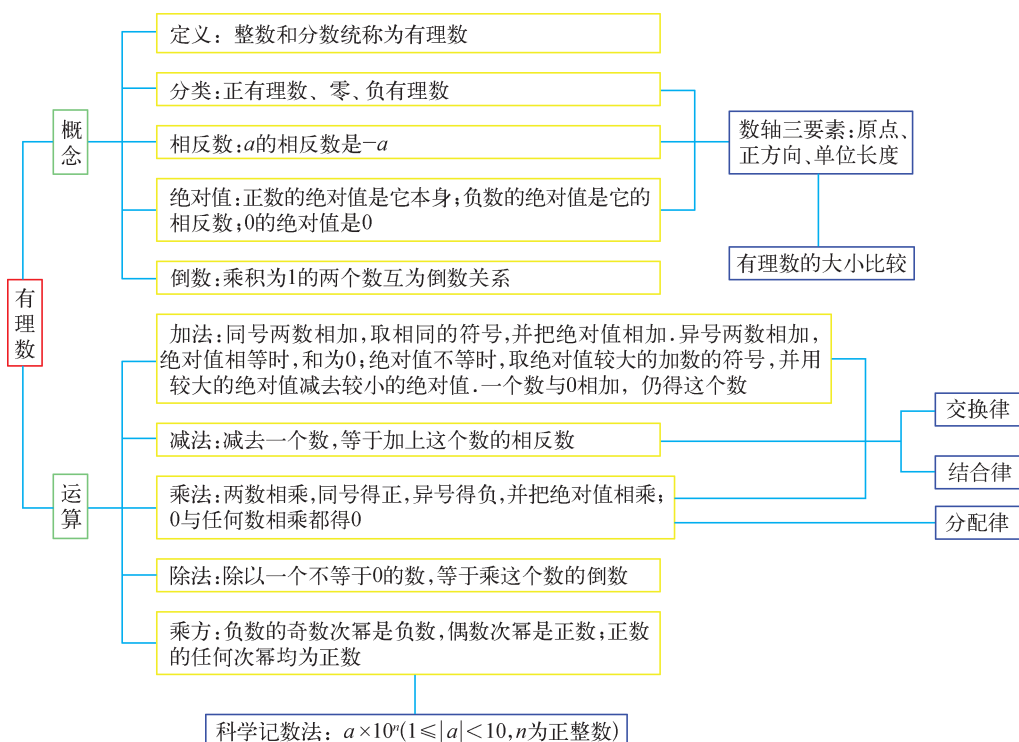


第1章 数学与我们同行 第2章 有理数



知识回放



名师精讲



考点一 正负数的意义

例1 (盐城市中考) 如果收入 50 元记作 +50 元, 那么支出 30 元记作 ()

A. +30 元 B. -30 元 C. +80 元 D. -80 元

解析 首先审清题意, 明确“正”和“负”所表示的意义, 再根据题意作答.

答案 B

例2 (连云港市期中) 某种零件的要求是 $\phi(20 \pm 0.02)$ (ϕ 表示直径, 单位: mm), 经检查, 一个零件的直径是 19.9 mm, 该零件_____ (填“合格”或“不合格”).

解析 合格的零件直径最大是 $20 + 0.02 = 20.02$ (mm), 最小是 $20 - 0.02 = 19.98$ (mm), 合格范围在 19.98 mm 到 20.02 mm 之间. 因为 $19.9 < 19.98$, 所以该零件不合格.

答案 不合格



关键提示

解题关键是理解“正”和“负”的相对性, 在一对具有相反意义的量中, 先规定其中一个为正, 则另一个为负.



关键提示

根据题意读懂“ $\phi(20 \pm 0.02)$ ”, 得出零件的最大和最小直径, 从而确定合格范围是解题关键.

考点二 有理数的概念

例3 (常州市武进区期中) 现有下列各数: $0.5, 2\pi,$

$1.264\ 850\ 349, 0, \frac{22}{7}$, 其中有理数有_____个.

解析 0.5 是有限小数, 可以写成 $\frac{1}{2}$, 其本质是分数, 是有理数; 2π 是无限不循环小数, 不是有理数; $1.264\ 850\ 349$ 是有限小数, 可以改写成分数, 是有理数; 0 是整数, 是有理数; $\frac{22}{7}$ 是分数, 是有理数.

答案 4

考点三 相反数、绝对值、倒数

例4 (1) (南京市中考) -2 的相反数是_____, 绝

对值是_____.

(2) (苏州市吴中、吴江、相城区期末) a 与 -2 互为倒数, 那么 a 的值为 ()

- A. -2 B. 2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{2}$

解析 符号不同、绝对值相同的两个数互为相反数, 0 的相反数是 0 ; 正数的绝对值是它本身, 负数的绝对值是它的相反数, 0 的绝对值是 0 ; 互为倒数的两个数乘积为 1 , 所以 -2 的倒数为 $-\frac{1}{2}$.

答案 (1) 2 2 (2) C

考点四 有理数的大小比较

例5 (徐州市期末) 比较大小: $-\frac{22}{7}$ _____ -3 (填

“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”).

解析 两个负数比较大小, 应先比较它们的绝对值, $|\frac{22}{7}| = \frac{22}{7}, |-3| = 3 = \frac{21}{7}, |\frac{22}{7}| > |\frac{21}{7}|$, 然后根据“两个负数比较大小, 绝对值大的反而小”可知 $-\frac{22}{7} < -3$.

答案 $<$

知识链接

整数和分数统称为有理数, 有限小数和循环小数都可以写成分数, 它们都是有理数. 无限不循环小数不是有理数.

易错警示

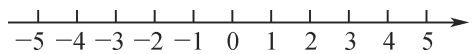
要准确掌握相反数、绝对值、倒数的定义, 避免混淆. 它们都是成对出现的, 如 -2 的相反数是 2 , -2 与 $-\frac{1}{2}$ 互为倒数.

方法与技巧

要善于运用数形结合的思想方法, 根据数轴上左边点表示的数小于右边点表示的数, 可将各数表示在数轴上直接得出结论; 也可从符号和绝对值两个方面, 分为五种类型: ①两个正数比较大小; ②正数与负数比较大小; ③两个负数比较大小; ④ 0 与正数比较大小; ⑤ 0 与负数比较大小.

例6 (泰州市兴化市期中)在数轴上画出表示下列各数的点,并用“<”连接各数.

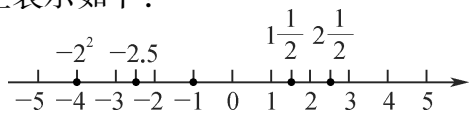
$$-|-2.5|, 1\frac{1}{2}, -(-2\frac{1}{2}), +(-1), -2^2.$$



解析 先计算 $-|-2.5|$, $-(-2\frac{1}{2})$, $+(-1)$, -2^2 ,然后在数轴上表示各数,再根据数轴表示数的方法比较数的大小.

答案 $-|-2.5| = -2.5$, $-(-2\frac{1}{2}) = 2\frac{1}{2}$, $+(-1) = -1$, $-2^2 = -4$.

在数轴上表示如下:



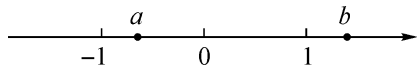
所以 $-2^2 < -|-2.5| < +(-1) < 1\frac{1}{2} < -(-2\frac{1}{2})$.

比较有理数的大小的步骤:

- (1) 判断正负数,确定比较大小的类型;
- (2) 根据需要,求各数的绝对值;
- (3) 根据比较大小的法则得出结论.



例7 (苏州市常熟市期末)有理数 a, b 在数轴上对应点的位置如图所示,则下列各式正确的是 ()



- A. $a+b < 0$ B. $a-b < 0$ C. $|a| > |b|$ D. $\frac{b}{a} > 0$

解析 根据绝对值的意义,由图可知 $|a| < |b|$,故选项C错误;根据加法法则:异号两数相加,和取绝对值较大的加数的符号,故选项A错误;在数轴上,左边的点表示的数小于右边的点表示的数,故选项B正确;因为 a, b 异号,所以根据除法法则:两数相除,同号得正,异号得负,故选项D错误.

答案 B

方法与技巧

对于选择题要掌握灵活的解法,如本题可用取特殊值法判断,可根据数轴,分别取 $a = -0.6$, $b = 1.3$,从而得出选项B正确.

考点五 有理数的混合运算

例8 (苏州市期中)计算: $-2^4 \div |1 - (-3)^2| - 2 \times (-1)^{2025}$.

解析 先进行乘方运算,再进行乘除运算,最后进行加

易错警示

对于混合运算,应先确定正确的运算步骤,再注意运算中的符号,然后按顺序逐级运算.

减运算即可得到结果.

答案 $-2^4 \div |1 - (-3)^2| - 2 \times (-1)^{2025} = -16 \div 8 + 2 = -2 + 2 = 0.$

例9 计算:

(1) (扬州市高邮市期末) $-99 \frac{15}{17} \times 34.$

(2) (扬州市期末) $\left[1 \frac{7}{8} - \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{16} - \frac{3}{4}\right) \times (-4)^3\right] \div 5.$

解析 (1) 利用乘法分配律进行计算即可. (2) 本题是含有多重括号的混合运算问题, 首先应确定运算顺序, 根据规则应先进行小括号内的运算, 再进行中括号内的运算, 但是根据本题的特点, 若先计算乘方, 然后利用乘法的分配律计算, 则会简单得多.

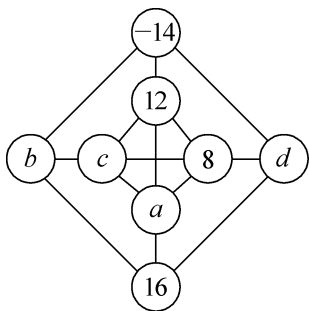
答案 (1) $-99 \frac{15}{17} \times 34 = \left(-100 + \frac{2}{17}\right) \times 34 = (-100) \times 34 + \frac{2}{17} \times 34 = -3400 + 4 = -3396.$

(2) $\left[1 \frac{7}{8} - \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{16} - \frac{3}{4}\right) \times (-4)^3\right] \div 5 = \left[1 \frac{7}{8} - \left(\frac{3}{8} + \frac{1}{16} - \frac{3}{4}\right) \times (-64)\right] \div 5 = \left(1 \frac{7}{8} + 24 + 4 - 48\right) \div 5 = \frac{15}{8} \times \frac{1}{5} - 20 \times \frac{1}{5} = \frac{3}{8} - 4 = -\frac{29}{8}.$

考点六 有理数的乘方与科学记数法

例10 (扬州市仪征市期中) 同学们都熟悉“幻方”游戏, 现将“幻方”游戏稍作改进变成“幻圆”游戏, 将 $-2, 4, -6, 8, -10, 12, -14, 16$ 分别填入图中的圆圈内, 使横、竖以及内外两个正方形顶点处圈内四个数字之和都相等, 则 $a+b$ 的值为 ()

- A. -6 或 -12
B. -2 或 -8
C. 2 或 -2
D. 2 或 -16



解析 因为 $-2 + 4 - 6 + 8 - 10 + 12 - 14 + 16 = 8$, 所以横、竖、外圈、内圈的四个数之和为 $8 \div 2 = 4$, 所以 $-14 + 12 + 16 + a = 4$, 所以 $a = -10$. 因为 $12 + 8 + a + c = 4$, $b + 16 -$

方法与技巧

在运算过程中, 要善于观察与思考, 在正常运算较繁时, 要根据算式的特点, 灵活选择正确而简洁的解法 (如运算律的运用等). 对于复杂运算, 更要保持不急不躁的心理态度, 切不可跳步, 欲速则不达.

知识链接

幻方是古老的数学问题, 我国古代的“洛书”中记载了最早的幻方——九宫格. 将九个数填入幻方的空格中, 要求每一横行、每一竖列以及两条对角线上的三个数之和相等.

$14+d=4$, 所以 $c=-6$, $b+d=2$, 所以 $b=-2$ 或 $b=4$. 当 $b=-2$ 时, $d=4$, 此时 $a+b=-10-2=-12$; 当 $b=4$ 时, $d=-2$, 此时 $a+b=-10+4=-6$.

答案 A

例 11 填空:

(1) (镇江市期末) 地震中里氏震级每增加 1 级, 释放的能量约增大到原来的 32 倍, 那么里氏_____级地震释放的能量是里氏 3 级地震释放能量的 32^4 倍.

(2) (南京市建邺区期末) 一个整数 $6\,250\cdots 0$ 用科学记数法表示为 6.25×10^8 , 则原数中“0”的个数为_____.

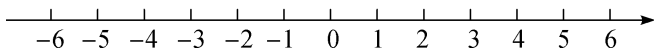
解析 (1) 正确理解题意, 若里氏 1 级地震释放的能量记为 a , 则里氏 2 级地震释放的能量为 $32a$, 里氏 3 级地震释放的能量为 32^2a ……以此类推, 里氏 n 级地震释放的能量为 $32^{n-1}a$. 里氏 3 级地震释放能量的 32^4 倍, 即为 $32^{3-1}a \cdot 32^4 = 32^{7-1}a$, 故里氏 7 级地震释放的能量是里氏 3 级地震释放能量的 32^4 倍. (2) 因为用科学记数法表示为 6.25×10^8 的原数为 $625\,000\,000$, 所以原数中“0”的个数为 6.

答案 (1) 7 (2) 6

考点七 有理数的实际应用

例 12 (淮安市清江浦区期末) 一辆货车从超市出发, 向东走了 1 km, 到达小明家, 继续向东走了 3 km, 到达小兵家, 然后向西走了 10 km, 到达小华家, 最后又向东走了 6 km 结束行程.

(1) 如果以超市为原点, 以向东为正方向, 用 1 个单位长度表示 1 km, 请你在如图所示的数轴上表示出小明家、小兵家和小华家的具体位置;



(2) 请你通过计算说明货车最后回到什么地方;

(3) 如果货车行驶 1 km 的用油量为 0.25 L, 那么货车从出发到结束行程共耗油多少?

解析 (1) 根据题意可知, 小明家的位置在表示数 1 的点处, 小兵家的位置在表示数 $1+3=4$ 的点处, 小华家的位置在表示数 $4-10=-6$ 的点处, 从而标出各家的位置. (2) 由

方法与技巧

在考虑较复杂的规律问题时, 要善于从简单到复杂按序思考, 逐步整理, 直至归纳出结论.

易错警示

科学记数法的表示形式为 $a \times 10^n$, 其中 $1 \leq |a| < 10$, n 为正整数. 确定 n 的值时, 要看把原数变成 a 时, 小数点移动了多少位, n 的绝对值与小数点移动的位数相同. 当原数绝对值大于 1 时, n 是正数.

关键提示

用具有相反意义的量恰当描述现实中具有相反意义的问题是解题关键.

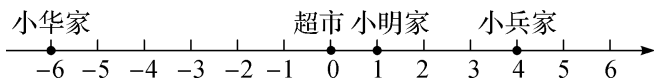
易错警示

求点的位置时, 与方向有关, 因此要计算代数和; 求耗油量时, 与路程之和有关, 与方向无关, 故要求绝对值之和, 要注意辨析.

题意可知,货车行驶线路可用 $+1, +3, -10, +6$ 等有理数来描述,从而计算它们的代数和,即可判断货车最后的位置.

(3) 求货车行驶路线中的数据的绝对值之和,即可计算总路程,再根据公式“耗油量=货车行驶每千米耗油量 $\times$ 货车行驶所走的总路程”计算即可.

答案 (1) 小明家、小兵家和小华家在数轴上的位置如图所示.



(2) 根据题意,得 $(+1) + (+3) + (-10) + (+6) = 0$,说明货车最后回到了原点,即货车回到了超市.

(3) $1 + 3 + 10 + 6 = 20(\text{km})$, $0.25 \times 20 = 5(\text{L})$,即货车从出发到结束行程共耗油 5 L.

考点八 数学思想与方法

例 13 (扬州市高邮市期末改编) 在数轴上,表示数 m 与 n 的点之间的距离可以表示为 $|m - n|$. 例如:在数轴上,表示数 -3 与 2 的点之间的距离是 $|-3 - 2| = 5$,表示数 -4 与 -1 的点之间的距离是 $|-4 - (-1)| = 3$. 利用上述结论解决如下问题:

(1) 若 $|x - 5| = 3$,求 x 的值;

(2) A, B 为数轴上的两个动点,点 A 表示的数是 a ,点 B 表示的数是 b ,且 $|a - b| = 6 (b > a)$,点 C 表示的数为 -2 ,若 A, B, C 三点中的某一个点是另外两个点组成的线段的中点,求 a, b 的值.

解析 (1) 读懂题意,利用绝对值的几何意义即可解决.

(2) “某一个点”有三种可能,故需要分类讨论点 A, B, C 的位置.

答案 (1) 因为 $|x - 5| = 3$,所以在数轴上表示数 x 的点与表示数 5 的点之间的距离为 3 ,所以 $x = 8$ 或 $x = 2$.

(2) 因为 $|a - b| = 6 (b > a)$,所以在数轴上,点 B 与点 A 之间的距离为 6 ,且点 B 在点 A 的右侧.

① 当 C 为线段 AB 的中点时,如图 1 所示, $AC = BC = \frac{1}{2}AB = 3$. 因为点 C 表示的数为 -2 ,所以 $a = -2 - 3 = -5$, $b = -2 + 3 = 1$.



关键提示

本题为阅读理解题型,解决问题的基本策略是:推敲文字,准确审题,结合数学学习的经验,掌握材料中提供的方法和结论,然后再加以运用.

方法与技巧

本题问题设置中用到了数形结合的思想,因为图形具有直观性,因此我们常可以将绝对值问题转化为数轴上两点之间(可以是两个定点之间,或是定点与动点之间,或是两个动点之间)的距离.

在审题时要注意,当图形有多种可能或多种位置关系,并导致解题方法或结论不同时,需要进行正确的分类和讨论,这样才能将复杂的问题转化为数个简单的问题,这是十分重要的数学思想,也是不可或缺的表达艺术.

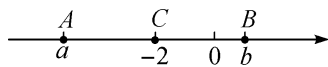


图 1

②当 A 为线段 BC 的中点时,如图 2 所示, $AC=AB=6$.
因为点 C 表示的数为 -2 ,所以 $a=-2+6=4$, $b=a+6=10$.

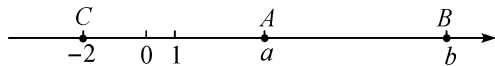


图 2

③当 B 为线段 AC 的中点时,如图 3 所示, $BC=AB=6$.
因为点 C 表示的数为 -2 ,所以 $b=-2-6=-8$, $a=b-6=-14$.

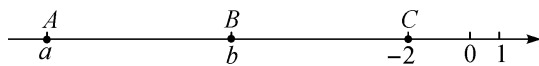


图 3

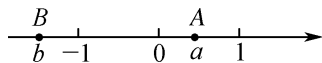
综上所述, $a=-5, b=1$ 或 $a=4, b=10$ 或 $a=-14, b=-8$.



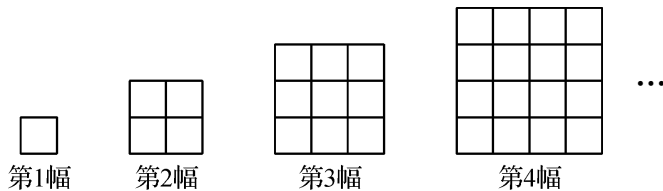
抢分必做



- (徐州市期中)数轴上表示数 -1 的点与表示数 x 的点之间的距离为 3 ,则 x 的值为 ()
A. 2 B. -2 或 -4 C. -4 D. 2 或 -4
- (南京市秦淮区期中)将 $2\,357.5$ 亿用科学记数法表示为 ()
A. $0.235\,75 \times 10^{12}$ B. $2.357\,5 \times 10^{11}$ C. $2.357\,5 \times 10^{12}$ D. 23.575×10^{10}
- (盐城市滨海县期中)下列四个数中,是负数的是 ()
A. $-(-4)$ B. $-(-3)^3$ C. $|-5|$ D. -8
- (无锡市期中)如图,数轴上 A, B 两点分别表示数 a, b ,则下列结论正确的是 ()
A. $a+b>0$ B. $ab>0$ C. $a-b>0$ D. $|a|-|b|>0$



(第 4 题)



(第 7 题)

- (南京市溧水区期末)计算 $-\frac{1}{5} \times 2^2 + \frac{1}{5} \times 6^2$ 的值是_____.
- (泰州市泰兴市期末)绝对值小于 5 的所有整数的和是_____.

7. (苏州市高新区期末)如图,每一幅图中均含有若干个正方形,第1幅图中有1个正方形;第2幅图中有5个正方形……按这样的规律下去,第7幅图中有_____个正方形.

8. (苏州市五校联考期末)计算:

$$(1) 16 - \left(\frac{5}{9} - \frac{7}{12} - \frac{1}{4} \right) \times 36;$$

$$(2) -4^2 - |-6| \times \left[(-2)^3 + \frac{7}{3} \right] \times (-1)^{2024}.$$

9. (泰州市海陵区期末)为节约用水,某市对居民用水规定如下:大户(家庭人口4人及4人以上者)每月用水 15 m^3 以内的,小户(家庭人口3人及3人以下者)每月用水 10 m^3 以内的,每立方米收取2元的水费;超过上述用量的,超过部分每立方米水费加倍收取.某家庭有5人,本月实际用水 25 m^3 ,则该家庭本月应缴水费多少元?



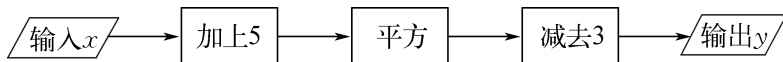
10. (苏州市昆山市期中)下列说法正确的是 ()

- A. $-a$ 一定是负数
B. 互为倒数的两个数的绝对值相等
C. 一个有理数不是整数就是分数
D. 两数和的绝对值一定等于它们绝对值的和

11. (盐城市阜宁县期中)若 $|x|=2$, $|y|=5$,且 $xy>0$,则 $x-y$ 的值为 ()

- A. -3 或 7 B. 3 或 -7 C. -3 或 3 D. -7 或 7

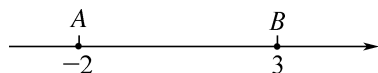
12. (宿迁市宿城区期中)按如图所示的操作步骤,若输出 y 的值为6,则输入 x 的值为_____.



13. (苏州市期中)有一种能得到数 a 符号的运算 $\text{sgn}(a)$,当 $a>0$ 时, $\text{sgn}(a)=1$;当 $a=0$ 时, $\text{sgn}(a)=0$;当 $a<0$ 时, $\text{sgn}(a)=-1$.例如: $\text{sgn}(+3)=1$, $\text{sgn}(-5)=-1$.

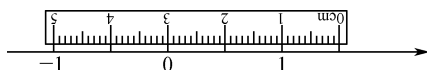
- (1) 计算: $\text{sgn}(-3)=$ _____;

- (2) 如图,数轴上点 A , B 表示的数分别为 -2 , 3 ,点 P 在数轴上移动,点 P 表示的数为 x ,求 $\text{sgn}(x+2)+\text{sgn}(x-3)$ 的值.

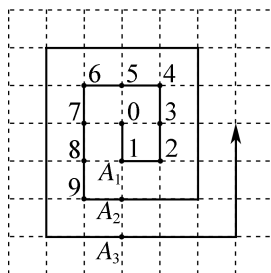




14. (南京市鼓楼区期中)如图,将刻度尺放在数轴上(数轴的1个单位长度为2 cm).若刻度尺上1 cm和3 cm分别对应数轴上的数1和0,则刻度尺上4.2 cm对应数轴上的数为_____.



(第14题)



(第15题)

15. (连云港市海州区期中)将一系列自然数按如图所示的规律排列,点 A_1 表示的数为1,点 A_2 表示的数为10,点 A_{10} 表示的数为_____.
16. (南通市启东市期末)如图1,有三个正方形,每个正方形的顶点处都有一个“○”,在每个“○”中填入一个数,使每个正方形的四个顶点处“○”中的数的和都相等.
- (1) 将 $-12, -10, -8, -6, -4, -2, 1, 3, 5, 7, 9, 11$ 这12个数填入图1恰当的位置(每个数只能用一次),则每个正方形的四个顶点处“○”中的数的和都是_____.
 - (2) 如果将这12个数改为 $-11, -9, -7, -5, -3, -1, 2, 4, 6, 8, 10, 12$,使每个正方形的四个顶点处“○”中的数的和与(1)中相同,能满足要求吗? 如果不满足,请说明理由.
 - (3) 若将满足条件的12个数填入图2中(数字不重复使用),使每个正方形的四个顶点处“○”中的数的和都相等,则 $m - 2n + t =$ _____.

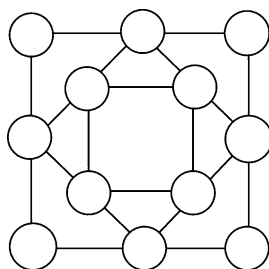


图1

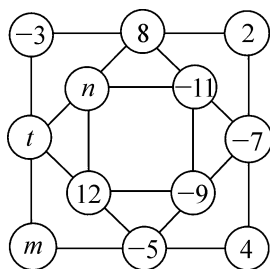


图2

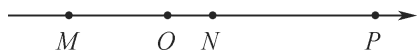
17. (连云港市东海县期中)某校七年级(1)至(4)班计划每班购买相同数量的图书布置班级读书角,但是由于种种原因,实际购书量与计划购书量有出入,下表是实际购书情况:

班级	(1)班	(2)班	(3)班	(4)班
实际购买数量/本	a	45	c	31
实际购买量与计划购买量的差值/本	+7	b	-8	-9

- (1) 根据记录的数据可知四个班计划每班购书_____本;
- (2) $a =$ _____, $b =$ _____, $c =$ _____;
- (3) 书店给出一种优惠方案:一次购买不少于20本,其中2本书免费.若这些书的平均售价为25元/本,请计算这四个班整体购书的最低总花费是多少元.



18. (泰州市靖江市期末) 点 M, N, P 和原点 O 在数轴上的位置如图所示, 点 M, N, P 表示的有理数为 a, b, c (对应顺序暂不确定). 如果 $ab < 0, a + b > 0, ac > bc$, 那么表示数 b 的点为 ()



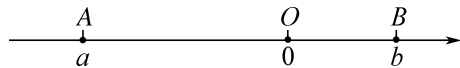
- A. M B. N C. P D. O
19. (南通市如皋市期末) “数形结合”思想在数轴上得到充分体现, 如在数轴上表示数 5 和 -2 的两点之间的距离可列式表示为 $|5 - (-2)|$ 或 $|-2 - 5|$; 表示数 x 和 -3 的两点之间的距离可列式表示为 $|x - (-3)| = |x + 3|$. 已知 $|x + 3| + |x - 1| + |y + 2| + |y - 3| = 9$, 则 $x + y$ 的最大值为_____.
20. (苏州市张家港市期中) 如图, 在数轴上, O 为原点, 点 A 表示的数为 a , 点 B 表示的数为 b , 且 a, b 满足 $|a + 9| + (b - 5)^2 = 0$.

(1) $a = \underline{\hspace{2cm}}, b = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 动点 P, Q 分别从点 A, B 同时出发, 沿着数轴向右匀速运动, 点 P 的速度为每秒 3 个单位长度, 点 Q 的速度为每秒 1 个单位长度.

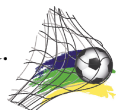
① 几秒时, 点 P 与点 Q 之间的距离为 2 个单位长度?

② 在动点 P, Q 分别从点 A, B 出发的同时, 动点 R 从原点 O 出发, 沿着数轴向右匀速运动, 速度为每秒 $n (n > 3)$ 个单位长度. 记点 P 与点 R 之间的距离为 PR , 点 A 与点 Q 之间的距离为 AQ , 点 O 与点 R 之间的距离为 OR . 设运动时间为 t s. 请问: 是否存在 n 的值, 使得在运动过程中, $\frac{7PR - 4OR}{3} + AQ$ 的值是定值? 若存在, 求出 n 的值和这个定值; 若不存在, 请说明理由.



临门一脚

本章引入了正、负数的概念, 从而使数“扩张”到有理数, 并将有理数在数轴上表示出来, 定义了相反数、绝对值、倒数等概念, 规定了有理数的加、减、乘、除、乘方运算法则, 介绍了科学记数法. 在本章的练习中, 应掌握类比思想——将小学算术运算法则类比到有理数运算中; 数形结合思想——在数轴上理解绝对值的几何意义、比较有理数的大小; 归纳猜想思想——运算规律与运算结果的探究. 还有在有理数的运算过程中必须注意运算顺序: 乘方、乘除、加减, 如有括号, 需先进行括号内的运算或先去括号再运算.



参考答案与解析

第1章 数学与我们同行

第2章 有理数

1. D 2. B 3. D 4. C 5. $\frac{32}{5}$

6. 0 提示:绝对值小于5的所有整数是-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 其和为0.

7. 140 提示:第1幅图中有1个正方形;第2幅图中有 $1+4=5$ (个)正方形;第3幅图中有 $1+4+9=14$ (个)正方形;第4幅图中有 $1+4+9+16=30$ (个)正方形……以此类推,第7幅图中有 $1+4+9+16+25+36+49=140$ (个)正方形.

8. 解:(1) 原式 $=16-(\frac{5}{9}\times 36-\frac{7}{12}\times 36-\frac{1}{4}\times 36)=16-(20-21-9)=16-(-10)=26$.

(2) 原式 $=-16-6\times(-8+\frac{7}{3})\times 1=-16-[6\times(-8)+6\times\frac{7}{3}]=-16-(-48+14)=-16+34=18$.

9. 解:因为该家庭有5人,所以应缴水费为 $2\times 15+2\times 2\times(25-15)=70$ (元),即该家庭本月应缴水费70元.

10. C

11. C 提示:因为 $|x|=2$, $|y|=5$,所以 $x=\pm 2$, $y=\pm 5$. 因为 $xy>0$,所以 $x=2$, $y=5$ 或 $x=-2$, $y=-5$,所以 $x-y=-3$ 或 $x-y=3$.

12. -2或-8 提示:根据题意,得 $(x+5)^2-$

$3=6$,解得 $x=-2$ 或 $x=-8$.

13. (1) -1

(2) 解:根据题意可知,需要分类讨论:

①当 $x<-2$ 时, $x+2<0$, $x-3<0$,所以 $\text{sgn}(x+2)+\text{sgn}(x-3)=-1+(-1)=-2$;②当 $x=-2$ 时, $x+2=0$, $x-3<0$,所以 $\text{sgn}(x+2)+\text{sgn}(x-3)=0+(-1)=-1$;③当 $-2<x<3$ 时, $x+2>0$, $x-3<0$,所以 $\text{sgn}(x+2)+\text{sgn}(x-3)=1+(-1)=0$;④当 $x=3$ 时, $x+2>0$, $x-3=0$,所以 $\text{sgn}(x+2)+\text{sgn}(x-3)=1+0=1$;⑤当 $x>3$ 时, $x+2>0$, $x-3>0$,所以 $\text{sgn}(x+2)+\text{sgn}(x-3)=1+1=2$. 综上所述, $\text{sgn}(x+2)+\text{sgn}(x-3)$ 的值为-2或-1或0或1或2.

14. -0.6 提示:由题意知,刻度尺上每1小格,即1 mm对应数轴上的长为 $1\div 20=0.05$ (个单位长度). 因为刻度尺上3 cm刻度到4.2 cm刻度有12小格,所以对应数轴的长为 $0.05\times 12=0.6$ (个单位长度). 因为3 cm刻度处对应数轴上的数为0,4.2 cm刻度在数轴负半轴上,所以刻度尺上4.2 cm对应数轴上的数为-0.6.

15. 370 提示:由题知,点 A_1 表示的数是 $1=1^2+0$;点 A_2 表示的数是 $10=3^2+1$;点 A_3 表示的数是 $27=5^2+2$ ……以此类推,点 A_n 表示的数是 $(2n-1)^2+n-1$. 当 $n=10$ 时, $(2\times 10-1)^2+10-1=370$.

16. (1) -2 提示:因为 $-12+(-10)+(-8)+(-6)+(-4)+(-2)+1+3+5+7+9+11=-6$,所以每个正方形的四个顶点处“○”中的数

的和都是 $(-6) \div 3 = -2$.

(2) **解:** 不能满足要求,理由如下:

$(-11) + (-9) + (-7) + (-5) + (-3) + (-1) + 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 = 6$, 每个正方形的四个顶点处“○”中的数的和都是 2, 因此不能满足要求.

(3) -15 **提示:** 由题意, 得 $(-3) + 2 + 4 + m = (-11) + (-9) + 12 + n = (-7) + (-5) + 8 + t$, 整理, 得 $3 + m = n - 8 = t - 4$, 所以 $m = n - 11, t = n - 4$, 所以 $m - 2n + t = n - 11 - 2n + n - 4 = -15$.

17. (1) 40

(2) 47 + 5 32

(3) **解:** 四个班一共购买图书 $47 + 45 + 32 + 31 = 155$ (本). 若每次购买 20 本, 则可以购买 7 次, 且最后还剩 15 本书单独购买, 即最低总花费为 $25 \times (20 - 2) \times 7 + 25 \times 15 = 3525$ (元).

答: 这四个班整体购书的最低总花费是 3525 元.

18. A **提示:** 由 $ab < 0$, 得 a, b 异号. 由 $a + b > 0$, 得正数绝对值较大. 假设点 M 表示 a , 则点 P 表示 b , 所以 $a < b$, 不妨设 $a = -2, b = 4, c = 1$, 则 $ac < bc$, 故假设不对; 假设点 M 表示 b , 则点 P 表示 a , 所以 $b < a$, 不妨设 $b = -2, a = 4, c = 1$, 则 $ac > bc$, 故假设正确.

19. 4 **提示:** 根据题意可知, $|x+3| + |x-1|$ 可以理解成在数轴上, 表示数 x 和 -3 的两点之间的距离与表示数 x 和 1 的两点之间的距离之和, 所以结合数轴可知, $|x+3| + |x-1| \geq 4$, 且当表示数 x 的点在表示数 -3 和数 1 的两点之间时(包括与这两个点重合), $|x+3| + |x-1| = 4$. 同理 $|y+2| + |y-3| \geq 5$, 且当表示数 y 的点在表示数 -2 和 3 的点之间时(包括与两个点重合), $|y+2| + |y-3| = 5$. 因为 $|x+3| + |x-1| + |y+2| + |y-3| = 9$, 所以 $|x+3| + |x-1| = 4, |y+2| + |y-3| = 5$. 要想 $x+y$ 的值最大, 则 x, y 应取各自的最大值, 所以 $x=1, y=3$. 所以

$x+y$ 的最大值为 4.

20. (1) $-9 \quad 5$

(2) **解:** ①点 P 表示的数是 $-9+3t$, 点 Q 表示的数是 $5+t$. 根据题意, 得 $|-9+3t - (5+t)| = 2$, 解得 $t=8$ 或 $t=6$.

答: 8 s 或 6 s 时, 点 P 与点 Q 之间的距离为 2 个单位长度.

②存在. 因为点 P 表示的数是 $-9+3t$, 点 Q 表示的数是 $5+t$, 点 R 表示的数是 nt , 所以 $PR = nt - (-9+3t) = nt - 3t + 9$, $OR = nt$, $AQ = 5+t - (-9) = t+14$. 所以 $\frac{7PR-4OR}{3} + AQ = \frac{7(nt-3t+9)-4nt}{3} + t + 14 = (n-6)t + 35$. 所以当 $n-6=0$ 时, $\frac{7PR-4OR}{3} + AQ = 35$, 即当 $n=6$ 时, $\frac{7PR-4OR}{3} + AQ$ 的值为定值, 这个定值为 35.

第3章 代数式

1. C

2. B **提示:** 根据题意, 得 $2x-1=5, 3y=9$, 解得 $x=3, y=3$. 所以代数式 $x-y=3-3=0$.

3. $-\frac{8}{3}$ **提示:** 由题意知, $m=-\frac{2}{3}, n=4$. 所以 $mn=-\frac{8}{3}$.

4. 4 **提示:** 因为 $2m-n+1=3$, 所以 $2m-n=2$, 所以代数式 $6m-3n-2=3(2m-n)-2=3 \times 2 - 2=4$.

5. **解:** (1) 原式 $= -7a^2 + 13ab - 7b^2 = -7(a^2 + b^2) + 13ab$. 因为 $a^2 + b^2 = 5, ab = -2$, 所以原式 $= (-7) \times 5 + 13 \times (-2) = -61$.

(2) 由条件, 得 $a=4, b=-1$. 原式 $=$