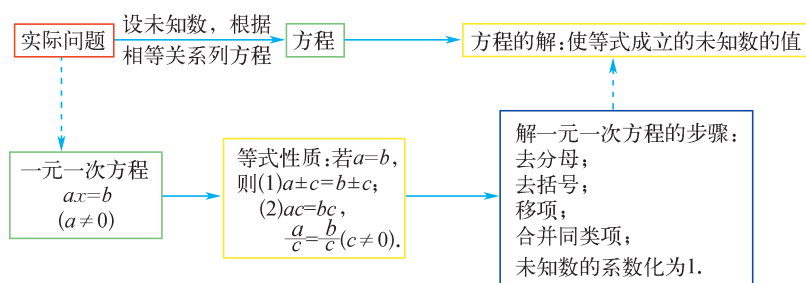


第5章 一元一次方程



知识回放



名师精讲

考点一 等式与方程有关概念

例1 解答下列各题:

(1) $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, 关于 x 的方程 $4x - 2m = 3x - 1$ 的解是方程 $x = 2x - 3m$ 的解的 2 倍.

(2) (泰州市靖江市期末) 已知关于 x 的方程 $\frac{a-x}{2} = \frac{bx-3}{3}$ 的解是 $x=2$, 其中 $a \neq 0$, 且 $b \neq 0$, 求代数式 $\frac{a}{b} - \frac{b}{a}$ 的值.

解析 (1) 分别解出两个方程的解, 再根据解的数量关系列出含参方程, 求出参数 m 的值.

(2) 将 $x=2$ 代入, 得到关于 a, b 的一个关系式, 再将其代入 $\frac{a}{b} - \frac{b}{a}$, 即可求出所求代数式的值.

答案 (1) $-\frac{1}{4}$

(2) 把 $x=2$ 代入原方程, 得 $\frac{a-2}{2} = \frac{2b-3}{3}$, 解得 $a = \frac{4}{3}b$.

将 $a = \frac{4}{3}b$ 代入 $\frac{a}{b} - \frac{b}{a}$, 得 $\frac{\frac{4}{3}b}{b} - \frac{b}{\frac{4}{3}b} = \frac{4}{3} - \frac{3}{4} = \frac{7}{12}$.

例2 (苏州市高新区期末) 如图, “●”“■”“▲”分别表示三种不同的物体, 已知前两架天平保持平衡, 要使第三架也

方法与技巧

可用参数分别表示两个方程的解, 再根据解的数量关系列出方程得出参数的值, 或求出一个方程的解, 再根据解的数量关系得出另一个方程的解代入即可得出参数的值.



关键提示

若已知条件中涉及方程的解, 则把方程的解代入原方程, 原方程即可转化为关于字母系数的方程, 解之即可解决问题.

平衡,那么“?”处应放“■”的个数为 ()

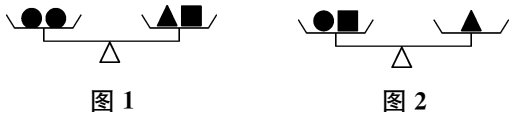


图 1

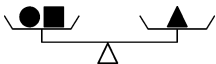


图 2

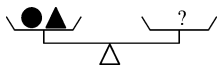


图 3

- A. 5 B. 4 C. 3 D. 2

解析 根据天平仍然处于平衡状态,得到一个等量关系,列出一元一次方程求解即可.设每个“●”“■”“▲”表示的三种不同物体的质量分别为 x, y, z ,则由题图可知 $2x = y + z$, $x + y = z$,所以 $2x = y + (x + y)$,可得 $x = 2y, z = 3y$,故 $x + z = 5y$.

答案 A

考点二 一元一次方程的解法

例3 (盐城市滨海县期末)解下列方程:

$$(1) 2 - \frac{2x+1}{3} = \frac{1+x}{2};$$

$$(2) \frac{3}{2} \left[\frac{2}{3} \left(\frac{1}{4}x - 1 \right) + 2 \right] - 2 \frac{1}{2} = \frac{2}{3}x.$$

解析 (1) 方程去分母,去括号,移项,合并同类项,将 x 系数化为 1,即可求出解.(2) 对于含有多层括号的化简,应根据其特点选取从内向外或从外向内逐层化简,而考虑到 $\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$,可先去中括号.

答案 (1) 去分母,得 $12 - 2(2x+1) = 3(1+x)$.

去括号,得 $12 - 4x - 2 = 3 + 3x$.

移项、合并同类项,得 $-7x = -7$.

系数化为 1,得 $x = 1$.

(2) 去括号,得 $\frac{1}{4}x - 1 + 3 - 2 \frac{1}{2} = \frac{2}{3}x$.

移项、合并同类项,得 $-\frac{5}{12}x = \frac{1}{2}$.

系数化为 1,得 $x = -\frac{6}{5}$.

考点三 列方程解应用题

例4 (南充市中考)《孙子算经》记载:“今有木,不知长

方法与技巧

每一架平衡的天平,相当于给出了一个等式,由两个等式,无法求出三个未知数,但可将其中一个暂当常数,将另外两个未知量用该常数(未知量)表示,即运用消元思想解决问题.



关键提示

要注意观察方程的特点,寻找解题技巧,使解方程的过程更简洁明了.

易错警示

(1) 去分母、去括号时要严防漏乘;(2) 分子是多项式时,去分母后要添加括号.

短.引绳度之,余绳四尺五寸;屈绳量之,不足一尺.木长几何?”(尺、寸是长度单位,1尺=10寸)意思是:现有一根木条,不知道其长短.用一根绳子去度量木条,绳子还剩余4.5尺;将绳子对折再度量木条,木条还剩余1尺.问木条长为多少?设木条长为 x 尺,则可列方程为 ()

- A. $\frac{1}{2}(x+4.5)=x-1$ B. $\frac{1}{2}(x+4.5)=x+1$
C. $\frac{1}{2}(x-4.5)=x+1$ D. $\frac{1}{2}(x-4.5)=x-1$

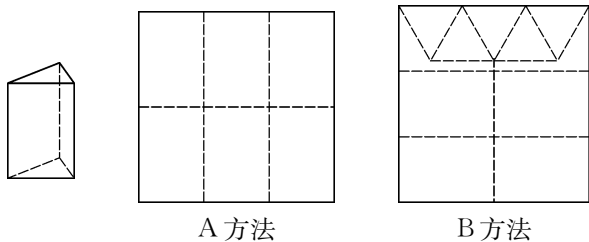
解析 设木条长为 x 尺,则用一根绳子去量一根木条,绳子剩余4.5尺,可知绳子长为 $(x+4.5)$ 尺;绳子对折再量木条,木条剩余1尺,即可列出相应的方程为 $\frac{1}{2}(x+4.5)=x-1$.

答案 A

例5 (盐城市射阳县期末)用正方形硬纸板做三棱柱盒子,每个盒子由3个长方形侧面和2个正三角形底面组成,硬纸板以如图两种方法裁剪(裁剪后边角料不再利用).

A方法:剪6个侧面;

B方法:剪4个侧面和5个底面.



现有19张硬纸板,裁剪时 x 张用A方法,其余用B方法.

(1) 用含 x 的代数式分别表示裁剪出的侧面和底面的个数.

(2) 若裁剪出的侧面和底面恰好全部用完,问:能做多少个盒子?

解析 根据条件“现有19张硬纸板”,设裁剪时 x 张用A方法,则 $(19-x)$ 张用B方法,就可以分别表示出侧面个数和底面个数;由侧面个数和底面个数比为3:2,根据裁剪出的侧面和底面个数关系建立方程,求出 x 的值,求出侧面的总数就可以求出结论.

答案 (1) 因为裁剪时 x 张用A方法,所以裁剪时 $(19-x)$ 张用B方法.所以侧面的个数为 $6x+4(19-x)=2x+76$,底面的个数为 $5(19-x)=95-5x$.



关键提示

关于和、差、倍、分问题,常用“多、少、大、小、几分之几、对折”或“增加、减少、缩小、有余、不足”等词语来体现等量关系,审题时要抓住关键词,确定标准量与比较量,并注意每个词的细微差别.



关键提示

要认真审题,用代数式分别表示两类图形的个数,并根据等量关系(配套时个数比)列方程是解题关键.

(2) 根据题意,得 $2(2x+76)=3(95-5x)$,解得 $x=7$.

因此盒子的个数为 $\frac{2 \times 7 + 76}{3} = 30$. 即裁剪出的侧面和底

面恰好全部用完,能做 30 个盒子.

例 6 (南京市江宁区期末) 甲、乙两地相距 72 km, 一辆工程车和一辆洒水车上午 6:00 同时从甲地出发, 分别以 v_1 km/h、 v_2 km/h 的速度匀速驶往乙地. 工程车到达乙地后停留了 2 h, 沿原路以原速返回, 中午 12:00 到达甲地, 此时洒水车也恰好到达乙地.

(1) $v_1 =$ _____, $v_2 =$ _____.

(2) 出发多长时间后两车相遇?

(3) 出发多长时间后两车相距 30 km?

解析 (1) 根据“速度=路程÷时间”即可求出速度; 工程车行驶的路程为甲、乙两地往返的距离为 $72 \times 2 = 144$ (km), 行驶的时间为 $12 - 6 - 2 = 4$ (h); 洒水车行驶的路程为甲、乙两地间的距离为 72 km, 行驶的时间为 $12 - 6 = 6$ (h).

(2) 由题意可知工程车在返回的途中与洒水车相遇, 故可根据“两车行驶的路程和 $= 72 \times 2$ ”列出方程来解决问题.

(3) 此题需分类讨论, 应分为相遇前第一次相距 30 km, 相遇前第二次相距 30 km, 相遇后相距 30 km.

答案 (1) 36 km/h 12 km/h

(2) 设出发 x h 后两车相遇.

根据题意, 得 $12x + 36(x - 2) = 72 \times 2$, 解得 $x = \frac{9}{2}$.

答: 出发 $\frac{9}{2}$ h 后两车相遇.

(3) 设出发 y h 后两车相距 30 km. 两车相遇前第一次相距 30 km 时, $36y - 12y = 30$, 解得 $y = \frac{5}{4}$. 因为 $72 \div 36 = 2$ (h), $\frac{5}{4} < 2$, 所以符合题意. 当工程车在乙地停留时, $12t + 30 = 72$, 解得 $t = \frac{7}{2}$, $2 < \frac{7}{2} < 4$, 所以符合题意. 两车相遇后相距 30 km 时, $12y + 36(y - 2) - 30 = 144$, 解得 $y = \frac{41}{8}$, $4 < \frac{41}{8} < 6$, 所以符合题意.

答: 出发 $\frac{5}{4}$ h 或 $\frac{7}{2}$ h 或 $\frac{41}{8}$ h 后两车相距 30 km.



关键提示

行程问题的基本等量关系: 路程=速度×时间.

相遇问题(相向而行)的等量关系: 各人行程之和等于总路程或同时行驶时两人所行驶的时间相等.

追及问题(同向而行)的等量关系: 两人的路程差等于追及的路程.

环形跑道上的相遇和追及问题: 同地反向而行, 两人的路程和等于一圈的路程; 同地同向而行, 两人所走的路程差等于一圈的路程.

航(飞)行问题中的速度关系: ①顺水(风)速度=静水(无风)速度+水流(风)速度; ②逆水(风)速度=静水(无风)速度-水流(风)速度.

易错警示

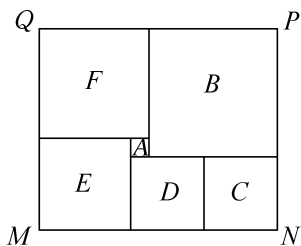
两车相距 30 km 需分类讨论, 同时还要注意时间的取值是否符合题意.

例7 下图是某市民健身广场的平面示意图,它是由6个正方形拼成的长方形,已知中间最小的正方形A的边长是1 m.

(1) 若设图中最大正方形B的边长是 x m,请用含 x 的代数式分别表示出正方形F,E和C的边长.

(2) 观察图形的特点可知,长方形相对的两边是相等的(如图中的MN和PQ),请根据这个等量关系,求出 x 的值.

(3) 现沿着长方形广场的四条边铺设下水管道,由甲、乙2个工程队单独铺设分别需要10天、15天完成,如果两队从同一点开始,沿相反的方向同时施工2天后,因甲队另有任务,余下的工程由乙队单独施工,试问还要多少天完成?



解析 (1) 若设图中最大正方形B的边长是 x m,最小的正方形A的边长是1 m,从图中可看出正方形F的边长为 $(x-1)$ m,正方形E的边长为 $(x-1-1)$ m,正方形C的边长=正方形D的边长,且正方形C的边长+正方形D的边长=正方形A的边长+正方形B的边长,所以正方形C的边长为 $\frac{x+1}{2}$ m.

(2) 根据长方形相对的两边是相等的(如图中的MN和PQ),列出关于 x 的方程,求出 x 的值.(3) 根据“工作效率 $\times$ 工作时间=工作量”这个等量关系,且完成工作,工作量就为1,可列方程求解.

答案 (1) 由题意可知,正方形F的边长为 $(x-1)$ m,正方形E的边长为 $(x-2)$ m,正方形C的边长为 $\frac{x+1}{2}$ m.

(2) 因为 $MQ=PN$,所以 $x-1+x-2=x+\frac{x+1}{2}$,解得 $x=7$,所以 x 的值为7.

(3) 设余下的工程由乙队单独施工,还要 y 天完成.

$$\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15}\right) \times 2 + \frac{1}{15}y = 1, \text{解得 } y = 10.$$

答:余下的工程由乙队单独施工,还要10天完成.

方法与技巧

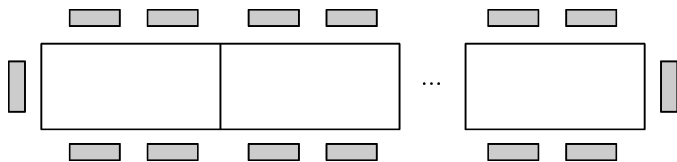
(1) 观察图形得出不同正方形边长的数量关系,设出一个变量,知一知所有.

(2) 图形元素的双重身份构造方程.



考点四 规律探究题

例8 一种长方形餐桌的四周可坐6人用餐,现把若干张这样的餐桌按如图所示的方式拼接.



(1) 若把4张、8张这样的餐桌拼接起来,四周分别可坐多少人?

(2) 若用餐的人数为90,则需要多少张这样的餐桌?

解析 (1) 根据题意可发现规律:每增加1张这样的餐桌可增加4人,据此求解即可.

(2) 根据发现的规律,列一元一次方程求解即可.

答案 (1) 发现规律:1张这样的餐桌四周可坐6人,2张这样的餐桌拼接起来四周可坐 $(6+4)$ 人,3张这样的餐桌拼接起来四周可坐 $(6+4\times 2)$ 人,4张这样的餐桌拼接起来四周可坐 $(6+4\times 3)$ 人, $\dots$, n 张这样的餐桌拼接起来四周可坐 $[6+4(n-1)]=(4n+2)$ 人.

所以4张这样的餐桌拼接起来四周可坐 $4\times 4+2=18$ (人),8张这样的餐桌拼接起来四周可坐 $4\times 8+2=34$ (人).

(2) 因为 n 张这样的餐桌拼接起来四周可坐 $(4n+2)$ 人,所以若用餐的人数为90,则 $4n+2=90$,解得 $n=22$.

所以需要22张这样的餐桌.

例9 (苏州市期末)先观察,再解答.

		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

图1

					b	
					a	c
			d			

图2

图1是生活中常见的日历.

(1) 图2是另一个月的日历, a 表示该月中某一天, b, c, d 是该月中其他3天, b, c, d 与 a 之间的关系是: $b=$ _____, $c=$ _____, $d=$ _____ (用含 a 的代数式填空).

(2) 用一个长方形框圈出日历中的三个数字(如图2中的阴影),如果这三个数字之和等于51,那么这三个数字各是多少?

(3) 这样圈出的三个数字的和可能是64吗?为什么?

方法与技巧

要善于运用归纳的思想方法,由具体的变化过程抽象出结论,即从1张,2张,3张,4张, $\dots$, n 张,观察桌子数量变化与人数变化,找到二者之间的联系和规律,并由此列方程,确定最佳方案.



关键提示

要善于观察,从具体的表格(图1)中找出对应格中数字之间的关系,并利用这一规律抽象出图2中字母间的数量关系是解题关键.

解析 此题利用日历表中的数据特点“上下相邻日期相差7,左右相邻日期相差1”进行解答.

(1) b 在 a 的上面,因此 $b=a-7$; c 在 a 的右面,因此 $c=a+1$; a 向前数两个即 $a-2$,再向下便是 d ,即 $d=a-2+7=a+5$.

(2) 设中间数字为 x ,则上面的数字为 $x-7$,下面的数字为 $x+7$,列方程解答即可.

(3) 由(2)可得这三个数字的和为 $3x$,利用是否能被3整除就可以判定.

答案 (1) $a-7$ $a+1$ $a+5$

(2) 设中间的数字为 x ,则上面的数字为 $x-7$,下面的数字为 $x+7$.

根据题意列方程,得 $(x-7)+x+(x+7)=51$,解得 $x=17$.

所以这三个数字分别是10,17,24.

(3) 不可能.理由如下:

这样圈出的三个数字的和是中间数字的3倍,而64不能被3整除.

考点五 数学思想与方法

例10 (泰州市期末)解方程: $\frac{1}{2}\left[x-\frac{1}{2}(x-1)\right]=\frac{2}{3}(x-1)$.

解析 用常规解法解该方程,显然过程比较复杂,注意到 $x-1$ 可以看作一个整体,因此可先解关于 $x-1$ 的方程.

答案 原方程可化为 $\frac{1}{2}\left[(x-1)-\frac{1}{2}(x-1)+1\right]=\frac{2}{3}(x-1)$.

去括号,得 $\frac{1}{2}(x-1)-\frac{1}{4}(x-1)+\frac{1}{2}=\frac{2}{3}(x-1)$.

移项,得 $\frac{1}{2}(x-1)-\frac{1}{4}(x-1)-\frac{2}{3}(x-1)=-\frac{1}{2}$.

合并同类项,得 $-\frac{5}{12}(x-1)=-\frac{1}{2}$.

方程两边同乘 $-\frac{12}{5}$,得 $x-1=\frac{6}{5}$.

移项、合并同类项,得 $x=\frac{11}{5}$.

所以原方程的解为 $x=\frac{11}{5}$.

例11 (常州市期末)王叔叔在一家游泳馆游泳健身,该游泳馆推出两种收费方式供健身用户选择:

方式一:单次卡,每次收费30元;

方法与技巧

对于方程中重复出现的代数式,若当作一个整体来处理,则可达到化繁为简的效果,这种方法也称为“换元法”,是方程求解的常见方法.

方法与技巧

对于多种可能的问题,要善于运用分类讨论的数学思想方法解决问题.

方式二:办理会员年卡,一次性缴纳会员费 360 元,每次游泳另收费 18 元(一年内有效).

(1) 若一年内王叔叔游泳 x 次,采用方式二付费,共需付费_____元(用含 x 的代数式表示).

(2) 若两种付费方式所需费用相等,求王叔叔一年的游泳次数.

(3) 已知去年王叔叔在该游泳馆共付费 1 512 元,求王叔叔去年的游泳次数,并说明王叔叔的付费方式.

解析 (1) 费用由两部分组成,一是会员费 360 元,二是每次游泳另收的费用 $18x$ 元.

(2) 设游泳次数为 y ,两种付费方式的费用分别为 $30y$ 元和 $(360+18y)$ 元,然后列出方程 $30y=360+18y$ 即可解决问题.

(3) 分方式一和方式二两种情况讨论即可.

答案 (1) $(360+18x)$

(2) 设王叔叔一年的游泳次数为 y .

根据题意,得 $30y=360+18y$,解得 $y=30$.

答:王叔叔一年的游泳次数为 30 次.

(3) 设王叔叔去年的游泳次数为 m .

当按方式一付费时, $30m=1\ 512$,解得 $m=50.4$. 因为次数是正整数,所以此种方式不符合题意.

当按方式二付费时, $360+18m=1\ 512$,解得 $m=64$,符合题意.

答:王叔叔去年的游泳次数为 64,付费方式是方式二.



关键提示

本题是代数式及一元一次方程的应用,解题关键是根据题意列出代数式或一元一次方程.



抢分必做



1. 下列各选项正确的是

()

A. 由 $7x=4x-3$ 移项,得 $7x-4x=3$

B. 由 $\frac{2x-1}{3}=1+\frac{x-3}{2}$ 去分母,得 $2(2x-1)=1+3(x-3)$

C. 由 $2(2x-1)-3(x-3)=1$ 去括号,得 $4x-2-3x-9=1$

D. 由 $2(x+1)=x+7$ 去括号、移项、合并同类项,得 $x=5$

2. (南通市海安市期末)下列解方程的过程正确的是

()

A. 将 $10-2(3x-1)=8x+5$ 去括号,得 $10-6x+1=8x+5$

B. 由 $-\frac{2}{3}x=3$,得 $x=-\frac{9}{2}$

C. 将 $3 - \frac{5x-1}{2} = \frac{x+2}{3}$ 去分母, 得 $3 - 3(5x-1) = 2(x+2)$

D. 由 $\frac{x}{0.7} + \frac{0.17-0.4x}{0.03} = 1$, 得 $\frac{10x}{7} + \frac{17-40x}{3} = 100$

3. (盐城市东台市期末) 某车间有 26 名工人, 每人每天可以生产 800 个螺钉或 1 000 个螺母, 1 个螺钉需配 2 个螺母, 为使每天生产的螺钉和螺母刚好配套, 设安排 x 名工人生产螺钉, 则下面所列方程正确的是 ()

A. $1\,000(26-x) = 800x$

B. $1\,000(13-x) = 800x$

C. $1\,000(26-x) = 2 \times 800x$

D. $2 \times 1\,000(26-x) = 800x$

4. (大连市期末) 我国的《九章算术》中记载道: “今有共买物, 人出八, 盈三; 人出七, 不足四. 问有几人?” 大意是: 今有人合伙购物, 每人出 8 钱, 会多 3 钱; 每人出 7 钱, 又差 4 钱, 问人数有多少? 设有 x 人, 则可列方程为_____.

5. (盐城市滨海县期末) 一个两位数, 其个位上的数字是十位上的数字的 3 倍, 且个位上数字与十位上数字的和是 12, 那么这个两位数是_____.

6. (南京市秦淮区期末) 解下列方程:

(1) $4(x-1) = 1-x$;

(2) $\frac{x-1}{2} - 1 = \frac{x-2}{3}$.



7. (盐城市大丰区期末) 已知方程 $(a+1)x^{a^2} + 1 = 0$ 是关于 x 的一元一次方程, 则 $2(a^2+a) - (2a+1) =$ _____.

8. (南京市鼓楼区期末) 判断下列解答过程是否正确, 如有错误, 请给出正确解答.

$$\begin{aligned} & \frac{y+1}{2} - \frac{y-1}{6} = 1 \\ \text{解: } & 3(y+1) - y - 1 = 1 \\ & 3y + 3 - y - 1 = 1 \\ & 3y - y = -1 \\ & y = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$



9. (南通市海安市期末) 中国古代数学著作《增删算法统宗》中记载的“绳索量竿”问题, 大意是: 现有一根竿子和一条绳索, 用绳索去量竿子, 绳索比竿子长 5 尺; 若将绳索对折去量竿子, 绳索就比竿子短 5 尺, 问绳索、竿子各有多长? 甲、乙两人所列方程如下, 下列选项判

断正确的是 ()

甲:设竿子长为 x 尺,根据题意可列方程为 $x-\frac{x+5}{2}=5$;

乙:设绳索长为 x 尺,根据题意可列方程为 $(x-5)-\frac{x}{2}=5$.

- A. 甲对乙错 B. 甲错乙对 C. 甲、乙都对 D. 甲、乙都错

10. (南通市海安市期末)若关于 x 的一元一次方程 $a\left(x-\frac{1}{2\ 025}\right)+b=2x+c-\frac{2}{2\ 025}$ 的解为 $x=1$,则关于 y 的一元一次方程 $ay+b=2y+c$ 的解为 $y=$ _____.

11. 规定如下两种运算: $x\otimes y=2xy+1$; $x\oplus y=x+2y-1$. 例如: $2\otimes 3=2\times 2\times 3+1=13$; $2\oplus 3=2+2\times 3-1=7$. 若 $a\otimes (4\oplus 5)$ 的值为 79,则 $3a+2[3a-2(2a-1)]$ 的值是_____.

12. 越来越多的人在用微信支付、转账,把微信账户里的钱转到银行卡叫作提现,每个微信账户享有累计不超过 1 000 元的免费提现额度,当累计提现金额超过 1 000 元时,超出的部分需支付 0.1%的手续费,且以后每次提现支付的手续费均为提现金额的 0.1%.

(1) 小新使用微信至今,用自己的微信账户共提现两次,提现金额均为 1 500 元,则小新这两次提现分别需支付手续费多少元?

(2) 小管使用微信至今,用自己的微信账户共提现三次,提现手续费如下表:

提现次数	第一次	第二次	第三次
手续费/元	0	1.6	1.2

- ①小管第三次提现金额为_____元.
②若小管第三次提现金额恰好等于前两次提现金额的差,求小管第一次提现的金额.

13. (南通市海门区期末)居民生活用水通常按户计费.如表是某城市居民生活用水的收费标准,称这样的收费方式为阶梯计价.

收费方式	年用水量/ m^3	收费标准/(元/ m^3)
第一阶梯	0~180(含 180)	4.5
第二阶梯	180~240(含 240)	6
第三阶梯	240 以上	a

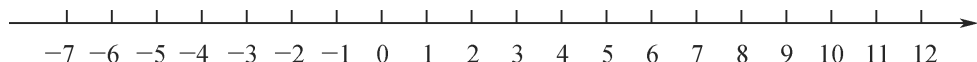
(例如:该城市某户家庭年用水量为 $230\ \text{m}^3$,则水费为 $180\times 4.5+(230-180)\times 6=810+300=1\ 110$ 元)

- (1) 若该城市小明家 2024 年的年用水量为 $200\ \text{m}^3$,则小明家这一年的水费是_____元.
(2) 已知该城市小颖家 2024 年的年用水量为 $300\ \text{m}^3$,水费为 1 650 元,求 a 的值.
(3) 若该城市某户居民 2024 年的年用水量为 $t\ \text{m}^3$,这户居民的水费是多少元(用含 t 的代数式表示)?



14. 有一些相同的房间需要粉刷,一天3名师傅去粉刷8个房间,结果其中有 40 m^2 的墙面未来得及刷;同样的时间内5名徒弟粉刷了9个房间的墙面.每名师傅比每名徒弟一天多刷 30 m^2 的墙面.
- (1) 求每个房间需要粉刷的墙面面积.
 - (2) 张老板现有36个这样的房间需要粉刷,若请1名师傅带2名徒弟去,需要几天完成?
 - (3) 在(2)的条件下,已知每名师傅、徒弟每天的工资分别是85元、75元,张老板要求在3天内完成,问如何在这8个人中雇用人员才合算呢?

15. (盐城市建湖县期末)如图,点A从原点出发沿数轴向左运动,同时,点B也从原点出发沿数轴向右运动.运动4s时,两点相距16个单位长度.已知点B的速度是点A的速度的3倍.

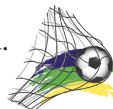


- (1) 求出点A和点B的运动速度,并在数轴上标出A,B两点从原点出发运动4s时的位置.
- (2) 若A,B两点从(1)中的位置开始,仍以原来的速度同时沿数轴向左运动,则再过几秒,原点恰好处在AB的中点?
- (3) 若A,B两点从(1)中的位置开始,仍以原来的速度同时沿数轴向左运动时,另一点C同时从原点O位置出发向点B运动,且点C的速度是点A的速度的一半.当点C运动几秒时,C为AB的中点?



临门一脚

本章内容从列代数式到列方程并求解,是学生数学思维的第二次飞跃,再从方程中的最简方程——一元一次方程开始学习,理解“方程的解”的定义,根据等式性质掌握“解方程”的一般步骤,并由此解决实际问题.本章知识中蕴涵的数学思想方法主要是问题解决中的化归思想——所有的一元一次方程通过适当的变形,都可以化为“ $x=a$ (a 为已知数)”的形式,建立方程模型的思想——把一般的实际问题转化为数学问题,用数学的方法去解决.在解方程时必须注意每步变形的合理性,对于实际问题要考虑所得的解是否符合其实际意义.



19. 解: (1) $-9 \quad 5$

(2) ①点 P 表示的数是 $-9+3t$, 点 Q 表示的数是 $5+t$. 根据题意, 得 $|-9+3t-(5+t)|=2$, 解得 $t=8$ 或 $t=6$.

答: 8 s 或 6 s 时, 点 P 与点 Q 之间的距离为 2 个单位长度.

②存在 n 的值, 使得在运动过程中, $\frac{7PR-4OR}{3}+AQ$ 的值是定值.

因为点 P 表示的数是 $-9+3t$, 点 Q 表示的数是 $5+t$, 点 R 表示的数是 nt , 所以 $PR=nt-(-9+3t)=nt-3t+9$, $OR=nt$, $AQ=5+t-(-9)=t+14$. 所以 $\frac{7PR-4OR}{3}+$

$AQ=\frac{7(nt-3t+9)-4nt}{3}+t+14=(n-6)t+35$. 所以当 $n-6=0$ 时, $\frac{7PR-4OR}{3}+AQ=$

35. 所以当 $n-6=0$ 时, $\frac{7PR-4OR}{3}+AQ=$

35, 即当 $n=6$ 时, $\frac{7PR-4OR}{3}+AQ$ 的值为定值, 这个定值为 35.

第3章 代数式 第4章 整式的加减

1. C 2. B 3. D

4. $-\frac{8}{3}$

5. 4 提示: 因为 $2m-n+1=3$, 所以 $2m-n=2$, 则代数值 $6m-3n-2=3(2m-n)-2=3 \times 2-2=4$.

6. 解: (1) 原式 $= -7a^2+13ab-7b^2 = -7(a^2+b^2)+13ab$. 因为 $a^2+b^2=5$, $ab=-2$, 所以原式 $= (-7) \times 5 + 13 \times (-2) = -61$.

(2) 由条件, 得 $a=4, b=-1$. 原式 $= 5ab^2-2a^2b+4ab^2-2a^2b+4a^2b=9ab^2$. 将 $a=4, b=-1$ 代入, 原式 $= 9 \times 4 \times (-1)^2 = 36$.

7. D 8. C 9. C

10. B 提示: 由数轴可知, $-2 < b < -1, 1 < a < 2$, 且 $|a| > |b|$, 所以 $a+b > 0, a-1 > 0, b+2 > 0$, 所以 $|a+b|-|a-1|+|b+2|=a+b-(a-1)+(b+2)=a+b-a+1+b+2=2b+3$.

11. 解: 由题意可知, $A+2B=5x^2+8x-10$, 所以 $A=5x^2+8x-10-2B=5x^2+8x-10-2(2x^2+3x-4)=5x^2+8x-10-4x^2-6x+8=x^2+2x-2$, 所以 $A-2B=(x^2+2x-2)-2(2x^2+3x-4)=x^2+2x-2-4x^2-6x+8=-3x^2-4x+6$.

12. A 提示: 由题意, 得 $C_1=BC+CD-b+AD-a+a-b+a+AB-a$. 因为四边形 $ABCD$ 是长方形, 所以 $AB=CD, AD=BC$, 所以 $C_1=2AD+$

$2AB-2b$. 同理, $C_2=BC-b+AB-a+a-b+a+AD-a+CD=2AD+2AB-2b$, 故 $C_1-C_2=0$.

13. C 提示: 由题意知, 当 $x=3$ 时, $\frac{x(x+1)}{2}=6$; 当 $x=6$ 时, $\frac{x(x+1)}{2}=21$; 当 $x=21$ 时, $\frac{x(x+1)}{2}=231$. 因为 $231 > 100$, 所以输出的结果是 231.

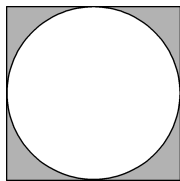
14. 解: (1) 设正方形的边长为 a .

图 1 中阴影部分的面积为 $a^2 - \frac{1}{4}\pi a^2$.

图 2 中阴影部分的面积为 $a^2 - 4\pi(\frac{1}{4}a)^2 = a^2 - \frac{1}{4}\pi a^2$.

所以图 1、图 2 中阴影部分的面积相等.

(2) 答案不唯一, 例如:



15. 解: (1) 当 $x=1, a=-3$ 时, $B=3 \times 1^2 - 2 \times (-3) \times 1 + 1 = 10$.

(2) 根据题意, 得 $3A-B=3(x^2+2x-1)-(3x^2-2ax+1)=3x^2+6x-3-3x^2+2ax-1=(6+2a)x-4$.

(3) 因为 $3A-B$ 的值与 x 无关, 所以 $6+2a=0$, 解得 $a=-3$.

16. 解: (1) $-3 \quad -1$

(2) 减少 2

(3) 因为 $k(a+1)-3-(ka-3)=k$, 所以当 x 的值从 a 增加到 $a+1$ 时, 关于 x 的代数式 $kx-3$ 的值增加 k .

17. 解: (1) 2 2

(2) $y_1=y_2$. 理由如下:

由题意, 得 $y_1=m \triangle (-n) = |m - (-n)| + m - n = |m+n| + m - n$, $y_2 = (-n) \triangle m = |-n-m| - n + m = |m+n| + m - n$, 所以 $y_1=y_2$.

(3) 满足条件的 x 的最小值为 -1 .

提示: 因为 $a=|x-2|, b=3$, 所以 $a \triangle b = ||x-2|-3| + |x-2| + 3 = 6$, 所以 $||x-2|-3| + |x-2| = 3$. ①当 $|x-2| \geq 3$ 时, 即当 $x \geq 5$ 或 $x \leq -1$ 时, 得 $|x-2|-3+|x-2|=3$, 即 $|x-2|=3$, 解得 $x=5$ 或 $x=-1$; ②当 $|x-2| < 3$ 时, 即当 $-1 < x < 5$ 时, 得 $3-|x-2|+|x-2|=3$, 即 $3=3$, 恒成立. 综上所述, $-1 \leq x \leq 5$, 所以满足条件的 x 的最小值为 -1 .

第5章 一元一次方程

1. D 2. B 3. C

4. $8x-3=7x+4$

5. 39 提示: 设十位上的数字为 x , 则个位上

的数字为 $3x$. 根据题意, 得 $x+3x=12$, 解得 $x=3$, 则 $3x=9$, 所以这个两位数为 39.

6. 解: (1) $x=1$. (2) $x=5$.

7. 1 提示: 由题意, 知 $a^2=1$ 且 $a+1 \neq 0$, 得 $a=1$. 所以 $2(a^2+a)-(2a+1)=2a^2+2a-2a-1=2a^2-1=2 \times 1^2-1=1$.

易错分析

作为一元一次方程的条件, “ $a+1 \neq 0$ ” 容易被忽略.

8. 解: 有错误. 正确解答过程如下:
 $3(y+1)-(y-1)=6$, $3y+3-y+1=6$, $3y-y=6-4$, $2y=2$, $y=1$.

易错分析

本题有四个易错点: 一是去分母时, 方程两边漏乘不含分母的项; 二是一个数与多项式相乘, 去括号时漏乘多项式的某些项; 三是括号前面是负号, 去括号时括号内的某些项没有变号; 四是移项没有改变符号.

9. C

10. $\frac{2\ 024}{2\ 025}$

提示: 将原方程整理, 得

$a\left(x-\frac{1}{2\ 025}\right)+b=2\left(x-\frac{1}{2\ 025}\right)+c$. 因为关于 x 的一元一次方程 $a\left(x-\frac{1}{2\ 025}\right)+b=2x+c-\frac{2}{2\ 025}$ 的解为 $x=1$, 所以关于 y 的一元一次方程 $ay+b=2y+c$ 的解为 $y=x-\frac{1}{2\ 025}=1-\frac{1}{2\ 025}=\frac{2\ 024}{2\ 025}$.

11. 7 提示: 因为 $x \otimes y = 2xy + 1$, $x \oplus y = x + 2y - 1$, $a \otimes (4 \oplus 5)$ 的值为 79, 所以 $a \otimes (4 + 2 \times 5 - 1) = a \otimes (4 + 10 - 1) = a \otimes 13 = 2a \times 13 + 1 = 26a + 1$, 所以 $26a + 1 = 79$, 解得 $a = 3$. 所以 $3a + 2[3a - 2(2a - 1)] = 3a + 2(3a - 4a + 2) = 3a + 6a - 8a + 4 = a + 4 = 3 + 4 = 7$.

12. 解: (1) $(1\ 500 - 1\ 000) \times 0.1\% = 0.5$ (元), $1\ 500 \times 0.1\% = 1.5$ (元), 故小新这两次提现分别需支付手续费 0.5 元、1.5 元.

(2) ① 200

② 设小管第一次提现的金额为 x 元. 由题意, 得 $0.1\%(x+x-1\ 000+1.2 \div 0.1\%) = 1.6$, 解得 $x = 700$. 故小管第一次提现的金额为 700 元.

13. 解: (1) 930 **提示:** 根据题意, 得 $180 \times 4.5 + (200 - 180) \times 6 = 930$ (元).

(2) 根据题意, 得 $180 \times 4.5 + (240 - 180) \times 6 + (300 - 240)a = 1\ 650$, 解得 $a = 8$.

答: a 的值为 8.

(3) 当 $0 < t \leq 180$ 时, 这户居民的水费是 $4.5t$ 元; 当 $180 < t \leq 240$ 时, 这户居民的水费是 $180 \times 4.5 + (t - 180) \times 6 = (6t - 270)$ 元; 当 $t > 240$ 时, 这户居民的水费是

$180 \times 4.5 + (240 - 180) \times 6 + (t - 240) \times 8 = (8t - 750)$ 元.

14. 解: (1) 设每名徒弟一天粉刷的面积为 $x\text{ m}^2$, 则每名师傅一天粉刷的面积为 $(x+30)\text{ m}^2$. 根据题意, 得 $[3(x+30)+40] \div 8 = \frac{5x}{9}$, 解得 $x = 90$.

答: 每个房间需要粉刷的墙面面积为 $\frac{5 \times 90}{9} = 50\text{ m}^2$.

(2) 由(1)可知每名徒弟一天粉刷的面积为 90 m^2 , 师傅为 120 m^2 , 则 $\frac{36 \times 50}{120 + 90 \times 2} = 6$ 天. 答: 若请 1 名师傅带 2 名徒弟去, 需要 6 天完成.

(3) 师傅单价为 $85 \div 120 \approx 0.7$ (元/ m^2), 徒弟单价为 $75 \div 90 \approx 0.83$ (元/ m^2), 所以请师傅划算, 3 个师傅 3 天都请, 共完成 $3 \times 3 \times 120 = 1\ 080$ (m^2), 剩余面积为 $1\ 800 - 1\ 080 = 720$ (m^2), 需要徒弟的人次是 $720 \div 90 = 8$, 则可以 4 名徒弟请 2 天.

15. 解: (1) 设点 A 的运动速度是 x 个单位长度/s, 则点 B 的运动速度为 $3x$ 个单位长度/s. 由题意, 得 $4(x+3x)=16$, 解得 $x=1$, 所以点 A 的速度是 1 个单位长度/s, 点 B 的速度是 3 个单位长度/s. 所以 A, B 两点从原点出发运动 4 s 时, 点 A 到达的位置为 -4, 点 B 到达的位置为 12, 在数轴上标出 A, B 两点的位置略.

(2) 设再过 y s 原点恰好在 AB 的中点. 由题意, 得 $12-3y=y+4$, 解得 $y=2$. 所以再过 2 s, 原点恰好处在 AB 的中点.

(3) 设当 C 运动 z s 后, C 为 AB 的中点. 由题意, 得 $4+z+\frac{1}{2}z=\frac{1}{2}(16-3z+z)$, 解得 $z=\frac{8}{5}$. 所以当点 C 运动 $\frac{8}{5}$ s 时, C 为 AB 的中点.

第 6 章 几何图形初步

1. A

2. A 提示: 先判断 B 在灯塔 O 的南偏东, 因为 A 在灯塔 O 北偏东 40° 方向, $\angle AOB = 110^\circ$, 所以 B 在灯塔 O 南偏东的度数为 $180^\circ - 40^\circ - 110^\circ = 30^\circ$.

3. $103^\circ 32'$

4. 23 或 1 提示: 本题有两种情形:

① 当点 Q 在线段 AP 上时, 如图 1, $BQ = BP + PQ = AB - AP + PQ = 26 - 14 + 11 = 23$;

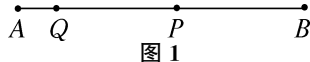


图 1