点 E , 过点 E 作 $EF \perp AM$ 于点 F . 若 $\angle ACB = 28^\circ$, $\angle EBD = 25^\circ$, 则 $\angle AED =$ _____.

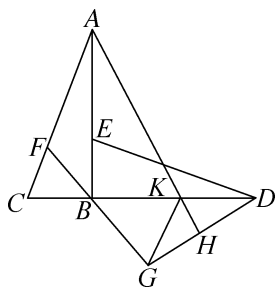
三、解答题

9. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 90^\circ$, D 是 CB 延长线上的一点, E 是线段 AB 上一点, 连接 DE . 已知 $AC = DE$, $BC = BE$.

(1) 求证: $AB = DB$.

(2) BF 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于点 F , G 是线段 FB 延长线上的一点, 连接 DG , H 是线段 DG 上一点, 连接 AH 交

BD 于点 K , 连接 KG . 当 KB 平分 $\angle AKG$ 时, 求证: $AK = DG + KG$.



10. 【阅读理解】课外小组活动时, 老师提出了如下问题: 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $AB=9, AC=5$, 求边 BC 上的中线 AD 的取值范围.

(1) 小明在组内经过合作交流, 得到了如下的解决方法 (图 1): ①延长 AD 至点 Q , 使得 $DQ=AD$; ②连接 BQ , 把 $AB, AC, 2AD$ 集中在 $\triangle ABQ$ 中; ③利用三角形的三边关系, 可得 $4 < AQ < 14$, 则 AD 的取值范围是_____.

【感悟思考】解题时, 条件中若出现“中点”“中线”等条件, 可以考虑倍长中线, 构造全等三角形, 把分散的已知条件和所求证的结论集中到同一个三角形中.

(2) 求图 1 中 AC 与 BQ 之间的位置关系, 并加以证明.

(3) 如图 2, 已知 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, $AB=AE, AC=AF, \angle BAE=\angle FAC=90^\circ$, 试探究线段 AD 与 EF 之间的位置关系和数量关系, 并加以证明.

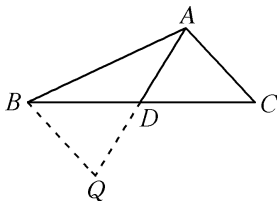


图 1

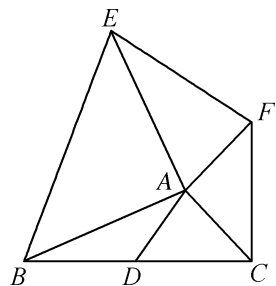


图 2

11. 定义: 若一条线段将一个三角形分割成 2 个等腰三角形, 则我们把这条线段叫作这个三角形的“双等腰线”; 若两条线段将一个三角形分成 3 个等腰三角形, 则我们把这两条线段叫作这个三角形的“三等腰线”. 如图 1, BE 是 $\triangle ABD$ 的“双等腰线”, AD, BE 是 $\triangle ABC$ 的“三等腰线”.

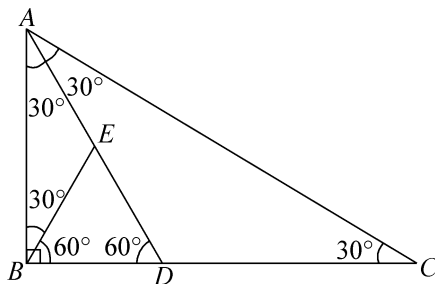


图 1

- (1) 请在下面三幅图中, 分别画出 $\triangle ABC$ 的“双等腰线”, 并做必要的标注或说明.

① $\angle C=90^\circ$; ② $\angle B=70^\circ, \angle A=35^\circ$;
③ $\angle B=81^\circ, \angle A=27^\circ$.

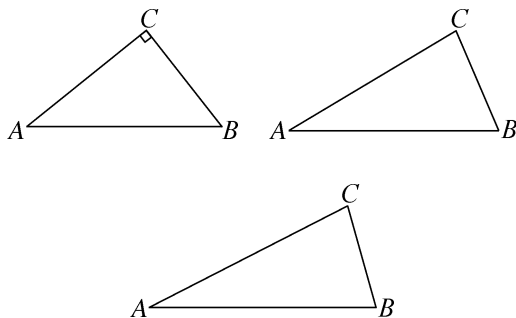


图 2

- (2) 如果一个等腰三角形有“双等腰线”, 那么它的底角度数是_____.

- (3) 如图 3, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = \frac{3}{2} \angle B$, $\angle B < 45^\circ$. 画出 $\triangle ABC$ 所有可能的“三等腰线”, 使得对 $\angle B$ 取值范围内的任意值都成立, 并做必要的标注或说明. (每种可能用一个图单独表示, 如果图不够用可以自己补充)

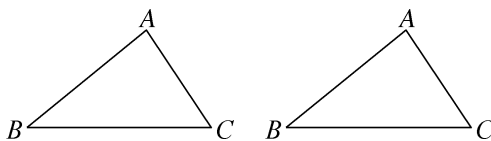


图 3

第3章 勾股定理

巅峰训练 11 勾股定理的探究 勾股定理的逆定理

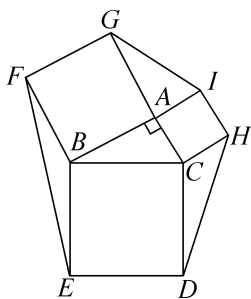


1. 如果三角形满足一个角的度数是另一个角度数的3倍,那么我们称这个三角形为“智慧三角形”.下列数据中,能作为一个“智慧三角形”三边长 a, b, c 的一组是 ()

A. $a=1, b=2, c=3$
 B. $a^2 : b^2 : c^2 = 1 : 1 : 2$
 C. $a=b=c$
 D. $a^2 : b^2 : c^2 = 1 : 3 : 4$

2. 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$, 以

$\text{Rt}\triangle ABC$ 各边为边向外作正方形 $ABFG$ 、正方形 $ACHI$ 、正方形 $BCDE$. 连接 GI, EF, DH . 若 $EF = \sqrt{34}$, $DH = 4$, 则这个六边形 $EDHIGF$ 的面积为 ()



A. 28 B. 26
 C. 32 D. 30

3. 公元三世纪,我国汉代数学家赵爽在注解《周髀算经》题时给出了“赵爽弦图”.将两个“赵爽弦图”



(如图1)中的两个正方形和八个全等直角三角形按图2方式摆放围成正方形 $MNPQ$, 记空隙处正方形 $ABCD$, 正方形 $EFGH$ 的面积分别为 S_1, S_2 ($S_1 > S_2$), 给出下列四个判断: ① $S_1 + S_2 = \frac{1}{4} S_{\text{正方形} MNPQ}$;

② $DG = 2AF$; ③若 $\angle EMH = 30^\circ$, 则 $S_1 =$

$3S_2$; ④若 A 是线段 GF 的中点, 则 $3S_1 = 4S_2$. 其中正确的序号是 ()

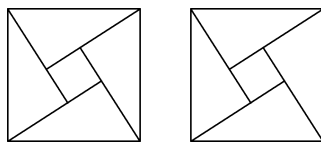


图1

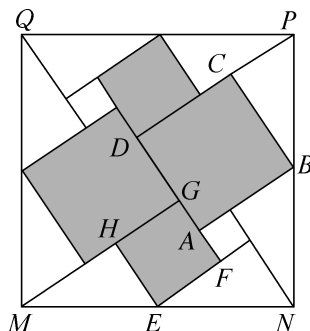
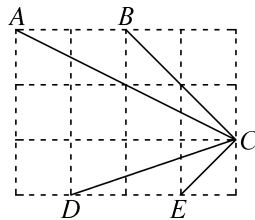


图2

A. ②③④ B. ①③④
 C. ①②④ D. ①②③

4. 若一个直角三角形三边的长 a, b, c 都是整数, 且满足 $a < b < c, a + c = 49$, 则这个直角三角形的面积为_____.

5. 如图所示的网格是由相同的小正方形组成的, $\triangle ABC$ 和 $\triangle CDE$ 的顶点都是网格线的交点, 则 $\angle BAC + \angle CDE =$ _____.



6. 如图, 在 4×4 的正方形网格中, 每个小格的顶点叫作格点, 以格点为顶点分别按下列要求画三角形.

(1) 在图1中, 画一个直角三角形, 使它的三边长都是有理数.

(2) 在图 2 中,画一个直角三角形,使它的一边长是有理数,另外两边长是无理数.

(3) 在图 3 中,画一个直角三角形,使它的三边长都是无理数.

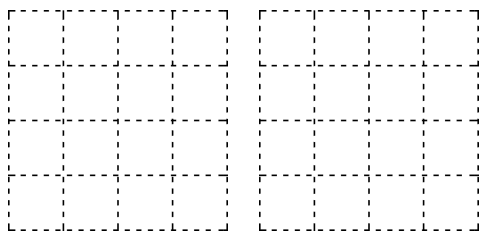


图 1

图 2

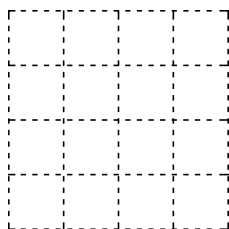


图 3

7. 如图 1, $\triangle ABC$ 和 $\triangle ECD$ 都是等腰直角三角形, $CA=CB$, $CE=CD$, $\triangle ABC$ 的顶点 A 在 $\triangle ECD$ 的斜边 DE 上, 连接 BD .

(1) 求证: $\triangle AEC \cong \triangle BDC$.

(2) 求证: $AE^2 + AD^2 = 2AC^2$.

(3) 如图 2, 过点 C 作 $CO \perp AB$ 于点 O 并延长交 DE 于点 F , 请写出线段 AE , AF , DF 之间的数量关系, 并给出证明.

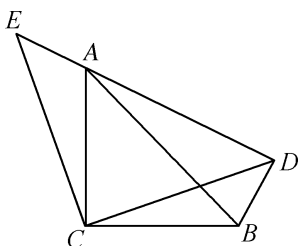


图 1

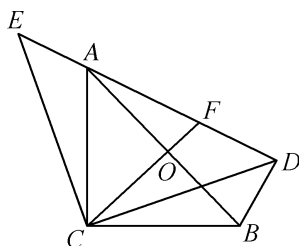


图 2



8. 若 a, b, c 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的三边长 (c 为斜边), 且 $\angle C = 90^\circ$, h 是斜边上的高, 现有下列说法: ① a^2, b^2, c^2 能组成三角形; ② $c + h, a + b, h$ 能组成直角三角形; ③ $\frac{1}{a}, \frac{1}{b}, \frac{1}{h}$ 能组成直角三角形. 其中正确的有 ()
A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

9. 【阅读材料】在 $\triangle ABC$ 中, $BC = a, AC = b, AB = c$.

如图 1, 若 $\angle C = 90^\circ$, 则有 $a^2 + b^2 = c^2$.

当 $\triangle ABC$ 为锐角三角形时, 小明猜想: $a^2 + b^2 > c^2$. 理由如下:

如图 2, 过点 A 作 $AD \perp CB$ 于点 D , 设 $CD = x$.

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $AD^2 = b^2 - x^2$; 在 $\text{Rt}\triangle ADB$ 中, $AD^2 = c^2 - (a - x)^2$.

所以 $a^2 + b^2 = c^2 + 2ax$.

因为 $a > 0, x > 0$, 所以 $2ax > 0$, 所以 $a^2 + b^2 > c^2$.

所以当 $\triangle ABC$ 为锐角三角形时, $a^2 + b^2 > c^2$. 小明的猜想是正确的.

【解决问题】如图 3, 试猜想: 当 $\triangle ABC$ 为钝角三角形时, $a^2 + b^2$ 与 c^2 的大小关系. 并证明你的猜想.

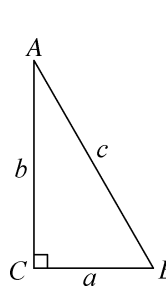


图 1

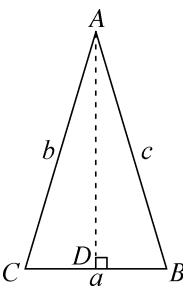


图 2

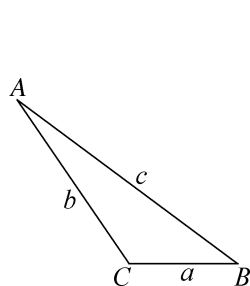


图 3

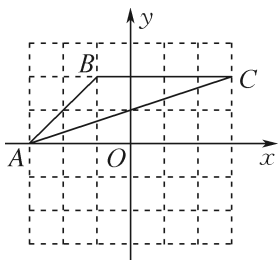
第4章 平面直角坐标系

巅峰训练 13 点的位置与坐标表示

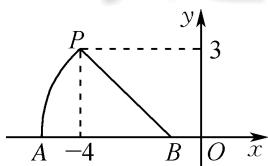


- 若 m 是任意实数, 则点 $A(m, 3-m)$ 一定不在 ()
A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限

- 如图, 在平面直角坐标系中, $\triangle ABC$ 三个顶点的坐标分别是点 $A(-3, 0)$, $B(-1, 2)$, $C(3, 2)$, 则到 $\triangle ABC$ 三个顶点距离相等的点的坐标是 ()
A. $(0, -1)$ B. $(0, 0)$
C. $(1, -1)$ D. $(1, -2)$



(第2题)



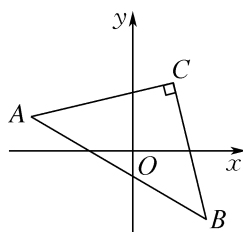
(第3题)

- 如图, 在平面直角坐标系中, 点 P 的坐标为 $(-4, 3)$, 以点 $B(-1, 0)$ 为圆心, BP 的长为半径画弧, 交 x 轴负半轴于点 A , 则点 A 的横坐标介于 ()
A. -6 和 -5 之间 B. -5 和 -4 之间
C. -4 和 -3 之间 D. -3 和 -2 之间
- 在平面直角坐标系中, 小明做走棋的游戏, 其走法是: 棋子从原点出发, 第1步向右走1个单位长度, 第2步向右走2个单位长度, 第3步向上走1个单位长度, 第4步向右走1个单位长度……依此类推, 第 n 步的走法是: 当 n 能被3整除时, 向上走1个单位长度; 当 n 除以3的余数为1时, 向右

走1个单位长度; 当 n 除以3的余数为2时, 向右走2个单位长度. 当走完第100步时, 棋子所处位置的坐标是 ()

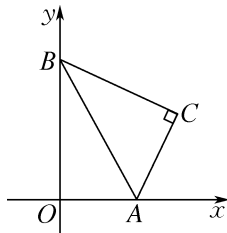
- A. $(66, 34)$ B. $(67, 33)$
C. $(100, 33)$ D. $(99, 34)$

- 如图, 将一块等腰直角三角板按如图所示放置在平面直角坐标系中, 已知直角顶点 C 的坐标为 $(1, 2)$, 点 $A(a, b)$ 在第二象限, 则点 B 的坐标为 ()

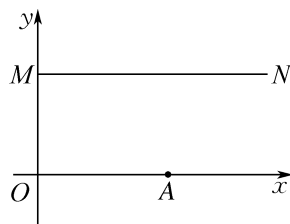


- A. $(3-b, a+1)$ B. $(b-3, a+1)$
C. $(2-a, 3-b)$ D. $(2+a, b-3)$

- 在平面直角坐标系中, 点 $A(10, 0)$, $B(0, 3)$, 以 AB 为边在第一象限作等腰直角三角形 ABC , 则点 C 的坐标为 _____.
- 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\angle ACB = 90^\circ$, $AC=3$, $BC=4$, A, B 分别为 x 轴、 y 轴的正半轴上的动点, 则在运动过程中, OC 长的最大值为 _____.



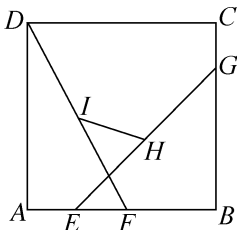
(第7题)



(第8题)

- 如图, 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标为 $(10, 0)$, 点 M 的坐标为 $(0, 8)$, 过点 M 作 $MN \parallel x$ 轴, 点 P 在射线 MN 上. 若 $\triangle MAP$ 为等腰三角形, 则点 P 的坐标为 _____.

9. 如图,在边长为 8 的正方形 $ABCD$ 中,
 $BG=BE$, E, F, I, H 分别为 $AF, AB,$
 DF, EG 的中点,求 HI 的长.



10. 如图 1,在平面直角坐标系中,点 A 的坐标为 $(5, 0)$,点 B 在第一象限内,且 $AB=4, OB=3$.



巅峰讲坛

- (1) 试判断 $\triangle AOB$ 的形状,并说明理由.
- (2) P 是线段 OA 上一点,且 $PB-PA=1$,求点 P 的坐标.
- (3) 如图 2, C, D 分别为线段 OB, BA 上的动点,且 $OC=BD$,求 $AC+OD$ 的最小值.

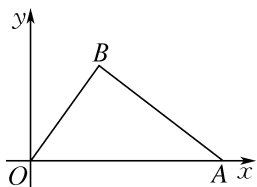


图 1

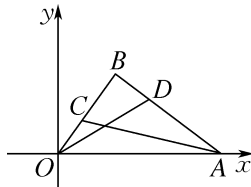


图 2

11. 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,点 $A(0, 4)$, B 为 x 轴正半轴上一个动点,以 AB 为腰作等腰直角三角形 ABC , $\angle ABC = 90^\circ$,且点 C 在第一象限内.

- (1) 如图 1,若点 $B(2, 0)$,求点 C 的坐标.
- (2) 如图 2,过点 B 向 x 轴上方作 $BD \perp OB$,且 $BD=BO$,在点 B 的运动过程中,探究点 C, D 之间的距离是否为定值? 若为定值,求出该定值;若不是,请说明理由.
- (3) 如图 3,过点 B 向 x 轴下方作 $BD \perp OB$,且 $BD=BO$,连接 CD 交 x 轴于点 E ,当 $\triangle ABD$ 的面积是 $\triangle BEC$ 的面积 3 倍时,求 OE 的长.

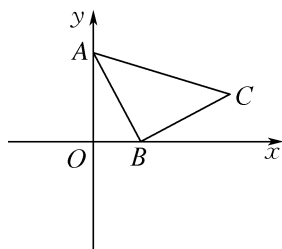


图 1

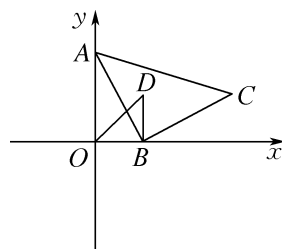


图 2

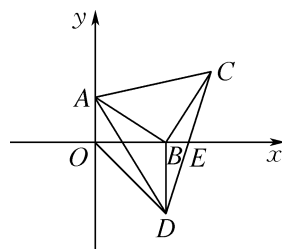


图 3

巅峰训练 17 一次函数的图象与性质(1)



1. 已知关于 x 的一次函数 $y = mx + 4m - 2$, 则下列说法中正确的个数为 ()

①若函数图象经过原点, 则 $m = \frac{1}{2}$; ②若 $m = \frac{1}{3}$, 则函数图象经过第一、二、四象限; ③函数图象与 y 轴交于点 $(0, -2)$; ④无论 m 为何实数, 函数的图象总经过点 $(-4, -2)$.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

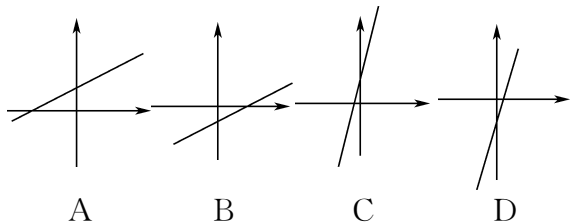
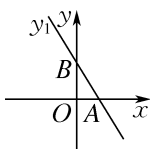
2. 已知 $P(3m, 4-4m)$ 为平面直角坐标系中一点. 若 O 为原点, 则线段 PO 长的最小值为 ()

A. 2 B. 2.4 C. 2.5 D. 3

3. 已知一次函数 $y_1 = kx + 1$ 和 $y_2 = x - 2$. 当 $x < 1$ 时, $y_1 > y_2$, 则 k 的值可以是 ()

A. -3 B. -1 C. 2 D. 4

4. (2024 秦淮区校级月考) 已知 y_1, y_2 都是关于 x 的一次函数, y_1 的图象如图所示, y_1 与 x 轴、 y 轴的交点分别为 A, B , 且 $OA = OB$. 若 $y_1 + 2y_2 = 0$, 则 y_2 的大致图象是 ()



5. 若直线 $y = kx + 2$ 与函数 $y = |x|$ 的图象恰好有一个交点, 则实数 k 的取值范围是 ()

A. $1 \leq k \leq 2$

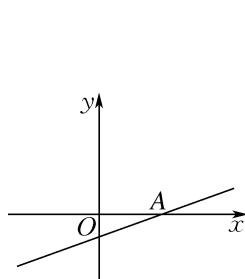
B. $k \geq 1$ 或 $k \leq -1$

C. $k \leq -1$

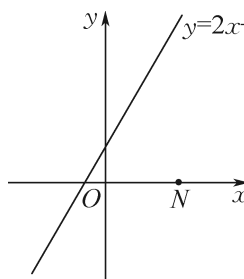
D. $1 \leq k \leq 2$ 或 $k \leq -1$

6. 已知点 Q 的坐标为 $(0, 4)$, 则点 Q 到直线 $y = kx - 3k$ ($k \neq 0$) 的最大距离是 _____.

7. 如图, 一次函数 $y = kx + b$ 的图象与 x 轴交于点 $A(1, 0)$, 则关于 x 的不等式 $x(kx + b) > 0$ 的解集是 _____.



(第7题)

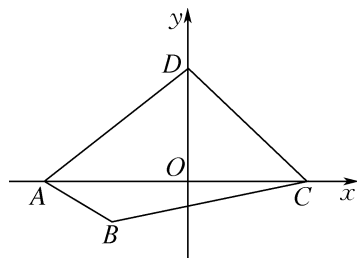


(第8题)

8. 如图, 已知点 N 的坐标为 $(2, 0)$, 点 M 在坐标轴上, 点 M 绕着点 N 逆时针旋转 90° 后正好落在直线 $y = 2x + 1$ 上, 则点 M 的坐标为 _____.

9. 在平面直角坐标系中, 对于两点 A, B , 给出如下定义: 以线段 AB 为直角边的等腰直角三角形称为点 A, B 的“对称三角形”. 一次函数 $y = -\frac{1}{2}x + 4$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别交于点 A 和点 B , 在第一象限内, 点 A, B 的“对称三角形”的另一个顶点的坐标为 _____.

10. 如图, 四边形 $ABCD$ 的顶点坐标分别为 $A(-6, 0), B(-3, -2), C(4, 0), D(0, 4)$, 当过点 A 的直线 l 将四边形 $ABCD$ 分成面积相等的两部分时, 直线 l 的函数表达式为 _____.



11. 如图,已知一次函数 $y=2x+6$ 的图象与 x 轴、 y 轴分别交于 A, B 两点, D 为平面内一点.

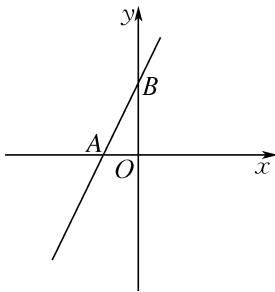
(1) 点 $D(-4, -2)$ _____ (填“不在”或“在”)一次函数 $y=2x+6$ 的图象上.

(2) 已知一次函数 $y=-\frac{1}{2}x+b$ 的图象经过点 $D(-4, -2)$, 与 x 轴交于点 C .

①求 BC 的长.

②求证: AB 平分 $\angle OBC$.

③若正比例函数 $y=mx$ 与一次函数 $y=2x+6$ 的图象交于点 P , 且点 O, P 到一次函数 $y=-\frac{1}{2}x+b$ 的图象的距离相等, 则符合条件的 m 的值为 _____.



BC , 且 $AB \perp BC$ 于点 B , $\angle BDC=90^\circ$. 则点 C 的坐标为 _____.

(2) 如图 2, 在平面直角坐标系中, $OB \perp BC$ 于点 B , $OB=BC$, 点 B 的坐标为 $(2, 3)$, 则点 C 的坐标为 _____.

(3) 如图 3, 点 A 在 y 轴上, 点 D 在 x 轴上, 且 $OA=OD$, 点 B 在 x 轴的负半轴上, 连接 AB , 作 $CA \perp AB$ 于点 A , 并且 $CA=AB$, 连接 CD 交 y 轴于点 E , 请猜想线段 OE 与线段 BD 的数量关系, 并进行证明.

(4) 如图 4, 点 D 的坐标为 $(3, 3)$, $DE \perp x$ 轴于点 E , 在直线 DE 上有一动点 M , 连接 OM , 在 x 轴上方作 $ON \perp OM$ 于点 O , 并且 $ON=OM$, 连接 DN , 线段 DN 平行于 x 轴, 连接 MN , 线段 MN 交坐标轴于点 P , 当 $ME=1$ 时, 直接写出点 P 的坐标.

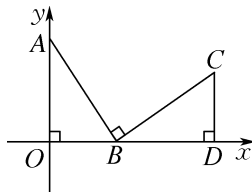


图 1

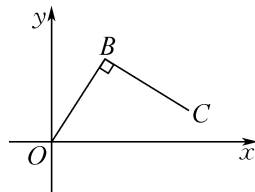


图 2

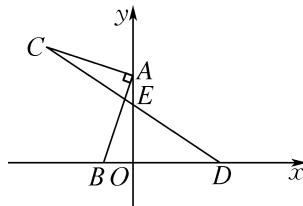


图 3

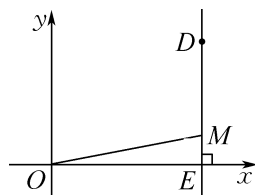


图 4



思维大爆炸

12. 已知点 A 的坐标是 $(\sqrt{3}, -1)$, B 是正比例函数 $y=kx (x>0)$ 的图象上一点. 若存在唯一的点

B , 使 $\triangle AOB$ 为等腰三角形, 则 k 的取值范围是 _____.

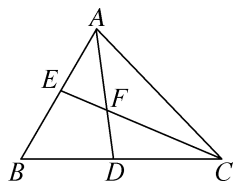


巅峰讲坛

13. (1) 如图 1, 在平面直角坐标系中, 点 A 的坐标为 $(0, 3)$, 点 B 的坐标为 $(2, 0)$, $AB=$

核心素养综合练(1)

1. [推理能力]如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC = 60^\circ$, AD 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于点 D , CE 平分 $\angle ACB$ 交 AB 于点 E , AD , CE 交于点 F .则下列说法正确的个数为 ()
- ① $\angle AFC = 120^\circ$; ② $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ADC}$; ③若 $AB = 2AE$,则 $CE \perp AB$; ④ $CD + AE = AC$; ⑤ $S_{\triangle AEF} : S_{\triangle FDC} = AF : FC$.

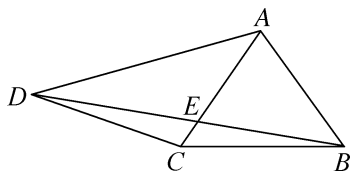


A. 2个 B. 3个 C. 4个 D. 5个

2. [抽象能力]对于任意实数 x , x 均能写成其整数部分 $[x]$ 与小数部分 $\{x\}$ 的和,即 $x = [x] + \{x\}$,其中 $[x]$ 称为 x 的整数部分,表示不超过 x 的最大整数, $\{x\}$ 称为 x 的小数部分.如 $7.12 = [7.12] + \{7.12\} = 7 + 0.12$, $[7.12] = 7$, $\{7.12\} = 0.12$,则下列结论正确的有 ()
- ① $[\sqrt{15}] = 3$; ②若 $x = 8 + \sqrt{5}$, $y = 2 + \sqrt{5}$,则 $\{x\} \times y = -1$; ③若 $[x] = 4$, $[y] = 2$,则 $[x + y]$ 所有可能的值为6和7; ④ $[x + y] \leq [x] + [y]$.

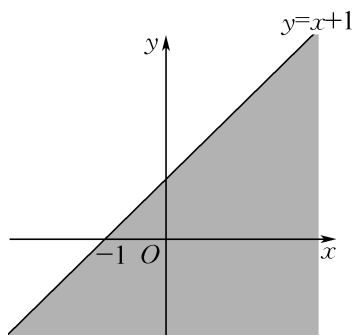
A. 1个 B. 2个
C. 3个 D. 4个

3. [推理能力]如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AB = AC$, $\angle ABC + \angle ADC = 90^\circ$, $BD = 2CD$,则 $\angle BAC - \angle BDC =$ _____.

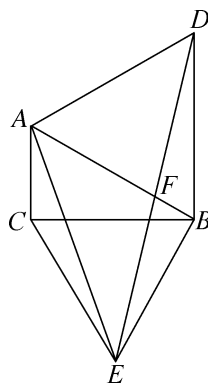


巅峰讲坛

4. [几何直观]要研究使 x, y 满足 $x + 1 - y \geq 0$ 的范围问题时,我们可以借助观察 $y = x + 1$ 的图象解决.如图,阴影部分为满足 $x + 1 - y \geq 0$ 的区域.若 x, y 满足条件 $\begin{cases} x - y \geq 0, \\ x + y - 2 \leq 0, \\ y \geq 0, \end{cases}$ 令 $M = 2x - 5y$,则 M 的取值范围为_____.



(第4题)



(第5题)

5. [推理能力]如图,在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$, $\triangle ABD$, $\triangle BCE$ 均为等边三角形, DE , AB 交于点 F , $AF = 3\sqrt{6}$,则 $\triangle ACE$ 的面积为_____.
6. [几何直观]李同学探索 $\sqrt{86}$ 的近似值的过程如下:

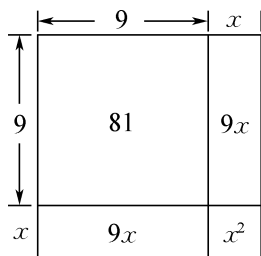
因为面积为86的正方形的边长是 $\sqrt{86}$,且 $9 < \sqrt{86} < 10$,所以设 $\sqrt{86} = 9 + x$,其中 $0 < x < 1$,画出示意图,如图所示.

根据示意图,可得图中正方形的面积 $S_{\text{正方形}} = 81 + 2 \times 9x + x^2$,又因为 $S_{\text{正方形}} = 86$,所以 $81 + 2 \times 9x + x^2 = 86$.

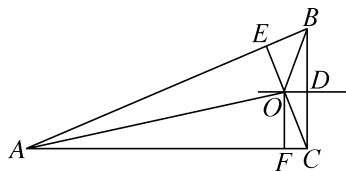
当 $x^2 < 1$ 时,可忽略 x^2 ,得 $81 + 18x \approx 86$,解得 $x \approx 0.28$,所以 $\sqrt{86} \approx 9.28$.

(1) $\sqrt{157}$ 的整数部分的值为_____.

- (2) 仿照上述方法,探究 $\sqrt{157}$ 的近似值
(要求:画出示意图,标明数据,并写出求解过程,结果精确到0.01).



- (2) 小明认为,如果“直角三角形的斜边和一条直角边相等”成立,会与已学过的某些定理矛盾,你认为小明的观点是否正确,请举例并进行简要分析.
- (3) 小明知道直角三角形中斜边一定大于直角边,但是他找不出短文中的“破绽”,请你帮助小明具体指出问题所在,并运用所学知识解释.



7. [创新意识][阅读]小明在某课外书上看到一篇有趣的短文《直角三角形的斜边和一条直角边会相等吗?》,部分内容如下:

如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$,作 $\angle BAC$ 的平分线 AO ,作 BC 的垂直平分线 OD ,两线交于点 O .连接 OB, OC ,过点 O 作 $OE \perp AB$ 于点 $E, OF \perp AC$ 于点 F .

可以依次证得如下结论:① $\triangle AOE \cong \triangle AOF$;② $\triangle BOE \cong \triangle COF$;③ $AE + EB = AF + FC$,即 $AB = AC$.因此直角三角形的斜边和一条直角边是相等的.

【探究】解答下列问题:

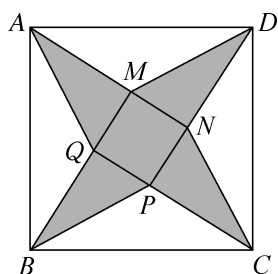
- (1) 小明按照文中所给思路尝试推导,发现结论①②③都成立,请你写出小明的推导过程.

2025 年江苏 13 大市期末压轴题精选

期末压轴 1

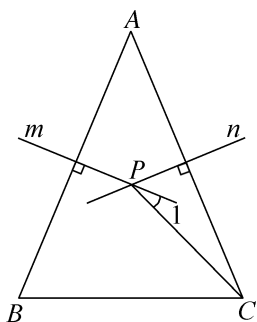
2025 年南京市玄武区期末压轴题

1. 如图是我国汉代数学家赵爽在注解《周髀算经》时给出的“赵爽弦图”，它是由四个全等的直角三角形和中间的小正方形 $MNPQ$ 拼成的一个大正方形 $ABCD$. 连接 AQ, BP, CN, DM . 若正方形 $ABCD$ 的面积为 $2a$, 阴影部分的面积为 $2b$. 则 AN 的长度为 ()



- A. $a+b$ B. a^2+b^2
C. $\sqrt{a+b}$ D. $\sqrt{a^2+b^2}$

2. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, 直线 m, n 分别是 AB, AC 的垂直平分线, m, n 交于点 P , 连接 CP . 若 $\angle 1=21^\circ$, 则 $\angle B$ 的度数为 _____.



3. 在长方形 $ABCD$ 中, $AD=6$, E, F 分别是边 AD, AB 上的动点. 在长方形 $ABCD$ 的内部(包含边界), 以 EF 为直角



巅峰讲坛

边作等腰直角三角形 EFP , 且 $\angle EFP=90^\circ$. 过点 P 作 $PQ \perp AB$, 垂足为 Q .

- (1) 如图 1, 当 $AE=1$ 时, 设 $AQ=x, PQ=y$, 求 y 与 x 之间的函数表达式.
(2) 当点 E 的位置如图 2 所示时, 点 F 在边 AB 上运动, 用直尺和圆规在图 2 中作出所有满足条件的点 P (保留作图痕迹, 写出必要的文字说明).
(3) 当点 E, F 分别在边 AD, AB 上运动时, 满足条件的点 P 所形成区域的面积随着 AB 的长度变化而变化, 设点 P 所形成区域的面积为 S , AB 的长度为 n . 请直接写出 S 与 n 的函数表达式及对应 n 的取值范围.

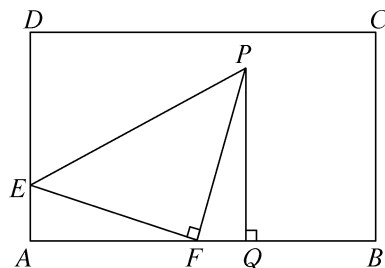


图 1



图 2