

第1章 一元二次方程

课时训练1 一元二次方程

【基础巩固】

1. C 2. A 3. B 4. 5 5. 1

6. 2 024 提示:因为 m 是方程 $2x^2 - 3x - 1 = 0$ 的一个根,所以 $2m^2 - 3m = 1$,所以 $4m^2 - 6m = 2$,所以 $4m^2 - 6m + 2 022 = 2 024$.

7. $(\sqrt{5^2 - 3^2} - x)^2 + (3 + x)^2 = 5^2$ 8. ①②

【拓展提优】

1. B 2. C

3. D 提示:由条件,得 $a \times 2 024^2 + 2 024b = c$. 两边同时除以 $(-2 024)^2$,得 $a + \frac{1}{2 024}b = \left(-\frac{1}{2 024}\right)^2 c$,即 $c\left(-\frac{1}{2 024}\right)^2 + b\left(-\frac{1}{2 024}\right) = a$. 所以关于 x 的方程 $cx^2 + bx = a$ 一定有实数根 $-\frac{1}{2 024}$.

4. 8 -4

5. $x_1 = 0, x_2 = 4$ 提示:设 $x - 1 = y$,则关于 x 的方程 $a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c = 0$ 可化为关于 y 的方程 $ay^2 + by + c = 0$. 根据题意可知,该方程的解为 $y_1 = -1, y_2 = 3$,即 $x - 1 = -1$ 或 $x - 1 = 3$,解得 $x = 0$ 或 $x = 4$. 所以关于 x 的方程 $a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c = 0$ 的解为 $x_1 = 0, x_2 = 4$.

课时训练2 一元二次方程的解法(1)

【基础巩固】

1. B

2. -2 提示:因为关于 x 的一元二次方程 $(m - 2)x^2 + x + m^2 - 4 = 0$ 的一个根为 0,所以 $m^2 - 4 = 0$,所以 $m = \pm 2$. 又因为 $m - 2 \neq 0$,所以 $m = -2$.

3. 6 或 -4

4. ± 3 提示:根据题意,得 $a^2 + 25 = 4a^2 - 2$. 所以 $a^2 = 9$,所以 $a = \pm 3$.

5. 0 或 2 提示:根据题意,得 $(x - 1)^2 - 2 \times (-3) = 7$,即 $(x - 1)^2 = 1$,所以 $x - 1 = \pm 1$,所以 $x_1 = 2, x_2 = 0$.

6. 解:(1) $x_1 = \sqrt{3}, x_2 = -\sqrt{3}$.

(2) $x_1 = \frac{3}{2}, x_2 = -\frac{3}{2}$.

(3) $x_1 = 5, x_2 = -1$.

(4) $x_1 = \frac{-1 + 2\sqrt{2}}{2}, x_2 = \frac{-1 - 2\sqrt{2}}{2}$.

【拓展提优】

1. A 提示:因为关于 x 的方程 $a(x - m + 2)^2 + b = 0$ 可化为 $a(-x - 2 + m)^2 + b = 0$,所以通过类比、结合题意可知, $-x - 2 = -2$ 或 $-x - 2 = 1$,解得 $x = 0$ 或 $x = -3$. 本题还可以直接求解. 关于 x 的方程 $a(x + m)^2 + b = 0$ 可变形为 $(x + m)^2 = -\frac{b}{a}$. 将 $x + m$ 看成一个整体,则 $x_1 + m + x_2 + m = 0$,即 $-2 + m + 1 + m = 0$,解得 $m = \frac{1}{2}$. 所以 $-\frac{b}{a} = \frac{9}{4}$. 所以关于 x 的方程 $a(x - m + 2)^2 + b = 0$ 可化为 $\left(x - \frac{1}{2} + 2\right)^2 = \frac{9}{4}$,解得 $x_1 = 0, x_2 = -3$.

2. C 3. 20%

4. $\frac{1}{4}$ 提示:由题意可知, $m + 1 + 2m - 4 = 0$,解得 $m = 1$. 所以 $m + 1 = 2$,所以 $x^2 = \frac{b}{a} = (m + 1)^2 = 4$,所以 $\frac{a}{b} = \frac{1}{4}$.

5. $-\frac{1}{2}$ 或 $\frac{7}{4}$

6. 解:将方程 $2x^2 - 18 = 0$ 整理,得 $x^2 = 9$. 代入 $-3x^2 - m = 0$,得 $-27 - m = 0$,解得 $m = -27$.

课时训练3 一元二次方程的解法(2)

【基础巩固】

1. A 2. B 3. D

4. C 提示:因为 $x^2 - x - 1 = 0$,所以 $x^2 = x + 1$. 所以 $x^4 - 2x^3 + 3x = (x + 1)^2 - 2x(x + 1) + 3x = x^2 + 2x + 1 - 2x^2 - 2x + 3x = 1 - x^2 + 3x = 1 - (x + 1) + 3x = 2x$. 用配方法解方程 $x^2 - x - 1 = 0$,得 $x_1 = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, x_2 = \frac{1 - \sqrt{5}}{2}$. 因为 $x > 0$,所以 $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$. 所以原式 $= 2 \times \frac{1 + \sqrt{5}}{2} = 1 + \sqrt{5}$.

5. 21

6. 解:(1) 移项,得 $x^2 - 6x = -3$. 配方,得

$$\text{为 } \frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{7} = \frac{3\sqrt{7}}{2}.$$

4. 解: (1) $x_1 = \frac{1}{3}, x_2 = \frac{2}{3}.$

(2) $x_1 = 1, x_2 = -\frac{1}{4}.$

(3) $x_1 = x_2 = -\frac{3}{2}.$

(4) $x_1 = \frac{1}{2}, x_2 = 1.$

5. (1) 证明: 因为 $[-(2m-1)]^2 - 4(m^2 - m) = 4m^2 - 4m + 1 - 4m^2 + 4m = 1 > 0$, 所以此方程有两个不相等的实数根.

(2) 解: 因为 $x^2 - (2m-1)x + m^2 - m = 0$, 所以 $(x-m+1)(x-m) = 0$, 所以 $x_1 = m-1, x_2 = m$. 由题意, 得 $\begin{cases} m-1 > 3, \\ m > 3, \end{cases}$ 解得 $m > 4$.

故 m 的取值范围是 $m > 4$.

【拓展提优】

1. B 提示: 当 $x \geq 1$ 时, 原方程可化为 $x^2 + x - 2 = 0$, 解得 $x_1 = 1, x_2 = -2$ (舍去); 当 $x < 1$ 时, 原方程可化为 $x^2 - x = 0$, 解得 $x_1 = 1$ (舍去), $x_2 = 0$. 所以原方程的解为 $x_1 = 1, x_2 = 0$.

2. A 提示: 解方程 $x^2 - 8x + 15 = 0$, 得 $x_1 = 3, x_2 = 5$. 所以第三边 c 的取值范围是 $2 < c < 8$. 所以三角形的周长 l 的取值范围是 $10 < l < 16$, 所以连接这个三角形三边的中点, 得到的三角形的周长 m 的取值范围是 $5 < m < 8$, 满足条件的只有选项 A.

3. $2 + \sqrt{3}$ 或 $10 + 5\sqrt{3}$ 提示: 解方程 $x^2 - 10x + 24 = 0$, 得 $x_1 = 4, x_2 = 6$, 所以 $AB = CD = 4, BC = AD = 6$. ①如图 1, 因为 $S_{\square ABCD} = BC \cdot AE = CD \cdot AF = 12$, 所以 $AE = 2, AF = 3$, 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, $BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = 2\sqrt{3}$, 在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中, $DF = \sqrt{AD^2 - AF^2} = 3\sqrt{3}$, 所以 $CE + CF = BC - BE + DF - CD = 2 + \sqrt{3}$; ②如图 2, 因为 $S_{\square ABCD} = BC \cdot AE = CD \cdot AF = 12$, 所以 $AE = 2, AF = 3$, 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, $BE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = 2\sqrt{3}$, 在 $\text{Rt}\triangle ADF$ 中, $DF = \sqrt{AD^2 - AF^2} = 3\sqrt{3}$, 所以 $CE + CF = BC + BE + DF + CD = 10 + 5\sqrt{3}$. 综上所述, $CE + CF$ 的值为 $2 + \sqrt{3}$ 或 $10 + 5\sqrt{3}$.

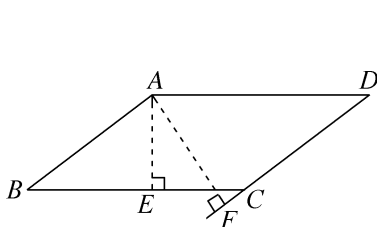


图 1

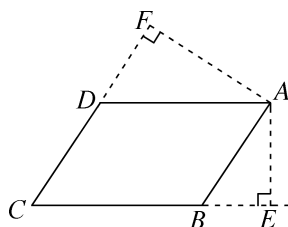


图 2

4. $x = -1$ 提示: 原方程可化为 $\sqrt{x+5} = 1-x$. 两边平方, 得 $x+5 = (1-x)^2$, 即 $x^2 - 3x - 4 = 0$, 解得 $x_1 = 4, x_2 = -1$. 经检验, 当 $x = 4$ 时, $4 + \sqrt{5+4} = 7 \neq 1$, 故 $x = 4$ 应舍去; 当 $x = -1$ 时, $-1 + 2 = 1$, 满足题意. 所以方程 $x + \sqrt{x+5} = 1$ 的解为 $x = -1$.

5. $x > 3$ 或 $x < 2$

* 课时训练 7 一元二次方程的根与系数的关系

【基础巩固】

1. C 提示: 解法 1 由条件, 得 $2^2 - 6 \times 2 + c = 0$, 解得 $c = 8$. 所以原方程可化为 $x^2 - 6x + 8 = 0$, 解得 $x_1 = 2, x_2 = 4$. 所以另一个根为 4.

解法 2 设另一个根为 x , 则由根与系数的关系, 得 $x + 2 = 6$, 解得 $x = 4$. 所以另一个根为 4.

2. A 3. 2

4. $\pm 2\sqrt{6}$ 提示: 由题意得, x_1, x_2 可以看成方程 $x^2 - 2x - 5 = 0$ 的两个实数根, 所以由根与系数的关系可知, $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 2^2 - 4 \times (-5) = 24$, 所以 $x_1 - x_2 = \pm 2\sqrt{6}$.

5. $x^2 - 5x + 6 = 0$ 提示: 由小明的解可知, $c = x_1x_2 = 6$; 由小刚的解可知, $-b = x_1 + x_2 = 5$, 即 $b = -5$. 所以正确的一元二次方程为 $x^2 - 5x + 6 = 0$.

6. 3 提示: 由题意, 得 $m^2 + 3m - 1 = 0, m + n = -3$, 所以 $3m - 1 = -m^2$. 所以 $\frac{m^3 + m^2n}{3m - 1} = \frac{m^2(m+n)}{-m^2} = -(m+n) = 3$.

7. $\frac{4}{3}$

【拓展提优】

1. D 提示: 根据根与系数的关系可知, 选项 A, B 错误. 选项 C 中, $b^2 - 4ac = 4^2 - 4 \times 10 = -24 < 0$, 所以方程 $x^2 + 4x + 10 = 0$ 没有实数根, 故选项 C 错误, 选项 D 正确.

2. D 提示: 由根与系数的关系, 得 $x_1 + x_2 = k - 1$,

②当 $DC=DE$, 点 D 在 y 轴正半轴上时, $DC=DE=2t$, $OE=t$, 所以 $OD=5-2t$, 在 $\text{Rt}\triangle DOE$ 中, 根据勾股定理, 得 $OD^2+OE^2=DE^2$, 即 $(5-2t)^2+t^2=(2t)^2$, 解得 $t_1=10-5\sqrt{3}$, $t_2=10+5\sqrt{3}$ (舍去); 当 $DC=DE$, 点 D 在 y 轴负半轴上时, 在 $\text{Rt}\triangle DOE$ 中, 根据勾股定理, 得 $OD^2+OE^2=DE^2$, 即 $(2t-5)^2+t^2=(2t)^2$, 解得 $t_1=10-5\sqrt{3}$ (舍去), $t_2=10+5\sqrt{3}$.

③当 $EC=ED$ 时, 因为 $OE\perp CD$, 所以 $CD=2OC=10$. 所以 $t=10\div 2=5$.

综上所述, 当 t 的值为 $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ 或 $10-5\sqrt{3}$ 或 $10+5\sqrt{3}$ 或 5 时, $\triangle CDE$ 是等腰三角形.

第2章 对称图形——圆

课时训练 11 圆(1)

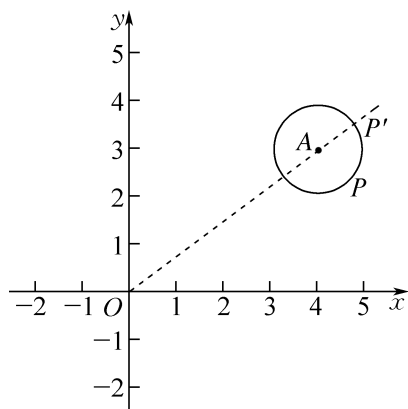
【基础巩固】

1. C 2. D 3. A 4. D 5. $r\geq 5$
6. 解: 由题意可知, $(-2\sqrt{2})^2-4\times 2(m-1)>0$, 解得 $m<2$. 因为圆的半径为 2, 所以点 P 在 $\odot O$ 内.
7. 解: (1) 点 B 在 $\odot A$ 内, 点 C 在 $\odot A$ 外, 点 D 在 $\odot A$ 上.
(2) $6<r<10$

【拓展提优】

1. B
2. A 提示: 连接 DP' , BP . 由旋转可知, $AP=AP'$, $\angle PAP'=\angle DAB=90^\circ$, 所以 $\angle PAB=\angle P'AD$, 易证 $\triangle PAB\cong\triangle P'AD$, 所以 $P'D=PB=1$. 所以点 P' 在以点 D 为圆心, 1 为半径的圆上. 连接 BD , 则 $BP'\geq BD-P'D$. 所以当 P' 是 $\odot D$ 与线段 BD 的交点时, BP' 的长最小, 最小值为 $BP'=BD-P'D$. 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, 由勾股定理, 得 $BD=4\sqrt{2}$, 所以 BP' 长的最小值为 $4\sqrt{2}-1$.
3. 36 提示: 如图, 作射线 OA 交 $\odot A$ 于点 P' . 因为圆心 A 的坐标为 $(4,3)$, 点 P 的坐标为 (m,n) , 所以 $OA=\sqrt{3^2+4^2}=5$, $OP=\sqrt{m^2+n^2}$, 所以 m^2+n^2 是点 P 到点 O 的距离的平方, 所以当点 P 运动到

点 P' 处时, 点 P 离点 O 最远, 即 m^2+n^2 取最大值, 此时 $OP=OP'=OA+AP'=5+1=6$, 则 $m^2+n^2=36$.



4. 解: (1) $OC=AE$. 理由如下:

因为 $\triangle ABC$, $\triangle BOE$ 都是等边三角形, 所以 $BC=BA$, $BO=BE$, $\angle CBA=\angle OBE=60^\circ$. 所以 $\angle CBO=\angle ABE$, 所以 $\triangle CBO\cong\triangle ABE$, 所以 $OC=AE$.

(2) OC 长的最大值为 3.

(3) 如图 1, 以 BC 为边作等边三角形 BCM . 易证 $\triangle ABC\cong\triangle DBM$, 所以 $AC=DM$, 所以欲求 AC 的最值, 只要求出 DM 的最值即可.

连接 OD , OM . 因为 $BC=4\sqrt{2}$, 所以 $OD=2\sqrt{2}$, $OM=2\sqrt{6}$. 因为 $OM-OD\leq MD\leq OM+OD$, 所以当点 M 在 BC 的下方, 且 M, O, D 三点依次共线时, DM 取得最大值, 最大值为 $2\sqrt{6}+2\sqrt{2}$. 同理可知, 当点 M 在 BC 的上方, 且 M, D, O 三点依次共线时, DM 取得最小值, 最小值为 $2\sqrt{6}-2\sqrt{2}$, 如图 2 所示.

所以 AC 的最大值为 $2\sqrt{6}+2\sqrt{2}$, 最小值为 $2\sqrt{6}-2\sqrt{2}$.

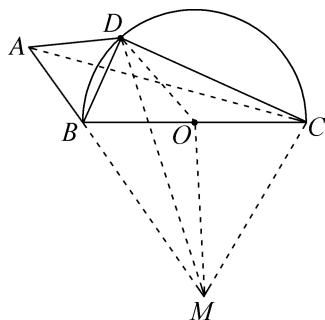


图 1

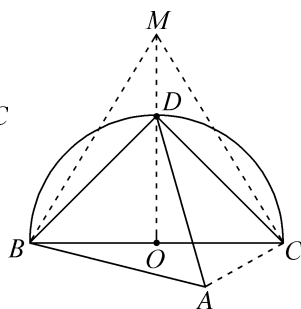


图 2

$$DM-OM=\frac{\sqrt{5}-1}{2}. \text{ 所以 } BD^2=OD^2+OB^2=$$

$$\frac{5-\sqrt{5}}{2}=\frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)}{2}=\sqrt{5}OD.$$

5. 84 提示: 连接 OC, OD, OF, OG, OA, OE . 因为五边形 $ABCDE$ 是 $\odot O$ 的内接正五边形, 所以 $\angle COD = \angle AOE = \frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$, 所以 $\angle AFE = \frac{1}{2} \angle AOE = 36^\circ$. 因为 $\triangle AFG$ 是 $\odot O$ 的内接正三角形, 所以 $\angle FOG = \frac{360^\circ}{3} = 120^\circ$. 根据对称性可知, $\angle COF = \angle DOG = \frac{1}{2} \times (120^\circ - 72^\circ) = 24^\circ$, 所以 $\angle FAD = \frac{1}{2} (\angle COF + \angle COD) = 48^\circ$, 所以 $\angle APE = \angle FAD + \angle AFE = 48^\circ + 36^\circ = 84^\circ$.

6. 解: (1) ① $5\sqrt{10}$ ② $10\sqrt{2}$ ③ $10\sqrt{2}$

提示: ①如图 1, 连接 BD . 因为 $AD=3 \times 5=15(\text{cm})$, $AB=5 \text{ cm}$, 所以 $BD=\sqrt{15^2+5^2}=5\sqrt{10}(\text{cm})$, 所以能盖住三个正方形所需的圆形硬纸板的最小直径为 $5\sqrt{10} \text{ cm}$. ②如图 2, 因为三个正方形的边长均为 5 cm , 所以 A, B, C 三点在以点 O 为圆心, OA 的长为半径的圆上, 且 $OA=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}(\text{cm})$, 所以能盖住三个正方形所需的圆形硬纸板的最小直径为 $10\sqrt{2} \text{ cm}$. ③如图 3, 因为 $AB \perp BD$, 所以 AD 为圆形硬纸板的直径. 因为 $OA=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}(\text{cm})$, 所以能盖住三个正方形所需的圆形硬纸板的最小直径为 $5\sqrt{2} \times 2=10\sqrt{2}(\text{cm})$.

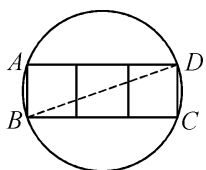


图 1

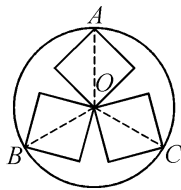


图 2

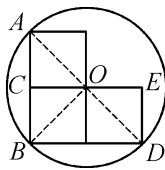


图 3

(2) 图 4 为盖住三个正方形时直径最小的放置方法. 连接 OB, ON , 延长 OH (H 为 DC 的中点) 交 AB 于点 P , 则 $OP \perp AB$, 且 P 为 AB 的中点. 易知 $PG=10 \text{ cm}$, $PB=\frac{5}{2} \text{ cm}$. 设 $OG=x \text{ cm}$, 则 $OP=(10-x) \text{ cm}$. 根据题意, 得 $ON^2=OB^2$, 即 x^2+

$$5^2=(10-x)^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2, \text{ 解得 } x=\frac{65}{16}. \text{ 所以}$$

$$ON=\sqrt{5^2+\left(\frac{65}{16}\right)^2}=\frac{25\sqrt{17}}{16}(\text{cm}), \text{ 所以圆}$$

形硬纸板的直径为 $\frac{25\sqrt{17}}{8} \text{ cm}$.

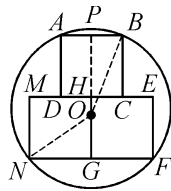


图 4

课时训练 25 弧长及扇形的面积

【基础巩固】

1. A 2. A 3. $\frac{\pi}{3}$

4. $\frac{\pi}{3}$ 提示: 因为 $AB=2BC=2$, 所以 $BC=1$. 在矩形 $ABCD$ 中, $AD=BC=1$, $\angle D=\angle DAB=90^\circ$. 由旋转可知 $AB'=AB=2$, 所以 $AB'=2AD$, 所以 $\angle DB'A=30^\circ$. 因为 $DC \parallel AB$, 所以 $\angle BAB'=\angle DB'A=30^\circ$. 所以线段 AB 扫过的区域面积为 $\frac{30\pi \times 2^2}{360}=\frac{\pi}{3}$.

5. 解: (1) 连接 AD . 因为 $AB=3, AC=4, BC=5$, 所以 $AC^2+AB^2=BC^2$, 所以 $\angle BAC=90^\circ$. 因为 $\odot A$ 与 BC 相切于点 D , 所以 $AD \perp BC$. 由等积法, 得 $AD=\frac{AC \cdot AB}{BC}=\frac{4 \times 3}{5}=\frac{12}{5}$,

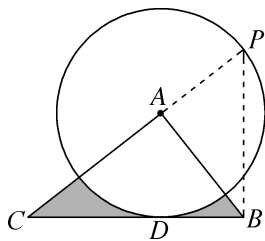
$$\text{所以 } S_{\text{阴影}}=S_{\triangle ABC}-S_{\text{扇形}}=\frac{1}{2}AB \cdot AC-$$

$$\frac{90^\circ \times \pi \times AD^2}{360^\circ}=6-\frac{36}{25}\pi.$$

- (2) 如图, 延长 CA 交 $\odot A$ 于点 P , 连接 BP . 易知当 C, A, P 三点共线时, CP 的长最大, 则 $\angle PAB=90^\circ$.

$$\text{因为 } AP=\frac{12}{5}, AB=3, \text{ 所以 } BP=$$

$$\sqrt{AP^2+AB^2}=\frac{3\sqrt{41}}{5}.$$



6. (1) 证明:如图 1,连接 OC, OD , 因为 $\widehat{AC} = \widehat{BD}$, 所以 $\angle AOC = \angle DOB$, $\angle COD = 2\angle CAD$, 所以 $2\angle AOC + 2\angle CAD = 180^\circ$, 即 $\angle AOC + \angle CAD = 90^\circ$. 又因为 $\angle CEA = \angle CAD$, 所以 $\angle AOC + \angle CEA = 90^\circ$, 所以 $\angle OCE = 90^\circ$, 所以 CE 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 解:如图 2, 连接 OD , 设 $\angle DAB = x$. 因为 $\angle CEA = 2\angle DAB$, 所以 $\angle CEA = 2x$. 因为 $\angle CEA = \angle CAD$, 所以 $\angle CAD = 2x$. 因为 $\widehat{AC} = \widehat{BD}$, 所以 $\angle ABC = \angle DAB = x$. 因为 AB 是 $\odot O$ 的直径, 所以 $\angle ACB = 90^\circ$, 所以 $\angle ABC + \angle BAC = 90^\circ$, 所以 $x + 2x + x = 90^\circ$, 解得 $x = 22.5^\circ$, 即 $\angle DAB = 22.5^\circ$, 所以 $\angle BOD = 2\angle DAB = 45^\circ$. 因为 $OA = 8$, 所以 $\widehat{BD}$ 的长为 $\frac{45\pi \times 8}{180} = 2\pi$.

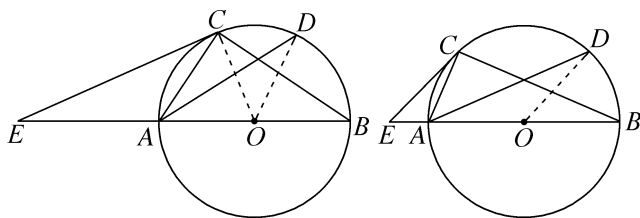


图 1

图 2

【拓展提优】

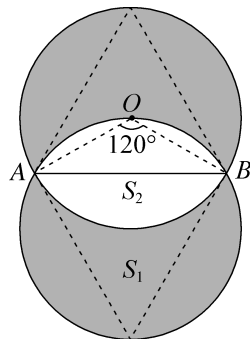
1. A

2. C 提示:记弦 AB, CD 所在的圆为 $\odot O$, 连接 OA, OB, OC, OD . 易知 $\angle ACD = \frac{1}{2}\angle AOD$, $\angle BAC = \frac{1}{2}\angle BOC$, 所以 $\angle AOD + \angle BOC = 2(\angle ACD + \angle BAC) = 2(180^\circ - \angle AEC) = 120^\circ$. 由三角形的三边关系, 得 $OA + OC \geq AC$, 即 $2OA \geq AC$, $OA \geq \frac{1}{2}AC$. 当 A, O, C 三点共线时, 等号成立. 此时 $\odot O$ 的半径最小, 最小值为 $\frac{1}{2}AC = 2$, $\widehat{AD}$ 与 $\widehat{BC}$ 长度之和最小, 最小值为 $\frac{120\pi \times 2}{180} = \frac{4}{3}\pi$.

3. $\frac{25\pi}{9}$ 提示: $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle ADE} + S_{\text{扇形} BAD} - S_{\triangle ABC} = S_{\text{扇形} BAD} = \frac{40\pi \times 5^2}{360} = \frac{25\pi}{9}$.

4. 108 提示: 因为 $\odot M$ 的周长为 2π cm, 所以 $\odot M$ 顺时针转动 3 周时, 点 P 移动的弧长为 6π cm, 所以 $6\pi = \frac{n\pi \times 10}{180}$, 解得 $n = 108$.

5. $\frac{8\pi}{3} + 4\sqrt{3}$ 提示: 以 AB 为边, 分别向上、向下作等边三角形, 分别作出这两个等边三角形的外接圆, 如图所示, 由圆周角的知识可知, 点 C 所在区域为图中阴影部分.



设上面的等边三角形外接圆的圆心为 O , 则由圆周角定理可知, $\angle AOB = 120^\circ$. 因为 $AB = 2\sqrt{3}$, 所以易得 $\odot O$ 的半径为 2. 又易得 $S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 1 = \sqrt{3}$, $S_{\text{扇形} OAB} = \frac{120\pi \times 2^2}{360} = \frac{4\pi}{3}$, 所以 $S_2 = \frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}$. 因为上、下两圆为等圆, 所以 $S_1 = S_{\odot O} - 2S_2 = 4\pi - 2 \times (\frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}) = \frac{4\pi}{3} + 2\sqrt{3}$. 所以满足条件的点 C 所在区域的面积是 $2S_1 = \frac{8\pi}{3} + 4\sqrt{3}$.

6. 解:【初步尝试】【问题联想】【问题再解】如图 1、图 2、图 3 所示.

提示:关于图 3, 由【问题联想】的结论可知, $\triangle OAD$ 是等腰直角三角形, 所以 $\frac{OA}{OE} = \frac{OA}{OD} = \sqrt{2}$. 所以

$$\frac{S_{\text{扇形} OAB}}{S_{\text{扇形} OEF}} = \frac{\frac{n\pi \cdot OA^2}{360}}{\frac{n\pi \cdot OE^2}{360}} = \frac{OA^2}{OE^2} = 2.$$

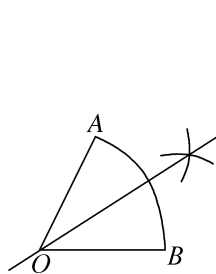


图 1

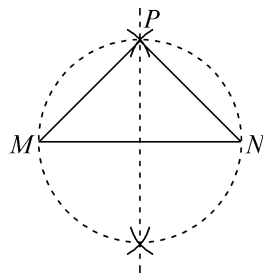


图 2

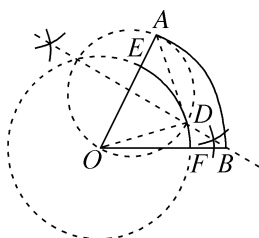


图 3

课时训练 26 圆锥的侧面积

【基础巩固】

1. D 2. D 3. 5 4. 1 5. 1

【拓展提优】

1. C 2. B

3. 解: (1) 设圆锥底面圆的圆心为 O , 连接 AO , BO , 则圆锥的高 $BO = \sqrt{AB^2 - AO^2} = 4\sqrt{2}$. 设圆锥侧面展开图中 $\angle ABC$ 的度数为 n° . 由 $\frac{n \times \pi \times 6}{180} = 2\pi \times 2$, 得 $n = 120$. 所以圆锥侧面展开图中 $\angle ABC$ 的度数为 120° .
- (2) 连接 AC , 则绳子的最短长度即为弦 AC 的长. 过点 B 作 $BD \perp AC$ 于点 D . 因为 $\angle ABC = 120^\circ$, $AB = BC$, 所以 $AC = 2AD$, $\angle BAC = \angle BCA = 30^\circ$, 所以 $BD = \frac{1}{2}AB = 3$. 所以 $AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = 3\sqrt{3}$. 所以 $AC = 2AD = 6\sqrt{3}$. 故这根绳子的最短长度为 $6\sqrt{3}$.

第3章 数据的集中趋势和离散程度

课时训练 27 平均数

【基础巩固】

1. C 2. C 3. C

4. B 提示: 设 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数是 $\bar{x}$, 则 $\bar{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$. 根据题意, 得 $2 = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \dots + x_n - 50n)$. 所以 $2 = \bar{x} - 50$, 所以 $\bar{x} = 52$.

5. B 提示: 由一组数据的平均数的定义可知, 实际平均数为 $\bar{x} = \frac{1}{30}(x_1 + x_2 + \dots + x_{29} + 105)$; 求出的平均数为 $\bar{x}_{\text{错}} = \frac{1}{30}(x_1 + x_2 + \dots + x_{29} + 15)$. 所以 $\bar{x}_{\text{错}} - \bar{x} = -3$.

6. D 7. 8 8. 3 9. 77 10. 7 200

【拓展提优】

1. C

2. B 提示: 由平均数的定义, 得 $\bar{a} = \frac{1}{n}(a_1 + a_2 +$

$$a_3 + \dots + a_n); \bar{b} = \frac{1}{n}(b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n), \text{ 所以}$$

$$\overline{a+b} = \frac{1}{n}(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n) + \frac{1}{n}(b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n) = \bar{a} + \bar{b}.$$

3. 解: (1) 因为甲三项测试的平均成绩为 $(72 + 50 + 88) \div 3 = 70$; 乙三项测试的平均成绩为 $(85 + 74 + 45) \div 3 = 68$; 丙三项测试的平均成绩为 $(67 + 70 + 67) \div 3 = 68$, 且 $70 > 68 = 68$, 所以甲将被录用.

(2) 甲的最终成绩为 $72 \times 50\% + 50 \times 30\% + 88 \times 20\% = 68.6$; 乙的最终成绩为 $85 \times 50\% + 74 \times 30\% + 45 \times 20\% = 73.7$; 丙的最终成绩为 $67 \times 50\% + 70 \times 30\% + 67 \times 20\% = 67.9$. 因为 $73.7 > 68.6 > 67.9$, 所以乙将被录用.

4. 解: (1) 45.74 2.3 21.7

(2) 分别计算密封盒的质量为 $58.7 - 24.4 = 34.3(\text{g})$; $58.1 - 24.0 = 34.1(\text{g})$; $55.2 - 13.0 = 42.2(\text{g})$; $54.3 - 20.0 = 34.3(\text{g})$; $55.8 - 21.7 = 34.1(\text{g})$. 因为密封盒的质量应基本相同, 所以“鹿鹤同春”这枚古钱币所标的质量与实际质量差异较大. 因为密封盒的平均质量为 34.2 g , 所以该枚古钱币的实际质量约为 $55.2 - 34.2 = 21.0(\text{g})$.

课时训练 28 中位数与众数

【基础巩固】

1. C 2. B 3. B 4. D 5. $<$ 6. 7

7. 1 提示: 因为原数据的中位数为 6, 再加入一个数之后, 新数据的中位数变成了 3 与 6 的平均数或 6 与这个数的平均数或 6 与 8 的平均数, 要想中位数不变, 则所加之数必为 6. 因为新、旧数据的平均数不变, 所以所加之数与平均数相等. 所以 $x = 5 \times 6 - 3 - 6 - 8 - 12 = 1$.

8. 解: (1) 4 7.7

(2) 12

(3) 由(1)可知, 20 名员工的销售额的中位

$$3+9 \times 2+10 \times 1) \div 10=7.$$

甲同学在这次测验中的方差为 $s_{\text{甲}}^2 = \frac{1}{10} \times [4 \times (5-7)^2 + (6-7)^2 + 2 \times (8-7)^2 + 2 \times (9-7)^2 + (10-7)^2] = 3.6$, 乙同学在这次测验中的方差为 $s_{\text{乙}}^2 = \frac{1}{10} \times [3 \times (5-7)^2 + (6-7)^2 + 3 \times (7-7)^2 + 2 \times (9-7)^2 + (10-7)^2] = 3.0$.

因为 $s_{\text{乙}}^2 < s_{\text{甲}}^2$, 所以在这次测验中, 乙同学的成绩比甲同学的成绩更稳定, 这时应该选择乙同学参加射击比赛.

综上所述, 选乙同学参加比赛比较合适.

第 4 章 等可能条件下的概率

课时训练 32 等可能性

【基础巩固】

1. C 2. C 3. A 4. C 5. $\frac{1}{2}$

【拓展提优】

1. D
2. ③①②④
3. 1 提示: 当小明第一次取 1 根时, 余下 6 根, 此时若小丽取 1 根, 则小明取 2 根, 从而余下 3 根; 若小丽取 2 根, 则小明取 1 根, 从而余下 3 根, 最终小明获胜为必然事件. 当小明第一次取 2 根时, 小丽利用上述方法后可能获胜.

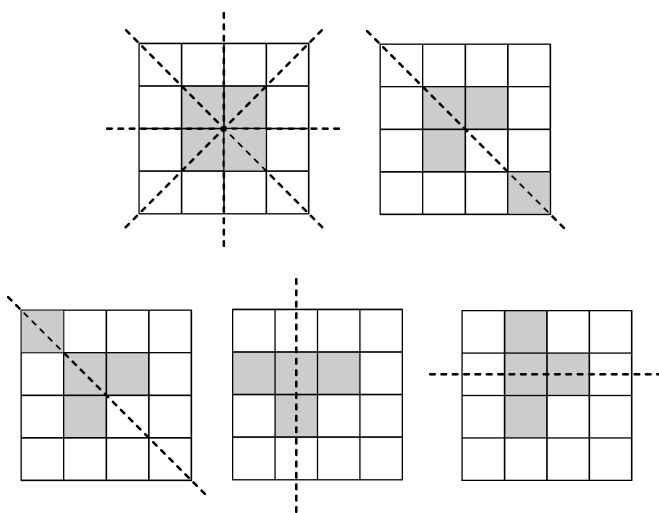
课时训练 33 等可能条件下的概率(一)(1)

【基础巩固】

1. C 2. B 3. $\frac{8}{27}$
4. (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{2}{3}$

【拓展提优】

1. B 提示: 如图, 根据轴对称图形的概念, 轴对称图形两部分沿对称轴折叠后可重合, 白色的小正方形有 13 个, 而能构成一个轴对称图形的有 5 种情况, 所以使灰色部分的图形仍然构成一个轴对称图形的概率是 $\frac{5}{13}$.



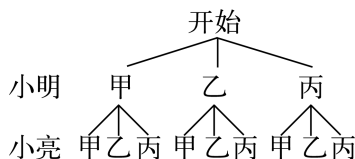
2. B 提示: 根据题意, 可得方程 $\frac{x}{x+y} = \frac{1}{3}$, 即 $y = 2x$ ①. 因为再往盒中放进 12 颗白色弹珠, 取得白色弹珠的概率是 $\frac{2}{3}$, 所以可得方程 $\frac{x+12}{x+y+12} = \frac{2}{3}$ ②. 联立①②, 解得 $x=4, y=8$. 所以原来盒中有白色弹珠 4 颗.

3. $\frac{1}{3}$ 提示: 从题图中可以看出共有 6 条路径, 其中有 2 条路径树枝上有食物, 从而根据等可能条件下的概率计算公式, 得 $P(\text{获得食物}) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.
4. $\frac{3}{7}$ 提示: “方程有两个不相等的实数根”等价于“根的判别式大于零”, 于是可得到关于 a 的不等式, 解不等式可求出 a 的取值范围是 $a > -1$. 结合卡片上的数字, 可得出 a 的所有可能的值为 0, 1, 2, 3. 然后用“以 x 为自变量的一次函数 $y = (a-5)x+2$ 的图像不经过点 (1, 0)”进行排除, 即可得到 a 的可能值为 0, 1, 2. 最后再计算其概率是 $\frac{3}{7}$.

课时训练 34 等可能条件下的概率(一)(2)

【基础巩固】

1. B 2. D 3. C
4. B 提示: 画树状图如图所示.



共有 9 种等可能的结果, 而小明和小亮选到同一个

n	m			
	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	0	1	2
2	2	1	0	1
3	3	2	1	0

共有 16 种等可能的结果,而其中符合 $|m-n| \leq 1$ 的结果有 10 种,所以 $P(\text{甲、乙两人“心有灵犀”}) = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$.

5. 解:(1) $\frac{1}{3}$

(2) 列表如下:

小丽	小明		
	A	B	C
A	(A,A)	(B,A)	(C,A)
B	(A,B)	(B,B)	(C,B)
C	(A,C)	(B,C)	(C,C)

一共有 9 种等可能的结果,其中小明和小丽选择相同基地的结果有 3 种,所以小明和小丽选择相同基地的概率为 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$.

6. 解:(1) 顾客首次摸球的所有可能结果为红,黄①,黄②,黄③,共 4 种等可能的结果,记“首次摸得红球”为事件 A,则事件 A 发生的结果只有 1 种,所以 $P(A) = \frac{1}{4}$,所以顾客首次摸球中奖的概率为 $\frac{1}{4}$.

(2) 他应往袋中加入黄球. 理由如下:
记往袋中加入的球为“新”,摸得的两球所有可能的结果列表如下:

第一次	第二次				
	红	黄①	黄②	黄③	新
红	—	红,黄①	红,黄②	红,黄③	红,新
黄①	黄①,红	—	黄①,黄②	黄①,黄③	黄①,新
黄②	黄②,红	黄②,黄①	—	黄②,黄③	黄②,新
黄③	黄③,红	黄③,黄①	黄③,黄②	—	黄③,新
新	新,红	新,黄①	新,黄②	新,黄③	—

共有 20 种等可能结果.
若往袋中加入的是红球,两球颜色相同的结果共有 8 种,此时该顾客获得精美礼品的概率 $P_1 = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$;若往袋中加入的是黄球,两球颜色相同的结果共有 12 种,此时该顾客获得精美礼品的概率 $P_2 = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$.
因为 $\frac{2}{5} < \frac{3}{5}$,所以 $P_1 < P_2$,所以他应往袋中加入黄球.

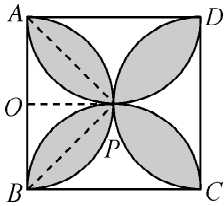
课时训练 36 等可能条件下的概率(二)

【基础巩固】

1. B 2. B 3. C 4. $\frac{\pi}{12}$

【拓展提优】

1. B
2. $\frac{\pi-2}{2}$ 提示:如图,设正方形 ABCD 的中心为 P, AB 的中点为 O,连接 PA, PB, OP, 则易得 $S_{\text{半圆O}} = \frac{\pi \times 1^2}{2} = \frac{\pi}{2}$, $S_{\triangle ABP} = \frac{1}{2} \times 2 \times 1 = 1$. 根据对称性可得,图中阴影部分的面积为 $4(S_{\text{半圆O}} - S_{\triangle ABP}) = 4 \times (\frac{\pi}{2} - 1) = 2\pi - 4$. 所以米粒落在阴影部分的概率为 $\frac{2\pi-4}{2^2} = \frac{\pi-2}{2}$.



3. $\frac{1}{3}$ 提示: $S_{\text{总}} = \pi \times 6^2 = 36\pi$, $S_{\text{阴影}} = \pi \times (4^2 - 2^2) = 12\pi$, 所以 $P(\text{飞镖落在阴影圆环内}) = \frac{12\pi}{36\pi} = \frac{1}{3}$.

第 5 章 二次函数

课时训练 37 二次函数

【基础巩固】

1. B 2. D 3. $S = -\frac{1}{2}x^2 + 13x$

5. $\frac{10}{3}$ 提示:在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,因为 $AC=3, BC=4$,
所以 $AB=5$. 因为 $\text{Rt}\triangle ADE \sim \text{Rt}\triangle ABC$, 所以
 $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$, 即 $\frac{AD}{5} = \frac{2}{3}$, 所以 $AD = \frac{10}{3}$.

6. $\frac{3}{2}$ 或 2

【拓展提优】

1. B 提示:根据题意,得 $BC, B'C'$ 为斜边,且 $\frac{AB}{BC} =$
 $\frac{A'B'}{B'C'}$, 即 $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{A'B'}{B'C'}$. 设 $A'B' = x$, 则 $B'C' = \sqrt{2}x$. 代
入 $B'C' - A'B' = 2 - \sqrt{2}$, 得 $\sqrt{2}x - x = 2 - \sqrt{2}$, 解得
 $x = \sqrt{2}$. 所以 $B'C' = 2$.

2. 1 提示:所有正方形的边对应成比例,对应角相
等,故①正确. 所有菱形的边可以对应成比例,但所
有的菱形的对应角不一定相等,故②错误. 边长相
等的菱形的对应角不一定相等,故③错误. 对角线
相等的矩形的对应边不一定成比例(可以从圆内接
矩形分析),故④错误.

3. $\frac{24}{7}$ 或 2 或 6

4. $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ 或 2 提示:由条件可知,当 $\frac{AB}{AD} = \frac{DE}{\frac{1}{2}AB}$

时, $\frac{AB}{AD} = \frac{AD-AB}{\frac{1}{2}AB}$, 整理,得 $2AD^2 - 2AD \cdot AB -$

$AB^2 = 0$, 所以 $AD = \frac{1+\sqrt{3}}{2}AB$ 或 $AD = \frac{1-\sqrt{3}}{2}AB$

(舍去), 所以 $\frac{AD}{AB} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$; 当 $\frac{AB}{AD} = \frac{\frac{1}{2}AB}{DE}$ 时, $\frac{AB}{AD} =$

$\frac{\frac{1}{2}AB}{AD-AB}$, 整理,得 $AD = 2AB$, 所以 $\frac{AD}{AB} = 2$.

课时训练 50 探索三角形相似的条件(1)

【基础巩固】

1. C 2. C 3. C 4. 4

5. $\frac{1}{4}$ 提示:因为 $EC = 2BE$, 所以 $AD = BC = 3BE$.

因为 $AD \parallel BE$, 所以 $\triangle BEF \sim \triangle DAF$. 所以 $\frac{BF}{DF} =$

$\frac{BE}{DA} = \frac{1}{3}$, 所以 $\frac{BF}{BD} = \frac{1}{4}$.

6. 48 提示:设桶内油面的高度是 x cm. 根据题意,
得 $\frac{80-x}{80} = \frac{100-60}{100}$, 解得 $x = 48$.

7. $\frac{12}{5}$ 提示:由条件可设 $EF = DG = x$, 则 $DE =$
 $GF = 2x$. 由 $GF \parallel AB$, 得 $\triangle CGF \sim \triangle CAB$, 所以
 $\frac{GF}{AB} = \frac{CF}{CB}$, 即 $\frac{2x}{AB} = \frac{4}{4+3}$, 所以 $AB = \frac{7x}{2}$. 因为 $AC =$
 BC , 所以由对称性可证, $EB = DA = \frac{3x}{4}$. 在
 $\text{Rt}\triangle EBF$ 中, 由勾股定理, 得 $EF^2 + EB^2 = BF^2$, 即
 $x^2 + \left(\frac{3x}{4}\right)^2 = 3^2$, 解得 $x = \frac{12}{5}$ (负根舍去). 所以 EF
的长为 $\frac{12}{5}$.

8. (1) 证明:因为 E, F, G, H 分别是
 $\square ABCD$ 各边的中点, 所以 $AE \parallel CG$ 且
 $AE = CG$, 所以四边形 $AECG$ 是平行四边
形, 所以 $EC \parallel AG$. 同理 $AF \parallel CH$. 所以四
边形 $AMCN$ 是平行四边形.

- (2) 解:连接 AC, EF . 因为 $S_{\square AMCN} = 4$, 所
以 $S_{\triangle CMA} = 2$. 易知 EF 为 $\triangle ABC$ 的中位
线, 所以 $EF \parallel AC$, 且 $EF = \frac{1}{2}AC$, 所以
 $\triangle EMF \sim \triangle CMA$, 可得 $EM = \frac{1}{2}CM$. 所
以 $S_{\triangle AEM} = 1$, 所以 $S_{\triangle AEC} = 3$, 所以
 $S_{\triangle ABC} = 2S_{\triangle AEC} = 6$, 所以 $\square ABCD$ 的面积
为 12.

【拓展提优】

1. B

2. $\frac{3}{2}$ 提示:解法 1 过点 C 作 $CG \parallel AD$, 交 BE 的延
长线于点 G , 则由 E 是 AC 的中点可知, $\triangle AEF \cong$
 $\triangle CEG$, 所以 $FE = GE$. 因为 $FD \parallel CG$, 所以 $\frac{BD}{DC} =$

$\frac{BF}{FG} = \frac{3}{2}$.

解法 2 过点 A 作 $AG \parallel BC$, 交 BE 的延长线于点
 G , 则同解法 1 可知, $\triangle AEG \cong \triangle CEB$, 所以 $AG =$
 $CB, EG = EB$. 设 $FE = a$, 则 $BF = 3FE = 3a$, 则
 $EG = 4a$, 则 $GF = 5a$. 因为 $AG \parallel BC$, 所以 $\triangle BFD \sim$
 $\triangle GFA$, 所以 $\frac{BD}{AG} = \frac{BF}{GF} = \frac{3}{5}$. 所以 $\frac{BD}{BC} = \frac{3}{5}$, 所以

$$\frac{BD}{DC} = \frac{3}{2}.$$

解法 3 取 AD 的中点 H , 连接 EH , 则 EH 是 $\triangle ACD$ 的中位线. 所以 $EH \parallel BD$, 且 $EH = \frac{1}{2} DC$.

可得 $\frac{EH}{BD} = \frac{EF}{BF} = \frac{1}{3}$, 所以 $\frac{BD}{DC} = \frac{3EH}{2EH} = \frac{3}{2}$.

3. $\frac{3}{8}$ 提示: 设 $DE = 2a$, 则 $CE = 3a$, 所以 $AB =$

$CD=5a$. 因为四边形 $ABCD$ 是矩形, 所以 $CD \parallel AB$, 所以 $\triangle CEF \sim \triangle ABF$, 所以 $\frac{CF}{AF} = \frac{CE}{AB} = \frac{3a}{5a} =$

$\frac{3}{5}$, 所以 $\frac{CF}{CA} = \frac{3}{8}$. 因为 $FG \perp BC, AB \perp BC$, 所以

$$FG \parallel AB, \text{ 所以 } \triangle CFG \sim \triangle CAB, \text{ 所以 } \frac{FG}{AB} =$$

$$\frac{CF}{CA} = \frac{3}{8}.$$

4. $\frac{14}{5}$ 提示:过点 C 作 $CE \parallel x$ 轴,交 y 轴于点 E ,过

点 C 作 $CM \perp x$ 轴, 垂足为 M , 延长 BC 交 x 轴于点 D , 则 $\angle ECA = \angle CAO$, $\angle BCE = \angle CDA$. 又因为 $\angle BCA = 2\angle CAO$, 所以 $\angle BCE = \angle ECA$. 所以 $\angle CAO = \angle CDA$, 所以 $CA = CD$. 易得 $CE = OM = 3$, $OE = CM = n$, $AM = MD = 7$, 所以 $OD = 10$, $BE = 4 - n$. 因为 $CE \parallel x$ 轴, 所以 $\triangle BEC \sim \triangle BOD$,

所以 $\frac{BE}{BO} = \frac{EC}{OD}$, 即 $\frac{4-n}{4} = \frac{3}{10}$, 解得 $n = \frac{14}{5}$.

5. 解: (1) $32:27$ 提示: 璧的“肉”的面积为 $\pi \times (3^2 - 1^2) = 8\pi$, 环的“肉”的面积为 $\pi \times (3^2 - 1.5^2) = 6.75\pi$, 所以它们的面积之比为 $32:27$.

(2) ①如图 1 所示. 提示:如图 1,在大圆上任取弦 AB, AC ,作 AB, AC 的垂直平分线,它们的交点即为该玉环的圆心 O ,过圆心 O 任画一条直径,在该直径上用圆规度量“肉”“好”是否满足“肉好若一”的比例关系即可.

②如图 2 所示. 提示:如图 2,同①作出玉璧的圆心 O ,过圆心 O 画一条直径 AB ,过点 A 作一条射线,用圆规在该射线上依次截取 $AC=CD=DE$,连接 BE ,以作等角的方法分别过点 C,D 作 BE 的平行线,交 AB 于点 F,G ,进而以 FG 为直径画圆,该圆即为内孔.

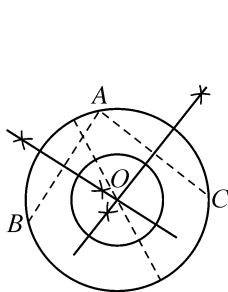


图 1

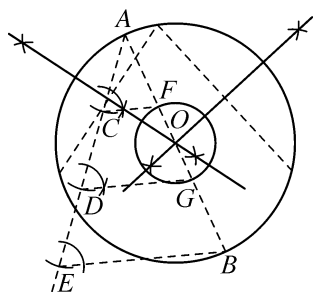


图 2

课时训练 51 探索三角形相似的条件(2)

【基础巩固】

1. D

2. B 提示:易证 $\triangle ABC$ 是直角三角形,过点 P 作三边的垂线(其中有一条 P 是垂足),所截三角形均符合题意,所以有3条.

3. B 提示:在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 因为 $\angle ACB=90^\circ$, $BC=3$, $AC=4$, 所以 $AB=\sqrt{BC^2+AC^2}=5$. 因为 DE 垂直平分 AB , 所以 $AD=BD=\frac{5}{2}$. 易证 $\triangle ABC \sim \triangle EBD$, 所以 $\frac{AB}{EB}=\frac{BC}{BD}$, 即 $\frac{5}{3+CE}=\frac{3}{\frac{5}{2}}$, 所以 $CE=\frac{7}{6}$.

4. C 提示:由条件,得 $b = -2\sqrt{3}$. 易知 $AO = 2, BO = 2\sqrt{3}$. 过点 C 作 $CD \perp x$ 轴于点 D . 易证 $\triangle CAD \sim \triangle BAO$. 所以 $\frac{CD}{BO} = \frac{AD}{AO} = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2}$. 所以 $CD = \sqrt{3}$, $AD = 1$. 所以点 $C(3, \sqrt{3})$. 所以 $k = 3\sqrt{3}$.

5. $\sqrt{10}$ 提示: 因为 MN 垂直平分 BC , 所以 $DB = DC$, 所以 $\angle B = \angle DCB$. 又由 CD 平分 $\angle ACB$, 可得 $\angle ACD = \angle DCB = \angle B$. 又因为 $\angle A = \angle A$, 所以 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$, 所以 $\frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AB}$, 所以 $AC^2 = AD \cdot AB$. 因为 $AD = 2, BD = 3$, 所以 $AB = 5$, 所以 $AC = \sqrt{10}$.

6. $y = \frac{30}{x}$ 提示: 作直径 PF , 连接 CF , 则 $\angle PCF = 90^\circ$. 因为 $PA \perp BC$, 所以 $\angle PAB = \angle PCF = 90^\circ$. 又因为 $\angle B = \angle F$, 所以 $\triangle PAB \sim \triangle PCF$, 所以 $\frac{PB}{PF} = \frac{PA}{PC}$. 因为 $\odot O$ 的半径为 5, $AP = 3$, $PB = x$, $PC = y$,

$$\sin A = \frac{a}{c}, \sin B = \frac{b}{c}, a^2 + b^2 = c^2. \text{ 所以}$$

$$\sin^2 A + \sin^2 B = \left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2 = \frac{a^2 + b^2}{c^2} = \frac{c^2}{c^2} = 1.$$

(3) 因为 $\angle A + \angle B = 90^\circ$, 所以可构造 $\text{Rt}\triangle ABC$, 其中 $\angle C = 90^\circ$. 所以应用(2)所证明的猜想(1), 有 $\sin^2 A + \sin^2 B = 1$. 又 $\sin A = \frac{5}{13}$, 所以 $\sin B = \sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2} = \frac{12}{13}$.

课时训练 63 特殊角的三角函数

【基础巩固】

1. C 2. A 3. D 4. B 5. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
6. $\frac{1+\sqrt{6}}{2}$ 7. $4\sqrt{3}+4$
8. $(\sqrt{3}, 1)$ 提示: 过点 A 作 $AE \perp OB$ 于点 E, 过点 M 作 $MF \perp x$ 轴于点 F, 则 $AE = 1$, 所以 $OE = \sqrt{3}AE = \sqrt{3}$, 所以点 A 的对应点 C 的坐标为 $(1, \sqrt{3})$. 因为点 C 在函数 $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ 的图像上, 所以 $k = \sqrt{3}$, 所以 $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$. 因为 $\angle COD = \angle AOB = \angle MOC = 30^\circ$, 所以 $\angle MOF = 30^\circ$, 所以 $OF = \sqrt{3}MF$. 设 $MF = n$, 则 $OF = \sqrt{3}n$, 所以点 $M(\sqrt{3}n, n)$. 因为点 M 在函数 $y = \frac{\sqrt{3}}{x}$ 的图像上, 所以 $n = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}n}$, 解得 $n = 1$ (负值已舍). 所以点 $M(\sqrt{3}, 1)$.
9. 解: (1) 原式 $= (\sqrt{3})^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 3 + 1 = 4$.

$$(2) \text{ 原式} = -1 + 1 + 6 \times \frac{1}{2} - 3\sqrt{3} + 5 - 4 = -1 + 1 + 3 - 3\sqrt{3} + 5 - 4 = 4 - 3\sqrt{3}.$$

$$(3) \frac{a^2-4}{a} \div \left(a - \frac{4a-4}{a}\right) - \frac{2}{a-2} = \frac{(a+2)(a-2)}{a} \cdot \frac{a}{(a-2)^2} - \frac{2}{a-2} = \frac{a+2}{a-2} - \frac{2}{a-2} = \frac{a}{a-2}$$

$$\frac{2}{a-2} = \frac{a}{a-2}, \text{ 因为 } a = 2\sin 45^\circ + \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} + 2 = \sqrt{2} + 2, \text{ 代入得, 原式} = \frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}+2-2} = \sqrt{2} + 1.$$

【拓展提优】

1. A
2. D 提示: 连接 BE. 因为 AB 为 $\odot O$ 的直径, 所以 $\angle ACB = \angle AEB = 90^\circ$. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $BC = AB \cdot \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}AB$. 因为 CE 平分 $\angle ACB$, 所以 $\angle ACE = \angle BCE = 45^\circ$. 又因为 $\angle BCE = \angle BAE$, 所以 $\angle BAE = 45^\circ$. 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中, $AE = AB \cdot \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}AB$. 因为 $\angle BCD = \angle EAD$, $\angle ADE = \angle CDB$, 所以 $\triangle ADE \sim \triangle CDB$, 所以 $\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle CDB}} = \left(\frac{AE}{BC}\right)^2 = \frac{2}{3}$.

3. B 4. $\frac{1}{6k} < m < -\frac{1}{3k}$ 5. $\frac{8\sqrt{2}}{3}$
6. $\sqrt{3} < BC < 2\sqrt{3}$
7. 解: 题图 1 中, 水管总长为 $AB + AC = 2a$. 题图 2 中, 水管总长为 $AD + BC$. 根据勾股定理和等边三角形的性质, 得 $AD + BC = a + \frac{\sqrt{3}}{2}a \approx 1.866a$. 题图 3 中, O 是等边三角形 ABC 的外心, 且外心与重心重合, 所以 $OA = OB = OC = \frac{2}{3}AD$ (AD 为边 BC 上的高). 所以水管总长为 $3OA = 2AD = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \sqrt{3}a \approx 1.732a$. 因为 $1.732a < 1.866a < 2a$, 所以题图 3 中的铺设线路最短, 即方案 3 最好.

课时训练 64 由三角函数值求锐角

【基础巩固】

1. D 2. B 3. A 4. 60° 5. 3

$$AP=3x=\frac{5}{3}.$$

6. 解:(1) 因为 $\triangle ABC$ 是等边三角形,所以 $\angle BAC=60^\circ$. 因为 $\angle BAD=\alpha$,所以 $\angle FAG=60^\circ-\alpha$. 因为 $\angle AFG=\angle EFD=60^\circ$,所以 $\angle AGE=180^\circ-\angle AFG-\angle FAG=60^\circ+\alpha$.

$$(2) CG=\frac{2\sqrt{3}}{3}DE. \text{证明如下:}$$

连接 BE ,过点 B 作 $BP\parallel EG$ 交 AC 于点 P ,则 $\angle BPC=\angle EGP$. 因为点 D 关于直线 AB 的对称点为 E ,所以 $\angle ABE=\angle ABD=60^\circ$,所以 $\angle EBD=\angle ABE+\angle ABD=120^\circ$. 因为 $\angle C=60^\circ$,所以 $\angle EBD+\angle C=180^\circ$,所以 $EB\parallel GP$,所以四边形 $EBPG$ 是平行四边形,所以 $BE=PG$. 因为 $\angle DFG=180^\circ-\angle EFD=120^\circ$, $\angle C=60^\circ$,所以 $\angle DFG+\angle C=180^\circ$,所以 $\angle FGC+\angle FDC=180^\circ$,所以 $\angle ADB=\angle FGC=\angle BPC$. 因为 $AB=BC$, $\angle ABD=\angle C=60^\circ$,所以 $\triangle ABD\cong\triangle BCP$,所以 $BD=CP=BE=PG$,所以 $CG=2BD$. 在 $\triangle BDE$ 中,易知 $\angle EBD=120^\circ$, $BE=BD$,所以 $DE=\sqrt{3}BD$,所以 $CG=\frac{2\sqrt{3}}{3}DE$.

课时训练 67 用锐角三角函数解决问题(1)

【基础巩固】

1. A 2. B

3. 3 提示:连接 AE . 在 $\text{Rt}\triangle ABE$ 中,因为 $AB=3\text{ m}$, $BE=\sqrt{3}\text{ m}$,所以 $AE=\sqrt{AB^2+BE^2}=2\sqrt{3}\text{ m}$. 又因为 $\tan\angle EAB=\frac{BE}{AB}=\frac{\sqrt{3}}{3}$,所以 $\angle EAB=30^\circ$. 在 $\text{Rt}\triangle AEF$ 中,因为 $\angle EAF=\angle EAB+\angle BAC=60^\circ$,所以 $EF=AE\cdot\sin\angle EAF=2\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3(\text{m})$.

【拓展提优】

1. 23.1

2. 解:(1) 因为 EF 的坡度 $i=1:0.75=4:3=EH:FH$,所以可设 $EH=4x\text{ m}(x>0)$,则 $FH=3x\text{ m}$. 易知 $EH\perp FH$,所以 $EH^2+FH^2=EF^2$,即 $(4x)^2+(3x)^2=15^2$,所以 $x=3$,所以 $EH=12\text{ m}$, $FH=9\text{ m}$,即山坡 EF 的水平宽度 FH 的长为 9 m .

(2) 过点 A 作 $AK\perp FC$,垂足为 K ,则四边形 $AKHE$ 为矩形. 易知 $AK=EH=12\text{ m}$, $AE=HK=4\text{ m}$, $h_1=PC=0.9\text{ m}$, $h=BK=AB+AK=22.5+12=34.5(\text{m})$, $l=CF+FH+HK=CF+9+4=(CF+13)\text{m}$. 要使 $l:(h-h_1)\geq 1.25$,应有 $CF+13\geq 1.25\times(34.5-0.9)$,所以 $CF\geq 29(\text{m})$. 所以底部 C 距坡底 F 处至少 29 m .

课时训练 68 用锐角三角函数解决问题(2)

【基础巩固】

1. A 2. D

3. D 提示:设最低位置为点 C ,过点 B 作 $BD\perp OC$ 于点 D . 由 $\cos\angle BOD=\frac{OD}{OB}$,得 $\cos 30^\circ=\frac{OD}{3}$,解得

$$OD=\frac{3\sqrt{3}}{2}\text{ m}, \text{所以最高位置与最低位置的高度差为}\left(3-\frac{3\sqrt{3}}{2}\right)\text{ m}.$$

4. B 提示:过点 E 分别作 $EM\perp AB$ 于点 M , $EG\perp BC$ 交 BC 的延长线于点 G . 因为斜坡 CD 的坡度(或坡比) $i=1:2.4$,所以可设 $DG=x\text{ m}$, $CG=2.4x\text{ m}$. 由勾股定理,得 $DG^2+CG^2=DC^2$,即 $x^2+(2.4x)^2=52^2$,解得 $x=20$ (负根舍去). 所以 $DG=20\text{ m}$, $CG=48\text{ m}$,故 $EG=DG+DE=20.8\text{ m}$, $BG=BC+CG=100\text{ m}$. 易证四边形 $EGBM$ 是矩形,所以 $EM=BG=100\text{ m}$, $BM=EG=20.8\text{ m}$. 在 $\text{Rt}\triangle AME$ 中,易得 $\tan\angle AEM=\tan 27^\circ=\frac{AM}{EM}$,所以 $AM=EM\cdot\tan 27^\circ\approx 51\text{ m}$. 所以 $AB=AM+BM=71.8\text{ m}$.

$$5. \left(160-\frac{160\sqrt{3}}{3}\right)$$

6. 不会

0.2(m). 在 $\text{Rt} \triangle AEM$ 中, 由于 $\angle AEM = 90^\circ$, $\angle MAE = 45^\circ$, 易知 $AE = ME$. 设 $AE = ME = x \text{ m}$, 则 $MF = (x + 0.2) \text{ m}$, $FC = (28 - x) \text{ m}$. 在 $\text{Rt} \triangle MFC$ 中, 因为 $\angle MFC = 90^\circ$, $\angle MCF = 30^\circ$, 所以 $MF = CF \cdot \tan \angle MCF$. 所以 $x + 0.2 = \frac{\sqrt{3}}{3}(28 - x)$, 解得 $x = 14.1\sqrt{3} - 14.3$. 易得 $MN = ME + EN \approx 12 \text{ m}$.

5. 解: 过点 D 作 DG 垂直地面于点 G , 连接 AG . 延长 CB 交 AG 于点 E , 则 $CE \perp AG$. 过点 C 作 $CF \perp DG$ 于点 F , 则四边形 $CEGF$ 为矩形. 在 $\text{Rt} \triangle ABE$ 中, 由 $\angle BAE = 30^\circ$, $AB = 50 \text{ m}$, 可得 $BE = AB \cdot \sin \angle BAE = 25 \text{ m}$. 所以 $FG = CE = CB + BE = 55 \text{ m}$. 在 $\text{Rt} \triangle CDF$ 中, 易知 $\angle DCF = 19^\circ 30'$, $CD = 180 \text{ m}$, 可得 $DF = CD \cdot \sin \angle DCF \approx 59.4 \text{ m}$. 所以 $DG = DF + FG \approx 114 \text{ m}$.

所以山顶 D 的高度约为 114 m .

6. 解: 由题意, 得 $DF = CE = 24 \text{ m}$, $AG = EF = CD = 1.2 \text{ m}$. 在 $\text{Rt} \triangle BDG$ 中, $\tan \angle BDG = \tan 37^\circ = \frac{BG}{DG} \approx 0.75$, 所以 $DG = \frac{BG}{0.75}$. 在 $\text{Rt} \triangle BFG$ 中, 因为 $\angle BFG = 45^\circ$, 所以 $FG = BG$. 因为 $DF = 24 \text{ m}$, 所以 $DG - FG = \frac{BG}{0.75} - BG = 24$, 解得 $BG = 72$, 所以 $AB = BG + AG = 73.2 \text{ m}$.
答: 塔 AB 的高度为 73.2 m .

第8章 统计和概率的简单应用

课时训练 70 统计和概率的简单应用(1)

【基础巩固】

1. D 2. B 3. D 4. A 5. B 6. D 7. D
8. 丁 9. 4 750 10. 120

11. 解: (1) B

(2) 1.3

(3) 不同意. 统计图中, 纵轴为“月增量”, 因

为3月份的月增量为0.2万辆, 所以3月份的月销售量比2月份多, 因为4月份的月增量为-0.2万辆, 所以4月份的销售量比3月份少0.2万辆, 正好和2月份销售量一致, 所以2月份至4月份的月销售量是先增长再下降.

【拓展提优】

1. D 2. 优质节能灯

3. 解: (1) ③

(2) ①0.12

②麦穗长度频率分布在 $6.1 \leq x < 6.8$ 之间的频数为 $100 \times 0.3 = 30$. 补全频数分布直方图略.

(3) $0.45 + 0.30 + 0.09 = 0.84$.

答: 长度不小于 5.4 cm 的麦穗在该试验田里所占比例约为 84% .

课时训练 71 统计和概率的简单应用(2)

【基础巩固】

1. B 2. D 3. D 4. D

5. 4 6. 1 500 7. 2.4 8. 36

9. 赚了 提示: 按照被咬伤的概率, 平均每100万人中会有5人被咬伤, 所以保险公司要支付50万元, 但由于每位游客都交了1元, 合计100万元, 所以支付50万元后保险公司还赚了50万元, 所以平均来说, 保险公司赚了.

10. 解: (1) $\frac{1}{4}$

(2) 公平. 理由如下:

列表如下.

结果	0	1	-2	3
0	——	1	-2	3
1	-1	——	-3	2
-2	2	3	——	5
3	-3	-2	-5	——

由表可知, 共有12种等可能结果, 其中结果为非负数的有6种, 结果为负数的有6种, 所以甲获胜的概率等于乙获胜的概率.