

# 初中数学

# 小题才王做<sup>®</sup>

恩波教育研究中心 编

## 提优版

七年级上  
· 苏科版 ·

本册主编 朱奎祥 张 杰 渠东剑  
编 委 高俊元 沙妍楠 王永宽  
姜素青 朱松林 朱奎祥

# Contents 目录

## 课时训练篇

### 第1章 数学与我们同行

|                    |   |
|--------------------|---|
| 课时训练 1 生活 观察 ..... | 1 |
| 课时训练 2 活动 思考 ..... | 3 |
| 课时训练 3 交流 表达 ..... | 5 |

### 第2章 有理数

|                            |    |
|----------------------------|----|
| 课时训练 4 正数与负数 .....         | 7  |
| 课时训练 5 数轴(1) .....         | 9  |
| 课时训练 6 数轴(2) .....         | 11 |
| 课时训练 7 绝对值与相反数(1) .....    | 12 |
| 课时训练 8 绝对值与相反数(2) .....    | 13 |
| 课时训练 9 绝对值与相反数(3) .....    | 14 |
| 课时训练 10 有理数的加法与减法(1) ..... | 16 |
| 课时训练 11 有理数的加法与减法(2) ..... | 17 |
| 课时训练 12 有理数的加法与减法(3) ..... | 18 |
| 课时训练 13 有理数的加法与减法(4) ..... | 19 |
| 课时训练 14 有理数的乘法与除法(1) ..... | 21 |
| 课时训练 15 有理数的乘法与除法(2) ..... | 22 |
| 课时训练 16 有理数的乘法与除法(3) ..... | 23 |
| 课时训练 17 有理数的乘方(1) .....    | 25 |
| 课时训练 18 有理数的乘方(2) .....    | 26 |
| 课时训练 19 有理数的混合运算(1) .....  | 27 |
| 课时训练 20 有理数的混合运算(2) .....  | 29 |

### 第3章 代数式

|                         |    |
|-------------------------|----|
| 课时训练 21 字母表示数 .....     | 31 |
| 课时训练 22 代数式的概念(1) ..... | 32 |
| 课时训练 23 代数式的概念(2) ..... | 33 |
| 课时训练 24 整式的加减(1) .....  | 35 |
| 课时训练 25 整式的加减(2) .....  | 37 |
| 课时训练 26 整式的加减(3) .....  | 39 |
| 课时训练 27 整式的加减(4) .....  | 40 |
| 课时训练 28 整式的加减(5) .....  | 42 |

### 第4章 一元一次方程

|                              |    |
|------------------------------|----|
| 课时训练 29 等式与方程(1) .....       | 44 |
| 课时训练 30 等式与方程(2) .....       | 45 |
| 课时训练 31 一元一次方程及其解法(1) .....  | 47 |
| 课时训练 32 一元一次方程及其解法(2) .....  | 48 |
| 课时训练 33 一元一次方程及其解法(3) .....  | 50 |
| 课时训练 34 一元一次方程及其解法(4) .....  | 52 |
| 课时训练 35 用一元一次方程解决问题(1) ..... | 54 |
| 课时训练 36 用一元一次方程解决问题(2) ..... | 56 |
| 课时训练 37 用一元一次方程解决问题(3) ..... | 58 |
| 课时训练 38 用一元一次方程解决问题(4) ..... | 60 |

### 第5章 走进几何世界

|                     |    |
|---------------------|----|
| 课时训练 39 观察 抽象 ..... | 62 |
| 课时训练 40 运动 想象 ..... | 64 |
| 课时训练 41 转化 表达 ..... | 66 |

### 第6章 平面图形的初步认识

|                           |    |
|---------------------------|----|
| 课时训练 42 直线、射线、线段(1) ..... | 68 |
| 课时训练 43 直线、射线、线段(2) ..... | 70 |
| 课时训练 44 角(1) .....        | 72 |
| 课时训练 45 角(2) .....        | 74 |
| 课时训练 46 角(3) .....        | 76 |
| 课时训练 47 相交线(1) .....      | 78 |
| 课时训练 48 相交线(2) .....      | 80 |
| 课时训练 49 相交线(3) .....      | 82 |
| 课时训练 50 平行线(1) .....      | 84 |
| 课时训练 51 平行线(2) .....      | 86 |
| 课时训练 52 平行线(3) .....      | 88 |
| 课时训练 53 平行线(4) .....      | 90 |
| 课时训练 54 多边形 .....         | 92 |

## 专题强化篇

### 强化训练

|                          |     |
|--------------------------|-----|
| 强化训练 1 数形结合话数轴 .....     | 94  |
| 强化训练 2 整式的运算 .....       | 97  |
| 强化训练 3 一元一次方程的综合问题 ..... | 99  |
| 强化训练 4 立体图形与平面图形 .....   | 101 |
| 强化训练 5 线与角 .....         | 103 |

### 素养提升

|              |     |
|--------------|-----|
| 素养提升 1 ..... | 106 |
| 素养提升 2 ..... | 108 |
| 素养提升 3 ..... | 110 |
| 素养提升 4 ..... | 112 |
| 素养提升 5 ..... | 114 |

## 阶段检测篇

(见活页)

|                |     |
|----------------|-----|
| 第1、2章检测卷 ..... | 117 |
| 第3章检测卷 .....   | 121 |
| 第4章检测卷 .....   | 125 |
| 第5章检测卷 .....   | 129 |
| 第6章检测卷 .....   | 133 |
| 期末检测卷 .....    | 137 |

答案全解精析(另册)

附:提优小帮手·期末加油站

# I n d e x 索引

## 第1章 数学与我们同行

- 提优点 1 生活中的数学 ..... P1T2, T5, P2T2  
提优点 2 图形的变化 ..... P3T2, T5, P4T4  
提优点 3 规律类问题 ..... P5T3, T6, P6T5

## 第2章 有理数

- 提优点 1 用正负数表示相反意义的量及相关计算  
..... P7T3, T5, T6  
提优点 2 数的分类 ..... P7T8, T9  
提优点 3 数轴 ..... P9T3, T5, P10T2, P11T6  
提优点 4 根据绝对值比较数的大小 ..... P14T6, T10  
提优点 5 有理数的运算 ..... P19T8, P23T7, P27T6  
提优点 6 数形结合思想 ..... P14T7, P15T5, P18T5  
提优点 7 分类讨论思想 ..... P18 提优 T2, P24T5  
提优点 8 归纳思想 ..... P8T2, P15T4, P30T4  
提优点 9 阅读理解类与新定义类问题  
..... P8T4, P22 提优 T3, P28T6  
提优点 10 探究类问题 ..... P13 提优 T3, P30T7

## 第3章 代数式

- 提优点 1 用字母表示数量关系 ..... P31 基础 T2, T4  
提优点 2 代数式的分类及整式的相关概念  
..... P32 基础 T3, P35T8  
提优点 3 代数式的值 ..... P33T5, T8, P34T6  
提优点 4 整式的运算 ..... P37T7, P40T5, T6  
提优点 5 整体思想 ..... P34T1, P39 基础 T5, P42T5  
提优点 6 数形结合思想 ..... P34T3, P37T6, P38T6  
提优点 7 作差法比较整式大小 ..... P43T2, P42T6  
提优点 8 阅读理解类与新定义类问题  
..... P34T4, P36T6, P38T4, T5

## 第4章 一元一次方程

- 提优点 1 一元一次方程与方程的解  
..... P45T3, T7, P47 基础 T3, 提优 T2  
提优点 2 解一元一次方程 ..... P48T7, P50T2, P53T3

- 提优点 3 用一元一次方程解决问题(信息类)  
..... P51T4, P54T4, P59T4  
提优点 4 用一元一次方程解决问题(路程类)  
..... P56T1, T4, P57T4, T5  
提优点 5 用一元一次方程解决问题(工程类)  
..... P60T6, P61T4  
提优点 6 用一元一次方程解决问题(销售类)  
..... P56T3, T6, P57T2, T6  
提优点 7 用一元一次方程解决问题(几何类)  
..... P59T2, T3, P60T2, P61T5  
提优点 8 阅读理解类与新定义类问题  
..... P44T7, P49T7, P53T5  
提优点 9 探究类问题 ..... P57T1, P58T2, T3  
提优点 10 数轴中的方程思想 ..... P51T6

## 第5章 走进几何世界

- 提优点 1 点、线、面、体 ..... P62T3, T7, P63T6  
提优点 2 图形的运动 ..... P64T6, T7, P65T3, T4  
提优点 3 图形的展开与折叠 ..... P66T5, T8, P67T1

## 第6章 平面图形的初步认识

- 提优点 1 线段中点及相关计算 ... P70T4, T7, P71T3, T5  
提优点 2 余角、补角、对顶角 ... P75T7, P78T5, P79T2  
提优点 3 角平分线 ..... P76T5, P77T4  
提优点 4 垂线段最短 ..... P82T1, T7, P83T4  
提优点 5 平行与垂直 ..... P80T1, P81T5, P84T7, T10  
提优点 6 同位角、内错角、同旁内角的识别  
..... P86T2, P88T5  
提优点 7 平行线的判定 ..... P86T7, P88T6, P89T6  
提优点 8 平行线的性质 ..... P90T1, P91T6  
提优点 9 多边形对角线条数问题 ..... P92T5, P93T2  
提优点 10 旋转中的角度问题 ... P77T6, P79T4, P81T6  
提优点 11 “折线”“拐角”类问题  
..... P88T2, P89T4, P91T2  
提优点 12 折叠角度问题 ..... P90T2, T6, P91T3  
提优点 13 分类讨论思想 ..... P70T8, P75T7, P91T4

## 第1章 数学与我们同行

### 课时训练1 生活 观察

(时间:20 min)

#### 基础巩固

- 下列人或物中,质量最接近1 t的是( )  
A. 1 000 枚1元硬币 B. 25 名小学生  
C. 5 000 个鸡蛋 D. 10 辆家用轿车
- 身份证号码含有很多个人信息:前6位是地区代码;7~14位是出生日期;15~16位是顺序码;第17位代表性别(奇数表示男性,偶数表示女性);第18位是校验码.下面是小明的爷爷、爸爸、妈妈以及小明四人的身份证号码(\*为最后一位隐藏的校验码),你认为小明的妈妈的身份证号码应该是( )  
A. 35058319601203001 \*  
B. 35058319830108001 \*  
C. 35058319851220804 \*  
D. 35058320081106003 \*
- 王刚是某校2024年入学的学生,他在(4)班,学号是15.如果用6位数字给他编学籍号,下面比较实用的是( )  
A. 202404 B. 042415  
C. 240415 D. 150424
- 若把一根木棒锯成3段需12 min,则把它锯成10段需( )  
A. 48 min B. 54 min  
C. 60 min D. 66 min
- 某学校为学生编排9位数字的考试号,从左边起第1位数字表示年级,7,8,9分别表示七、八、九三个年级,第2,3位数字表示所在的班级(班级不是两位数字的,前面补0.如3班则编号为03),第4,5位数字表示这个学生在班级的序号,第6,7位数字表示该生考试时所到的班级,第8,9位数字表示座位号.如果一个八年级(10)班序号为45的学生正确坐到(6)班11号的位置,则他的考试号为\_\_\_\_\_.
- 测量1张纸大约有多厚,出现了以下四种

观点:

①直接用直尺测量1张纸的厚度;②先用直尺测量同类型的2张纸的厚度;③先用直尺测量同类型的50张纸的厚度;④先用直尺测量同类型的100 000张纸的厚度.

你认为最合理且可行的观点是\_\_\_\_\_.

- 某种药品的说明书上,贴有如下的标签,则一次服用这种药品的剂量范围是\_\_\_\_\_~\_\_\_\_\_ mg.

用法用量:口服 60~90 mg,分 2~3 次服.

- 我国古代的数学名著《九章算术》中的“方田章”,记载了一种求圆的面积的方法:“周径相乘,四而一”,意思就是用圆的周长 $C$ 和直径 $d$ 相乘,再除以4,就可以得到这个圆的面积 $S$ .  
(1)利用这个公式求直径为8 m的圆的面积( $\pi$ 取3.14).  
(2)你能用所学的数学知识解释验证这样算的道理吗?试一试?
- 幻方,相传最早见于我国的“洛书”,如图1,洛书中3行,3列以及2条对角线上的点数之和都等于15,是一种“三阶幻方”(如图2).我国南宋数学家杨辉是对幻方从数学角度进行系统研究的第一人,他在《续古摘奇算法》一书中给出从三阶到十阶的幻方,并对一些低阶幻方介绍了构造方法,其中运用了对称思想.例如:用1,2,3,...,16构造四阶幻方的方法:先将1,2,3,...,16依次排成图3,然后以外四角对

换,即 1 与 16 对换,4 与 13 对换,再以内四角对换. 请你在图 4 中填写出用这种“对换”方法得出的四阶幻方.

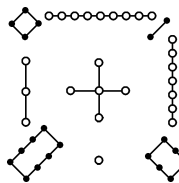


图 1

|   |   |   |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

图 2

|    |    |   |   |
|----|----|---|---|
| 13 | 9  | 5 | 1 |
| 14 | 10 | 6 | 2 |
| 15 | 11 | 7 | 3 |
| 16 | 12 | 8 | 4 |

图 3

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

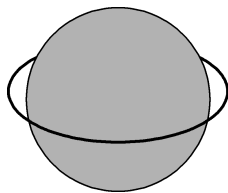
图 4

### 拓展提优

1. “九宫图”传说是远古时代洛河中的一只神龟背上的图案,故又称“洛书”. 数学上的“九宫图”所体现的是一个  $3 \times 3$  的方格,其每一行,每一列及斜对角的三个数之和都相等,也称之为三阶幻方. 若一个满足条件的三阶幻方的一部分如图所示,则图中的字母  $a$  表示的数是 ( )
- A. 7      B. 10      C. 9      D. 6

|    |     |    |
|----|-----|----|
|    |     |    |
|    | $a$ | 13 |
| 12 |     | 8  |

(第 1 题)

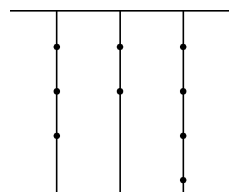


(第 2 题)

2. 设想有一根铁丝套在地球的赤道上,刚好拉紧后,又放长了 10 m,并使得铁丝均匀地离开地面(如图). 下面说法中比较合理的是 ( )
- A. 只能塞过一张纸  
B. 只能伸进你的拳头  
C. 能钻过一只小羊  
D. 能驶过一艘万吨巨轮
3. 百子回归图是由 1, 2, 3, ..., 100 无重复排列而成的正方形数表,同时它也是十阶幻方,其每行 10 个数之和,每列 10 个数之和,以及两条对角线上 10 个数之和均为  $n$ ,则  $4n+5$  的值为\_\_\_\_\_.



(第 3 题)



(第 4 题)

4. 我国古代《易经》一书中记载,远古时期,人们通过在绳子上打结来记录数量,即“结绳

计数”. 如图,一位母亲在从右到左依次排列的绳子上打结,满七进一,用来记录孩子自出生后的天数. 由图可知,孩子自出生后的天数是\_\_\_\_\_.

5. 如图,条形码是按照一定编码规则排列的图形标识符,共有 7 位数字,它由 6 位数字代码和校验码构成.



其中校验码是用来校验条形码中前 6 位数字代码的正确性,它的编制是按照特定的算法得来的. 以上图为例,其算法如下:

- 步骤 1: 计算前 6 位数字中偶数位数字的和  $a$ , 即  $a=9+1+3=13$ ;  
步骤 2: 计算前 6 位数字中奇数位数字的和  $b$ , 即  $b=6+0+2=8$ ;  
步骤 3: 计算  $3a$  与  $b$  的和  $c$ , 即  $c=3 \times 13+8=47$ ;  
步骤 4: 取大于或等于  $c$  且为 10 的整数倍的最小数  $d$ , 即  $d=50$ ;  
步骤 5: 计算  $d$  与  $c$  的差就是校验码  $X$ , 即  $X=50-47=3$ .

请解答下列问题:

- (1) 若条形码为 978753Y, 则“步骤 3”中的  $c$  的值为\_\_\_\_\_, 校验码  $Y$  的值为\_\_\_\_\_.
- (2) 如图 1, 某条形码中的一位数字被墨水污染了, 设这位数字为  $m$ , 请用只含有  $m$  的式子表示上述步骤中的  $d$ , 从而求出  $m$  的值.
- (3) 如图 2, 某条形码中被墨水污染的两个数字的差是 4, 这两个数字从左到右分别是多少? 请直接写出结果.



图 1



图 2

## 课时训练2 活动 思考

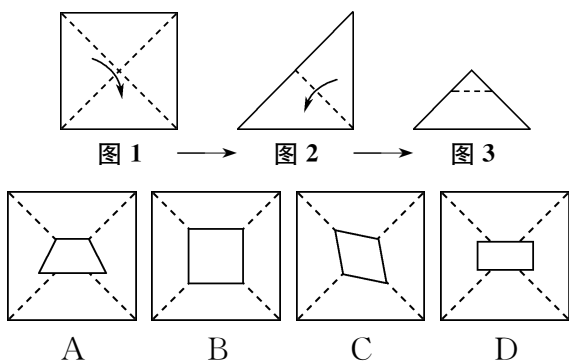
(时间:20 min)

## 基础巩固

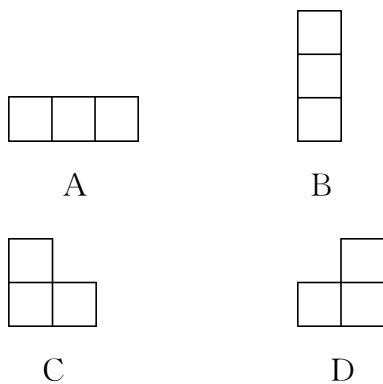
1. 日历上竖列相邻的三个数,它们的和是39,则第一个数是 ( )

A. 6 B. 12 C. 13 D. 14

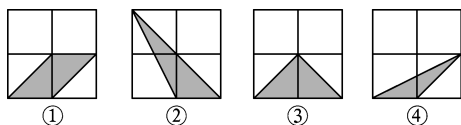
2. 如图,将一张正方形纸片按图1、图2的方式折叠,然后用剪刀沿图3中的虚线剪掉一角,再将纸片展开铺平后得到的图形是 ( )



3. 小飞在某月的日历上圈出了相邻的三个数  $x, y, z$ , 并求出了它们的和为63, 这三个数在日历中的排列不可能是 ( )



4. 如图,阴影部分面积相等的是 ( )



A. ①②③ B. ③④  
C. ②④ D. ①②④

5. 如图,把一张长方形纸片按图1、图2的方

式从右向左连续对折两次后得到图3,再在图3中挖去一个如图所示的三角形小孔,则重新展开后得到的图形是 ( )

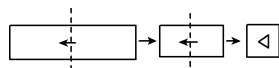
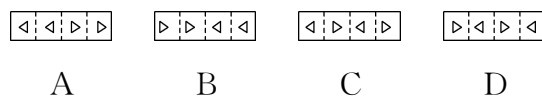


图1 图2 图3



6. 动手试一试,用若干根相同的火柴棒首尾顺次相接围成一个梯形(提供的火柴棒全部用完),则下列根数的火柴棒不能围成梯形的是 ( )

A. 5 B. 6 C. 7 D. 8

7. 你对生活中常见的月历了解吗? 月历中存在许多数字奥秘,你知道吗?

| 日  | 一  | 二  | 三  | 四  | 五  | 六  |
|----|----|----|----|----|----|----|
|    | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  |
| 7  | 8  | 9  | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 |
| 28 | 29 | 30 | 31 |    |    |    |

- (1) 在如图所示的月历中,横行、竖列上相邻的两数之间有什么关系?  
(2) 如果告诉你一竖列上连续三个数的和为72,你能知道是哪几天吗?  
(3) 如果用一个正方形圈出  $2 \times 2$  个数的和为56,那么圈出的四天你知道分别是几号吗?

## 拓展提优

1. 将一个长方形框架拉成一个平行四边形后,长方形与平行四边形相比 ( )

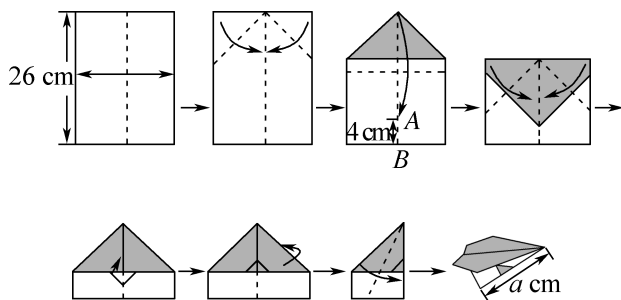
A. 周长相等,面积相等  
B. 周长相等,面积不等  
C. 周长不等,面积不等  
D. 周长不等,面积相等

2. 如图,观察月历,2024年的国庆节是星期\_\_\_\_\_.

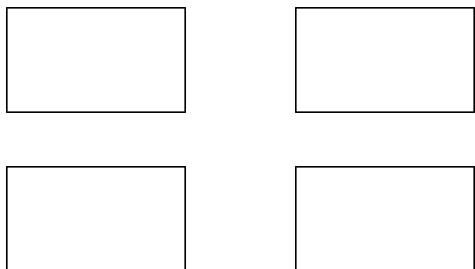
2024年5月

| 日  | 一  | 二  | 三  | 四  | 五  | 六  |
|----|----|----|----|----|----|----|
|    |    |    | 1  | 2  | 3  | 4  |
| 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10 | 11 |
| 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |
| 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 |    |

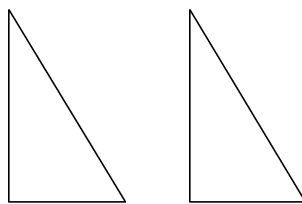
3. 某月中有三个星期一的日期都是偶数,则该月的18日一定是星期\_\_\_\_\_.
4. 乐乐用一张长为26 cm的长方形纸片折纸飞机,折叠过程如图所示.若AB为4 cm,则图中a的值为\_\_\_\_\_.



5. 一张长方形纸片减去一个角,剩下的图形可能有\_\_\_\_\_个角.(在示意图中画出所有可能的情况)



6. 如图,大小完全相同的两个直角三角形纸片,若将它们的某条边重合,能拼成几种不同形状的平面图形?试一试,画出拼成的图形.



7. 现将连续的奇数1~49按图中的方式排成一个正方形阵列,用一个小正方形框出9个数(如图).

(1) 这9个数的和是\_\_\_\_\_.

(2) 是否存在一个正方形框出的9个数之和等于243?若存在,请直接写出右下角的那个数;若不存在,请说明理由.

|    |    |    |    |    |
|----|----|----|----|----|
| 1  | 3  | 5  | 7  | 9  |
| 11 | 13 | 15 | 17 | 19 |
| 21 | 23 | 25 | 27 | 29 |
| 31 | 33 | 35 | 37 | 39 |
| 41 | 43 | 45 | 47 | 49 |

## 课时训练3 交流 表达

(时间:20 min)

## 基础巩固

1. 我国农历用鼠、牛、虎、兔、龙、蛇、马、羊、猴、鸡、狗、猪12种动物按顺序轮流代表各年年号. 已知2021年是牛年, 则1898年是 ( )

A. 狗年 B. 龙年 C. 猴年 D. 马年

2. 如图, 下面是按照一定规律画出的“数形图”, 经观察可以发现: 图2比图1多出2个“树枝”, 图3比图2多出4个“树枝”, 图4比图3多出8个“树枝”……按此规律, 图6比图2多出“树枝”的个数是 ( )

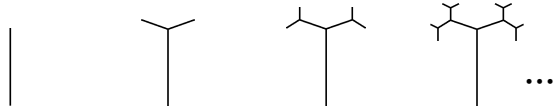


图1

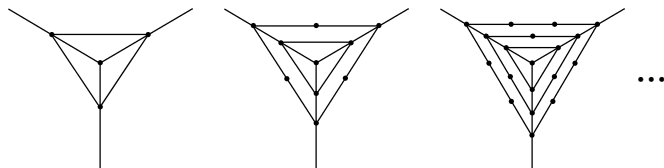
图2

图3

图4

A. 28 B. 56 C. 60 D. 124

3. 观察下列一组图形中点的个数, 其中第1个图中共有4个点, 第2个图中共有10个点, 第3个图中共有19个点……按此规律, 第5个图中共有点的个数是 ( )



第1个图

第2个图

第3个图

A. 31 B. 46 C. 51 D. 66

4. 某河流遭受暴雨袭击, 一天的水位记录如下表所示, 通过观察可知水位上升最快的时间段是\_\_\_\_\_至\_\_\_\_\_.

|      |      |      |      |       |       |       |       |
|------|------|------|------|-------|-------|-------|-------|
| 时间   | 0:00 | 4:00 | 8:00 | 12:00 | 16:00 | 20:00 | 24:00 |
| 水位/m | 2    | 2.5  | 3    | 4     | 5     | 6     | 8     |

5. 将一根绳子两端分别涂上红色和白色, 再在中间随意画三个圆点, 涂上白色或红色,

然后在这三个圆点处把绳子剪断, 这样所得到的各小段两端都有颜色, 则两端颜色不同的小段数目一定是\_\_\_\_\_ (填“奇数”或“偶数”).

6. 小红想通过“由特殊到一般”的方法探究下面算式的运算规律. 下面是小红的探究过程, 请补充完整.

## 【发现规律】

$$(1) 1 \times \frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}; \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}; \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}; \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5} \dots$$

特例: \_\_\_\_\_ (填写一个符合上述运算特征的例子).

## 【得出猜想】

- (2) 如果  $n$  为正整数, 用含  $n$  的式子表示上述的运算规律为\_\_\_\_\_.

## 【应用规律】

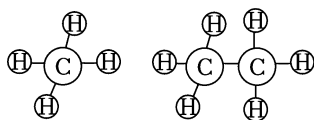
$$(3) \text{ 计算: } \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{4 \times 6} + \dots + \frac{1}{2026 \times 2028} =$$



## 拓展提优

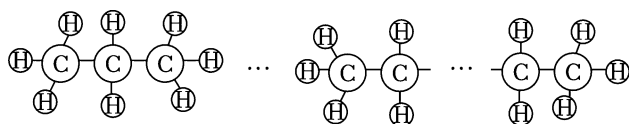
1. 烷烃是一类由碳、氢元素组成的有机化合物,在生产生活中可作为燃料、润滑剂等原料,也可用于动、植物的养护.通常用碳原子的个数命名为甲烷、乙烷、丙烷……癸烷(当碳原子数目超过 10 个时即用汉文数字表示,如十一烷、十二烷……)等,甲烷的化学式为  $\text{CH}_4$ ,乙烷的化学式为  $\text{C}_2\text{H}_6$ ,丙烷的化学式为  $\text{C}_3\text{H}_8$ ……其分子结构模型如图所示,按照此规律,十六烷的化学式为

( )



甲烷

乙烷



丙烷

...



2. 如果一个千位数字为  $a$ ,百位数字为  $b$ ,十位数字为  $c$ ,个位数字为  $d$  的四位自然数表示为  $\overline{abcd}$ .若这个四位数各数位上的数字互不相等且均不为 0,且满足  $\overline{ab} - \overline{bc} = \overline{cd}$ ,那么称这个四位数为“递减数”.例如:四位数 4 129,因为  $41 - 12 = 29$ ,所以 4 129 是“递减数”;又如:四位数 5 324,因为  $53 - 32 = 21 \neq 24$ ,所以 5 324 不是“递减数”.若一个“递减数”为  $\overline{a312}$ ,则这个数为\_\_\_\_\_.

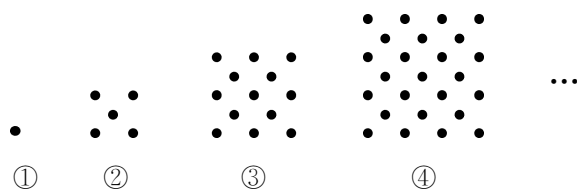
3. 考拉兹曾经提出过这样一个数学猜想:对于每一个正整数,如果它是奇数,则对它乘 3 再加 1;如果它是偶数,则对它除以 2.如此循环,最终都能够得到 1.这一猜想后来成为著名的“考拉兹猜想”,又称“奇偶归一

猜想”.虽然这个结论在数学上还没有得到证明,但举例验证都是正确的.例如:取正整数 5,最少经过下面 5 步运算可得 1,即:

$$5 \xrightarrow{\times 3 + 1} 16 \xrightarrow{\div 2} 8 \xrightarrow{\div 2} 4 \xrightarrow{\div 2} 2 \xrightarrow{\div 2} 1.$$

如果正整数  $m$  最少经过 7 步运算可得到 1,则满足条件的  $m$  的所有的值的和为\_\_\_\_\_.

4. 如图所示的图形都是由大小相同的黑点按照一定规律所组成的,其中第①个图形中一共有 1 个黑点,第②个图形中一共有 5 个黑点,第③个图形中一共有 13 个黑点……按此规律排列下去,第②⑩个图形中黑点的个数为\_\_\_\_\_.



5. 如图,将形状、大小完全相同的黑点和线段按照一定规律摆成下面的图形,图 1 中黑点的个数为  $a_1$ ,图 2 中黑点的个数为  $a_2$ .图 3 中黑点的个数为  $a_3$ ……以此类推,求  $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_{12}}$  的值.

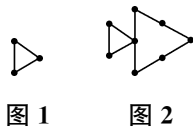


图 1



图 2

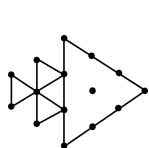


图 3

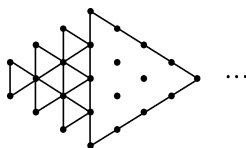


图 4

## 课时训练 19 有理数的混合运算(1)

(时间:20 min)

## 基础巩固

1. 下列计算正确的是 ( )

A.  $-2+3=5$  B.  $-7-(-4)=-3$

C.  $(-3)^2=6$  D.  $(-\frac{1}{8})\div(-8)=1$

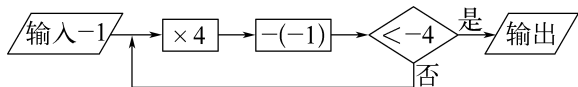
2. 计算  $(-3)^4 - 7^2 - \frac{2^6}{(-2)^3}$  的结果是 ( )

A.  $-138$  B.  $-122$

C.  $24$  D.  $40$

3. 现定义一种新运算“ $\ast$ ”,运算规定:对于任意有理数  $a, b$ , 都有  $a \ast b = a^b - ab$ , 则  $-1 \ast 2\ 024$  的值为\_\_\_\_\_.4. 已知  $|m|=5, n^2=16$  且  $mn<0$ , 那么  $m-n$  的值为\_\_\_\_\_.

5. 按如图所示的程序计算, 输出的结果是\_\_\_\_\_.



6. 计算:

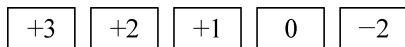
(1)  $11-6\times(-4)+9\div(-3)$ ;

(2)  $|-5|+3\times(-2)+(-1)^2$ ;

(3)  $2^3+12\times(-\frac{5}{6}+\frac{3}{4})$ ;

(4)  $(\frac{2}{3}-\frac{1}{2}-\frac{5}{4})\times(-24)+4^2\div(-2)^3+(-1)^{2\ 024}$ .

7. 红红有 5 张写着以下数字的卡片, 请你按要求抽出卡片, 解决下列问题:



(1) 从中取出 2 张卡片, 使这 2 张卡片上的数字相减的差最大, 最大值是\_\_\_\_\_.

(2) 从中取出 2 张卡片, 使这 2 张卡片上的数字相除的商最小, 最小值是\_\_\_\_\_.

(3) 从中取出 0 以外的 4 张卡片, 将这 4 个数字进行加、减、乘、除、乘方混合运算, 使结果为 24, 写出一种符合要求的运算等式.(注: 每个数字只能用一次)

## 拓展提优

- 要使算式  $5 - |-2 \square 6|$  的运算结果最小, 则“ $\square$ ”内应填入的运算符号为 ( )  
A. + B. - C.  $\times$  D.  $\div$
- 小李在电脑中设置了一个有理数的运算程序, 输入数  $a$ , 加  $*$  键, 再输入数  $b$ , 得到运算  $a * b = a^2 - 2\left(3a - \frac{1}{b}\right) \div (a - b)$ , 那么  $\left(-\frac{1}{2}\right) * 2 =$  \_\_\_\_\_.
- 计算  $\left(\frac{1}{2\ 024} - 1\right) \times \left(\frac{1}{2\ 023} - 1\right) \times \left(\frac{1}{2\ 022} - 1\right) \times \left(\frac{1}{2\ 021} - 1\right) \times \cdots \times \left(\frac{1}{1\ 000} - 1\right)$  的结果为 \_\_\_\_\_.
- 小华把任意有理数对  $(x, y)$  放进装有计算装置的魔术盒, 会得到一个新的有理数  $x + y^2 + 1$ . 例如: 把  $(-1, 2)$  放入其中, 就会得到  $-1 + 2^2 + 1 = 4$ . 现将有理数对  $(3, -2)$  放入其中, 得到的有理数是 \_\_\_\_\_. 若将正整数对放入其中, 得到的值是 6, 则满足条件的所有的正整数对  $(x, y)$  为 \_\_\_\_\_.
- 对于正整数  $a, b$ , 定义一种新运算:  $a \oplus b = (-1)^a + (-1)^b$ . 例如:  $3 \oplus 5 = (-1)^3 + (-1)^5 = -1 + (-1) = -2$ .  
  - 计算  $2 \oplus 3$  的结果为 \_\_\_\_\_.
  - 求  $a \oplus b$  的所有可能的值.
  - 下列说法错误的是 ( )  
 A.  $a \oplus b = b \oplus a$   
 B.  $(a+1) \oplus b = a \oplus (b+1)$   
 C.  $a \oplus (a+1) = 0$   
 D.  $2a \oplus 2b = 2$
- 我们知道, 每个自然数都有因数, 对于一个自然数  $a$ , 我们把小于  $a$  的正的因数叫作  $a$  的真因数. 如 10 的正因数有 1, 2, 5, 10, 其中 1, 2, 5 是 10 的真因数. 把一个自然数  $a$  的所有真因数的和除以  $a$ , 所得的商叫作  $a$  的“完美指标”. 如 10 的“完美指标”是  $(1+2+5) \div 10 = \frac{4}{5}$ . 一个自然数的“完美指标”越接近 1, 我们就说这个数越“完美”. 如 8 的“完美指标”是  $(1+2+4) \div 8 = \frac{7}{8}$ , 10 的“完美指标”是  $\frac{4}{5}$ , 因为  $\frac{7}{8}$  比  $\frac{4}{5}$  更接近 1, 所以我们说 8 比 10 更“完美”.  
  - 试计算 5 的“完美指标”.
  - 试计算 6 和 9 的“完美指标”.
  - 试找出 15 到 20 的自然数中, 最“完美”的数.

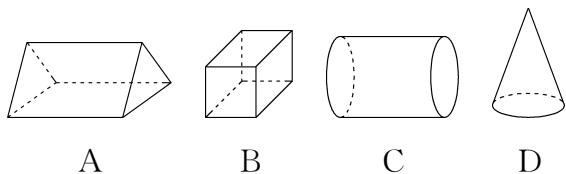
## 第5章 走进几何世界

### 课时训练 39 观察 抽象

(时间:20 min)

#### 基础巩固

1. 下列几何体中,不是柱体的是 ( )



2. 不透明袋子中装有一个几何体模型,两位同学摸该模型并描述它的特征. 甲同学:它有4个面是三角形;乙同学:它有8条棱. 该模型的形状对应的立体图形可能是 ( )

A. 三棱柱                  B. 四棱柱  
C. 三棱锥                  D. 四棱锥

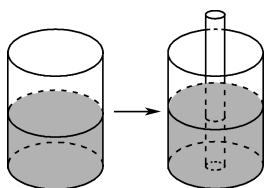
3. 若一个棱柱有10个顶点,则下列说法正确的是 ( )

A. 这个棱柱有4个侧面  
B. 这个棱柱是一个十棱柱  
C. 这个棱柱的底面是十边形  
D. 这个棱柱有5条侧棱

4. 一个正方体锯掉一个角后,顶点的个数是 ( )

A. 7                          B. 8  
C. 9                          D. 7 或 8 或 9 或 10

5. 有一个盛有水的圆柱体玻璃容器,它的底面半径为10 cm,容器内水的高度为12 cm,把一根半径为2 cm的玻璃棒垂直插入水中,容器里的水升高了 ( )



A. 2 cm    B. 1.5 cm    C. 1 cm    D. 0.5 cm

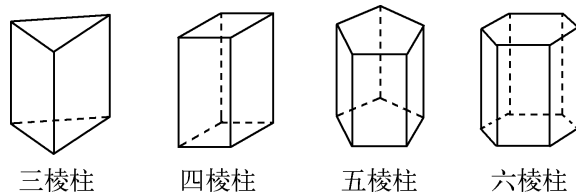
6. 一个直棱柱有8个面,所有侧棱长的和为24 cm,则每条侧棱的长是 \_\_\_\_\_ cm.

7. 如图,四个几何体分别是三棱柱、四棱柱、五棱柱和六棱柱,三棱柱有5个面,9条棱,6个顶点,观察下列图形并填空.

(1) 四棱柱有 \_\_\_\_\_ 个面, \_\_\_\_\_ 条棱, \_\_\_\_\_ 个顶点;

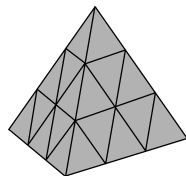
(2) 六棱柱有 \_\_\_\_\_ 个面, \_\_\_\_\_ 条棱, \_\_\_\_\_ 个顶点;

(3) 由此猜想: $n$  棱柱有 \_\_\_\_\_ 个面, \_\_\_\_\_ 条棱, \_\_\_\_\_ 个顶点.



#### 拓展提优

1. 如图是一个三阶金字塔魔方,它是由若干个小三棱锥堆成的一个大三棱锥,把大三棱锥的四个面都涂上颜色. 若把其中1个面涂色的小三棱锥叫中心块,2个面涂色的叫棱块,3个面涂色的叫角块,则三阶金字塔魔方中“棱块数+角块数-中心块数”的值为 ( )

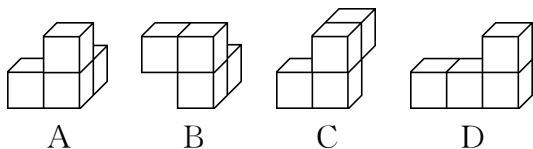
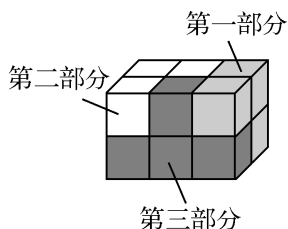


A. 2    B. -2    C. 0    D. 4

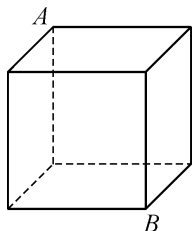
2. 图中的长方体是由三个部分拼接而成的,每一部分都是由四个同样大小的小正方体组成的,那么其中第一部分所对应的几何

体可能是

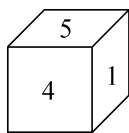
( )



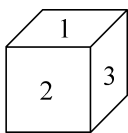
3. 一只蚂蚁从如图所示的正方体的一顶点  $A$  沿着棱爬向顶点  $B$ , 只能经过三条棱, 则共有 \_\_\_\_\_ 种走法.



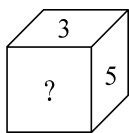
4. 如图, 一个正方体的每个面上分别标有数字 1, 2, 3, 4, 5, 6. 根据该正方体①②③三种状态时所显示的数字, 可推出“?”处的数字是 \_\_\_\_\_.



①

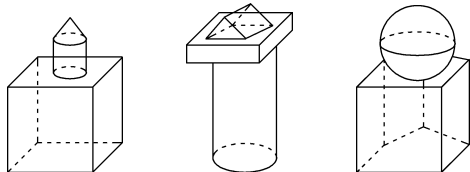


②



③

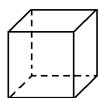
5. 如图, 指出图中物体分别是由哪些几何体组成的.



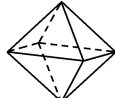
6. 十八世纪瑞士数学家欧拉证明了简单多面体中顶点数( $V$ )、面数( $F$ )、棱数( $E$ )之间存在的一个有趣的关系式, 被称为欧拉公式. 请你观察下列几种简单多面体模型, 并解答下列问题:



四面体



长方体



正八面体



正十二面体

- (1) 根据上面多面体的模型, 完成表格中的空格.

| 多面体  | 顶点数( $V$ ) | 面数( $F$ ) | 棱数( $E$ ) |
|------|------------|-----------|-----------|
| 四面体  | 4          | 4         | _____     |
| 长方体  | 8          | 6         | 12        |
| 正八面体 | _____      | 8         | 12        |

你发现顶点数( $V$ )、面数( $F$ )、棱数( $E$ )之间存在的关系式是 \_\_\_\_\_.

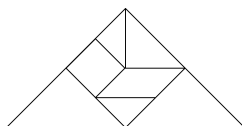
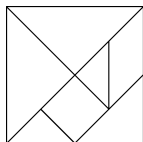
- (2) 一个多面体的面数比顶点数小 8, 且有 30 条棱, 则这个多面体的面数是 \_\_\_\_\_.
- (3) 某个玻璃饰品的外形是简单的多面体, 它的外表面是由三角形和八边形两种多边形拼接而成, 每个顶点处都有 3 条棱, 共有 36 条棱. 若该多面体外表面三角形的个数是八边形个数的 2 倍多 2, 求该多面体外表面三角形的个数.

## 课时训练 40 运动 想象

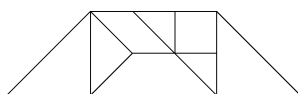
(时间:20 min)

## 基础巩固

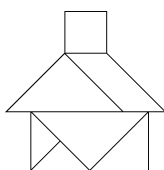
1. 如图,七巧板是我国祖先的一项卓越创造.下列四幅图中不能用七巧板拼成的是 ( )



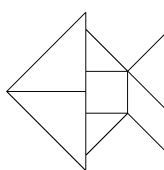
A. 金字塔



B. 拱桥

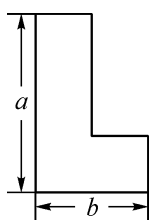


C. 房屋

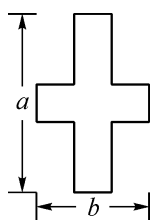


D. 金鱼

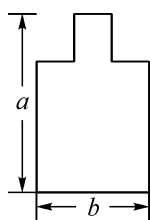
2. 某数学兴趣小组开展动手操作活动,设计了如图所示的三种图形,现计划用铁丝按照图形制作相应的造型,则所用铁丝的长度关系是 ( )



甲

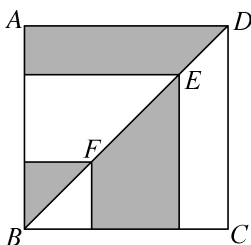


乙

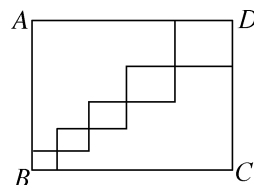


丙

- A. 甲种方案所用铁丝最长  
B. 乙种方案所用铁丝最长  
C. 丙种方案所用铁丝最长  
D. 三种方案所用铁丝一样长
3. 如图,正方形  $ABCD$  的边长为  $a$ ,  $E, F$  分别是对角线  $BD$  上的两点.过点  $E, F$  分别作  $AD, AB$  的平行线,则图中阴影部分的面积之和为\_\_\_\_\_.



4. 如图,长方形  $ABCD$  的长为 4, 宽为 3, 则图中五个小长方形的周长之和是\_\_\_\_\_.



5. 分析图 1、图 2、图 4 中阴影部分的分布规律,按此规律在图 3 中画出其中的阴影部分.

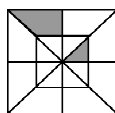


图 1

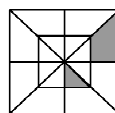


图 2

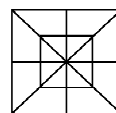


图 3

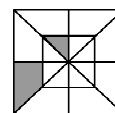
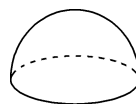
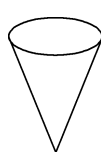
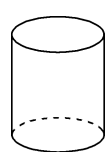
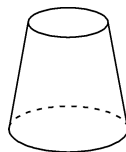


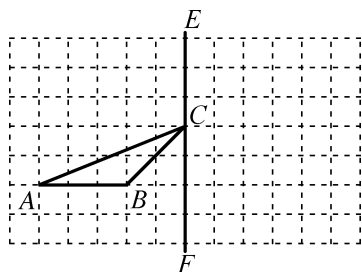
图 4

6. 如图,上面的每个平面图形经过旋转得到下面的一个几何体,把对应的平面图形和几何体用线连起来.



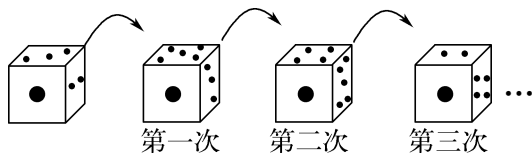
7. 如图,在边长为 1 的小正方形网格中有一个三角形  $ABC$ , 按要求回答下列问题:
- (1) 三角形  $ABC$  的面积为\_\_\_\_\_.
  - (2) 画出将三角形  $ABC$  向右平移 6 格,再向上平移 3 格后的三角形  $A_1B_1C_1$ .
  - (3) 画出三角形  $ABC$  绕点  $B$  顺时针旋转  $90^\circ$  后的三角形  $A_2BC_2$ .

- (4) 画出三角形  $ABC$  沿直线  $EF$  翻折后的三角形  $A_3B_3C$ .



### 拓展提优

1. 有一个正方体骰子, 放在桌面上, 将骰子沿顺时针方向滚动, 如图所示. 若每滚动  $90^\circ$  算一次, 则滚动第 2 025 次后, 骰子朝下一面的点数是 ( )



- A. 5      B. 3      C. 4      D. 2
2. 如果 4 张扑克牌按图 1 的形式摆放在桌面上, 将其中一张旋转  $180^\circ$  后, 扑克牌的放置情况如图 2 所示, 那么旋转的扑克牌是第 \_\_\_\_\_ 张.

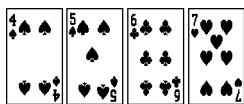


图 1

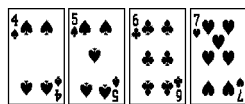
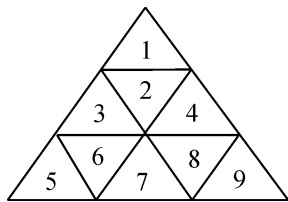


图 2

3. (1) 如图, 图形 2 绕它下面的顶点旋转  $180^\circ$ , 可以变换到图形 \_\_\_\_\_;
- (2) 图形 1 沿它的下边缘线翻折可得到图形 \_\_\_\_\_;
- (3) 涂出图形 1 通过平移可以得到的三角形, 这样的三角形共有 \_\_\_\_\_ 个.



4. 有一长 9 cm, 宽 6 cm 的长方形纸板, 现要求以其一组对边中点所在直线为轴旋转

$180^\circ$ , 得到一个圆柱. 现可按照两种方案操作. 方案一: 以较长的一组对边中点所在直线为轴旋转, 如图 1; 方案二: 以较短的一组对边中点所在直线为轴旋转, 如图 2.

- (1) 请通过计算说明哪种方案构造的圆柱体积大.
- (2) 若将此长方形绕着它的其中一条边所在的直线为轴旋转  $360^\circ$ , 则得到的圆柱体积为多少?

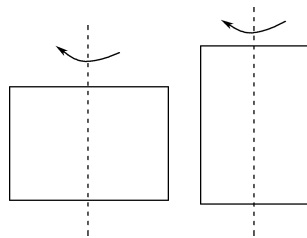


图 1

图 2

5. (1) 如图 1, 将线段  $AB$  向右平移 1 个单位长度, 如图 2, 将折线  $AB$  向右平移 1 个单位长度, 请在图 3 中画出一条有两个折点的折线向右平移 1 个单位长度的图形 (折线平移经过的部分用阴影表示).

- (2) 若长方形的长为  $a$ , 宽为  $b$ , 请分别写出图 1、图 2 和 (1) 中所画图形中除去阴影部分后剩余部分的面积.

- (3) 如图 4, 在宽为 10 m, 长为 40 m 的长方形草地上有一条弯曲的小路, 小路宽为 1 m, 求这块草地的面积.

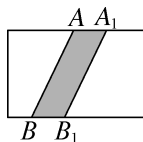


图 1

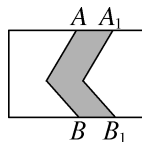


图 2

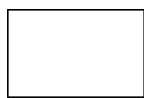


图 3



图 4

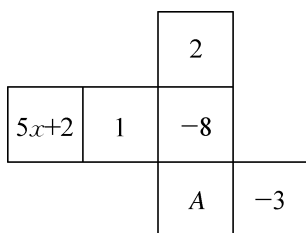
## 课时训练 41 转化 表达

(时间:20 min)

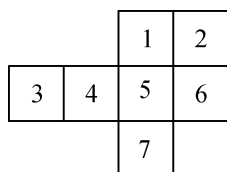
## 基础巩固

1. 如图是一个正方体的展开图,标注了字母 A 的面是正方体的前面. 如果正方体上面和下面所标数字相等,那么  $x$  的值是 ( )

A.  $-\frac{1}{5}$  B. 0 C. -2 D. -1

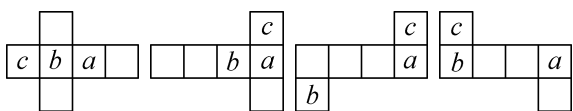
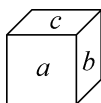


(第1题)



(第2题)

2. 将如图所示的图形剪去一个小正方形,使余下的部分恰好能折成一个正方体,则不能被剪去的小正方形的序号是 ( )
- A. 1 B. 2 C. 3 D. 6
3. 在下列图形中,是如图所示正方体的展开图的是 ( )



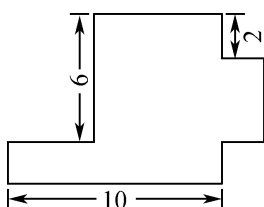
A

B

C

D

4. 用一张边长为 4 cm 的正方形纸片刚好围成一个圆柱的侧面,则该圆柱底面圆的半径为 \_\_\_\_\_ cm (结果保留  $\pi$ ).
5. 如图是一个无盖长方体盒子的表面展开图 (重叠部分忽略不计),则盒子的体积是 \_\_\_\_\_.



开的另一条棱是 \_\_\_\_\_ (写出所有正确的答案).

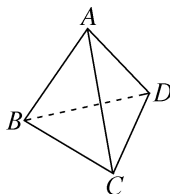


图 1

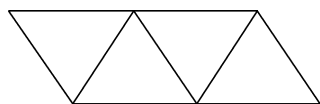


图 2

7. 如图 1 所示的三棱柱,高为 7 cm,底面是一个边长为 5 cm 的等边三角形.

(1) 这个三棱柱有 \_\_\_\_\_ 条棱,有 \_\_\_\_\_ 个面.

(2) 如图 2,方框中的图形是该三棱柱的表面展开图的一部分,请将它补全.

(3) 要将该三棱柱的表面沿某些棱剪开,展开成一个平面图形,需剪开 \_\_\_\_\_ 条棱,需剪开棱的棱长的和的最大值为 \_\_\_\_\_ cm.

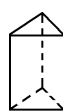


图 1

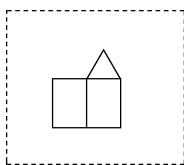
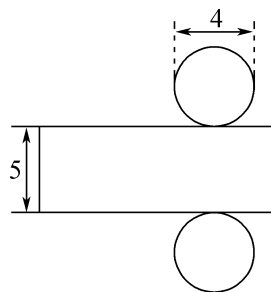


图 2

8. 如图是一个几何体的表面展开图.

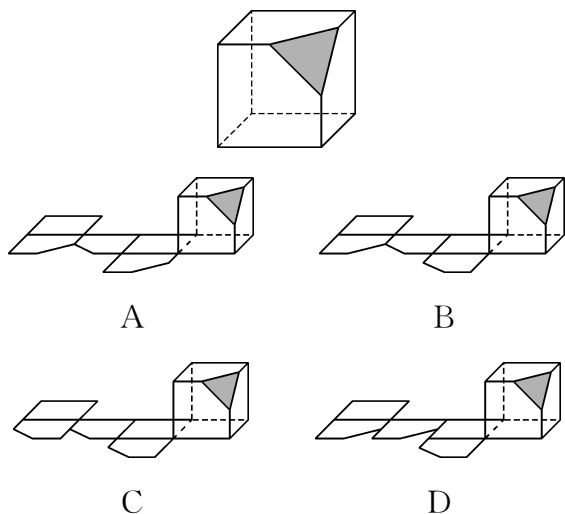
- (1) 该几何体的名称是 \_\_\_\_\_.
- (2) 求该几何体的表面积 (结果保留  $\pi$ ).
- (3) 求该几何体的体积 (结果保留  $\pi$ ).



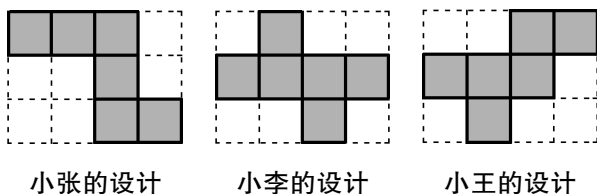


## 拓展提优

1. 过正方体中有公共顶点的三条棱的中点切出一个平面, 形成如图所示的几何体, 其展开图为 ( )



2. 活动课上, 学生们设计制作正方体包装盒, 老师发给每名学生一张长方形纸板, 其长为 4 cm, 宽为 3 cm, 可以在纸板上画出设计图, 将阴影部分剪下再折叠, 三名学生的设计如图所示.



小张的设计      小李的设计      小王的设计

其中剪下后不能折成正方体的设计有 \_\_\_\_\_ (填“小张”“小李”或“小王”).

3. 请你在下列图中分别画出虚线, 使得按虚线剪下后:
- (1) 能拼成一个三棱锥;
  - (2) 能拼成一个三棱柱.

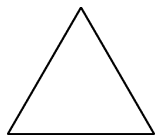


图 1

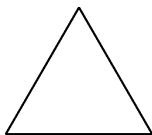


图 2

4. 图 1 是一个正方体, 图 2 是该正方体的平面展开图, 试在图 2 中确定该正方体上的点  $M, N$  的位置.

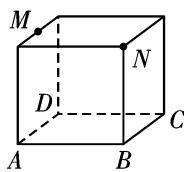


图 1

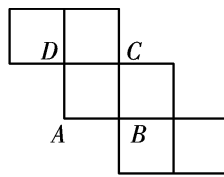


图 2

5. 如图 1, 在一个大正方体上截去一个小正方体后, 可得到图 2 的几何体.

- (1) 设原大正方体的表面积为  $S$ , 图 2 中几何体的表面积为  $S'$ , 那么  $S'$  \_\_\_\_\_  $S$  (填“>”“<”或“=”).
- (2) 小明说: “设图 1 中大正方体各棱的长度之和为  $c$ , 图 2 中几何体各棱的长度之和为  $c'$ , 那么  $c'$  比  $c$  正好多出大正方体 3 条棱的长度.” 若设大正方体的棱长为 1, 小正方体的棱长为  $x$ , 则当  $x$  为何值时, 小明的说法才正确?
- (3) 如果截去的小正方体的棱长为大正方体棱长的一半, 那么图 3 是图 2 中几何体的表面展开图吗? 若有错误, 请在图 3 中修正.

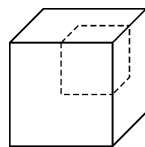


图 1

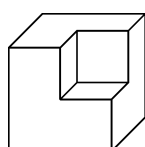


图 2

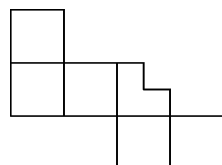


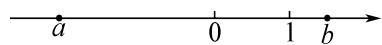
图 3

# 专题强化篇

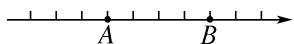
## 强化训练 1 数形结合话数轴

(时间: 40 min)

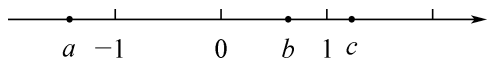
1. 有理数  $a, b$  在数轴上的位置如图所示, 下列说法中正确的是 ( )



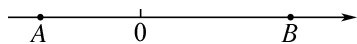
- A.  $a > b$       B.  $a < -1$   
C.  $|a| < |b|$       D.  $a + b > 0$
2. 数轴上点  $A$  表示的数是一 3, 将点  $A$  在数轴上平移 7 个单位长度得到点  $B$ , 则点  $B$  表示的数是 ( )
- A. 4      B. -4 或 10  
C. -10      D. 4 或 -10
3. 如图, 在数轴上, 每格为 1 个单位长度, 点  $A, B$  表示的数都是整数, 它们的和等于 -12, 则点  $A$  表示的数是 ( )



- A. -10      B. -8      C. -4      D. 4
4. 如图, 下列结论正确的是 ( )



- A.  $c > a > b$       B.  $\frac{1}{b} > \frac{1}{c}$   
C.  $|a| < |b|$       D.  $abc > 0$
5. 如图, 若点  $A, B$  在数轴上所表示的数分别为  $a - c, b - a$ , 则下列对于  $a, b, c$  的大小判断正确的是 ( )



- A.  $b < c < a$       B.  $c < a < b$   
C.  $a < b < c$       D.  $a < c < b$
6. 我们知道, 式子  $|x - 3|$  的几何意义是数轴上表示数  $x$  的点与表示数 3 的点之间的距离, 则式子  $|x - 2| + 2|x + 1|$  的最小值是 ( )

( )

A. 2      B. 3      C. 4      D. 5

7. 如图 1, 在一条可以折叠的数轴上有点  $A, B, C$ , 其中点  $A, B$  表示的数分别为 -16 和 9. 现以  $C$  为折点, 将数轴向右折叠, 点  $A$  对应的点  $A_1$  落在点  $B$  的右侧, 如图 2 所示, 再以  $B$  为折点, 将数轴向左折叠, 点  $A_1$  对应的点  $A_2$  落在点  $B$  的左侧. 若点  $A_2, B$  之间的距离为 3, 则点  $C$  表示的数为 \_\_\_\_\_.

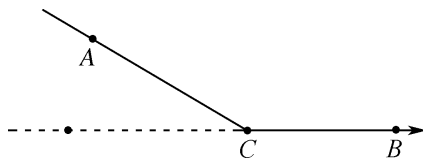


图 1

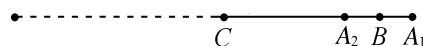


图 2

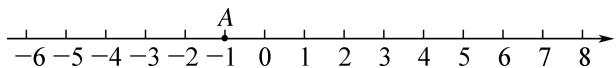
8. 在数轴上, 点  $A$  表示数 2, 现将点  $A$  沿数轴作如下移动: 第一次将点  $A$  向左移动 4 个单位长度到达点  $A_1$ , 第二次将点  $A_1$  向右移动 8 个单位长度到达点  $A_2$ , 第三次将点  $A_2$  向左移动 12 个单位长度到达点  $A_3$ , 第四次将点  $A_3$  向右移动 16 个单位长度到达点  $A_4$ ……依此规律, 第  $n$  次移动得到点  $A_n$ , 则点  $A_{2024}$  表示的数为 \_\_\_\_\_.
9. 数轴是初中数学的一个重要工具, 利用数轴可以将数与形完美结合. 通过研究数轴, 我们发现了许多重要的规律. 例如: 数轴上点  $A$  和点  $B$  表示的数为  $a, b$ , 则  $A, B$  两点之间的距离  $AB = |a - b|$ . 例如:  $|3 - 2|$  可看作数轴上表示数 3 的点到表示数 2 的

点的距离; $|3+2|=|3-(-2)|$ 可看作数轴上表示数3的点到表示数-2的点的距离.请你利用数轴解决以下问题:

- (1) 已知  $P$  为数轴上任一动点,点  $P$  表示的数记为  $m$ ,则  $|m-2|$  可看作点  $P$  到表示数\_\_\_\_\_的点的距离; $|m+5|$  可看作点  $P$  到表示数\_\_\_\_\_的点的距离;若数轴上点  $P$  位于表示数-5的点与表示数2的点之间,则  $|m-2|+|m+5|$  =\_\_\_\_\_.
- (2) 若  $|m-2|+|m+5|=9$ ,求出满足条件的  $m$  的值.
- (3) 已知点  $A, B, C$  在数轴上表示的数分别为-2,3,7,一动点  $Q$  从原点  $O$  出发,沿数轴以每秒1个单位长度的速度来回移动,其移动方式是先向右移动1个单位长度,再向左移动2个单位长度,又向右移动3个单位长度,再向左移动4个单位长度……求点  $Q$  运动几秒钟后到  $A, B, C$  各点距离之和最短.

10. 在数轴上有  $A, B$  两点,点  $B$  表示的数为  $b$ .对点  $A$  给出如下定义:当  $b \geq 0$  时,将点  $A$  向右移动2个单位长度,得到点  $P$ ;当  $b < 0$  时,将点  $A$  向左移动  $|b|$  个单位长度,得到点  $P$ ,称  $P$  为点  $A$  关于点  $B$  的“伴侣点”.如图,已知点  $A$  表示的数为-1.

- (1) 在图中画出当  $b=6$  时,点  $A$  关于点  $B$  的“伴侣点” $P$ .
- (2) 若点  $P$  表示的数为-6, $P$  为点  $A$  关于点  $B$  的“伴侣点”,则点  $B$  表示的数为\_\_\_\_\_.
- (3) 点  $A$  从数轴上表示数-1的点出发,以每秒1个单位长度的速度向右运动,同时,点  $B$  从数轴上表示数8的点出发,以每秒2个单位长度的速度向左运动,两个点运动的时间都为  $t$  s.
  - ①点  $B$  表示的数为\_\_\_\_\_ (用含  $t$  的代数式表示).
  - ②是否存在  $t$ ,使得此时点  $A$  关于点  $B$  的“伴侣点” $P$  恰好与原点重合?若存在,求出  $t$  的值;若不存在,请说明理由.



11. 【问题背景】如图 1, 电子蚂蚁 P, Q 在长 18 dm 的赛道 AB 上同时相向匀速运动, 电子蚂蚁 P 从点 A 出发, 速度为 4 dm/min, 电子蚂蚁 Q 从点 B 出发, 速度为 2 dm/min, 当电子蚂蚁 P 到达点 B 时, 电子蚂蚁 P, Q 停止运动. 问: 经过几分钟电子蚂蚁 P, Q 之间相距 6 dm?

【问题解决】小辰同学在学习有理数的知识之后, 发现运用数形结合的方法建立数轴可以较快地解决上述问题. 如图 2, 将点 A 与数轴的原点 O 重合, 点 B 落在正半轴上. 设运动的时间为  $t$  ( $0 \leq t \leq 4.5$ , 单位: min).

- (1)  $t$  min 后电子蚂蚁 P 在数轴上对应的数是 \_\_\_\_\_; 电子蚂蚁 Q 对应的数是 \_\_\_\_\_ (均用含  $t$  的代数式表示).
- (2) 我们知道, 若数轴上 M, N 两点分别表示数  $m, n$ , 则  $MN = |m - n|$ . 试运用该方法求经过几分钟电子蚂蚁 P, Q 之间相距 6 dm.
- (3) 在赛道 AB 上有一个标记位置点 C,  $AC = 6$  dm. 若电子蚂蚁 P 与标记位置点 C 之间的距离为  $a$  dm, 电子蚂蚁 Q 与点 B 之间的距离为  $b$  dm, 则在运动过程中, 是否存在某一时刻  $t$ , 使得  $a + b = 4$ ? 若存在, 求出运动的时间; 若不存在, 请说明理由.

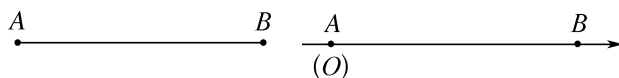


图 1

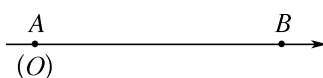


图 2

12. 【读一读】如图 1, 点 A 在原点 O 的左侧, 点 B 在原点 O 的右侧, 点 A, B 分别表示数  $a, b$ , 我们能求出线段 AB 的长. 过程如下:  $AB = OA + OB = |a| + |b|$ . 因为  $a < 0$ ,  $b > 0$ , 所以  $|a| = -a$ ,  $|b| = b$ . 所以  $AB = -a + b = b - a$ .

### 【试一试】

- (1) 如图 2, 若点 A, B 都在原点 O 的左侧, 且点 A 距离原点更远, 点 A, B 分别表示数  $a, b$ . 求线段 AB 的长.

### 【用一用】

数轴上有一条线段 AB, 若把线段 AB 上的每个点表示的数都乘  $\frac{1}{5}$  得到新的数, 再把所有这些新数所对应的点都向左平移 2 个单位长度后, 得到新的线段 CD.

- (2) 若点 A 表示的数是 3, 点 B 表示的数是 -2, 则线段 CD 的长为 \_\_\_\_\_.
- (3) 如果线段 AB 上的一点 P 经过上述操作后得到的点 P' 与点 P 重合, 线段 AB 上的一点 Q 经过上述操作后得到的点 Q' 表示的数是点 Q 表示的数的  $\frac{1}{3}$ , 求线段 PQ 的长.

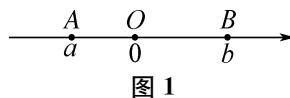


图 1

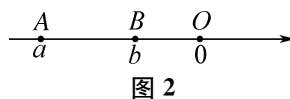


图 2

## 强化训练 2 整式的运算

(时间: 30 min)

1. 下列关于代数式  $-m^2 + 15$  的值的结论:

①  $-m^2 + 15$  的值一定比  $-m^2$  大; ②  $-m^2 + 15$  的值一定比 15 小; ③  $-m^2 + 15$  的值随着  $m$  的增大而减小. 其中正确结论的序号是 ( )

A. ① B. ② C. ③ D. ①③

2. 若  $x + y = 2, z - y = -3$ , 则  $x + z$  的值为 ( )

A. 5 B. 1 C. -1 D. -5

3. 已知  $a, b$  互为倒数,  $m$  是单项式  $-3xy^2$  的次数, 则  $ab - m$  的值为 ( )

A. -4 B. -2 C. 2 D. 4

4. 若多项式  $x^{|m|} + (m - 3)x + 2024$  是关于  $x$  的三次三项式, 则  $m$  的值为 \_\_\_\_\_.

5. 若  $7a^x b^2$  与  $-a^3 b^y$  的和为单项式, 则  $y^x =$  \_\_\_\_\_.

6. 已知代数式  $A = x^2 + 3xy + x - 12, B = 2x^2 - xy + 4y - 1$ . 若  $2A - B$  的值与  $y$  的取值无关, 则  $x =$  \_\_\_\_\_.

7. 把四张大小相同的长方形卡片(图 1)按图 2、图 3 所示的两种不同的方式放在底面为长方形(长比宽多 3 cm)的盒底上, 底面未被卡片覆盖的部分用阴影表示. 若记图 2 中阴影部分的周长为  $C_1$ , 图 3 中阴影部分的周长为  $C_2$ , 则  $C_1$  比  $C_2$  大 \_\_\_\_\_ cm.

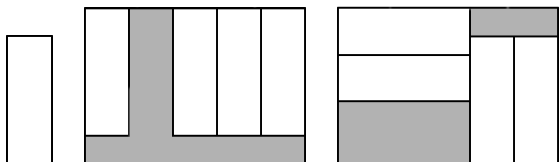


图 1

图 2

图 3

8. 如图, 将一系列数按数表中的规律排列, 则第  $n$  行最中间的数可以表示为 \_\_\_\_\_ (用含  $n$  的代数式表示).

|     |  |  |    |   |     |    |     |     |     |
|-----|--|--|----|---|-----|----|-----|-----|-----|
| 第一行 |  |  |    | 1 |     |    |     |     |     |
| 第二行 |  |  | -2 | 3 | -4  |    |     |     |     |
| 第三行 |  |  |    | 9 | -8  | 7  | -6  | 5   |     |
| 第四行 |  |  |    |   | -10 | 11 | -12 | 13  | -14 |
| 第五行 |  |  |    |   |     | 25 | -24 | 23  | -22 |
| 第六行 |  |  |    |   |     |    | 21  | -20 | 19  |
| ... |  |  |    |   |     |    |     |     |     |

9. 一个两位数的十位上的数为  $a$ , 个位上的数为  $b$ , 这个两位数记作  $\overline{ab}$ ; 一个三位数的百位上的数为  $x$ , 十位上的数为  $y$ , 个位上的数为  $z$ , 这个三位数记作  $\overline{xyz}$ .

(1)  $(\overline{ab} + \overline{ba})$  能被 11 整除吗? 请说明理由.

(2) 小明发现: 如果  $(x + y + z)$  能被 3 整除, 那么  $\overline{xyz}$  就能被 3 整除. 请补全小明的证明思路.

小明的证明思路

因为  $\overline{xyz} =$  ① \_\_\_\_\_  
 $=$  ② \_\_\_\_\_  $+(x + y + z)$ ,  
 又因为代数式 ②,  $(x + y + z)$  都能被 3 整除,  
 所以  $\overline{xyz}$  能被 3 整除.

10. 某网约车的车费由里程费、时长费、远途费三部分构成. 车费计价规则如下表:

|    | 里程费      | 时长费       | 远途费                                                            |
|----|----------|-----------|----------------------------------------------------------------|
| 单价 | 1.6 元/km | 0.5 元/min | 当里程不超过 10 km, 不收费; 当里程超过 10 km, 超过 10 km 的部分以 0.4 元/km 额外加收费用. |

- (1) 若行车里程为 30 km, 时长为 40 min, 需付车费\_\_\_\_\_元.
- (2) 若行车里程为  $m$  km, 时长为  $n$  min, 求应付的车费(用含  $m, n$  的代数式表示).
- (3) 乘坐该网约车去某地, 导航显示两条路线.
- 路线 1: 行车里程为  $x$  ( $5 < x < 10$ ) km, 时长为  $y$  ( $y > 10$ ) min;
- 路线 2: 行车里程比路线 1 多 5 km, 时长比路线 1 少 10 min.
- 请问选择哪一条路线所付车费较少? 并说明理由.

- (2) 将图 1 中的阴影部分裁剪下来, 重新拼成一个长方形(图 2), 那么这个长方形的面积为\_\_\_\_\_ (用含  $a, b$  的代数式表示).
- (3) 综合图 1、图 2, 从中可以归纳出一个结论:\_\_\_\_\_.
- (4) 根据(3)的结论计算:  $103^2 - 97^2$ .

### 【灵活应用】

- (5) 图 3 表格中画出了两组分别用 7 个数字组成的 H 形图案(阴影部分), 现在在图 3 中任意找一个 H 形图案(图 4), 设这个 H 形图案的其中五个数的中心数为  $x$ ,  $A, B, C, D$  所对应的数分别设为  $a, b, c, d$ , 求  $bd - ac$  的值.

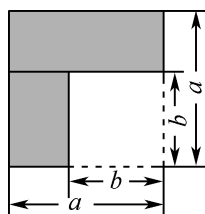


图 1



图 2

|    |    |    |    |    |     |    |    |
|----|----|----|----|----|-----|----|----|
| 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6   | 7  | 8  |
| 9  | 10 | 11 | 12 | 13 | 14  | 15 | 16 |
| 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22  | 23 | 24 |
| 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30  | 31 | 32 |
| 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38  | 39 | 40 |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | ... |    |    |

图 3

|  |  |   |   |   |  |  |  |
|--|--|---|---|---|--|--|--|
|  |  |   |   |   |  |  |  |
|  |  | A |   | D |  |  |  |
|  |  |   | x |   |  |  |  |
|  |  | B |   | C |  |  |  |
|  |  |   |   |   |  |  |  |
|  |  |   |   |   |  |  |  |

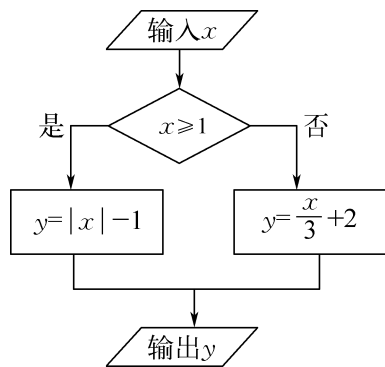
图 4

11. 【观察发现】在边长为  $a$  的大正方形中剪去一个边长为  $b$  的小正方形(图 1).
- (1) 图 1 中的阴影部分的面积为\_\_\_\_\_ (用含  $a, b$  的代数式表示).

### 强化训练 3 一元一次方程的综合问题

(时间: 30 min)

- 若关于  $x$  的方程  $2x-4=3m$  和  $x+2=m$  有相同的解, 则  $m$  的值是 ( )  
A. -8 B. 8 C. -10 D. 10
- 某奶茶店进行促销活动, 方案是“第一杯原价, 第二杯六折”, 现在该奶茶店购买两杯同种奶茶, 这两杯奶茶共打了 ( )  
A. 七折 B. 七五折  
C. 八折 D. 八五折
- 根据流程图中的程序, 当输出的数值  $y$  为 1 时, 输入的数值  $x$  为 ( )



- 2 B. 2 或 -2  
C. ±2 或 -3 D. 2 或 -3
- 同型号的甲、乙两辆车加满气体燃料后均可行驶 210 km, 它们各自单独行驶并返回的最远距离是 105 km. 现在它们都从 A 地出发, 行驶途中停下来从甲车的气体燃料桶抽一些气体燃料注入乙车的气体燃料桶, 然后甲车再行驶返回 A 地, 而乙车继续行驶, 到 B 地后再返回 A 地, 则 B 地最远可距离 A 地 ( )  
A. 120 km B. 140 km  
C. 160 km D. 180 km
  - 已知关于  $x$  的一元一次方程  $2\ 024x + 3a = 4x + 2\ 023$  的解为  $x=8$ , 则关于  $y$  的一元一次方程  $2\ 024(y-1) + 3a = 4(y-$

$1) + 2\ 023$  的解为  $y=$ \_\_\_\_\_.

- 有一列数, 按一定的规律排列成  $\frac{1}{3}, -1, 3, -9, 27, -81, \dots$ , 若其中某三个相邻数的和是  $-567$ , 则这三个数中的第一个数是\_\_\_\_\_.
- 定义: 关于  $x$  的方程  $ax-b=0$  与方程  $bx-a=0$  ( $a, b$  均为不等于 0 的常数) 互为“伴生方程”. 例如: 方程  $2x-1=0$  与方程  $x-2=0$  互为“伴生方程”.  
(1) 若关于  $x$  的方程  $2x-3=0$  与方程  $3x-c=0$  互为“伴生方程”, 则  $c=$ \_\_\_\_\_.
- (2) 若关于  $x$  的方程  $4x+3m+1=0$  与方程  $5x-n+2=0$  互为“伴生方程”, 求  $m, n$  的值.
- (3) 若关于  $x$  的方程  $5x-b=0$  与其“伴生方程”的解都是整数, 求整数  $b$  的值.

8. 小明和同学们在一家拉面馆用餐,下表为拉面馆的菜单:

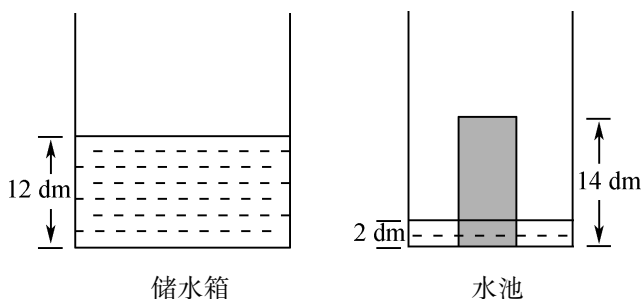
| 套餐种类 | A 套餐                                                              | B 套餐            | C 套餐                    |
|------|-------------------------------------------------------------------|-----------------|-------------------------|
| 配餐   | 1 碗牛肉拉面                                                           | 1 碗牛肉拉面 + 1 份青菜 | 1 碗牛肉拉面 + 1 份青菜 + 1 杯饮料 |
| 价格/元 | 18                                                                | 26              | 30                      |
| 优惠活动 | 消费满 100 元,减 10 元<br>消费满 200 元,减 20 元<br>消费满 300 元,减 30 元<br>..... |                 |                         |

已知他们所点的套餐共有 13 碗牛肉拉面,  $x$  份青菜和 6 杯饮料.

- 他们共点了\_\_\_\_\_份 B 套餐(用含  $x$  的代数式表示).
- 若他们点的套餐共有 8 份青菜,求实际花费多少元.
- 若他们点套餐优惠后实际花费了 300 元,请通过计算分析他们点的套餐是如何搭配的?

9. 如图是一个长方体储水箱和一个长方体水池的侧面示意图(厚度忽略不计),储水箱中水深 12 dm,把一高度为 14 dm 的长方体石柱放置于水池中央后水池中水深 2 dm. 现将储水箱中的水匀速注入水池,注水 4 min 时水池水面与石柱上底面持平;继续注水 2 min 后,储水箱中的水全部注入水池,此时水池中水深 19 dm. 根据上述信息,解答下列问题:

- 注水多长时间时,储水箱和水池中的水深相同?
- 若水池的底面积为  $42 \text{ dm}^2$ ,求石柱的底面积.
- 若石柱的体积为  $168 \text{ dm}^3$ ,请直接写出注水前储水箱中水的体积.





# 强化训练 4 立体图形与平面图形

(时间: 30 min)

1. 如图 1 是一个小正方体的展开图,小正方体从如图 2 所示的位置依次翻到第 1 格,第 2 格,第 3 格,这时小正方体朝上一面的字是 ( )

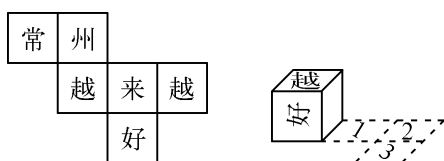
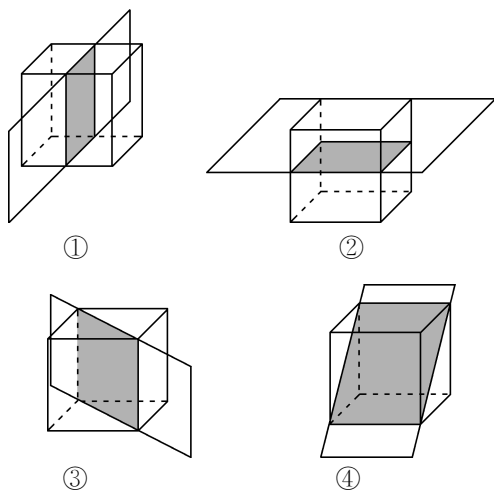


图 1

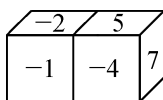
图 2

- A. 常 B. 州 C. 越 D. 来
2. 如图,用一个平面从不同的角度去截一个正方体,则截面大小、形状相同的是 ( )



- A. ①②相同,③④相同  
B. ①③相同,②④相同  
C. ①④相同,②③相同  
D. 都不相同

3. 两个同样大小的正方体按如图所示的方式放置在一起,每个正方体相对两个面上的



数字之和都等于 0. 现将两个正方体并排放置,看得见的 5 个面上的数如图所示,则看不见的 7 个面上所写的数字之和为 ( )

- A. -5 B. -7  
C. 5 D. 无法确定

4. 一个长方体的棱长总和是 240 cm,长、宽、高之比为 3 : 2 : 1,则这个长方体的体积是 ( )

- A. 384 000  $\text{cm}^3$  B. 6 000  $\text{cm}^3$   
C. 48 000  $\text{cm}^3$  D. 51 200  $\text{cm}^3$

5. 将一个长方形纸片依次按如图 1、图 2 所示的方式折叠,然后沿图 3 中的虚线裁剪,最后将图 4 的纸展开铺平,所得到的图形是 ( )

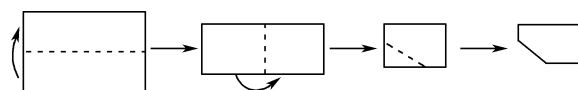
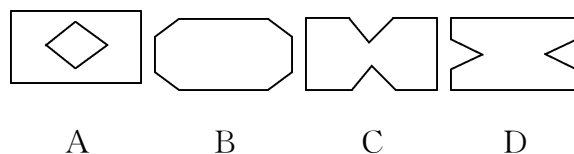


图 1

图 2

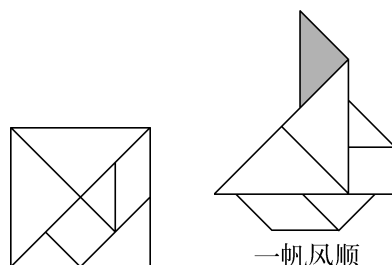
图 3

图 4

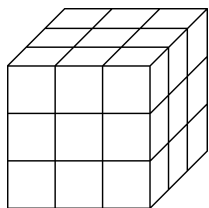


6. 用一个平面去截一个几何体,若截面(截出的面)的形状是四边形,则这个几何体可以是:①三棱柱;②三棱锥;③长方体;④圆柱. 其中所有正确的结论是\_\_\_\_\_ (填序号).

7. “七巧板”被西方人称为“东方魔板”,如图所示的两幅图是由同一副“七巧板”拼成的. 已知“七巧板”拼成的正方形的边长为 8 cm,则“一帆风顺”图中涂色部分的面积为 \_\_\_\_\_  $\text{cm}^2$ .



8. 一个正方体的表面涂满了同种颜色,按如图所示的方式将它切成 27 个大小相等的小立方块. 设其中仅有  $i$  个面 ( $i=1,2,3$ ) 涂有颜色的小立方块的个数为  $x_i$ , 则  $x_1 - x_2 + x_3$  的结果为\_\_\_\_\_.



9. (1) 观察图 1~图 3 中阴影部分的图形, 写出这 3 个图形具有的两个共同特征.  
 (2) 在图 4 和图 5 中, 各设计一个与前面不同的图形, 使它们也具有(1)中的两个共同特征.

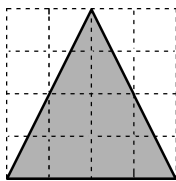


图 1

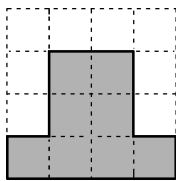


图 2

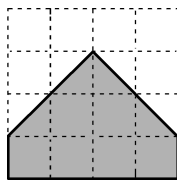


图 3

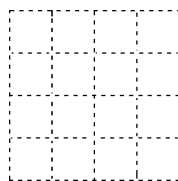


图 4

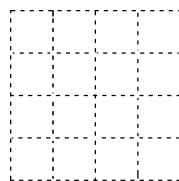
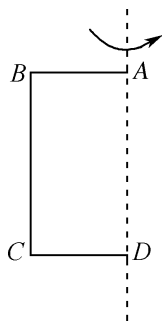


图 5

10. 已知长方形的长为 5 cm, 宽为 4 cm, 将其绕它一边所在的直线旋转一周, 得到一个立体图形.

- (1) 得到的几何图形的名称为\_\_\_\_\_, 这个现象用数学知识解释为\_\_\_\_\_.  
 (2) 求此几何体的表面积(结果保留  $\pi$ ).  
 (3) 求此几何体的体积(结果保留  $\pi$ ).



11. 如图 1, 学校 3D 打印小组制作了 1 个棱长为 4 的正方体模型(图中阴影部分是分别按三个方向垂直打通的通道).

- (1) 在图 2 中按从前往后的顺序, 依次画出每一层从正面看到的图形, 通道部分用阴影表示.  
 (2) 求这个正方体模型的体积.

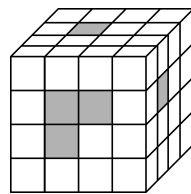


图 1

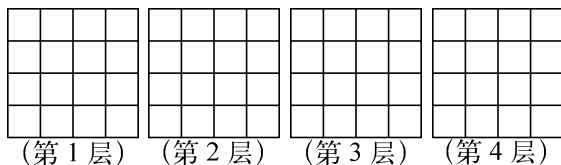
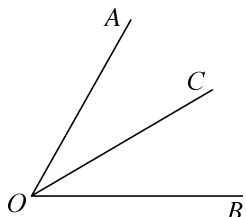


图 2

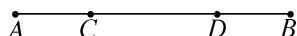
# 强化训练 5 线与角

(时间: 40 min)

1. 如图,  $\angle AOB = 60^\circ$ , 射线  $OC$  平分  $\angle AOB$ , 以  $OC$  为一边作  $\angle COP = 15^\circ$ , 则  $\angle BOP$  的度数为 ( )
- A.  $15^\circ$                       B.  $45^\circ$   
C.  $15^\circ$  或  $30^\circ$             D.  $15^\circ$  或  $45^\circ$

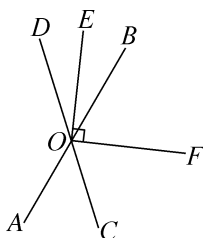


(第 1 题)



(第 2 题)

2. 如图,  $C, D$  为线段  $AB$  上两点,  $AC + BD = a$ . 若  $AD + BC = \frac{7}{5}AB$ , 则用含  $a$  的代数式表示  $CD$  的长为 ( )
- A.  $\frac{2}{5}a$     B.  $\frac{2}{3}a$     C.  $\frac{5}{3}a$     D.  $\frac{5}{7}a$
3. 如图, 直线  $AB, CD$  相交于点  $O$ ,  $OE$  平分  $\angle BOD$ ,  $OF \perp OE$  且  $\angle AOC : \angle COF = 2 : 3$ , 则  $\angle DOF$  的度数为 ( )



- A.  $105^\circ$     B.  $112.5^\circ$     C.  $120^\circ$     D.  $135^\circ$
4. 已知在数轴上, 点  $A$  表示的数为  $x_1$ , 点  $B$  表示的数为  $x_2$ , 点  $O$  表示的数为  $0$ , 且  $x_1 < 0 < x_2$ ,  $|x_2| = 2|x_1|$ , 则 ( )
- A.  $AO + \frac{1}{2}AB = 2BO$   
B.  $BO = \frac{1}{2}AB$   
C.  $2AO + \frac{1}{2}BO = AB$

D.  $BO = \frac{1}{3}AB$

5. 如图 1, 在长方形  $ABCD$  中, 点  $E$  在边  $AD$  上, 且  $\angle ABE = 30^\circ$ , 分别以  $BE, CE$  为折痕进行折叠并压平(图 2). 若  $\angle AED = n^\circ$ , 则  $\angle BCE$  的度数为 ( )

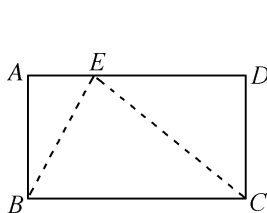


图 1

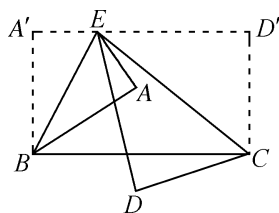
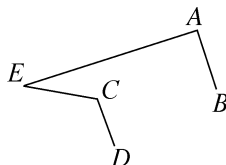
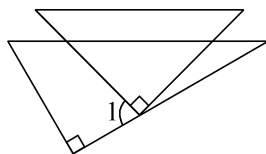


图 2

- A.  $\left(\frac{60+n}{2}\right)^\circ$                       B.  $(60+n)^\circ$   
C.  $\left(\frac{30+n}{2}\right)^\circ$                       D.  $(30+n)^\circ$
6. 某同学在研究传统文化“抖空竹”时有一个发现: 他把它抽象成数学问题. 如图,  $AB \parallel CD$ ,  $\angle BAE = 87^\circ$ ,  $\angle DCE = 121^\circ$ , 则  $\angle E$  的度数是\_\_\_\_\_.



7. 如图, 将一副三角板按图中所示的位置摆放, 保持两条斜边互相平行, 则  $\angle 1$  的大小为\_\_\_\_\_.



8. 已知  $\angle AOB$  和  $\angle BOC$  互为邻补角, 且  $\angle AOB < \angle BOC$ ,  $OD$  平分  $\angle BOC$ , 射线  $OE$  在  $\angle AOB$  内部, 且  $4\angle BOE + \angle BOC = 180^\circ$ ,  $\angle DOE = 70^\circ$ ,  $OM \perp OB$ , 则  $\angle MOE =$ \_\_\_\_\_.

9. 两块不同的三角板按如图 1 所示的方式摆放, 边  $AC$  重合,  $\angle BAC = 45^\circ$ ,  $\angle DAC = 30^\circ$ . 如图 2, 保持三角板  $ABC$  不动, 将三角板  $ACD$  绕着点  $C$  按顺时针方向以每秒  $15^\circ$  的速度旋转  $90^\circ$  后停止. 在此旋转过程中, 当旋转时间  $t =$  \_\_\_\_\_ s 时, 三角板  $A'CD'$  有一条边与三角板  $ABC$  的一条边恰好平行.

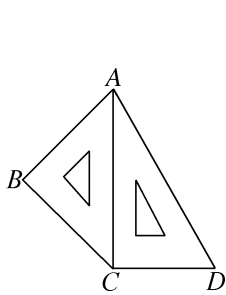


图 1

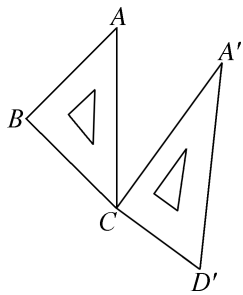
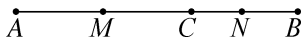


图 2

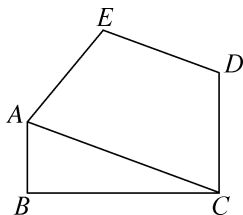
10. 如图, 点  $C$  在线段  $AB$  上,  $M, N$  分别是  $AC, BC$  的中点.
- (1) 若  $AC = 8, BC = 6$ , 求线段  $MN$  的长.
  - (2) 若  $C$  为线段  $AB$  上任意一点, 且  $AB = m$ , 其他条件不变, 请猜想线段  $MN$  的长度, 并说明理由.
  - (3) 若点  $C$  在线段  $AB$  的延长线上, 且满足  $AB = m$ , 则 (2) 中的结论是否依然成立? 若成立, 请说明理由; 若不成立, 请举例说明.



11. 如图,  $AC \parallel DE$ ,  $\angle D + \angle BAC = 180^\circ$ .

- (1) 试说明:  $AB \parallel CD$ .
- (2) 连接  $CE$ , 恰好满足  $CE$  平分  $\angle ACD$ . 若  $AB \perp BC$ ,  $\angle CED = 35^\circ$ , 求  $\angle ACB$

的度数.



12. 直线  $AB, CD$  相交于点  $O$ ,  $\angle EOF = 90^\circ$ , 射线  $OM$  平分  $\angle COF$ . (本题中所有角的度数均不超过  $180^\circ$ )

- (1) 若  $AB \perp CD$ .

- ① 将  $\angle EOF$  绕点  $O$  旋转至图 1 的位置,  $\angle BOE = 30^\circ$ ,  $\angle AOM =$  \_\_\_\_\_  $^\circ$ ;
- ② 将  $\angle EOF$  绕点  $O$  旋转至图 2 的位置,  $\angle AOM$  与  $\angle BOE$  有怎样的数量关系? 请说明理由.

- (2) 如图 3, 若  $\angle BOC = 60^\circ$ , 将  $\angle EOF$  绕点  $O$  顺时针旋转一周. 请直接写出在整个旋转过程中  $\angle AOM$  与  $\angle BOE$  的数量关系.

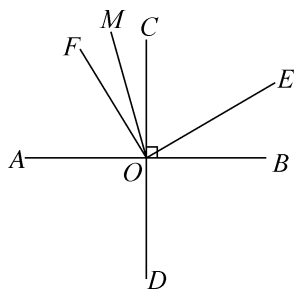


图 1

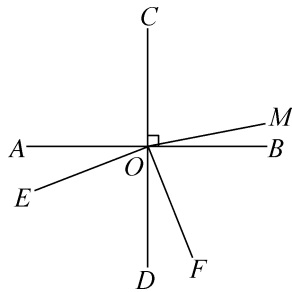


图 2

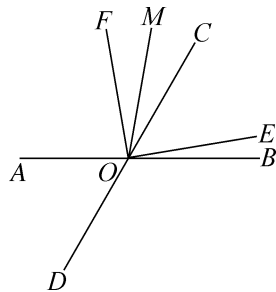


图 3

13. 【探究发现】

- (1) 如图 1,  $EF \parallel BC$ , 点  $A$  在  $EF, BC$  之间, 连接  $AE, AB$ . 试说明:  $\angle A + \angle AEF + \angle ABC = 360^\circ$ .

【学以致用】

- (2) 某商场地下车库出口处安装了“两段式栏杆”, 如图 2 所示,  $A$  是栏杆转动的支点,  $E$  是栏杆两段的联结点. 当车辆经过时, 栏杆  $A-E-F$  升起到如图 3 所示的位置, 其示意图如图 4 所示 ( $AB \perp BC, EF \parallel BC$ , 栏杆宽度忽略不计). 已知  $\angle AEF = 150^\circ$ , 则  $\angle BAE =$  \_\_\_\_\_.

【拓展应用】

- (3) 如图 5, 已知  $GF \parallel BC$ , 点  $E$  在  $GF$  上, 点  $A$  在  $GF, BC$  之间,  $AB \perp BC, AD \perp$

$AE$  交  $BC$  于点  $D$ ,  $AH$  平分  $\angle BAD$ ,  $AC$  平分  $\angle EAB$ . 若  $\angle AEC + \angle GEC = 180^\circ$ ,  $\angle ACE = 3\angle BAH$ , 求  $\angle GEA$  的度数.

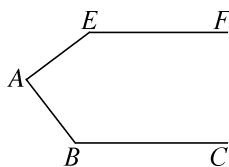


图 1

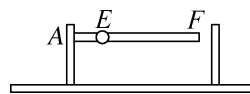


图 2

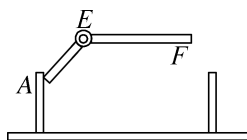


图 3

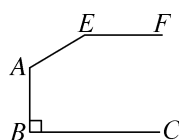


图 4

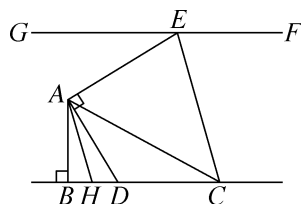
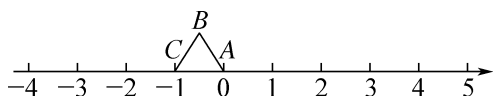


图 5

## 素养提升 1

(时间: 40 min)

1. 等边三角形  $ABC$  在数轴上的位置如图所示, 点  $A, C$  表示的数分别为 0 和 -1, 若  $\triangle ABC$  绕着顶点顺时针方向在数轴上连续翻转, 翻转 1 次后, 点  $B$  所表示的数为 1, 则翻转 2 024 次后, 点  $B$  所表示的数是

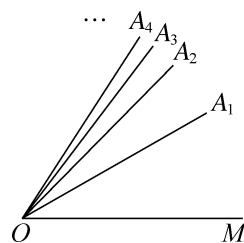


- A. 2 023 B. 2 024 C. 2 025 D. 2 026
2. 观察下面三行数:
- 第一行: 2, 4, 6, 8, 10, 12, ...
- 第二行: -3, 5, -7, 9, -11, 13, ...
- 第三行: 1, -4, 9, -16, 25, -36, ...
- 设  $x, y, z$  分别为第一、二、三行的第 100 个数, 则代数式  $2x + y - z$  的值为 ( )
- A. 10 601 B. -9 809
- C. 10 199 D. -10 199

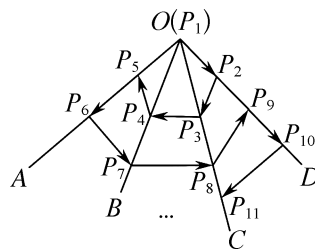
3. 定义一种新运算:  $T(x, y) = \frac{2x+y}{x+y}$ , 其中  $x+y \neq 0$ . 例如:  $T(2, 5) = \frac{2 \times 2 + 5}{2 + 5} = \frac{9}{7}$ , 下列说法正确的个数是 ( )
- ①  $T(0, 1) = 1$ ;
- ② 当  $x+y \neq 0, T(x, y) > 1$ ;
- ③  $T(0, 1) + T(1, 2) + T(2, 3) + \dots + T(100, 101) + T(101, 101) + T(101, 100) + \dots + T(3, 2) + T(2, 1) + T(1, 0) = 303$ .
- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

4. 如图,  $\angle MOA_1$  的度数是  $m^\circ$ , 以  $OA_1$  为一边, 在  $\angle MOA_1$  的外部作  $\angle A_1OA_2 = \frac{1}{2}\angle MOA_1$ , 接着以  $OA_2$  为一边, 在  $\angle A_1OA_2$

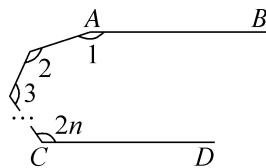
的外部作  $\angle A_2OA_3 = \frac{1}{2}\angle A_1OA_2$ , 再以  $OA_3$  为一边, 在  $\angle A_2OA_3$  的外部作  $\angle A_3OA_4 = \frac{1}{2}\angle A_2OA_3, \dots$  以此类推,  $\angle MOA_n$  的度数是 ( $n$  是正整数) ( )



- A.  $(1 + \frac{1}{2^n})m^\circ$  B.  $(1 - \frac{1}{2^n})m^\circ$
- C.  $(1 - \frac{1}{2^{n-1}})m^\circ$  D.  $(2 - \frac{1}{2^{n-1}})m^\circ$
5. 已知有公共端点的射线  $OA, OB, OC, OD$ , 若点  $P_1, P_2, P_3, \dots$  按如图所示规律排列, 则点  $P_{2\,024}$  落在 ( )



- A. 射线  $OA$  上 B. 射线  $OB$  上
- C. 射线  $OC$  上 D. 射线  $OD$  上
6. 如图,  $AB \parallel CD$ , 则  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \dots + \angle 2n$  的度数为 \_\_\_\_\_ ( $n$  为正整数).



7. 【问题背景】(1) 如图 1 是荡秋千的示意图, 秋千底座从点  $A$  到点  $B$  的过程中, 绳子的长度保持不变, 在线段  $AC, MN, PQ$  中, 长度最短的是\_\_\_\_\_.

【尝试说理】(2) 我们将会学习不等式的一个性质: 如果  $a+b < a+c$ , 那么  $b < c$ , 根据这个性质和学过的基本事实, 可以证实上述结论.

连接  $OM, ON$ .

根据基本事实“直线外一点与直线上各点连接的所有线段中, \_\_\_\_\_”, 可得  $OQ < ON$ .

再根据基本事实“\_\_\_\_\_”, 可得  $ON < OM + MN$ .

所以  $OQ < ON < OM + MN$ ,

即  $OP + PQ < OM + MN$ .

又因为  $OP = OM$ , 所以  $PQ < MN$ .

同理可得  $PQ < AC$ .

【方法迁移】(3) 图 2 是摩天轮的示意图,  $OA, OB$  是摩天轮的两根支架,  $OP, OM$  都是摩天轮的半径, 且  $OP = OM$ .  $MN \perp AB$ ,  $PQ \perp AB$ , 垂足分别为  $N, Q$ ,  $PQ$  经过圆心  $O$ . 小华发现  $PQ > MN$ , 请根据学过的基本事实, 证实这个发现.

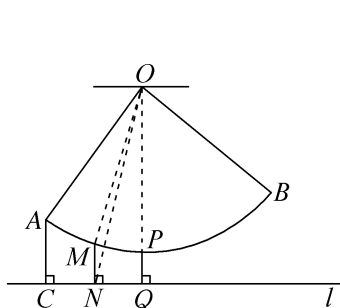


图 1

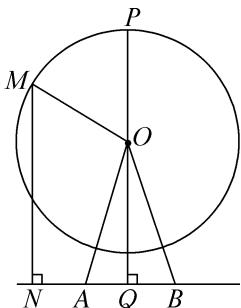


图 2

8. 阅读下列素材:

**素材 1** “非对称加密算法”中公钥和私钥是一对不同却匹配的钥匙, 只有使用匹配的钥匙, 才能完成对明文的加密解密.

明文  $\xrightarrow{\text{利用公钥加密}}$  密文  $\xrightarrow{\text{利用私钥解密}}$  明文

**素材 2**  $3 \times 1\ 001 = 3\ 003$ ,  $13 \times 1\ 001 = 13\ 013$ ,  $213 \times 1\ 001 = 213\ 213 \dots\dots$

**素材 3** 项目小组正在研究利用“非对称加密算法”对 1 000 以内的三位正整数进行加密解密, 方法如下: 记(公钥, 私钥)为  $(a, b)$  (其中  $a, b$  均为两位正整数), 则

明文  $\xrightarrow{\text{加密: } \times a}$  密文  $\xrightarrow{\text{解密: } \times b, \text{取积的后 3 位}}$  明文

例: 当明文为 123,  $(a, b)$  取  $(13, 77)$  时, 加密解密过程如下:

123  $\xrightarrow{\text{加密: } \times 13}$  1 599  $\xrightarrow{\text{解密: } \times 77, \text{取积的后 3 位}}$  123

结合上述素材, 完成以下问题:

【模型理解】

(1) 设  $\overline{xyz}$  是一个三位数,  $\overline{xyzxyz}$  是一个六位数, 则  $\overline{xyz} \times 13 \times 77 = \overline{xyzxyz}$ , 请说明理由.

(2) 设  $\overline{xyz}$  是一个三位数,  $\overline{n001}$  是一个四位数, 则  $\overline{xyz} \times \overline{n001}$  被 1 000 除的余数为  $\overline{xyz}$ , 请说明理由.

【初步应用】

(3) 若公钥  $a$  为 69, 设计匹配的私钥  $b$ .

【解决问题】

(4) 请再设计一对匹配的钥匙: (\_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_).