

初中数学

小题才王做[®]

恩波教育研究中心 主编

九年级

全
一
册

• SK 版 •
提优版

编委 高俊元 沙妍楠 王永宽
张杰 朱奎祥 仇玉海
朱松林 渠东剑 姜素青

SE 东南大学出版社
SOUTHEAST UNIVERSITY PRESS

• 南京 •

Contents 目录

编者寄语

众多一线教师认为:任何提优都是从基础开始的,只有基础牢固,才能融会贯通,提升综合运用能力,达到提优的目的。因此,本书采用从基础到提优的科学方法,适合 80% 以上的学生提优使用。

• 基础巩固——紧扣教材,夯实基础

针对教材上的概念、公式、定理等出题,通过“源于教材”的基础题,帮助学生教材知识融会贯通,达到提优的目的。

• 拓展提优——提升能力,拓展思维

通过“宽于教材,高于教材”的拓展训练,帮助学生开阔视野,锻炼思维,切实提升解题能力。

九年级上

第 1 章 一元二次方程	1
课时训练 1 一元二次方程	1
课时训练 2 一元二次方程的解法(1)	2
课时训练 3 一元二次方程的解法(2)	3
课时训练 4 一元二次方程的解法(3)	5
课时训练 5 一元二次方程的解法(4)	6
课时训练 6 一元二次方程的解法(5)	8
* 课时训练 7 一元二次方程的根与系数的关系	9
课时训练 8 用一元二次方程解决问题(1)	10
课时训练 9 用一元二次方程解决问题(2)	12
课时训练 10 用一元二次方程解决问题(3)	14
第 2 章 对称图形——圆	16
课时训练 11 圆(1)	16
课时训练 12 圆(2)	18
课时训练 13 圆的对称性(1)	20
课时训练 14 圆的对称性(2)	22
课时训练 15 确定圆的条件	24
课时训练 16 圆周角(1)	25
课时训练 17 圆周角(2)	27
课时训练 18 圆周角(3)	29
课时训练 19 直线与圆的位置关系(1)	31
课时训练 20 直线与圆的位置关系(2)	33
课时训练 21 直线与圆的位置关系(3)	35
课时训练 22 直线与圆的位置关系(4)	36
课时训练 23 正多边形与圆(1)	37
课时训练 24 正多边形与圆(2)	39
课时训练 25 弧长及扇形的面积	41
课时训练 26 圆锥的侧面积	43
第 3 章 数据的集中趋势和离散程度	44
课时训练 27 平均数	44
课时训练 28 中位数与众数	46
课时训练 29 用计算器求平均数	48
课时训练 30 方差	49
课时训练 31 用计算器求方差	51
第 4 章 等可能条件下的概率	52
课时训练 32 等可能性	52
课时训练 33 等可能条件下的概率(一)(1)	53
课时训练 34 等可能条件下的概率(一)(2)	54
课时训练 35 等可能条件下的概率(一)(3)	56
课时训练 36 等可能条件下的概率(二)	58

九年级下

第5章 二次函数 59

课时训练 37 二次函数 59

课时训练 38 二次函数的图像和性质(1) 60

课时训练 39 二次函数的图像和性质(2) 62

课时训练 40 二次函数的图像和性质(3) 64

课时训练 41 用待定系数法确定二次函数表达式 66

课时训练 42 二次函数与一元二次方程(1) 68

课时训练 43 二次函数与一元二次方程(2) 70

课时训练 44 用二次函数解决问题(1) 71

课时训练 45 用二次函数解决问题(2) 73

课时训练 46 用二次函数解决问题(3) 75

第6章 图形的相似 77

课时训练 47 图上距离与实际距离 77

课时训练 48 黄金分割 78

课时训练 49 相似图形 79

课时训练 50 探索三角形相似的条件(1) 80

课时训练 51 探索三角形相似的条件(2) 82

课时训练 52 探索三角形相似的条件(3) 84

课时训练 53 探索三角形相似的条件(4) 86

课时训练 54 探索三角形相似的条件(5) 88

课时训练 55 相似三角形的性质(1) 90

课时训练 56 相似三角形的性质(2) 91

课时训练 57 图形的位似 93

课时训练 58 用相似三角形解决问题(1) 95

课时训练 59 用相似三角形解决问题(2) 97

第7章 锐角三角函数 99

课时训练 60 正切 99

课时训练 61 正弦、余弦(1) 101

课时训练 62 正弦、余弦(2) 103

课时训练 63 特殊角的三角函数 105

课时训练 64 由三角函数值求锐角 107

课时训练 65 解直角三角形(1) 108

课时训练 66 解直角三角形(2) 110

课时训练 67 用锐角三角函数解决问题(1) 112

课时训练 68 用锐角三角函数解决问题(2) 113

课时训练 69 用锐角三角函数解决问题(3) 116

第8章 统计和概率的简单应用 119

课时训练 70 统计和概率的简单应用(1) 119

课时训练 71 统计和概率的简单应用(2) 122

答案全解精析(另册)

附:提优小帮手·数学思想与解题技巧

同时配有《提优小帮手·数学思想与解题技巧》,中考备考时使用,省时高效冲高分!

• 数学思想

详解初中数学中重要的数学思想,激发学生的学习兴趣,调动学生学习的积极性和主动性,提高思维能力。

• 解题技巧

通过典型例题讲解常用的解题技巧与方法,引导学生反思,提高解题效率。

• 附录

汇总初中常用的数学公式与基本性质和定理,便于考生备考时巩固复习。

第1章 一元二次方程

课时训练1 一元二次方程

(时间:15 min)

基础巩固

1. (2024 南京市联合体期中)下列是关于 x 的一元二次方程的是 ()

A. $x-y=3$ B. $x=\frac{1}{x}+1$

C. $x^2+3x-7=0$ D. $ax^2+bx+c=0$

2. 在方程 $2(x^2-1)+1=3x(x-1)$ 中,二次项系数、一次项系数和常数项分别是 ()

A. 1, -3, 1 B. -1, -3, 1

C. -3, 3, -1 D. 1, 3, -1

3. (2023 扬州高邮市期中)已知代数式 $-ax^2+bx$ 的部分取值如下表:

x	...	-2	-1	0	1	2	3	...
$-ax^2+bx$	...	-6	-2	0	0	-2	-6	...

由数据可知,关于 x 的一元二次方程 $-ax^2+bx+2=0$ 的解是 ()

A. $x_1=0, x_2=1$ B. $x_1=-1, x_2=2$

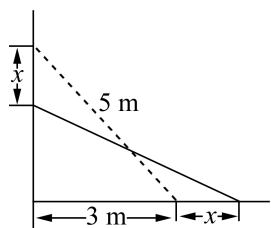
C. $x_1=-2, x_2=2$ D. $x_1=-1, x_2=-2$

4. (2023 镇江中考)若 $x=1$ 是关于 x 的一元二次方程 $x^2+mx-6=0$ 的一个根,则 $m=$ _____.

5. 若关于 x 的方程 $(m+1)x^{m^2+1}+3x-1=0$ 是一元二次方程,则 $m=$ _____.

6. (2024 盐城市盐都区期中)若 m 是方程 $2x^2-3x-1=0$ 的一个根,则 $4m^2-6m+2022$ 的值为 _____.

7. 如图,梯子斜靠在墙上,梯子的底端与墙的距离是 3 m. 如果梯子底端向右滑动的距离与梯子顶端向下滑动的距离均为 x m,那么根据题意列方程,得 _____.



8. 如图,某小区在一块长为 16 m, 宽为 9 m 的矩形空地上新修三条宽度相同的小路,其中一条和矩形的一边平行,另外两条和矩形的另一边平行,空地剩下的部分种植花草,使得花草区域占地面积为 120 m^2 . 设小路的宽度为 x m,有下列方程:① $(16-2x)(9-x)=120$; ② $16 \times 9 - 9 \times 2x - (16-2x)x=120$; ③ $16 \times 9 - 9 \times 2x - 16x + x^2=120$. 其中正确的是 _____ (填序号).

拓展提优

1. 若关于 x 的一元二次方程 $(m-1)x^2+x+m^2-1=0$ 有一个根为 0,则 m 的值为 ()
- A. 1 B. -1 C. 1 或 -1 D. $\frac{1}{2}$
2. 若 $a-b+c=0$,则关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0(a \neq 0)$ 必有一根为 ()
- A. 1 B. 0 C. -1 D. -1 或 1
3. 若关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx=c(ac \neq 0)$ 有一个实数根为 2024,则关于 x 的方程 $cx^2+bx=a$ 一定有实数根 ()
- A. 2024 B. $\frac{1}{2024}$ C. -2024 D. $-\frac{1}{2024}$
4. 将一元二次方程 $(x+2)^2=3(x-1)$ 化为 $ax^2+bx+c=0$ 的形式. 若 $a=1$,则 $b+c=$ _____; 若 $a=-\frac{1}{2}$,则 $b+c=$ _____.
5. 若关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=0$ 的解为 $x_1=-1, x_2=3$,则关于 x 的方程 $a(x-1)^2+b(x-1)+c=0$ 的解为 _____.

* 课时训练7 一元二次方程的根与系数的关系

(时间:15 min)

基础巩固

- 已知一元二次方程 $x^2 - 6x + c = 0$ 有一个根为 2, 则另一个根为 ()
A. 2 B. 3 C. 4 D. 8
- (2024 盐城市盐都区期中) 若 m, n 是关于 x 的方程 $2x^2 - 4x + 1 = 0$ 的两个根, 则 $\frac{1}{m} + \frac{1}{n}$ 的值为 ()
A. 4 B. -4 C. $\frac{1}{4}$ D. $-\frac{1}{4}$
- 设 x_1, x_2 是关于 x 的方程 $x^2 - 3x + k = 0$ 的两个根, 且 $x_1 = 2x_2$, 则 $k =$ _____.
- 若 x_1, x_2 是两个不相等的实数, 且满足 $x_1^2 - 2x_1 = 5, x_2^2 - 2x_2 = 5$, 则 $x_1 - x_2 =$ _____.
- 在解一元二次方程 $x^2 + bx + c = 0$ 时, 小明看错了一次项系数 b , 得到的解为 $x_1 = 2, x_2 = 3$; 小刚看错了常数项 c , 得到的解为 $x_1 = 1, x_2 = 4$. 请你写出正确的一元二次方程: _____.
- 若 m, n 是一元二次方程 $x^2 + 3x - 1 = 0$ 的两个实数根, 则 $\frac{m^3 + m^2 n}{3m - 1}$ 的值为 _____.
- 如果关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个实数根, 其中一个根为另一个根的 $\frac{1}{2}$, 那么称这样的方程为“半根方程”. 例如: 方程 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 的根为 $x_1 = 2, x_2 = 4$, $x_1 = \frac{1}{2}x_2$, 则称方程 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 为“半根方程”. 若关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 是“半根方程”, 且点 $P(a, b)$ 是函数 $y = \sqrt{6}x$ 图像上的一个动点, 则 $\frac{c}{a}$ 的值为 _____.

拓展提升

- 下列一元二次方程中, 两实数根的和为 -4 的是 ()
A. $x^2 + 2x - 4 = 0$ B. $x^2 - 4x + 4 = 0$
C. $x^2 + 4x + 10 = 0$ D. $x^2 + 4x - 5 = 0$
- 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 - (k-1)x - k + 2 = 0$ 有两个实数根 x_1, x_2 . 若 $(x_1 - x_2 + 2)(x_1 - x_2 - 2) + 2x_1x_2 = -3$, 则 k 的值为 ()
A. 0 或 2 B. -2 或 2
C. -2 D. 2
- (2024 南京市建邺区期中) 已知 m, n, s, t 为互不相等的实数, 且 $(m+s)(m+t) = 2, (n+s)(n+t) = 2$, 则 $mn - st$ 的值为 ()
A. -2 B. 0 C. $\frac{1}{2}$ D. 2
- 已知 m, n 是关于 x 的方程 $x^2 - 2ax + a^2 + a - 2 = 0$ 的两个实数根, 则 $m + n$ 的最大值是 _____.
- 已知关于 x 的方程 $(x-2)(x-3) - k^2 = 0$.
(1) 求证: 无论 k 取何值, 方程总有两个不相等的实数根.
(2) 设方程的两个根分别为 x_1, x_2 , 且 $x_1 > x_2$, 求证: $x_1 + 2x_2 \leq 7$.

第2章 对称图形——圆

课时训练 11 圆(1)

(时间:20 min)

基础巩固

1. (2024 无锡市宜兴市期中)已知 $\odot O$ 的直径是6,点 P 到圆心 O 的距离是6.则点 P 与 $\odot O$ 的位置关系是 ()

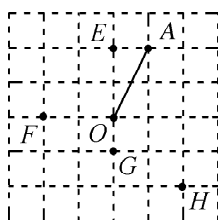
A. 点 P 在 $\odot O$ 内
B. 点 P 在 $\odot O$ 上
C. 点 P 在 $\odot O$ 外
D. 点 P 是圆心

2. 已知 $\odot O$ 的半径为5,点 P 到圆心 O 的距离为 d .若点 P 在圆内,则 d 的取值范围为 ()

A. $d \leq 5$ B. $d = 5$
C. $d > 5$ D. $0 \leq d < 5$

3. 在公园的 O 处附近有 E, F, G, H 四棵树,位置如图所示(图中小正方形的边长均相等).现计划修建一座以点 O 为圆心, OA 的长为半径的圆形水池,要求池中不留树木,则 E, F, G, H 四棵树中需要被移除的为 ()

A. E, F, G
B. F, G, H
C. G, H, E
D. H, E, F



4. 如图1,若 BC 是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 和 $\text{Rt}\triangle DBC$ 的公共斜边,则点 A, B, C, D 在以 BC 为直径的圆上,则称它们“四点共圆”.如图2, $\triangle ABC$ 的三条高 AD, BE, CF 相交于点 H ,则图2中“四点共圆”的组数为 ()

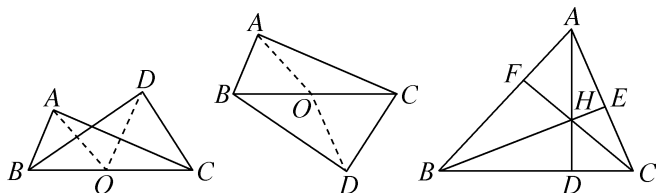


图1

图2

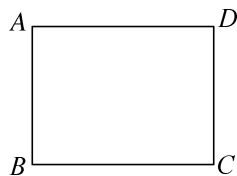
A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

5. 已知 $\odot O$ 的半径为 r cm, $OP = 5$ cm.若点 P 不在 $\odot O$ 外,则 r 的取值范围是_____.

6. 设 $\odot O$ 的半径为2,点 P 到圆心的距离 $OP = m$,且 m 使关于 x 的方程 $2x^2 - 2\sqrt{2}x + m - 1 = 0$ 有两个不相等的实数根,试确定点 P 与 $\odot O$ 的位置关系.

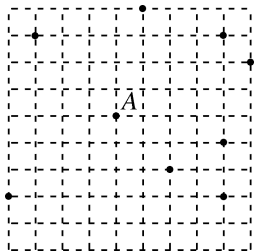
7. 如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 6, AD = 8$.

- (1) 若以点 A 为圆心,8为半径作 $\odot A$,则点 B, C, D 与圆的位置关系是什么?
(2) 若作 $\odot A$,使 B, C, D 三点至少有一点在 $\odot A$ 内,至少有一点在 $\odot A$ 外,则 $\odot A$ 的半径 r 的取值范围是_____.



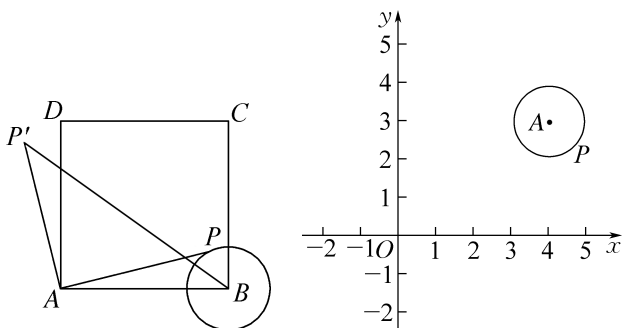
拓展提优

1. 如图,在网格中(每个小正方形的边长均为1个单位长度)选取9个格点(格线的交点称为格点).如果以点A为圆心, r 为半径画圆,选取的格点中除A外恰好有3个在圆内,那么 r 的取值范围为 ()



- A. $2\sqrt{2} < r < \sqrt{17}$ B. $\sqrt{17} < r < 3\sqrt{2}$
 C. $\sqrt{17} < r < 5$ D. $5 < r < \sqrt{29}$
2. 如图,已知在正方形ABCD中, $AB=4$,以点B为圆心,1为半径作 $\odot B$,点P在 $\odot B$ 上运动,连接AP.将AP绕点A逆时针旋转 90° 至 AP' ,连接 BP' .在点P运动过程中, BP' 长的最小值是 ()

- A. $4\sqrt{2}-1$ B. $4\sqrt{2}$
 C. $4\sqrt{3}$ D. 3



(第2题)

(第3题)

3. (2024 常州市期中)如图,已知 $\odot A$ 的半径为1,圆心的坐标为(4,3).若 $P(m,n)$ 是 $\odot A$ 上的一个动点,则 m^2+n^2 的最大值为 _____.

4. 【发现问题】

小明在做作业时碰到这样一道题:如图1,点O为坐标原点, $\odot O$ 的半径为1,点

$A(2,0)$.动点B在 $\odot O$ 上,连接AB,作等边三角形ABC(A,B,C为顺时针顺序),求OC长的最大值.

【解决问题】

小明经过多次尝试与探索,终于得到解题思路:在图1中,连接OB,以OB为边在OB的左侧作等边三角形BOE,连接AE.

- (1) 请找出图中与OC长度相等的线段,并说明理由.
 (2) 请直接写出线段OC长的最大值.

【迁移拓展】

- (3) 如图2, $BC=4\sqrt{2}$,D是以BC为直径的半圆上不同于点B,C的一个动点,以BD为边作等边三角形ABD,请求出AC的最值,并说明理由.

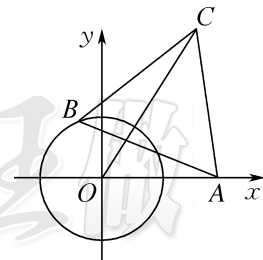


图1

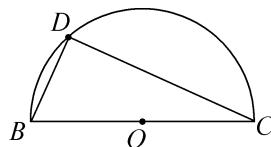
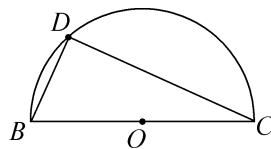


图2



备用图

课时训练 19 直线与圆的位置关系(1)

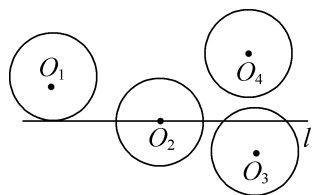
(时间:20 min)

基础巩固

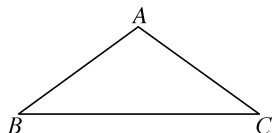
1. (2024 盐城市阜宁县期中)已知 $\odot O$ 的半径是一元二次方程 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 的一个根,圆心 O 到直线 l 的距离 $d = 2$,则直线 l 与 $\odot O$ 的位置关系是 ()

A. 相切 B. 相交 C. 相离 D. 平行

2. 半径为5的四个圆按如图所示位置摆放,若其中有一个圆的圆心到直线 l 的距离为4,则这个圆可以是 ()

A. $\odot O_1$ B. $\odot O_2$ C. $\odot O_3$ D. $\odot O_4$ 

(第2题)



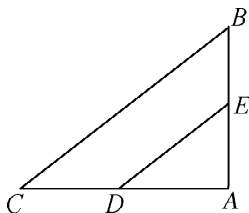
(第3题)

3. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 5$, $BC = 8$,以点 A 为圆心作一个半径为3的圆,则下列结论正确的是 ()

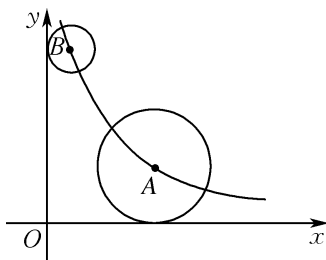
A. 点 B 在 $\odot A$ 内
 B. 直线 BC 与 $\odot A$ 相交
 C. 点 C 在 $\odot A$ 上
 D. 直线 BC 与 $\odot A$ 相切

4. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 6$, $AC = 8$, $BC = 10$, D, E 分别是 AC, AB 的中点,则以 DE 为直径的圆与 BC 的位置关系是 ()

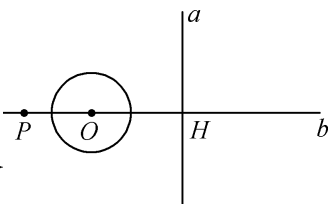
A. 相交
 B. 相切
 C. 相离
 D. 无法确定



5. 如图,在平面直角坐标系中,点 A, B 均在函数 $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0, x > 0$)的图像上, $\odot A$ 与 x 轴相切, $\odot B$ 与 y 轴相切.若点 B 的坐标为 $(1, 8)$, $\odot A$ 的半径是 $\odot B$ 半径的2倍,

则点 A 的坐标为_____.

(第5题)



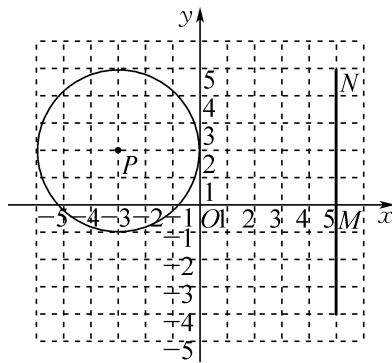
(第6题)

6. 如图,直线 $a \perp b$,垂足为 H ,点 P 在直线 b 上, $PH = 4$ cm, O 为直线 b 上一动点.若以1 cm为半径的 $\odot O$ 与直线 a 相切,则 OP 的长为_____.

7. 如图, $\odot P$ 的圆心为点 $P(-3, 2)$,半径为3,直线 MN 过点 $M(5, 0)$ 且平行于 y 轴,点 N 在点 M 的上方.

(1) 在图中作出 $\odot P$ 关于 y 轴对称的 $\odot P'$,根据作图直接写出 $\odot P'$ 与直线 MN 的位置关系;

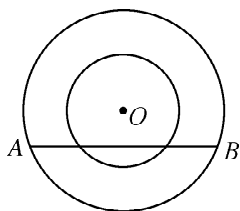
(2) 若点 N 在(1)中的 $\odot P'$ 上,求 PN 的长.



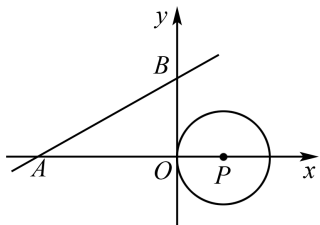
拓展提优

1. 如图,两个同心圆,大圆的半径为5,小圆的半径为3.若大圆的弦 AB 与小圆有公共点,则弦 AB 的取值范围是 ()

A. $8 \leq AB \leq 10$ B. $8 < AB \leq 10$
C. $4 \leq AB \leq 5$ D. $4 < AB \leq 5$



(第1题)



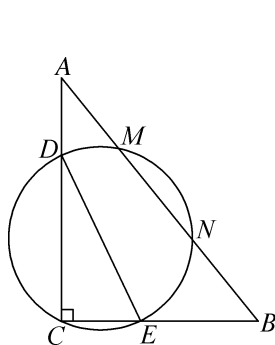
(第2题)

2. 如图,直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ 与 x 轴、 y 轴分别交于 A, B 两点,圆心 P 的坐标为 $(1, 0)$, $\odot P$ 与 y 轴相切于点 O . 若将 $\odot P$ 沿 x 轴向左移动,则当 $\odot P$ 与该直线相交时,横坐标为整数的点 P 的个数是 ()

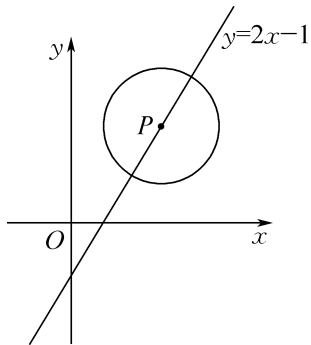
A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

3. 如图,在直角三角形 ABC 中, $\angle C = 90^\circ$, $BC = 3, AC = 4$, D, E 分别是 AC, BC 上的一点,且 $DE = 3$. 若以 DE 为直径的圆与斜边 AB 相交于点 M, N ,则 MN 长的最大值为 ()

A. $\frac{8}{5}$ B. 2 C. $\frac{12}{5}$ D. $\frac{14}{5}$



(第3题)



(第4题)

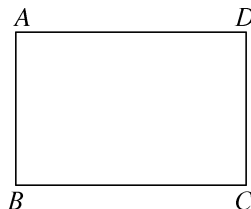
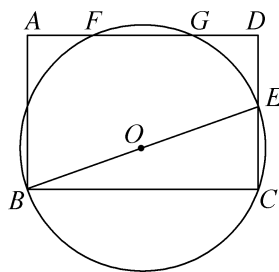
4. 如图,半径为2的 $\odot P$ 的圆心在直线 $y = 2x - 1$ 上运动,当 $\odot P$ 与 x 轴相切时,圆心 P 的坐标为_____.

5. 已知 $\odot O$ 的半径为 R , 点 O 到直线 l 的距离为 d . 若 R, d 是关于 x 的方程 $x^2 - 4x + m = 0$ 的两个根,则当直线 l 与 $\odot O$ 相切时, m 的值为_____.

6. 如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4, BC = 6$, E 为边 CD 上的一个动点(不与点 C, D 重合), $\odot O$ 是 $\triangle BCE$ 的外接圆.

(1) 若 $CE = 2$, $\odot O$ 交 AD 于点 F, G , 求 FG 的长度.

(2) 若 CE 的长度为 m , 试探索 $\odot O$ 与直线 AD 的位置关系及对应的 m 的取值范围.



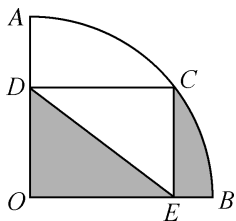
备用图

课时训练 25 弧长及扇形的面积

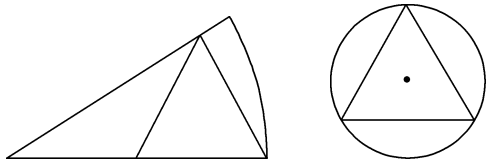
(时间: 25 min)

基础巩固

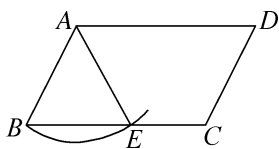
1. 如图, 在半径为 10 的扇形 OAB 中, $\angle AOB = 90^\circ$, C 为 $\widehat{AB}$ 上一点, $CD \perp OA$, $CE \perp OB$, 垂足分别为 D, E . 若 $\angle CDE = 36^\circ$, 则图中阴影部分的面积为 ()



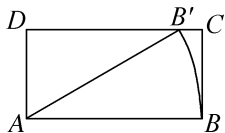
- A. 10π B. 9π C. 8π D. 6π
2. 将一张圆心角为 30° 的扇形纸板和一张圆形纸板分别按如图所示的方式剪出一个边长都为 1 的正三角形, 则扇形和圆形纸板的面积之比是 ()



- A. $1:1$ B. $3:2$
- C. $\sqrt{3}:2$ D. $2:\sqrt{3}$
3. (2024 镇江市中考) 如图, 四边形 $ABCD$ 为平行四边形, 以点 A 为圆心, AB 长为半径画弧, 交边 BC 于点 E , 连接 AE , $AB=1$, $\angle D=60^\circ$, 则 $\widehat{BE}$ 的长 $l=$ _____ (结果保留 π).



(第3题)

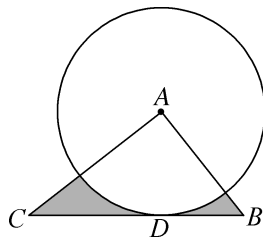


(第4题)

4. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=2BC=2$. 将线段 AB 绕点 A 按逆时针方向旋转, 使得点 B 落在边 CD 上的点 B' 处, 则线段 AB 扫过的面积为 _____.
5. (2024 南通市中考) 如图, $\triangle ABC$ 中, $AB=$

3, $AC=4$, $BC=5$, $\odot A$ 与 BC 相切于点 D .

- (1) 求图中阴影部分的面积;
- (2) 设 $\odot A$ 上有一动点 P , 连接 CP, BP . 当 CP 的长最大时, 求 BP 的长.



6. (2024 辽宁省中考) 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, AB 是 $\odot O$ 的直径, 点 D 在 $\widehat{BC}$ 上, $\widehat{AC} = \widehat{BD}$, 点 E 在 BA 的延长线上, $\angle CEA = \angle CAD$.

- (1) 如图 1, 求证: CE 是 $\odot O$ 的切线;
- (2) 如图 2, 若 $\angle CEA = 2\angle DAB$, $OA=8$, 求 $\widehat{BD}$ 的长.

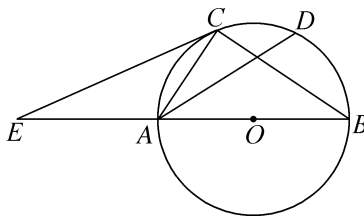


图 1

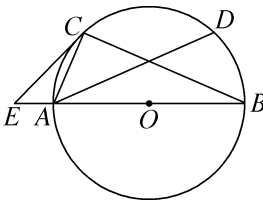


图 2

拓展提优

1. (2024 日照市中考) 如图, 在菱形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $\angle B=120^\circ$, 点 O 是对角线 AC 的中点, 以点 O 为圆心, OA 长为半径作圆心角为 60° 的扇形 OEF , 点 D 在扇形 OEF

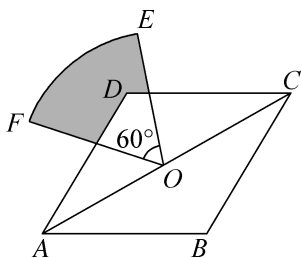
内,则图中阴影部分的面积为 ()

A. $\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}$

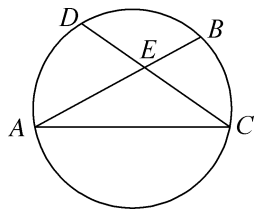
B. $\pi - \frac{\sqrt{3}}{4}$

C. $\frac{\pi}{2} - \frac{1}{4}$

D. 无法确定



(第1题)



(第2题)

2. 如图,同一个圆中的两条弦 AB, CD 相交于点 E . 若 $\angle AEC = 120^\circ$, $AC = 4$, 则 $\widehat{AD}$ 与 $\widehat{BC}$ 长度之和的最小值为 ()

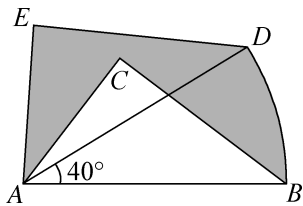
A. 4π

B. 2π

C. $\frac{4}{3}\pi$

D. $\frac{2}{3}\pi$

3. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 5$, $AC = 3$, $BC = 4$, 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转 40° 得到 $\triangle ADE$, 点 B 经过的路径为 $\widehat{BD}$, 则图中阴影部分的面积为 _____.



4. (2024 兰州市中考)“轮动发石车”是我国古代的一种投石工具,在春秋战国时期被广泛应用,图 1 是陈列在展览馆的仿真模型. 图 2 是模型驱动部分的示意图,其中 $\odot M$, $\odot N$ 的半径分别是 1 cm 和 10 cm, 当 $\odot M$ 顺时针转动 3 周时, $\odot N$ 上的点 P 随之旋转 n° , 则 $n =$ _____.



图 1

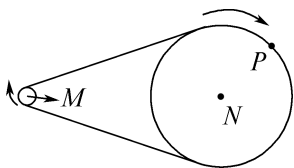


图 2

5. 已知 $AB = 2\sqrt{3}$, C 是平面内一个动点, $60^\circ \leq \angle ACB \leq 120^\circ$, 则满足条件的点 C 所在区域的面积是 _____.

6. 【问题提出】如何用圆规和无刻度的直尺作一条直线或圆弧平分已知扇形的面积?(以下作图均不写作法,但需保留作图痕迹)

【初步尝试】如图 1, 已知扇形 OAB , 请你用圆规和无刻度的直尺过圆心 O 作一条直线, 使扇形的面积被这条直线平分.

【问题联想】如图 2, 已知线段 MN , 请你用圆规和无刻度的直尺作一个以 MN 为斜边的等腰直角三角形 MNP .

【问题再解】如图 3, 已知扇形 OAB , 请你用圆规和无刻度的直尺作一条以点 O 为圆心的圆弧, 使扇形的面积被这条圆弧平分.

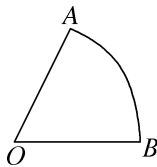


图 1

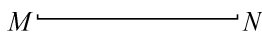


图 2

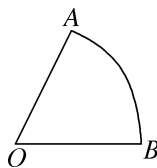


图 3

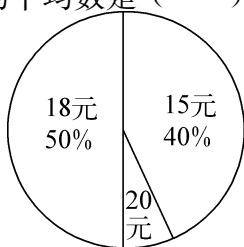
第3章 数据的集中趋势和离散程度

课时训练 27 平均数

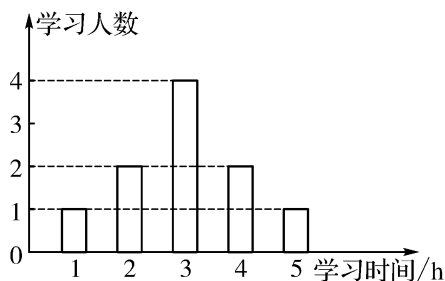
(时间:20 min)

基础巩固

- 若一组数据的平均数是3,将这组数据每个数都扩大2倍,则所得的新的—组数据的平均数是 ()
A. 3 B. 5 C. 6 D. 9
- 如果—组数据5, -2, 0, 6, 4, x 的平均数为6,那么 x 等于 ()
A. 3 B. 4 C. 23 D. 6
- (2023 南京市建邺区期中)学校食堂有15元、18元、20元三种盒饭供学生选择(每人购—份). 某天盒饭销售情况如图所示,则当天学生购买盒饭费用的平均数是 ()
A. 15元 B. 16元 C. 17元 D. 18元
- 若—组数据中的每一个数都减去50后,所得的新的—组数据的平均数是2,则原来那组数据的平均数是 ()
A. 50 B. 52 C. 48 D. 2
- 某同学使用计算器求30个数据的平均数时,错将其中的一个数据105输入为15,那么由此求出的平均数与实际平均数的差是 ()
A. 3 B. -3 C. 2 D. -2
- 某校规定学生的学期数学成绩满分为100分,其中研究性学习成绩占40%,期末卷面成绩占60%,小明的两项成绩(百分制)依次是80分、90分,则小明这学期的数学成绩是 ()
A. 80分 B. 82分 C. 84分 D. 86分



- (2024 南京市秦淮区期末)某运动员6箭的成绩(单位:环)依次是 $x_1, x_2, x_3, x_1 + 1, x_2 + 2, x_3 + 3$. 若前3箭的平均成绩为7环,则这6箭的平均成绩为_____环.
- 某老师为了了解学生周末学习时间的情况,在所任班级中随机调查了10名学生,绘成如图所示的条形统计图,则这10名学生周末学习的平均时间是_____h.



- (2023 南京市联合体期中)某公司决定招聘—名广告策划人员,某应聘者三项素质测试的成绩如下表:

测试项目	创新能力	综合知识	语言表达
测试成绩/分	70	80	90

将创新能力、综合知识和语言表达三项测试成绩按5:3:2的比例计入总成绩,则该应聘者的总成绩是_____分.

- 为了了解某区初中学生的视力情况,随机抽取了该区500名初中学生进行调查,整理样本数据,得到下表:

视力	4.7以下	4.7	4.8	4.9	4.9以上
人数	102	98	80	93	127

根据抽样调查结果,估计该区12 000名初中学生视力不低于4.8的人数约是_____.

拓展提优

- 已知某班有40名学生,数学老师第一次统计这个班级的平均成绩为85分,在复查时

发现漏记了一个学生的成绩 80 分,那么这个班级学生的实际平均成绩应为 ()

- A. 83 分 B. 85 分
C. 87 分 D. 84 分

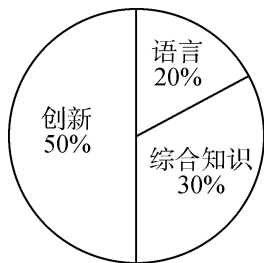
2. 如果设两组数据 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 和 $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n$ 的平均数分别为 $\bar{a}$ 和 $\bar{b}$, 那么新的一组数据 $a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, \dots, a_n + b_n$ 的平均数是 ()

- A. $\frac{1}{2}(\bar{a} + \bar{b})$ B. $\bar{a} + \bar{b}$
C. $\frac{1}{n}(\bar{a} + \bar{b})$ D. 以上都不对

3. 某广告公司准备招聘广告策划人员一名, 对甲、乙、丙三名候选人进行了三项素质测试, 他们的各项测试成绩如下表:

测试项目	测试成绩		
	甲	乙	丙
创新	72	85	67
综合知识	50	74	70
语言	88	45	67

- (1) 如果根据三项测试的平均成绩确定录用人选, 那么谁将被录用?
(2) 根据实际需要, 公司将创新、综合知识和语言三项测试得分按如下扇形统计图所示比例确定甲、乙、丙三人的最终成绩, 此时谁将被录用?



4. 如图, 下列装在相同的透明密封盒内的古钱币, 其密封盒上分别标有古钱币的尺寸及质量, 例如: 钱币“文星高照”密封盒上所标的

币的直径为 45.4 mm, 厚度为 2.8 mm, 质量为 24.4 g. 已知这些古钱币的材质相同.

45.4 mm $\times$ 2.8 mm, 48.1 mm $\times$ 2.4 mm, 45.1 mm $\times$ 2.3 mm,

24.4 g

24.0 g

13.0 g



文星高照



状元及第



鹿鹤同春

44.6 mm $\times$ 2.1 mm, 20.0 g 45.5 mm $\times$ 2.3 mm, 21.7 g



顺风大吉



连中三元

根据图中信息, 解决下列问题.

- (1) 这 5 枚古钱币, 所标直径的平均数是 _____ mm, 所标厚度的众数是 _____ mm, 所标质量的中位数是 _____ g;
(2) 由于古钱币无法从密封盒内取出, 为判断密封盒上所标古钱币的质量是否有错, 桐桐用电子秤测得每枚古钱币与其密封盒的总质量如下:

名称	文星高照	状元及第	鹿鹤同春	顺风大吉	连中三元
总质量/g	58.7	58.1	55.2	54.3	55.8

请你应用所学的统计知识, 判断哪枚古钱币所标的质量与实际质量差异较大, 并估算该枚古钱币的实际质量.

第4章 等可能条件下的概率

课时训练 32 等可能性

(时间:15 min)

基础巩固

1. 下列成语或词语所反映的事件中,可能性最小的是 ()

A. 瓜熟蒂落 B. 旭日东升
C. 守株待兔 D. 夕阳西下

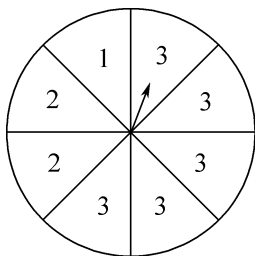
2. 有下列试验:①抛掷一枚质地均匀的硬币,结果出现“正面朝上”与出现“反面朝上”;②在3张相同的小纸条上分别标上1,2,3这3个号码,做成3支签,放在一个盒子中,搅匀后从中抽到“1号签”“2号签”“3号签”;③一只不透明的袋子中装有1个白球和2个红球,这些球除颜色外都相同,搅匀后从中摸出“红球”与“白球”.其中试验的结果具有等可能性的有 ()

A. 0个 B. 1个
C. 2个 D. 3个

3. 在盒子里放有三张分别写有整式 $a+1$, $a+2$,2的卡片,从中随机抽取两张卡片,把两张卡片上的整式分别作为分子和分母,能组成分式与能组成整式的可能性相比 ()

A. 组成分式的可能性大
B. 组成整式的可能性大
C. 一样大
D. 无法确定

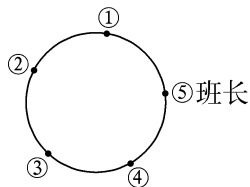
4. 如图,转盘被平均分成8个区域,每个区域分别标注数字1,2,3.任意转动转盘,当转盘停止转动时,将指针所指区域标注的数字记录下来(若指针落在交



界线上,则重转一次),如此重复200次,则在所记录的200个数字中,众数最有可能是 ()

A. 1 B. 2
C. 3 D. 200

5. 班长邀请A,B,C,D四位同学参加圆桌会议.如图,班长坐在⑤号座位,四位同学随机坐在①②③④四个座位,则A,B两位同学座位相邻的概率是_____.



拓展提优

1. 某校九年级(1)班共有学生50人,现在对他们的生日(可以不同年)进行统计,则正确的说法是 ()

A. 至少有两名学生生日相同
B. 不可能有两名学生生日相同
C. 一定有两名学生生日相同
D. 可能有两名学生生日相同

2. 从一副扑克牌中任意抽取1张.已知下列事件:①这张牌是“8”;②这张牌是“方块”;③这张牌是“小王”;④这张牌是“黑色的”.将这些事件的序号按发生的可能性从小到大的顺序排列为_____.

3. 小明和小丽按如下规则做游戏:桌面上放有7根火柴棒,每次取1根或2根,最后取完者获胜.若由小明先取,且小明获胜是必然事件,则小明第一次应该取走火柴棒的根数是_____.

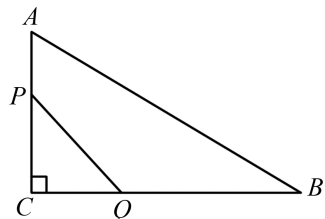
第5章 二次函数

课时训练37 二次函数

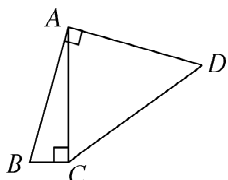
(时间:15 min)

基础巩固

- (2024 南京市秦淮区期末)下列函数中, y 与 x 之间的关系是二次函数的是 ()
A. $y=1-3x^3$ B. $y=x^2-5x$
C. $y=x^4+2x^2-1$ D. $y=\frac{1}{x^2}$
- 二次函数 $y=2x(x-3)$ 的二次项系数与一次项系数的和为 ()
A. 2 B. -1 C. -2 D. -4
- 已知菱形的两条对角线的和为 26 cm,则菱形的面积 $S(\text{cm}^2)$ 与一条对角线的长 $x(\text{cm})$ 之间的函数表达式为_____.
- 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=12\text{ mm}$, $BC=24\text{ mm}$. 动点 P 从点 A 出发沿边 AC 向点 C 以 2 mm/s 的速度移动,动点 Q 从点 C 出发沿边 CB 向点 B 以 4 mm/s 的速度移动. 如果 P, Q 两点同时出发,那么 $\triangle PCQ$ 的面积 $S(\text{mm}^2)$ 与出发时间 $t(\text{s})$ 之间的函数表达式为_____, t 的取值范围是_____.



(第4题)



(第5题)

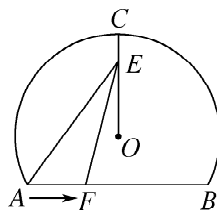
- 如图,在四边形 $ABCD$ 中, $\angle BAD = \angle ACB = 90^\circ$, $AB=AD$, $AC=4BC$. 设 CD 的长为 x , 四边形 $ABCD$ 的面积为 y , 则 y 与 x 之间的函数表达式为_____.

拓展提优

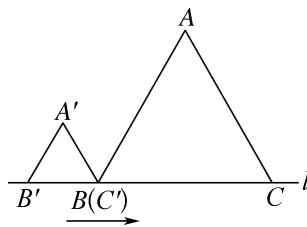
- 用一根长 40 cm 的铁丝围成一个半径为 $r\text{ cm}$ 、圆心角度数小于 360° 的扇形, 则扇

形的面积 $y(\text{cm}^2)$ 与它的半径 $t(\text{cm})$ 之间的函数表达式为_____, r 的取值范围为_____.

- 如图, C 是 $\widehat{ACB}$ 的中点, 点 O 是 $\widehat{ACB}$ 所在圆的圆心, 弦 $AB=6\text{ cm}$, E 为 OC 上任意一点, 动点 F 从点 A 出发, 以 1 cm/s 的速度沿 AB 方向向点 B 匀速运动. 设点 F 的运动时间为 $x\text{ s}$. 若 $y=AE^2-EF^2$, 则 y 与 x 之间的函数表达式为_____.



- 如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 是边长分别为 5 和 2 的等边三角形, 点 B', C', B, C 都在直线 l 上, $\triangle ABC$ 固定不动, 将 $\triangle A'B'C'$ 在直线 l 上自左向右平移. 开始时, 点 C' 与点 B 重合, 当点 B' 移动到与点 C 重合时停止. 设 $\triangle A'B'C'$ 移动的距离为 x , 两个三角形重叠部分的面积为 y , 试求 y 与 x 之间的函数表达式.



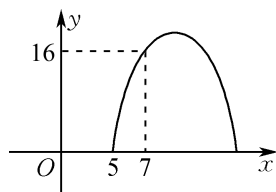
课时训练 44 用二次函数解决问题(1)

(时间:25 min)

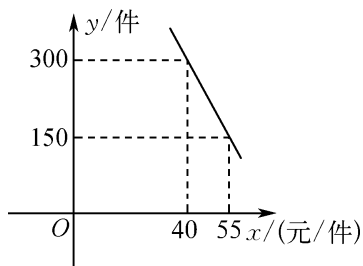
基础巩固

- 飞机着陆后滑行的距离 y (单位:m) 与滑行时间 t (单位:s) 之间的函数表达式为 $y = -\frac{6}{5}t^2 + 60t$, 则飞机着陆至停下来滑行的距离是 ()
A. 25 m B. 50 m C. 625 m D. 750 m
- 某网店销售某种商品, 成本为 30 元/件. 当销售单价为 60 元/件时, 每天可售出 100 件. 经市场调查发现, 销售单价每降低 1 元, 每天销量增加 10 件. 若要使每天获取的利润最大, 则该商品的销售单价应为 ()
A. 30 元/件 B. 40 元/件
C. 50 元/件 D. 60 元/件
- 已知学校航模组设计制作的火箭的升空高度 h (m) 与飞行时间 t (s) 满足函数表达式 $h = -t^2 + 24t + 1$, 则下列说法正确的是 ()
A. 点火后 9 s 和点火后 13 s 的升空高度相同
B. 点火后 24 s 火箭落于地面
C. 点火后 10 s 的升空高度为 139 m
D. 火箭升空的最大高度为 145 m
- 某快餐店销售 A, B 两种快餐, 每份利润分别为 12 元、8 元, 每天卖出的份数分别为 40、80. 该店为了增加利润, 准备降低每份 A 种快餐的利润, 同时提高每份 B 种快餐的利润. 售卖时发现, 在一定范围内, 每份 A 种快餐利润每降 1 元可多卖 2 份, 每份 B 种快餐利润每提高 1 元就少卖 2 份. 如果这两种快餐每天销售的总份数不变, 那么这两种快餐一天的总利润最多是 _____ 元.
- 某种商品每天的销售利润 y (元) 与销售单价 x (元) 之间满足关系 $y = ax^2 + bx - 75$,

其图像如图所示, 为使该商品每天的销售利润不低于 16 元, 则销售单价的取值范围是 _____.

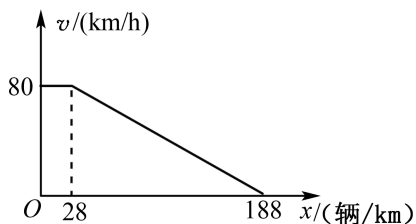


- 某网店专门销售某种品牌的漆器笔筒, 成本为 30 元/件, 每天销售量 y (件) 与销售单价 x (元/件) 之间存在一次函数关系, 如图所示.
(1) 求 y 与 x 之间的函数表达式.
(2) 如果规定漆器笔筒每天的销售量不低于 240 件, 那么当销售单价为多少元时, 每天获取的利润最大? 最大利润是多少?
(3) 该网店店主热心公益事业, 决定从每天的销售利润中捐出 150 元给希望工程, 为了保证捐款后每天的剩余利润不低于 3 600 元, 试确定该漆器笔筒销售单价的范围.



拓展提优

- 某旅馆为满足游客住宿需要,开设了 100 张床位,当每张床位每天收费 100 元时,床位可全部租出.若每张床位每天收费提高 20 元,则相应地少租出 10 张床位.如果每张床位每天以 20 元为单位提高收费,为使租出的床位少且每天收入高,那么每张床位每天最合适的收费是 ()
A. 140 元 B. 120 元
C. 160 元 D. 180 元
- 李大爷每天到批发市场购进某种水果进行销售,这种水果每箱 10 kg. 批发商规定:整箱购买,一箱起售,每人一天购买不超过 10 箱,当购买 1 箱时,批发价为 8.2 元/kg,每多购买 1 箱,批发价每千克降低 0.2 元. 根据李大爷的销售经验,当这种水果的售价为 12 元/kg 时,每天可销售 1 箱,售价每千克降低 0.5 元,每天可多销售 1 箱. 这种水果的批发价 y (元/kg) 与购进数量 x (箱) 之间的函数表达式为 _____; 若每天购进的这种水果当天全部售完,则当李大爷每天购进这种水果 _____ 箱时,每天所获利润最大,最大利润是 _____ 元.
- 研究表明,某种情况下,高架桥上的车流速度 v (单位: km/h) 是车流密度 x (单位: 辆/km) 的函数,且当 $0 < x \leq 28$ 时, $v = 80$; 当 $28 < x \leq 188$ 时, v 是 x 的一次函数,函数关系如图所示. 若车流速度 v 不低于 50 km/h, 则当车流密度 x 为 _____ 时,车流量 P (单位: 辆/h) 达到最大,最大值为 _____ (注: 车流量是单位时间内通过观测点的车辆数,计算公式为: 车流量 = 车流速度 $\times$ 车流密度).



- (2024 盐城市中考) 请根据素材解决问题.

背景 1: 某民族服装厂安排 70 名工人加工一批夏季服装, 有“风”“雅”“正”三种样式. 因工艺需要, 每位工人每天可加工且只能加工“风”服装 2 件, 或“雅”服装 1 件, 或“正”服装 1 件. 要求全厂每天加工“雅”服装至少 10 件, “正”服装总件数和“风”服装相等.

背景 2: 每天加工的服装都能销售出去, 扣除各种成本, 服装厂的获利情况如下:
①“风”服装: 24 元/件; ②“正”服装: 48 元/件;
③“雅”服装: 当每天加工 10 件时, 每件获利 100 元, 如果每天多加工 1 件, 那么平均每件获利将减少 2 元.

现安排 x 名工人加工“雅”服装, y 名工人加工“风”服装.

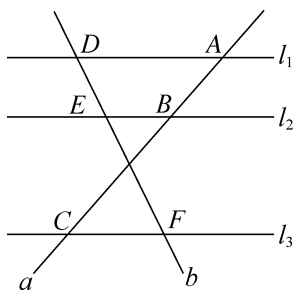
- 求 x, y 之间的数量关系.
- 设该工厂每天的总利润为 w 元, 求 w 关于 x 的函数表达式.
- 制定使每天总利润最大的加工方案.

课时训练 50 探索三角形相似的条件(1)

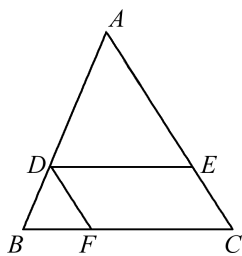
(时间:25 min)

基础巩固

1. (2024 南京市建邺区期末)如图,直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 直线 a, b 与 l_1, l_2, l_3 分别交于点 A, B, C 和点 D, E, F , 若 $AB : BC = 1 : 2$, $DF = 6$, 则 EF 的长为 ()
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

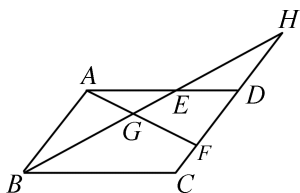


(第1题)

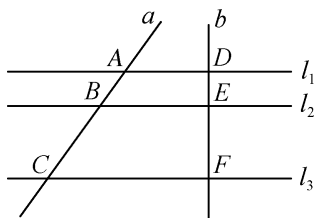


(第2题)

2. 如图, D, E, F 分别是 $\triangle ABC$ 三条边上的点, $DE \parallel BC$, $DF \parallel AC$, $AE = 5$ cm, $CE = 3$ cm, $BF = 2$ cm, 则 CF 的长度为 ()
- A. $\frac{3}{2}$ cm B. $\frac{5}{2}$ cm
- C. $\frac{10}{3}$ cm D. 2 cm
3. 如图, 在平行四边形 $ABCD$ 中, E, F 分别是边 AD, CD 上的点, 连接 BE, AF , 它们相交于点 G , 延长 BE 交 CD 的延长线于点 H , 则图中的相似三角形共有 ()
- A. 2 对 B. 3 对
- C. 4 对 D. 5 对



(第3题)

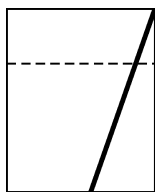


(第4题)

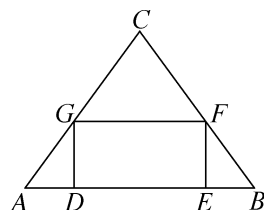
4. 如图, 直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3$, 直线 a, b 与直线 l_1, l_2, l_3 分别相交于点 A, B, C 和点 D, E, F . 若 $AB = 3$, $DE = 2$, $BC = 6$, 则 $EF =$ _____.

5. 在菱形 $ABCD$ 中, E 是边 BC 上的点, 连接 AE 交 BD 于点 F . 若 $EC = 2BE$, 则 $\frac{BF}{BD}$ 的值是 _____.

6. 如图, 为了测量油桶内油面的高度, 将一根细木棒自油桶小孔插入桶内, 测得木棒插入部分的长为 100 cm, 木棒上沾油部分的长为 60 cm, 桶高为 80 cm, 那么桶内油面的高度是 _____ cm.

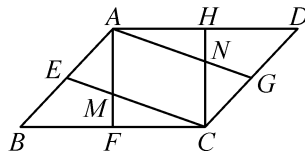


(第6题)



(第7题)

7. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC = BC$, 矩形 $DEFG$ 的顶点 D, E 在 AB 上, 点 F, G 分别在边 BC, AC 上. 若 $CF = 4$, $BF = 3$, 且 $DE = 2EF$, 则 EF 的长为 _____.
8. (2023 扬州市中考) 如图, E, F, G, H 分别是 $\square ABCD$ 各边的中点, 连接 AF, CE 相交于点 M , 连接 AG, CH 相交于点 N .
- (1) 求证: 四边形 $AMCN$ 是平行四边形.
- (2) 若 $\square AMCN$ 的面积为 4, 求 $\square ABCD$ 的面积.

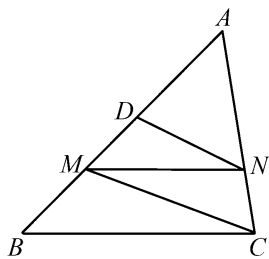


拓展提优

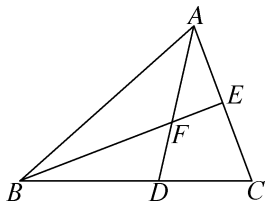
1. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,已知 $MN \parallel BC$, $DN \parallel MC$.

小红由此得出了以下四个结论:① $\frac{AN}{CN} = \frac{AM}{AB}$;② $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{AC}$;③ $\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC}$;④ $\frac{DN}{MC} = \frac{MN}{BC}$. 其中正确结论的个数为 ()

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4



(第1题)

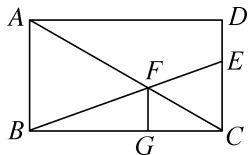


(第2题)

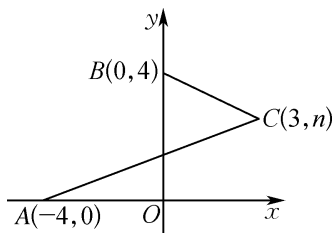
2. 如图, BE 是 $\triangle ABC$ 的中线,点 F 在 BE 上,延长 AF 交 BC 于点 D .若 $BF = 3FE$,

则 $\frac{BD}{DC} = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 如图,在矩形 $ABCD$ 中,点 E 在边 CD 上, AC 与 BE 交于点 F ,过点 F 作 $FG \perp BC$ 于点 G .若 $\frac{DE}{EC} = \frac{2}{3}$,则 $\frac{FG}{AB}$ 的值为 $\underline{\hspace{2cm}}$.



(第3题)



(第4题)

4. 如图,在平面直角坐标系中,点 A, B 的坐标分别为 $(-4, 0), (0, 4)$,点 $C(3, n)$ 在第一象限内,连接 AC, BC .已知 $\angle BCA = 2\angle CAO$,则 $n = \underline{\hspace{2cm}}$.

5. (2023 徐州市中考)两汉文化看徐州,桐桐在徐州博物馆“天工汉玉”展厅参观时了解到:玉璧、玉环为我国的传统玉器,通常为正中带圆孔的扁圆形器物,据《尔雅·释器》记

载:“肉倍好,谓之璧;肉好若一,谓之环。”如图1,“肉”指边(阴影部分),“好”指孔,其比例关系见图示,以考古发现来看,这两种玉器的“肉”与“好”未必符合该比例关系.

- (1) 若图1中两个大圆的直径相等,则璧与环的“肉”的面积之比为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

- (2) 利用圆规与无刻度的直尺,解决下列问题(保留作图痕迹,不写作法).

- ①图2为徐州狮子山楚王墓出土的“雷纹玉环”的主视图,试判断该件玉器的比例关系是否符合“肉好若一”.

- ②图3表示一件圆形玉坯,若将其加工成玉璧,且比例关系符合“肉倍好”,请画出内孔.

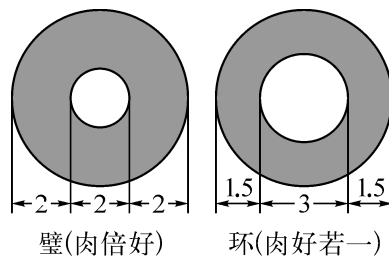


图1

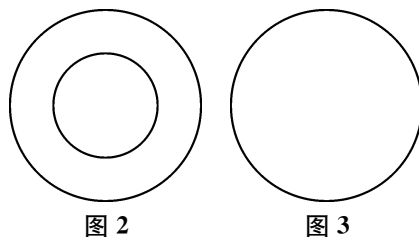


图2

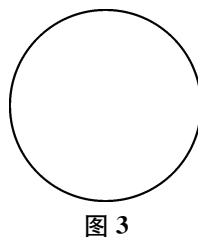


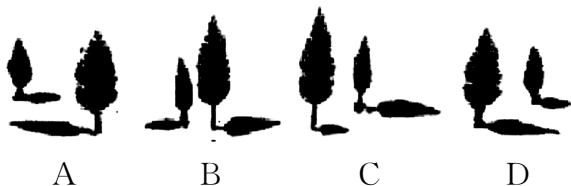
图3

课时训练 58 用相似三角形解决问题(1)

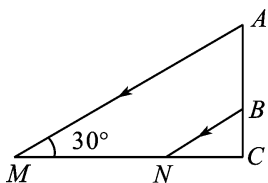
(时间:20 min)

基础巩固

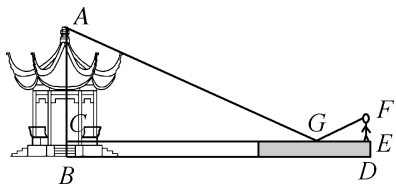
1. 下面的图形中,可以表示两棵小树在同一时刻阳光下的影子的是 ()



2. 如图是一束平行的光线从教室窗户射入教室的平面示意图,测得光线与地面所成的角 $\angle AMC = 30^\circ$,窗户的高在教室地面上的影长 $MN = 2\sqrt{3}$ m,窗户的下檐到教室地面的距离 $BC = 1$ m(点 M, N, C 在同一直线上),则窗户的高 AB 为 ()

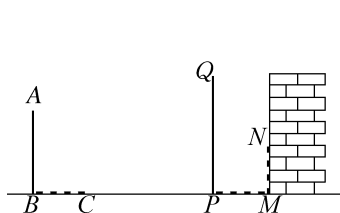


- A. $\sqrt{3}$ m B. 3 m
C. 2 m D. 1.5 m
3. 如图,小明为了测量一凉亭的高度 AB (顶端 A 到水平地面 BD 的距离),在凉亭的旁边放置一个与凉亭台阶 BC 等高的台阶 DE ($DE = BC = 0.5$ m, A, B, C 三点共线),把一面镜子水平放置在平台上的点 G 处,测得 $CG = 15$ m,然后沿直线 CG 后退到点 E 处,这时恰好在镜子里看到凉亭的顶端 A ,测得 $EG = 3$ m,小明身高 $EF = 1.6$ m,则凉亭的高度 AB 约为 ()

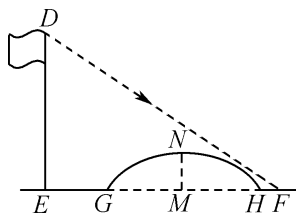


- A. 8.5 m B. 9 m
C. 9.5 m D. 10 m

4. 同一时刻两根木杆在太阳光下的影子如图所示,其中木杆 $AB = 2$ m,它的影子 $BC = 1.5$ m,木杆 PQ 的影子有一部分落在了墙上, $PM = 1.2$ m, $MN = 0.8$ m,则木杆 $PQ =$ _____ m.

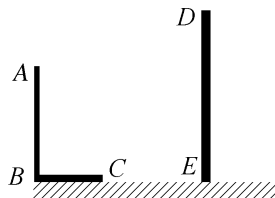


(第4题)



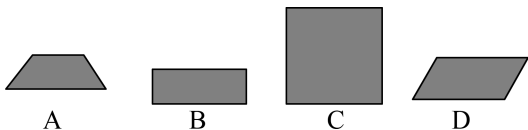
(第5题)

5. 如图,某数学小组发现 8 m 高旗杆 DE 的影子 EF 落在了包含一圆弧形小桥在内的路上,于是他们开展了测算小桥所在圆的半径的活动.小刚身高 1.6 m,测得其影长为 2.4 m,同时测得 EG 的长为 3 m, HF 的长为 1 m,拱高($\widehat{GH}$ 的中点到弦 GH 的距离,即 MN 的长)为 2 m,则小桥所在圆的半径为_____.
6. 如图, AB 和 DE 是直立在地面上的两根立柱, $AB = 5$ m,某一时刻 AB 在阳光下的投影 $BC = 3$ m.
- (1) 请你在图中画出此时 DE 在阳光下的投影;
- (2) 在测量 AB 的投影的长度时,同时测量出 DE 在阳光下的投影长为 6 m,请你计算 DE 的长.

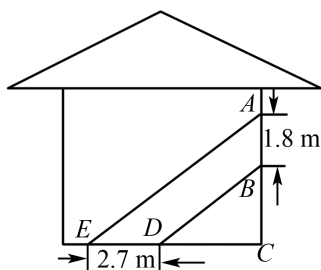


拓展提优

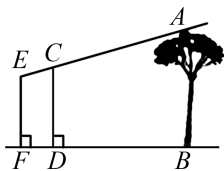
1. 小华拿着一块正方形木板在阳光下做投影实验,这块正方形木板在地面上形成的投影不可能是 ()



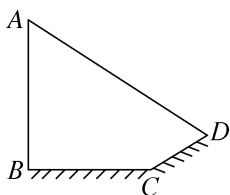
2. 如图,阳光通过窗口照射到室内,在地面上留下 2.7 m 宽的亮区(如图所示),已知亮区到窗口下的墙脚距离 $EC=8.7$ m,窗口高 $AB=1.8$ m,则窗口底边离地面的高 BC 为 ()



- A. 3.8 m B. 4 m
C. 4.2 m D. 4.6 m
3. 如图,为测量一棵树 AB 的高度,测量者在点 D 处立了一高 CD 为 2 m 的标杆,现测量者从点 E 处可以看到杆顶 C 与树顶 A 在同一直线上. 如果测得 $BD=20$ m, $FD=4$ m, $EF=1.8$ m,那么树的高度为_____.



4. 如图,小明想测量电线杆 AB 的高度,他发现电线杆的影子恰好落在土坡的坡面 CD 和地面 BC 上,量得 $CD=4$ m, $BC=10$ m, CD 与地面成 30° 角,且在此时测得 1 m 杆的影长为 2 m,则电线杆 AB 的高度为_____ m.



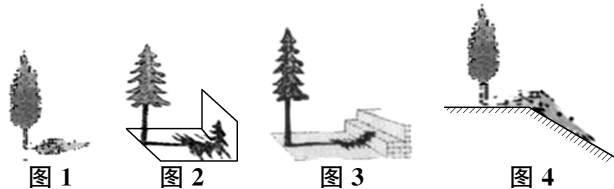
5. 在“测量物体的高度”活动中,某数学兴趣小组的 4 名同学选择了测量学校里的四棵树的高度. 在同一时刻的阳光下,他们分别做了以下工作:

欢欢:测得一根长为 1 m 的竹竿的影长为 0.8 m,甲树的影长为 4 m(如图 1).

贝贝:发现乙树的影子不全落在地面上,有一部分影子落在教学楼的墙壁上(如图 2),墙壁上的影长为 1.2 m,落在地面上的影长为 2.4 m.

晶晶:测量的丙树的影子除落在地面上外,还有一部分落在教学楼的第一级台阶上(如图 3),测得此影子的长为 0.2 m,一级台阶高为 0.3 m,落在地面上的影长为 4.4 m.

妮妮:测得丁树落在地面上的影长为 2.4 m,落在坡面上的影长为 3.2 m(如图 4). 身高是 1.6 m 的晶晶站在坡面上,影子也都落坡面上,欢欢测得他的影长为 2 m.



- (1) 甲树的高度为_____ m.
(2) 求乙树的高度.
(3) 丙树的高度为 ()
A. 6.5 m B. 5.75 m
C. 6.05 m D. 7.25 m
(4) 试计算丁树的高度.

课时训练 63 特殊角的三角函数

(时间:20 min)

基础巩固

1. 若一个三角形三个内角的度数比为 $1:2:3$, 则这个三角形最小内角的正切值为

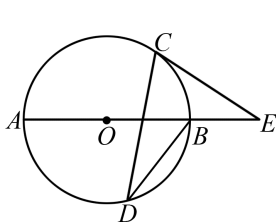
()

A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

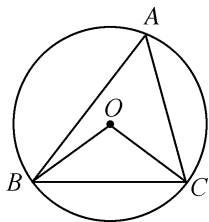
2. 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, C, D 是 $\odot O$ 上的点, $\angle CDB = 30^\circ$, 过点 C 作 $\odot O$ 的切线交 AB 的延长线于点 E , 则 $\sin E$ 的值为

()

A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$



(第2题)



(第3题)

3. 如图, 若 $\triangle ABC$ 内接于半径为 R 的 $\odot O$, 且 $\angle A = 60^\circ$, 连接 OB, OC , 则边 BC 的长为

()

A. $\sqrt{2}R$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}R$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}R$ D. $\sqrt{3}R$

4. 已知 α 为锐角, 且关于 x 的方程 $x^2 - 2\sqrt{2}x \sin \alpha + 1 = 0$ 有两个相等的实数根, 则 α 的度数为

()

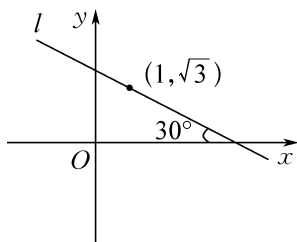
A. 60° B. 45°
C. 30° D. 30° 或 60°

5. 已知 α 为锐角, 当 $\frac{2}{1-\tan \alpha}$ 无意义时, $\tan(\alpha + 15^\circ) - \tan(\alpha - 15^\circ) =$ _____.

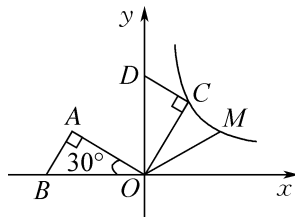
6. 计算: $\sin 30^\circ - \sqrt{3} \cos 45^\circ + \sqrt{2} \tan 60^\circ =$ _____.

7. 如图, 在平面直角坐标系中, 直线 l 经过点

$(1, \sqrt{3})$, 且与 x 轴的夹角为 30° , 则直线 l 与坐标轴所围成的三角形的周长是 _____.



(第7题)



(第8题)

8. 如图, 在平面直角坐标系中, $\text{Rt}\triangle OAB$ 斜边上的高为 1, $\angle AOB = 30^\circ$. 将 $\text{Rt}\triangle OAB$ 绕原点顺时针旋转 90° 得到 $\text{Rt}\triangle OCD$, 点 A 的对应点 C 恰好在函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图像上. 若在函数 $y = \frac{k}{x}$ 的图像上另有一点 M 使得 $\angle MOC = 30^\circ$, 则点 M 的坐标为 _____.

9. (1) 计算: $\tan^2 60^\circ + 4 \sin 30^\circ \cos^2 45^\circ$;

(2) 计算: $-1^4 + (\pi - 2024)^0 + 6 \cos 60^\circ - |5 - \sqrt{27}| - \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$;

(3) 先化简, 再求值: $\frac{a^2 - 4}{a} \div \left(a - \frac{4a - 4}{a}\right) - \frac{2}{a - 2}$, 其中 $a = 2 \sin 45^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}$.

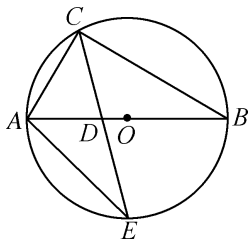
拓展提优

1. 已知 $\sqrt{2}+1$ 是关于 x 的方程 $x^2-3\tan\theta\cdot x+\sqrt{2}=0$ 的一个根, 且 θ 是锐角, 则 $\cos\theta$ 的值为 ()

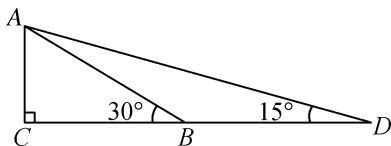
- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{1}{2}$
C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

2. 如图, $\triangle ABC$ 内接于 $\odot O$, AB 是 $\odot O$ 的直径, $\angle B=30^\circ$, CE 平分 $\angle ACB$ 交 $\odot O$ 于点 E , 交 AB 于点 D , 连接 AE , 则 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle CDB}}$ 的值为 ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{2}{3}$



(第2题)



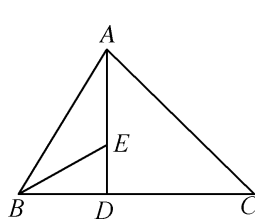
(第3题)

3. 利用“数形结合”构建几何图形可以巧妙地计算 $\tan 15^\circ$ 的值: 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle ABC=30^\circ$, 延长 CB 至点 D , 使 $BD=AB$, 连接 AD , 则 $\angle D=15^\circ$, 所以 $\tan 15^\circ = \frac{AC}{CD} = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = \frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = 2-\sqrt{3}$. 类比这种方法, 计算 $\tan 22.5^\circ$ 的值为 ()

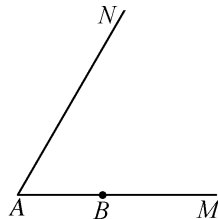
- A. $\sqrt{2}+1$ B. $\sqrt{2}-1$
C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{1}{2}$

4. 已知 $0^\circ < \theta < 30^\circ$, 且 $\sin\theta = km + \frac{1}{3}$ (k 为常数且 $k < 0$), 则 m 的取值范围是_____.

5. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AC=8$, $\angle ABC=60^\circ$, $\angle C=45^\circ$, $AD \perp BC$, 垂足为 D , $\angle ABC$ 的平分线交 AD 于点 E , 则 AE 的长为_____.



(第5题)



(第6题)

6. 如图, $\angle MAN=60^\circ$, 若 $\triangle ABC$ 的顶点 B 在射线 AM 上, 且 $AB=2$, 点 C 在射线 AN 上运动, 则当 $\triangle ABC$ 是锐角三角形时, BC 的取值范围是_____.
7. 如图是 B, C 两地从 A 地引水铺设地下输水管道的三种设计方案(实线表示管道铺设线路). 在图2中, $AD \perp BC$ 于点 D ; 在图3中, $OA=OB=OC$. 若 $\triangle ABC$ 是边长为 a 的等边三角形, 为使铺设线路最短, 哪种方案最好(参考数据: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$)?

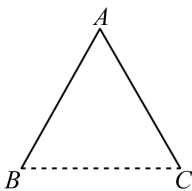


图1

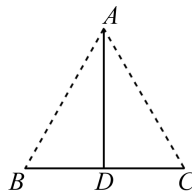


图2

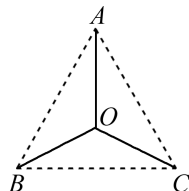


图3

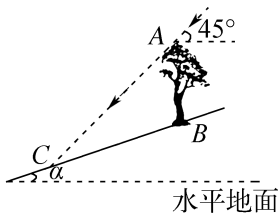
课时训练 67 用锐角三角函数解决问题(1)

(时间:15 min)

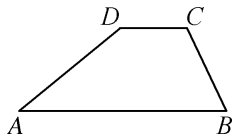
基础巩固

1. 如图,坡角为 α 的斜坡上有一棵垂直于水平地面的大树 AB ,当太阳光线与水平线成 45° 角沿斜坡照下时,斜坡上的树影 BC 的长为 m ,则大树 AB 的高为 ()

- A. $m(\cos \alpha - \sin \alpha)$
 B. $m(\sin \alpha - \cos \alpha)$
 C. $m(\cos \alpha - \tan \alpha)$
 D. $\frac{m}{\sin \alpha} - \frac{m}{\cos \alpha}$

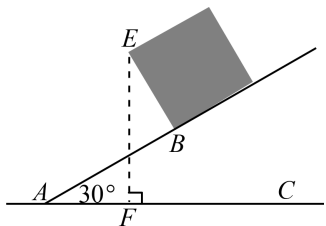


(第1题)



(第3题)

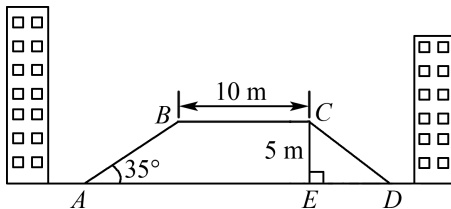
2. 某人乘雪橇沿坡度为 $1:\sqrt{3}$ 的斜坡笔直滑下,滑下的距离 s (m) 与时间 t (s) 之间的函数表达式为 $s = 10t + 2t^2$. 若滑到坡底的时间为 4 s,则此人下降的高度为 ()
- A. 72 m B. 36 m
 C. 24 m D. 18 m
3. 一个长方体木箱沿斜面下滑,当木箱滑至如图所示的位置时, $AB = 3$ m. 已知木箱高 $BE = \sqrt{3}$ m,斜面坡角为 30° ,则木箱端点 E 距地面 AC 的高度 $EF =$ _____ m.



拓展提优

1. 如图,为了缓解交通拥堵,方便行人,某街道计划修建一座横断面为梯形 $ABCD$ 的过街

天桥,若天桥斜坡 AB 的坡角 $\angle BAD = 35^\circ$,斜坡 CD 的坡度为 $i = 1:1.2$,上底 $BC = 10$ m,天桥高度 $CE = 5$ m,则天桥下底 AD 的长度约为 _____ m (结果精确到 0.1 m,参考数据: $\sin 35^\circ \approx 0.57$, $\cos 35^\circ \approx 0.82$, $\tan 35^\circ \approx 0.70$).



2. 日照间距系数反映了房屋日照情况,如图 1,当前后房屋都朝向正南时,日照间距系数 $= l : (h - h_1)$,其中 l 为楼间水平距离, h 为南侧楼房高度, h_1 为北侧楼房底层窗台至地面高度. 如图 2,山坡 EF 朝北, EF 的长为 15 m,坡度为 $i = 1:0.75$,山坡顶部平地 EM 上有一高为 22.5 m 的楼房 AB ,底部 A 到点 E 的距离为 4 m.

(1) 求山坡 EF 的水平宽度 FH .

- (2) 欲在 AB 楼正北侧山脚的平地 FN 上建一楼房 CD ,已知该楼底层窗台 P 处至地面 C 处的高度为 0.9 m,要使该楼的日照间距系数不低于 1.25,底部 C 距坡底 F 处至少多远?

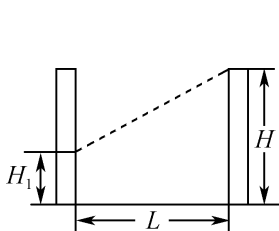


图 1

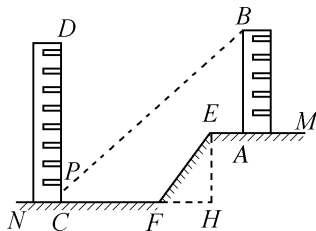


图 2

第8章 统计和概率的简单应用

课时训练 70 统计和概率的简单应用(1)

(时间:20 min)

基础巩固

- 下列适合普查的是 ()
 A. 调查6月份市场上某品牌饮料的质量
 B. 了解中央电视台直播足球比赛的全国收视率情况
 C. 环保部门调查5月份黄河某段水域的水质情况
 D. 了解全班同学本周末参加社区活动的时间
- 某市为了了解参加中考的15 000名学生的视力情况,随机抽查了1 000名学生的视力进行统计分析.下面四个判断正确的是 ()
 A. 15 000名学生是总体
 B. 1 000名学生的视力是总体的一个样本
 C. 每名学生是总体的一个个体
 D. 上述调查是普查
- $PM_{2.5}$ 指数是测控空气污染程度的一个重要指数.在一年中最可靠的一种观测方法是 ()
 A. 随机选择5天进行观测
 B. 选择某个月进行连续观测
 C. 选择在春节7天进行连续观测
 D. 每个月都随机选择5天进行观测
- 一次数学测试后,某班40名学生的成绩被分为5组,第1~4组的频数分别为12,10,6,8,则第5组的频率是 ()
 A. 0.1 B. 0.2 C. 0.3 D. 0.4
- 在对300名学生的考试成绩用简单随机抽样方式进行抽样调查时,第一次从盒子中抽出表示一个编号的纸条,那么,在抽下一张表示编号的纸条之前,他将已抽出的这

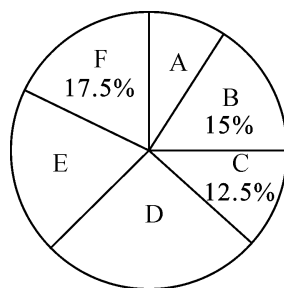
张纸条放入盒子是 ()

- A. 应当的 B. 不应当的
 C. 没有影响 D. 以上都不对
6. 下面的表格列出了一项实验的统计数据,它表示皮球从一定高度落下时,下落高度 y (cm) 与弹跳高度 x (cm) 之间的关系,则下列能表示它们之间数量关系的式子是 ()

x	...	50	80	100	150	...
y	...	30	45	55	80	...

- A. $y=x^2$ B. $y=2x-10$
 C. $y=x+25$ D. $y=\frac{1}{2}x+5$
7. 某学校将为九年级学生开设A,B,C,D,E,F共6门选修课,现选取若干名学生进行了“我最喜欢的一门选修课”的调查,将调查结果绘制成如下所示的统计图表(不完整).

选修课	A	B	C	D	E	F
人数	40	60		100		



根据图表提供的信息,下列结论错误的是

- ()
- A. 这次被调查的学生人数为400
 B. 扇形统计图中E部分扇形的圆心角的度数为 72°
 C. 被调查的学生中喜欢选修课E,F的人数分别为80,70
 D. 喜欢选修课C的人数最少