

课时训练篇

第1章 有理数

课时训练1 正数与负数

【基础巩固】

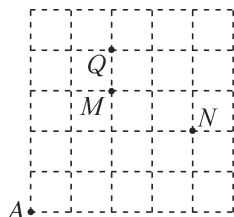
1. D 2. C 3. A 4. C 5. C 6. C

7. $+0.25$ 8. 75%

9. 解: (1) $+3$ $+4$ -2 -1

(2) 因为甲虫的行走路线为 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$, 所以甲虫走过的路程为 $1+3+2+1+1+2+2+4=16$.

(3) 点 M, N, Q 的位置如图所示.



【拓展提优】

1. C 提示: 由题意可知, 开锁密码为“ $-15, +10, -5$ ”, 表示先按顺时针方向转 15 格, 再按逆时针方向转 10 格, 最后按顺时针方向转 5 格, 所以标记线按顺时针转了 10 格, 则锁打开时标记线对准的刻度线表示的数为 30.

2. ①④②③ 提示: 依题意, 得标号为①②③④的时钟均为 12 小时制时钟. 标号为①的时钟表示 8:00; 标号为②的时钟表示 3:00; 标号为③的时钟表示 4:00; 标号为④的时钟表示 6:00. 若标号为①的时钟 8:00 表示悉尼时间, 则北京时间为 6:00 (能找到标号为④的时钟). 进而可知: 纽约时间为 5:00, 伦敦时间为 10:00, 找不到对应的时钟. 所以标号为①的时钟不能表示悉尼时间.

若标号为②的时钟 3:00 表示悉尼时间, 则北京时间为 1:00, 标号为①③④的时钟均找不到. 所以标号为②的时钟不能表示悉尼时间.

若标号为③的时钟 4:00 表示悉尼时间, 则北京时间为 2:00, 标号为①②④的时钟均找不到. 所以标号为③的时钟不能表示悉尼时间.

若标号为④的时钟 6:00 表示悉尼时间, 则北京时

间为 4:00, 找到标号为③的时钟; 纽约时间为 3:00, 找到标号为②的时钟; 伦敦时间为 8:00, 找到标号为①的时钟.

所以表示伦敦、悉尼、纽约和北京时间的时钟标号分别为①④②③.

3. (1) $\frac{1}{9} - \frac{1}{10} \frac{1}{11} - \frac{1}{100}$

(2) $\frac{1}{9} - \frac{1}{10} - \frac{1}{11} - \frac{1}{100}$

(3) $1 \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$

4. 解: (1) $200+4=204$ (辆)

答: 第一天生产 204 辆.

(2) $15-(-11)=15+11=26$ (辆)

答: 产量最多的一天比产量最少的一天多生产 26 辆.

(3) $60 \times [200 \times 7 + 4 + (-2) + (-4) + 13 + (-11) + 15 + (-9)] + 15 \times [4 + (-2) + (-4) + 13 + (-11) + 15 + (-9)] = 60 \times 1406 + 15 \times 6 = 84450$ (元)

答: 该厂工人这一周的工资总额是 84450 元.

课时训练2 有理数的概念

【基础巩固】

1. C 2. C 3. D 4. C 5. B

6. 无数 7. $+7, 0, 2024, 11$ 8. 4

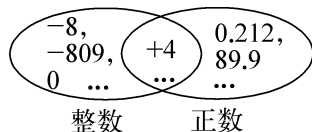
9. $1, 3\frac{1}{5}, 325, 61\%$ $1, 325, -789, 0$

$-0.20, -23.13$ $1, 325, 0$

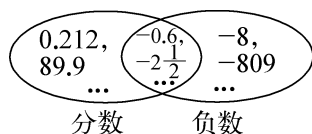
【拓展提优】

1. 5

2.



图中重叠部分表示正整数.



图中重叠部分表示负分数.

(2) $-3\ 550$ 提示:根据图可知, $25 \times 71 = 1\ 775$, 所以 $-5 \times 24 \times (-5) \times 71 \times \left(-\frac{1}{12}\right) = 25 \times 71 \times 24 \times \left(-\frac{1}{12}\right) = (25 \times 71) \times \left[24 \times \left(-\frac{1}{12}\right)\right] = 1\ 775 \times (-2) = -3\ 550$.

3. 解: (1) $-$

$$(2) \text{ 原式的倒数} = \left(\frac{3}{7} + \frac{2}{15} - \frac{3}{10} - \frac{5}{21}\right) \div \left(-\frac{1}{210}\right) = \left(\frac{3}{7} + \frac{2}{15} - \frac{3}{10} - \frac{5}{21}\right) \times (-210) = \frac{3}{7} \times (-210) + \frac{2}{15} \times (-210) - \frac{3}{10} \times (-210) - \frac{5}{21} \times (-210) = (-90) + (-28) + 63 + 50 = -5, \text{ 故原式} = -\frac{1}{5}.$$

(3) $-5\frac{1}{5}$ 提示:由(2)知, $\left(\frac{3}{7} + \frac{2}{15} - \frac{3}{10} - \frac{5}{21}\right) \div \left(-\frac{1}{210}\right) = -5$, $\left(-\frac{1}{210}\right) \div \left(\frac{3}{7} + \frac{2}{15} - \frac{3}{10} - \frac{5}{21}\right) = -\frac{1}{5}$, 所以 $\left(\frac{3}{7} + \frac{2}{15} - \frac{3}{10} - \frac{5}{21}\right) \div \left(-\frac{1}{210}\right) + \left(-\frac{1}{210}\right) \div \left(\frac{3}{7} + \frac{2}{15} - \frac{3}{10} - \frac{5}{21}\right) = -5 - \frac{1}{5} = -5\frac{1}{5}$.

4. 解: (1) $-1\ -2$

(2) 因为 $a_1 = -1$, 所以 $a_3 = \frac{1}{-(-1)+1} = \frac{1}{2}$, $a_5 = \frac{1}{-\frac{1}{2}+1} = 2$, $a_7 = \frac{1}{-2+1} = -1$

因为 $a_2 = -2$, 所以 $a_4 = \frac{1}{-(-2)+1} = \frac{1}{3}$, $a_6 = \frac{1}{-\frac{1}{3}+1} = \frac{3}{2}$, $a_8 = \frac{1}{-2+1} = -2$

所以 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + \cdots + a_{161} + a_{162} = (a_1 + a_3 + a_5) + \cdots + (a_{161} + a_{162}) = (-1 + \frac{1}{2} + 2) + \cdots + (-1 + \frac{1}{2} + 2) + (-2 + \frac{1}{3} + \frac{3}{2}) + \cdots + (-2 + \frac{1}{3} + \frac{3}{2}) =$

$$81 \div 3 \times \frac{3}{2} + 81 \div 3 \times \left(-\frac{1}{6}\right) = 36.$$

课时训练 15 有理数的乘方(1)

【基础巩固】

1. C 2. D 3. B 4. C

5. D 提示:因为 $a^2 = 4$, $|b| = 3$, 所以 $a = \pm 2$, $b = \pm 3$. 因为 $ab < 0$, 所以当 $a = 2$ 时, $b = -3$, $a - b = 5$; 当 $a = -2$ 时, $b = 3$, $a - b = -5$. 综上所述, $a - b = 5$ 或 $a - b = -5$.

6. $=$

7. 解: (1) 原式 $= 8$.

(2) 原式 $= -\frac{125}{8}$.

(3) 原式 $= -\frac{16}{5}$.

(4) 原式 $= \frac{8}{-(-27)} = \frac{8}{27}$.

8. -1 9. 1 -1 10. $\pm \frac{2}{3}$ -3

11. 解: 因为 $-2^3 = -8$, $(-3)^2 = 9$, $\left|-\frac{1}{2}\right| = \frac{1}{2}$, $(-1)^{2\ 024} = 1$, $-8 < -\frac{1}{10} < 0 < \frac{1}{2} < 1 < 9$, 所以 $-2^3 < -\frac{1}{10} < 0 < \left|-\frac{1}{2}\right| < (-1)^{2\ 024} < (-3)^2$.

【拓展提优】

1. C

2. A 提示:由题意,得 $(-9) \times (-15) = [(-9 - 15) \div (-9 + 15)]^3 = [(-24) \div 6]^3 = (-4)^3 = -64$.

3. $(2+3)^2 - 1 = 24$

课时训练 16 有理数的乘方(2)

【基础巩固】

1. D 2. B 3. A 4. D

5. $\frac{1}{128}$ 提示:第 1 次截取后剩 $1 \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$ (尺); 第 2 次截取后剩 $\frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2^2}$ (尺);

第3次截取后剩 $\frac{1}{2^2} \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2^3}$ (尺); 第4次截取后剩 $\frac{1}{2^3} \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2^4}$ (尺)……所以第 n 次截取后剩 $\frac{1}{2^n}$ 尺. 所以第7次截取后剩 $\frac{1}{2^7} = \frac{1}{128}$ 尺.

6. 5 7. 4

8. 解: (1) 原式 $= -25 \times 16 \times (-1) = 400$.
 (2) 原式 $= -9 - (-27) + 4 - 8 = 14$.
 (3) 原式 $= -8 \times (8 \times 0.125)^{2^{024}} = -8$.
 (4) 原式 $= -16 + \frac{11}{2} \times \frac{4}{11} - 8 \div 8 = -16 + 2 - 1 = -15$.

9. 解: (1) 2

$$(2) -1^2 - \frac{1}{2} \times [-2 - (-3)^2] + \frac{1}{2} = -1 - \frac{1}{2} \times (-2 - 9) + \frac{1}{2} = -1 - \frac{1}{2} \times (-11) + \frac{1}{2} = -1 + \frac{11}{2} + \frac{1}{2} = 5.$$

【拓展提优】

1. D 2. D

3. 13 提示: 第一次捏合为2根, 第二次捏合为4根, $4=2^2$, 第三次捏合为8根, $8=2^3$ ……所以第 n 次捏合为 2^n 根. 因为当 $n=13$ 时, $2^{13}=8192$, 所以捏合到第13次时, 可拉出8000多根面条.

4. 它们的值是一个恒值, 是153 提示: 假设这个数是24, 可得 $2^3 + 4^3 = 8 + 64 = 72$, $7^3 + 2^3 = 343 + 8 = 351$, $3^3 + 5^3 + 1^3 = 27 + 125 + 1 = 153$, $1^3 + 5^3 + 3^3 = 1 + 125 + 27 = 153$ ……发现: 它们的值是一个恒值, 是153.

5. 解: (1) ① -13 ② $+17$

(2) 归纳 $\times$ 运算的法则: 两数进行 $\times$ 运算时, 同号得负, 异号得正, 并把两数的平方相加. 特别地, 0 和任何非0数进行 $\times$ 运算, 或任何非0数和0进行 $\times$ 运算, 等于这个数的平方, 两个0的 $\times$ 运算得0.

6. (1) 210 提示: $1+2+3+\dots+20 = \frac{1}{2} \times (1+20) \times 20 = 210$.

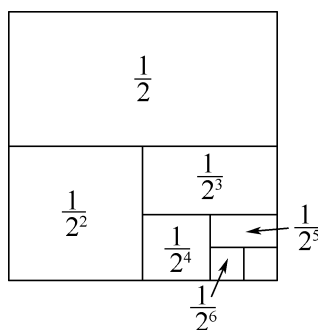
(2) ① 625 ② $(n+1)^2$ 提示: 由点阵图可知, 一个数时和为 $1=1^2$, 2个数时和为 $4=2^2$, 3个

数时和为 $9=3^2$ …… n 个数时和为 n^2 .

① 因为 $1+3+5+\dots+49$ 中有25个数, 所以 $1+3+5+\dots+49=25^2=625$.

② 因为 $1+3+5+\dots+(2n+1)$ 中有 $(n+1)$ 个数, 所以 $1+3+5+\dots+(2n+1)=(n+1)^2$.

(3) 由题意画出图形如下: 假定正方形的面积为1, 所以 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^6} = 1 - \frac{1}{2^6} = \frac{63}{64}$.



课时训练 17 科学记数法

【基础巩固】

1. D 2. C 3. C 4. C

5. 1.39082×10^{12}

【拓展提优】

1. 解: (1) $15 \times 24 = 360$ (h), $360 \div 20 = 18$. 根据题意, 得 $4^k = 4^{18}$, 所以 $k=18$.

(2) 4^k 个绿藻细胞足够制作10g绿藻粉.

理由如下:

因为制作1g绿藻粉需要60亿个绿藻细胞, 所以制作10g绿藻粉需要 $60 \times 10 = 600$ (亿个) 绿藻细胞. 因为 $2^{10} = 1024 > 1000$, 所以 $4^{18} = \underbrace{4 \times 4 \times \dots \times 4}_{18 \text{ 个 } 4 \text{ 相乘}} = \underbrace{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times \dots \times 2 \times 2}_{36 \text{ 个 } 2 \text{ 相乘}} = 2^{10} \times 2^{10} \times 2^{10} \times 2^6 > 1000 \times 1000 \times 1000 \times 64 > 600$ 亿, 所以 4^k 个绿藻细胞足够制作10g绿藻粉.

2. 解: (1) 18 提示: 将二进制数10010转化为十进制数是 $1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2 + 0 = 18$.

(2) ① 由于满七进一, 类似于七进制数, 图示表示的七进制数为132, 转化为十进制

②如图 2, 因为 $\angle FOD$ 与 $\angle BOG$ 互补, 所以 $\angle FOD + \angle BOG = 180^\circ$. 因为 $\angle BOG = \angle FOG$, 所以 $\angle FOD + \angle FOG = 180^\circ$, 所以 D, O, G 三点共线, 所以 $\angle BOG = 180^\circ - \angle BOD = 180^\circ - 126^\circ = 54^\circ$, 所以 $\angle AOF = 180^\circ - \angle BOF = 180^\circ - 2 \times 54^\circ = 72^\circ$. 又因为 $\angle AOE = 180^\circ - \angle BOE = 180^\circ - 81^\circ = 99^\circ$, 所以 $\angle EOF = \angle AOF + \angle AOE = 72^\circ + 99^\circ = 171^\circ$.

综上所述, $\angle EOF$ 的度数为 117° 或 171° .

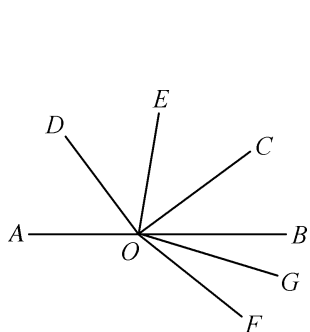


图 1

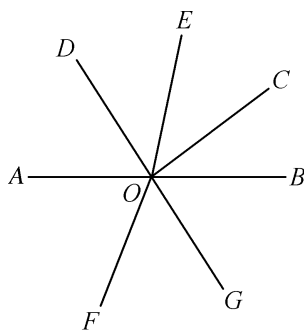


图 2

专题强化篇

专题训练 1 数形结合话数轴

1. B 2. D 3. B

4. A 提示: 由题可知, 折叠前 $AB = 4 - (-10) = 14$. 因为 $A'B = 2$, 且点 A' 位于点 B 的右边, 所以 $AA' = AB + A'B = 16$. 由折叠的性质, 得 $A'C = AC = \frac{1}{2}AA' = 8$. 所以 $BC = A'C - A'B = 6$. 设点 C 表示的数是 x , 则 $4 - x = 6$, 解得 $x = -2$. 即点 C 表示的数是 -2 .

5. A 提示: 由题意可知, 翻转 1 次后, 点 C 对应的数为 0; 翻转 2 次后, 点 C 对应的数为 0; 翻转 3 次后, 点 C 对应的数为 1; 翻转 4 次后, 点 C 对应的数为 3; 翻转 5 次后, 点 C 对应的数为 4; 翻转 6 次后, 点 C 对应的数为 4; 翻转 7 次后, 点 C 对应的数为 5; 翻转 8 次后, 点 C 对应的数为 7; 翻转 9 次后, 点 C 对应的数为 8……所以翻转 $(4n-3)$ 次后, 点 C 对应的数为 $4(n-1)$; 翻转 $(4n-2)$ 次后, 点 C 对应的数为 $4(n-1)$; 翻转 $(4n-1)$ 次后, 点 C 对应的数为 $4n-3$; 翻转 $4n$ 次后, 点 C 对应的数为 $4n-1$. 因为 $2\ 025 \div 4 = 506 \cdots 1$, 所以令 $2\ 025 = 4n-3$, 得 $n =$

507, 所以 $4(n-1) = 4 \times 506 = 2\ 024$, 所以翻转 2 025 次后, 点 C 对应的数为 2 024.

6. 0 提示: 由题图可知, $b < -1 < 0 < a < 1$, 所以 $1-a > 0, b-1 < 0, a-b > 0$, 所以 $|1-a| - |b-1| + |a-b| = 1-a - (1-b) + (a-b) = 1-a-1+b+a-b=0$.

7. $-\frac{9}{10}$ 提示: 设运动时间为 t s. 依题意, 得点 P 表示的数为 -6 , 点 Q 表示的数为 $-6+3=-3$, 点 Q' 表示的数为 $-3+2t$, 所以 $BQ' = (-3+2t) - (-6) = 3+2t$. 又因为点 M' 表示的数为 $-8+t$, 点 N' 表示的数为 $2+4t$, 所以 $M'N' = (2+4t) - (-8+t) = 10+3t$, 所以 $\frac{3}{5}M'N' + k \cdot BQ' = \frac{3}{5}(10+3t) + k \cdot (3+2t) = \frac{9+10k}{5}t + (6+3k)$. 若 $\frac{3}{5}M'N' + k \cdot BQ'$ 为常数, 则 $\frac{9+10k}{5} = 0$, 解得 $k = -\frac{9}{10}$.

8. 4 054 提示: 由题可知, 点 A_1 表示的数为 $2-4=-2=-2 \times 1$, 点 A_2 表示的数为 $-2+8=6=2 \times 3$; 点 A_3 表示的数为 $6-12=-6=-2 \times 3$; 点 A_4 表示的数为 $-6+16=10=2 \times 5$; 点 A_5 表示的数为 $10-20=-10=-2 \times 5$; 点 A_6 表示的数为 $-10+24=14=2 \times 7$; …; 以此类推, 点 A_{2n-1} 表示的数为 $-2(2n-1)$, 点 A_{2n} 表示的数为 $2(2n+1)$. 因为 $2\ 026 = 2 \times 1\ 013$, 所以点 $A_{2\ 026}$ 表示的数为 $2 \times 2\ 027 = 4\ 054$.

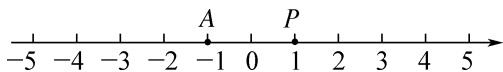
9. 解: (1) 由题意, 得 $\left|x - \frac{2}{3}\right|$ 是数轴上表示 x 和 $\frac{2}{3}$ 的两点间的距离. 因为 $\left|x - \frac{2}{3}\right| = 2$, 所以 $x = \frac{2}{3} + 2 = \frac{8}{3}$ 或 $x = \frac{2}{3} - 2 = -\frac{4}{3}$.

(2) $|x+6| - |x-5|$ 是数轴上表示 x 的点到表示 $-6, 5$ 的两点间的距离之差. 分情况讨论: ①当 $x \leq -6$ 时, $Q = |x+6| - |x-5| = -(x+6) + x-5 = -11$; ②当 $-6 < x < 5$ 时, $Q = |x+6| - |x-5| = x+6 + x-5 = 2x+1 < 11$; ③当 $x \geq 5$ 时, $Q = |x+6| - |x-5| = x+6 - (x-5) = 11$.

综上所述,当 $x \geq 5$ 时, Q 存在最大值,最大值为 11.

(3) 因为 $|x-2|+|x-4|+|x-6|+|x-8|+\cdots+|x-2\ 024|$ 表示数 x 的点到表示 $2, 4, 6, \cdots, 2\ 024$ 的点的距离之和,而 $2, 4, 6, \cdots, 2\ 024$ 共有 $1\ 012$ 个偶数,要使 W 的值最小,由题可知, $|x-2|+|x-2\ 024|$ 的最小值为 $2\ 024-2=2\ 022$ ($2 \leq x \leq 2\ 024$), $|x-4|+|x-2\ 022|$ 的最小值为 $2\ 022-4=2\ 018$ ($4 \leq x \leq 2\ 022$) $\cdots\cdots$ $|x-1\ 012|+|x-1\ 014|$ 的最小值为 $1\ 014-1\ 012=2$ ($1\ 012 \leq x \leq 1\ 014$), 所以 W 的最小值为 $2\ 022+2\ 018+2\ 014+\cdots+6+2=(2\ 022+2)+(2\ 018+6)+\cdots+(1\ 014+1\ 010)=2\ 024 \times 253=512\ 072$. 此时 x 的取值范围是 $1\ 012 \leq x \leq 1\ 014$.

10. 解:(1) 如图,点 P 即为所求.



(2) -5 提示:因为点 P 表示的数为 -6 ,点 A 表示的数为 -1 ,所以点 P 是点 A 向左移动 5 个单位长度得到的,所以 $|b|=5$. 因为 $b < 0$,所以 $b=-5$,即点 B 表示的数为 -5 .

(3) ① $8-2t$

②由题可知,点 A 表示的数为 $-1+t$. 当 $0 < t \leq 4$ 时, $8-2t \geq 0$,此时点 A 关于点 B 的“伴侣点” P 表示的数为 $-1+t+2=t+1$,因为 $t > 0$,所以 $t+1 > 1$,所以当 $0 < t \leq 4$ 时,点 P 不可能与原点重合;当 $t > 4$ 时, $8-2t < 0$,此时点 A 关于点 B 的“伴侣点” P 表示的数为 $-1+t-|8-2t|=-1+t-(2t-8)=-1+t-2t+8=7-t$,所以当 $t=7$ 时,点 P 与原点重合. 综上所述,存在 $t=7$,使得点 A 关于点 B 的“伴侣点” P 与原点重合.

专题训练 2 巧解整式的运算

1. A 2. C 3. C

4. C 提示:增产 30% 应表示为原产量 n 的 30% ,即现在产量为 $n+0.3n=1.3n$ t,题目中写为 $(n+30\%)t$,混淆了百分比与具体数值,故 A 选项错误; $(a-b)^2$ 的意义是 a 与 b 的差的平方,而平方差指的是 a^2-b^2 ,两者意义不同,故 B 选项错误;总人数 50 固定时,组数 x 与每组人数 y 满足 $xy=50$,乘积为定值,符合反比例定义,故 C 选项正确;路程 s 固定时,平均速度 v 与时间 t 满足 $v=\frac{s}{t}$,即 v 与 t 成反比例,故 D 选项错误.

5. -3 6. 8 7. $\frac{4}{7}$

8. 6 提示:设小长方形的长为 a cm,宽为 b cm,大长方形的宽为 x cm,则大长方形的长为 $(x+3)$ cm. 所以 $C_1=2(x+x+3)=(4x+6)$ cm, $C_2=2(x+3)+2[(x-2b)+(x-a)]=[6x+6-2(a+2b)]$ cm. 由题图 3 可知, $x+3=a+2b$,所以 $C_2=6x+6-2(x+3)=4x$ cm. 所以 $C_1-C_2=4x+6-4x=6$ cm.

9. 解: $3(2a^2b-ab^2)-2(-ab^2+2a^2b)=6a^2b-3ab^2+2ab^2-4a^2b=2a^2b-ab^2$.

因为 $|a+1|+(b-\frac{1}{2})^2=0$,所以 $a=-1$,

$b=\frac{1}{2}$. 所以原式 $=2 \times (-1)^2 \times \frac{1}{2}-$

$(-1) \times (\frac{1}{2})^2=1+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$.

10. 解:(1) 76

(2) 当 $0 \leq m \leq 10$ 时,应付车费为 $(1.6m+0.5n)$ 元;当 $m > 10$ 时,应付车费为 $1.6m+0.5n+0.4(m-10)=(2m+0.5n-4)$ 元.

(3) 选择路线 1 所付车费较少. 理由如下:路线 1 的费用为 $(1.6x+0.5y)$ 元;路线 2 的费用为 $1.6(x+5)+0.5(y-10)+0.4(x+5-10)=(2x+0.5y+1)$ 元. 所以 $(2x+0.5y+1)-(1.6x+0.5y)=0.4x+1$. 因为 $5 \leq x < 10$,所以 $0.4x+1 > 0$,即 $2x+0.5y+1 > 1.6x+0.5y$. 因此选择路线 1 所付车费较少.

11. 解:(1) $3(x+y)^2-7(x+y)+8(x+y)^2+6(x+y)=3(x+y)^2+8(x+y)^2+$

$$[-7(x+y)+6(x+y)]=11(x+y)^2-(x+y).$$

(2) ①1 提示: $2m^2+4m-9=2(m^2+2m)-9=2\times 5-9=1$.

②因为 $m+n=7$, 所以原式 $=9(m+n)-6(m+n)+3=3(m+n)+3=3\times 7+3=24$.

(3) $2m^2+\frac{10}{3}mn-8n^2=\frac{1}{3}(6m^2+10mn-24n^2)=\frac{1}{3}[6(m^2+3mn)-8(mn+3n^2)]$.

因为 $m^2+3mn=2$, $mn+3n^2=1$, 所以原式 $=\frac{1}{3}\times(6\times 2-8\times 1)=\frac{1}{3}\times 4=\frac{4}{3}$.

12. 解: (1) 将多项式按 x 的降幂排列为 $5x^4+3x^3-4x^2+2x$. 因为 $|-3|=3$, $|-4|=4$, 所以 $|-3|<|-4|$, 所以多项式 $3x^3+2x-4x^2+5x^4$ 不是“和谐多项式”.

(2) 把多项式 $ka^3b^3-2a^2b+3ab^2-5b^4$ 按 b 的降幂排列为 $-5b^4+ka^3b^3+3ab^2-2a^2b$. 因为该多项式是 b 的“和谐多项式”, 所以 $3<|k|<5$. 因为 k 为整数, 所以 $k=\pm 4$.

(3) $M-N=(x^2y+xy^2+nx^3)-(-x^2y-mxy^2+4y^3)=nx^3+2x^2y+(1+m)\cdot xy^2-4y^3$. 因为 $|2|<|-4|$, 所以 $M-N$ 不是 x 的“和谐多项式”. 把原多项式按 y 的降幂排列为 $-4y^3+(1+m)xy^2+2x^2y+nx^3$. 由题意, 得 $|-4|>|1+m|>|2|>|n|$, 所以 $|1+m|=3$, $|n|=1$. 因为 $m<n$, 所以 $1+m=-3$, 所以 $m=-4$. 所以 $2m^2+8m-1=2\times(-4)^2+8\times(-4)-1=-1$.

专题训练 3 一元一次方程的综合问题

1. A 2. D

3. B 提示: 设行驶途中停下来的位置为 C 地, $AC=x$ km. 从甲车的角度考虑问题, 要想 B 地离 A 地最远, 甲车在 C 地注入乙车的气体燃料需注满乙车 (这样乙车才能行驶更远), 且甲车能从 C 地刚好返

回 A 地, 由于从 A 地到 C 地, 甲、乙两车消耗的燃料一样多, 所以甲车在 C 地注入给乙车的燃料能使乙车多行驶 x km, 所以对于甲车, $x+x+x=210$, 解得 $x=70$. 从乙车的角度考虑问题, 乙车从 C 地加满燃料行驶到 B 地后, 返回 A 地时刚好燃料用完, 此时 B 地离 A 地最远, 所以 $AB=(210+70)\div 2=140(\text{km})$, 即 B 地最远可距离 A 地 140 km.

4. 9

5. -81 提示: 设这三个数中的第二个数为 n , 则第一个数为 $-\frac{1}{3}n$, 第三个数为 $-3n$. 所以 $n-\frac{1}{3}n-3n=-567$, 解得 $n=243$. 所以这三个数中的第一个数是 $-\frac{1}{3}n=-81$.

6. 85 元/件或 100 元/件 提示: 易证两人所购商品标价肯定超过 60 元/件. 设所购商品的标价是 x 元/件. 若所购商品的标价小于 90 元/件, 则 $x-20+x=150$, 解得 $x=85$; 若所购商品的标价大于或等于 90 元/件, 则 $x-20+x-30=150$, 解得 $x=100$. 所以所购商品的标价是 85 元/件或 100 元/件.

7. 解: (1) 2

(2) 将 $4x+3m+1=0$ 写成 $4x-(-3m-1)=0$ 的形式, 将 $5x-n+2=0$ 写成 $5x-(n-2)=0$ 的形式. 因为 $4x+3m+1=0$ 与 $5x-n+2=0$ 互为“伴生方程”, 所以 $-3m-1=5$, $n-2=4$, 解得 $m=-2$, $n=6$. 所以 m , n 的值分别为 $-2, 6$.

(3) 因为 $5x-b=0$, 所以 $x=\frac{b}{5}$. 因为 $5x-b=0$ 的“伴生方程”是 $bx-5=0$, 解得 $x=\frac{5}{b}$. 因为 $\frac{b}{5}, \frac{5}{b}$, b 均为整数, 所以 $b=\pm 5$.

8. 解: (1) $(x-6)$

(2) 由题意可知, 他们点了 6 份 C 套餐, 2 份 B 套餐, 则点 A 套餐的份数为 $13-6-2=5$. 所以他们点的套餐原价为 $5\times 18+2\times 26+6\times 30=322(\text{元})$. 又因为消费满 300 元, 减 30 元, 所以实际花费为 $322-30=292(\text{元})$.

答: 若他们点的套餐共有 8 份青菜, 则实际花费 292 元.

(3) 由题意可知,他们点了 6 份 C 套餐,点了 $(x-6)$ 份 B 套餐,则点 A 套餐的份数为 $13-6-(x-6)=13-x$. 因为他们点的套餐优惠后实际花费 300 元,消费满 300 元,减 30 元,所以他们点的套餐优惠前应花费 330 元. 所以 $(13-x) \times 18 + (x-6) \times 26 + 6 \times 30 = 330$, 解得 $x=9$, 则 $x-6=3$, $13-x=4$.

答:他们点了 4 份 A 套餐,3 份 B 套餐,6 份 C 套餐.

9. 解:(1) $4t \quad 18-2t$

(2) 根据题意,得 $PQ = |4t - (18 - 2t)| = 6$ dm, 即 $|6t - 18| = 6$. 所以 $6t - 18 = 6$ 或 $6t - 18 = -6$, 解得 $t=4$ 或 $t=2$.

答:经过 2 min 或 4 min 电子蚂蚁 P, Q 之间相距 6 dm.

(3) 根据题意,得 $PC = a = |4t - 6|$ dm, $QB = b = 2t$ dm. 因为 $a + b = 4$, 所以 $|4t - 6| + 2t = 4$, 即 $|4t - 6| = 4 - 2t$. 所以 $4t - 6 = 4 - 2t$ 或 $4t - 6 = -(4 - 2t)$, 解得 $t = \frac{5}{3}$ 或 $t=1$. 所以存在 t 的值为 $\frac{5}{3}$ 或 1 时, 满足 $a + b = 4$.

10. 解:(1) 由题意可知,储水箱水面下降的速度为 $\frac{12}{4+2} = 2$ (dm/min), 水池水面在前

4 min 内上升的速度为 $\frac{14-2}{4} = 3$ (dm/min).

设注水 t min 时,储水箱和水池中的水深相同. 根据题意,得 $12 - 2t = 2 + 3t$, 解得 $t=2$.

答:注水 2 min 时,储水箱和水池中的水深相同.

(2) 解法 1 设石柱的底面积为 x dm². 因为水池前 4 min 注入的水量是后 2 min 注入水量的 2 倍,所以 $(14-2)(42-x) = 2 \times (19-14) \times 42$, 解得 $x=7$. 所以石柱的底面积为 7 dm².

解法 2 由题意可知,水池水面在后 2 min

内上升的速度为 $\frac{19-14}{2} = 2.5$ (dm/min).

又由(1)可知,水池水面在前 4 min 内上升的速度为 3 dm/min, 所以(水池的底面积-石柱的底面积):水池的底面积 = $2.5:3=5:6$. 又因为水池的底面积为 42 dm², 所以石柱的底面积为 7 dm².

解法 3 由解法 2 可知,水池水面在前 4 min 内上升的速度为 3 dm/min, 在后 2 min 内上升的速度为 2.5 dm/min. 设石柱的底面积为 x dm², 则根据题意,得 $3 \times 4 \times (42-x) = 2 \times 2.5 \times 2 \times 42$, 解得 $x=7$. 所以石柱的底面积为 7 dm².

(3) 1 080 dm³. 提示:由条件,得石柱的底面积为 $168 \div 14 = 12$ (dm²). 又由(2)解法 2, 得(水池的底面积-石柱的底面积):水池的底面积 = $2.5:3=5:6$, 所以水池的底面积为 72 dm². 因为 6 min 后储水箱中的水全部注入了水池, 所以注水前储水箱中水的体积等于水池中最终含有的水的体积减去水池中原有的水的体积. 所以注水前储水箱中水的体积为 $72 \times 19 - 168 - (72 - 12) \times 2 = 1\,080$ (dm³).

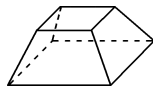
专题训练 4 立体图形与平面图形的转化

1. D 2. A 3. B

4. C 提示:由从上面看到的图形可知,最底层有 5 个小正方体;由从正面看到的图形可知,第二层至少有 2 个小正方体. 所以需要 $5+2=7$ (个) 小正方体.

5. ①②③④ 6. ①③④ 7. 8 8. 2

9. 解:(1) 如图,即为所求.



(2) 填表如下:

几何体	三棱台	四棱台	五棱台	...
面数(F)	5	6	7	...
棱数(E)	9	12	15	...
顶点数(V)	6	8	10	...

①结论正确. 理由如下:

结合上表,得三棱台有 $2 \times 3 = 6$ (个) 顶点,

$3 \times 3 = 9$ (条)棱, $3 + 2 = 5$ (个)面; 四棱台有 $2 \times 4 = 8$ (个)顶点, $3 \times 4 = 12$ (条)棱, $4 + 2 = 6$ (个)面; 五棱台有 $2 \times 5 = 10$ (个)顶点, $3 \times 5 = 15$ (条)棱, $5 + 2 = 7$ (个)面……以此类推, n 棱台有 $2n$ 个顶点, $3n$ 条棱, $(n+2)$ 个面, 故 $F + E - 2V = n + 2 + 3n - 2 \times 2n = 2$.

② $F = V = \frac{1}{2}E + 1$. 理由如下:

观察三棱锥、四棱锥、五棱锥的面数(F)、棱数(E)和顶点数(V), 如下表所示.

几何体	三棱锥	四棱锥	五棱锥	...
面数(F)	4	5	6	...
棱数(E)	6	8	10	...
顶点数(V)	4	5	6	...

结合上表, 得三棱锥有 $3 + 1 = 4$ (个)顶点, $2 \times 3 = 6$ (条)棱, $3 + 1 = 4$ (个)面; 四棱锥有 $4 + 1 = 5$ (个)顶点, $2 \times 4 = 8$ (条)棱, $4 + 1 = 5$ (个)面; 五棱锥有 $5 + 1 = 6$ (个)顶点, $2 \times 5 = 10$ (条)棱, $5 + 1 = 6$ (个)面……以此类推, n 棱锥有 $(n+1)$ 个顶点, $2n$ 条棱, $(n+1)$ 个面, 即 $F = n + 1, E = 2n, V = n + 1$, 所以 $n = F - 1 = V - 1 = \frac{1}{2}E$, 即 $F = V = \frac{1}{2}E + 1$.

10. 解: (1) 圆柱

(2) ① 10 128π 144π

② 先增大, 后减小

③ 当 $0 < x < 5$ 时, $V_y < V_x$; 当 $5 \leq x < 10$ 时, $V_y \geq V_x$. 提示: $V_y = \pi x^2 y = \pi x^2 (10 - x)$, $V_x = \pi y^2 x = \pi (10 - x)^2 x$. 当 $V_y \geq V_x$ 时, $\pi x^2 (10 - x) \geq \pi (10 - x)^2 x$, 解得 $5 \leq x < 10$; 当 $V_y < V_x$ 时, $\pi x^2 (10 - x) < \pi (10 - x)^2 x$, 解得 $0 < x < 5$.

11. 解: (1) 6 96

(2) 110 提示: 由题图 1 可知, 第一次打孔后, 橡皮泥的表面积增加了长方体通孔(底面边长为 1 cm, 高为 4 cm)的 4 个侧面的面积, 减少了长方体通孔的 2 个底面的面积, 即打孔后的橡皮泥表面积

为 $96 + 1 \times 4 \times 4 - 1 \times 1 \times 2 = 110(\text{cm}^2)$.

(3) 118 提示: 由题图 2 可知, 第二次打孔后, 橡皮泥的表面积增加了长方体通孔(底面边长为 1 cm, 由于与第一次的长方体通孔重合, 相当于高变为 3 cm)的 4 个侧面的面积, 减少了长方体通孔的 4 个底面的面积(其中 2 个为原正方体前后两面上的边长为 1 的正方形的面积, 另外 2 个为第一次打出的长方体通孔前后两面上的边长为 1 的正方形的面积), 即 $110 + 1 \times 3 \times 4 - 1 \times 1 \times 4 = 118(\text{cm}^2)$.

(4) 能. 易知 $0 < x \leq 4$. 若按照题图甲打孔, 由题意, 得 $110 + (x + 1) \times (4 - 1) \times 2 - 4x = 130$, 解得 $x = 7$ (不合题意, 舍去).

若按照题图乙打孔, 由题意, 得 $96 - 2 - 2x + (x + 1) \times 4 \times 2 + 1 \times (4 - 1) \times 4 - 2 = 130$, 解得 $x = 3$.

所以当从前到后所打的长方体通孔的底面长为 3 cm, 宽为 1 cm 时, 橡皮泥的表面积为 130 cm^2 .

12. 解: (1) ①②④

(2) ① $x^2 \cdot \frac{a-x}{2}$

② 由①, 得这个无盖长方体纸盒的容积为 $x^2 \cdot \frac{a-x}{2} (\text{cm}^3)$. 当底面边长 $x = 8 \text{ cm}$

时, 纸盒的容积为 192 cm^3 , 则 $8^2 \cdot \frac{a-8}{2} =$

192 , 解得 $a = 14$, 所以当底面边长 $x = 4 \text{ cm}$

时, 纸盒的容积为 $4^2 \times \frac{14-4}{2} = 80 (\text{cm}^3)$.

(3) 由题中展开图可知, A, C 两个面相对, B, D 两个面相对. 因为相对的两个面上的代数式的值相等, 所以 $a^2 - 2ab = \frac{1}{3}$,

$ab + 2b^2 = 3$, 所以 $3a^2 - \frac{9}{2}ab + 3b^2 =$

$3a^2 - 6ab + \frac{3}{2}ab + 3b^2 = 3(a^2 - 2ab) +$

$\frac{3}{2}(ab + 2b^2) = 3 \times \frac{1}{3} + \frac{3}{2} \times 3 = 1 + \frac{9}{2} = \frac{11}{2}$.

专题训练 5 线与角的综合探究

1. D 2. B

3. C 提示:由条件,得 $BO=2AO$, $AB=BO+AO$.
所以 $AO=\frac{1}{3}AB$, $BO=\frac{2}{3}AB$, 所以 B, D 选项错误. 又因为 $AO+\frac{1}{2}AB=AO+\frac{1}{2}(AO+BO)=\frac{5}{4}BO$, $2AO+\frac{1}{2}BO=BO+AO=AB$, 所以 A 选项错误, C 选项正确.

4. A 提示:由题中条件及折叠的性质可知, $\angle BEA'=\angle BEA=60^\circ$. 因为 $\angle BCE+\angle ECD'=90^\circ$, $\angle CED'+\angle ECD'=90^\circ$, 所以 $\angle BCE=\angle CED'$. 因为 $\angle CED'=\angle CED$, 所以 $\angle BCE=\angle CED$. 又因为 $\angle CED=\frac{1}{2}\angle DED'$, 所以 $\angle CED=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle A'EA+\angle AED)=\frac{1}{2}(180^\circ-120^\circ+n^\circ)=\left(\frac{60+n}{2}\right)^\circ$. 所以 $\angle BCE=\left(\frac{60+n}{2}\right)^\circ$.

5. 40

6. 2 cm 或 6 cm 提示:由折叠的性质可知, $OB=AB$, $CP=AC$, 所以 $BC=AB+AC=OB+CP=\frac{1}{2}OP=4$ cm. 由题可知, 细线剪开后分成 OB , BC , CP 三段. 因为 $a<b<c$, 所以 $c=BC=4$ cm, $a+b=c=4$ cm. 因为 $a:b=1:3$, 所以 $a=1$ cm, $b=3$ cm. 分情况讨论: 当 $OB=a=1$ cm 时, $OA=2OB=2$ cm; 当 $OB=b=3$ cm 时, $OA=2OB=6$ cm.

7. 110° 或 70° 提示:分两种情况讨论: ①如图 1, 若 OM 在 AC 的上方, 因为 OD 平分 $\angle BOC$, 所以 $\angle COD=\angle BOD$. 因为 $4\angle BOE+\angle BOC=180^\circ$, $\angle AOB+\angle BOC=180^\circ$, 所以 $\angle AOB=4\angle BOE$, 即 $\angle AOE=3\angle BOE$. 设 $\angle BOE=\alpha$, 则 $\angle AOE=3\alpha$, $\angle COD=\angle BOD=\angle DOE-\angle BOE=70^\circ-\alpha$. 因为 $\angle AOE+\angle DOE+\angle COD=180^\circ$, 所以 $3\alpha+70^\circ+70^\circ-\alpha=180^\circ$, 解得 $\alpha=20^\circ$. 所以 $\angle BOE=20^\circ$. 因为 $\angle BOM=90^\circ$, 所以 $\angle MOE=\angle BOE+\angle BOM=20^\circ+90^\circ=110^\circ$. ②如图 2, 若 OM 在 AC 的下方, 则 $\angle MOE=\angle BOM-\angle BOE=90^\circ-$

$20^\circ=70^\circ$.

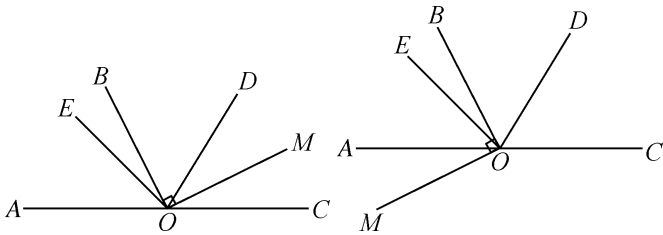


图 1

图 2

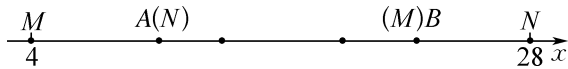
8. 【基本事实】两点确定一条直线 3

【类比】6

【实践应用】10

9. 解: (1) 5

(2) 如图, 由题可知, 当点 M 与点 B 重合时, 点 N 表示的数为 28; 当点 N 与点 A 重合时, 点 M 表示的数为 4. 所以 $MA+AB+BN=MN+AB+MN=28-4=24$. 因为 $AB=2MN$, 所以 $4MN=24$, 所以 $MN=6$.



(3) ①由题可知, 点 A 表示的数为 $4+6=10$, 点 B 表示的数为 $28-6=22$. 设运动的时间为 t s, 则点 M 表示的数为 $10+3t$, 点 N 表示的数为 $10+6+3t=16+3t$, 点 A 表示的数为 $10+t$, 点 B 表示的数为 $22+t$. 当点 M 表示的数等于点 B 表示的数时, 线段 MN 完全离开 AB , 即 $10+3t=22+t$, 解得 $t=6$. 所以经过 6 s, 线段 MN 完全离开线段 AB .

②当点 N 在点 B 的左侧, 即 $16+3t<22+t$ 时, 解得 $t<3$. 所以当 $0\leq t<3$ 时, MN 在线段 AB 上, 所以 $BN=22+t-(16+3t)=6-2t$. 设点 P 表示的数为 x , 则 $MP=x-(10+3t)$, $AP=x-(10+t)$. 因为 $BN-MP=2AP$, 所以 $6-2t-[x-(10+3t)]=2[x-(10+t)]$. 整理, 得 $x=t+12$. 所以 $PB=22+t-x=22+t-(t+12)=10$.

10. 解: (1) 2

(2) ①因为点 M 表示数 3, 点 M 在线段

AB 上,且 $AM=2BM$,所以 $3-a=2(b-3)$. 整理,得 $a+2b=9$,所以 $a+2b+2\ 025=9+2\ 025=2\ 034$.

②因为 $b=a+6$,所以 $AB=b-a=a+6-a=6$. 分情况讨论:

当点 B 在点 M 的左侧或点 M 处,即 $0 < b \leq 3$ 时,易知当点 P 在点 A 处,点 Q 在点 M 处时,PQ 的长最大. 因为 $AB=6$,所以此时 PQ 长的最大值大于 5,所以点 B 不可能在点 M 的左侧或点 M 处. 当点 B 在点 M 的右侧,即 $3 < b < 6$ 时,若点 P 在点 A 处,点 Q 在点 M 处时,PQ 的长最大,则此时 $3-a=5$,解得 $a=-2$;当点 B 在点 M 的右侧,且点 P 在点 B 处,点 Q 在点 O 处时,PQ 的长最大,则此时 $b-0=5$,解得 $b=5$. 所以 $a+6=5$,解得 $a=-1$.

综上所述, $a=-1$ 或 $a=-2$.

11. 解:(1) ①36

②5 提示:指针 OA 从 OM 旋转到 ON 所用的时间为 $180 \div 24 = 7.5$ (s). 由题意,得 $24t - 6t = 90$,解得 $t = 5$.

(2) ①当 OA 与 OB 第一次重合前,由条件可知, $24t + 6t + 60 = 180$,解得 $t = 4$;当 OA 与 OB 第一次重合后,由条件可知, $24t + 6t - 60 = 180$,解得 $t = 8$;当 OA 与 OB 第一次重合后,第二次重合前,由条件可知, $24t + 6t - 180 + 60 = 360$,解得 $t = 16$. 综上所述,当 $n = 60$ 时, t 的值为 4 或 8 或 16.

②10 提示:由条件可知,OA 与 OB 第一次重合的时间为 $t_1 = 180 \div (24 + 6) = 6$ (s),第二次重合的时间为 $t_2 = 6 + 360 \div (24 + 6) = 18$ (s),第三次重合的时间为 $t_3 = 18 + 360 \div (24 + 6) = 30$ (s),第四次重合的时间为 $t_4 = 30 + 360 \div (24 + 6) = 42$ (s). 分情况讨论:当 $6 < t \leq 18$ 时, $6t = 24t - 180$,解得 $t = 10$;当 $18 < t \leq 30$ 时, $6t = 24t - 540$,解得 $t = 30$ (此时 OA, OB 与 OM 重合,不符合题意);当 $30 < t \leq 42$ 时, $6t - 180 = 24t - 720$,解得 $t = 30$ (不符合题意). 综上所述,当 t 的值为 10 时,直线 MN 平分 $\angle AOB$.

12. 解:(1) ①75

② $2\angle AOM - \angle BOE = 180^\circ$. 理由如下:

因为 $AB \perp CD$,所以 $\angle BOD = \angle BOC = \angle AOC = 90^\circ$. 设 $\angle COM = x$,所以 $\angle BOM = \angle BOC - \angle COM = 90^\circ - x$, $\angle AOM = \angle AOC + \angle COM = 90^\circ + x$. 因为 OM 平分 $\angle COF$,所以 $\angle COM = \angle MOF = x$,所以 $\angle BOF = \angle MOF - \angle BOM = x - (90^\circ - x) = 2x - 90^\circ$. 因为 $\angle EOF = 90^\circ$,所以 $\angle BOE = \angle EOF + \angle BOF = 90^\circ + 2x - 90^\circ = 2x$,所以 $2\angle AOM - \angle BOE = 2(90^\circ + x) - 2x = 180^\circ$.

(2) $2\angle AOM - \angle BOE = 210^\circ$ 或 $2\angle AOM - \angle BOE = 150^\circ$ 或 $2\angle AOM + \angle BOE = 210^\circ$ 或 $2\angle AOM + \angle BOE = 510^\circ$ 提示:不妨设 $\angle EOF$ 的一边 OF 从 OC 开始顺时针旋转一周,令 $\angle COM = x$. 分情况讨论:

如图 1,当 $0^\circ < \angle COM \leq 45^\circ$ 时, $\angle AOM = \angle AOC + \angle COM = 180^\circ - \angle BOC + \angle COM = 120^\circ + x$, $\angle BOE = 180^\circ - \angle BOC - \angle DOE = 180^\circ - \angle BOC - (180^\circ - \angle COF - \angle EOF) = 180^\circ - 60^\circ - (180^\circ - 2x - 90^\circ) = 30^\circ + 2x$. 所以 $2\angle AOM - \angle BOE = 240^\circ + 2x - (30^\circ + 2x) = 210^\circ$.

如图 2,当 $45^\circ < \angle COM \leq 60^\circ$ 时,同理, $\angle AOM = 120^\circ + x$, $\angle BOE = \angle BOD + \angle DOE = 180^\circ - \angle BOC + (\angle EOF - \angle DOF) = 180^\circ - \angle BOC + [\angle EOF - (180^\circ - \angle COF)] = 180^\circ - 60^\circ + [90^\circ - (180^\circ - 2x)] = 30^\circ + 2x$. 同理可得, $2\angle AOM - \angle BOE = 210^\circ$.

如图 3,当 $60^\circ < \angle COM \leq 75^\circ$ 时,此时 OM 位于 AB 下方. 则 $\angle AOM = 180^\circ - \angle BOM = 180^\circ - (\angle COM - \angle BOC) = 180^\circ - (x - 60^\circ) = 240^\circ - x$, $\angle BOE = \angle BOD + \angle DOE = \angle BOD + (\angle EOF - \angle DOF) = \angle BOD + [\angle EOF - (180^\circ - \angle COF)] = 120^\circ + [90^\circ - (180^\circ - 2x)] = 30^\circ + 2x$. 所以 $2\angle AOM + \angle BOE = 2(240^\circ - x) + 30^\circ + 2x = 510^\circ$.

如图 4,当 $75^\circ < \angle COM \leq 90^\circ$ 时,此时 OM 位于 AB 下方,OE 位于 AB 上方. 则同理, $\angle AOM = 240^\circ - x$, $\angle BOE = 180^\circ - \angle AOE = 180^\circ - (\angle EOF - \angle AOD - \angle DOF) = 180^\circ - [\angle EOF - (180^\circ - \angle BOD) - (180^\circ - \angle COF)] = 180^\circ - [90^\circ - (180^\circ - 120^\circ) - (180^\circ - 2x)] = 330^\circ - 2x$. 所以

$$2\angle AOM - \angle EOF = 2(240 - x) - (330^\circ - 2x) = 150^\circ.$$

如图 5, 当 $\angle EOF$ 的边 OF 从 OC 出发, 旋转 180° 后到达 OD , 此后 OM 位于 AB 上方. 仍然设 $\angle COM = x$. 当 $60^\circ < \angle COM \leq 90^\circ$ 时, $\angle AOM = \angle AOC - \angle COM = 120^\circ - x$, $\angle BOE = \angle BOC + \angle COE = \angle BOC + (180^\circ - \angle EOF - \angle DOF) = \angle BOC + [180^\circ - \angle EOF - (180^\circ - \angle COF)] = 60^\circ + [180^\circ - 90^\circ - (180^\circ - 2x)] = 2x - 30^\circ$. 所以 $2\angle AOM + \angle BOE = 2(120^\circ - x) + (2x - 30^\circ) = 210^\circ$.

如图 6, 当 $45^\circ < \angle COM \leq 60^\circ$ 时, 同理, $\angle AOM = 120^\circ - x$, $\angle BOE = 180^\circ - \angle AOF - \angle EOF = 180^\circ - (\angle AOC - \angle COF) - \angle EOF = 180^\circ - (120^\circ - 2x) - 90^\circ = 2x - 30^\circ$. 同理可得 $2\angle AOM + \angle BOE = 210^\circ$.

如图 7, 当 $15^\circ < \angle COM \leq 45^\circ$ 时, 同理 $\angle AOM = 120^\circ - x$, $\angle BOE = 2x - 30^\circ$, $2\angle AOM + \angle BOE = 210^\circ$.

如图 8, 当 $0^\circ \leq \angle COM \leq 15^\circ$ 时, 同理, $\angle AOM = 120^\circ - x$, $\angle BOE = \angle EOF - \angle BOC - \angle COF = 90^\circ - 60^\circ - 2x = 30^\circ - 2x$. 所以 $2\angle AOM - \angle BOE = 210^\circ$.

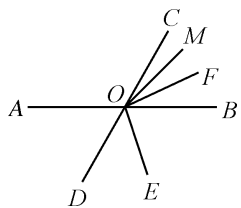


图 1: $0^\circ < \angle COM \leq 45^\circ$

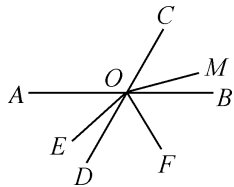


图 2: $45^\circ < \angle COM \leq 60^\circ$

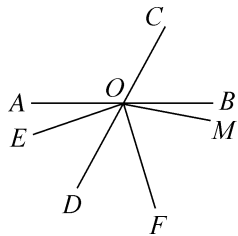


图 3: $60^\circ < \angle COM \leq 75^\circ$

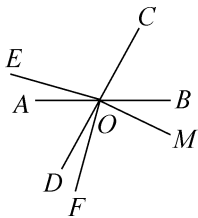


图 4: $75^\circ < \angle COM \leq 90^\circ$

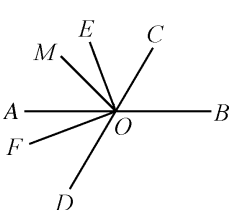


图 5: $60^\circ < \angle COM \leq 90^\circ$

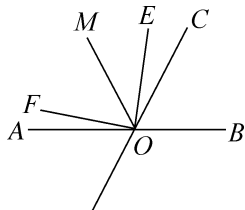


图 6: $45^\circ < \angle COM \leq 60^\circ$

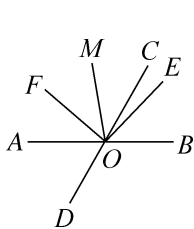


图 7: $15^\circ < \angle COM \leq 45^\circ$

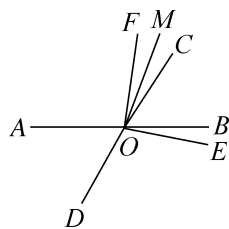
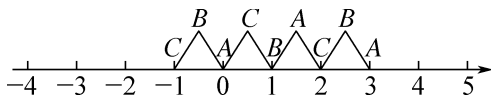


图 8: $0^\circ \leq \angle COM \leq 15^\circ$

素养提升 1 推理能力

- A** 提示: 观察第一行: $2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots, 2n$, 所以第 100 个数为 200, 即 $x = 200$; 观察第二行: $-3, 5, -7, 9, -11, 13, \dots, (-1)^n(2n+1)$, 所以第 100 个数为 $(-1)^{100} \times (2 \times 100 + 1) = 201$, 即 $y = 201$; 观察第三行: $1, -4, 9, -16, 25, -36, \dots, (-1)^{n-1}n^2$, 所以第 100 个数为 $(-1)^{99} \times 100^2 = -10\,000$, 即 $z = -10\,000$. 所以 $2x + y - z = 2 \times 200 + 201 - (-10\,000) = 10\,601$.

- A** 提示: 如图, 观察发现每 3 次翻转为一个循环组依次循环. 因为 $2\,024 \div 3 = 674 \dots 2$, 所以翻转 2 024 次后点 B, C 落在数轴上, 且点 C 对应的数为 $674 \times 3 + 2 = 2\,024$, 所以点 B 对应的数是 $2\,024 - 1 = 2\,023$.



- B** 提示: 因为 $T(x, y) = \frac{2x+y}{x+y}$, 所以 $T(0, 1) = \frac{2 \times 0 + 1}{0 + 1} = 1$, 故①正确; 当 $x + y \neq 0$ 时, $T(x, y) = \frac{2x+y}{x+y} = \frac{x+y+x}{x+y} = 1 + \frac{x}{x+y}$, 当 $x = 2, y = -3$ 时, $T(x, y) = 1 + \frac{x}{x+y} = 1 + \frac{2}{2+(-3)} = -1 < 1$, 故②错误; $T(0, 1) + T(1, 2) + T(2, 3) + \dots + T(100, 101) + T(101, 101) + T(101, 100) + \dots + T(3, 2) + T(2, 1) + T(1, 0) = \frac{1}{1} + \frac{2 \times 1 + 2}{1 + 2} + \frac{2 \times 2 + 3}{2 + 3} + \dots + \frac{2 \times 100 + 101}{100 + 101} + \frac{2 \times 101 + 101}{101 + 101} + \frac{2 \times 101 + 100}{101 + 100} + \dots + \frac{2 \times 1 + 0}{1 + 0} = 1 + \frac{4}{3} + \frac{7}{5} + \frac{10}{7} + \frac{13}{9} + \dots + \frac{301}{201} + \frac{303}{202} + \frac{302}{201} + \dots + \frac{14}{9} + \frac{11}{7} + \frac{8}{5} + \frac{5}{3} + 2 = (1 + 2) + \left(\frac{4}{3} + \frac{5}{3}\right) + \dots + \left(\frac{301}{201} + \frac{302}{201}\right) +$

$$\frac{303}{202} = 3 \times 101 + \frac{3}{2} = \frac{609}{2}, \text{故③错误.}$$

4. D 提示: 因为 $\angle MOA_1$ 的度数是 m° , 所以 $\angle A_1OA_2 = \frac{1}{2} \angle MOA_1 = \frac{1}{2} m^\circ$, 所以 $\angle MOA_2 = \angle MOA_1 + \angle A_1OA_2 = m^\circ + \frac{1}{2} m^\circ = \frac{3}{2} m^\circ = \left(2 - \frac{1}{2^1}\right) m^\circ$, $\angle A_2OA_3 = \frac{1}{2} \angle A_1OA_2 = \frac{1}{4} m^\circ$, 所以 $\angle MOA_3 = \angle MOA_2 + \angle A_2OA_3 = \frac{3}{2} m^\circ + \frac{1}{4} m^\circ = \frac{7}{4} m^\circ = \left(2 - \frac{1}{2^2}\right) m^\circ$, $\angle A_3OA_4 = \frac{1}{2} \angle A_2OA_3 = \frac{1}{8} m^\circ$, 所以 $\angle MOA_4 = \angle MOA_3 + \angle A_3OA_4 = \frac{7}{4} m^\circ + \frac{1}{8} m^\circ = \frac{15}{8} m^\circ = \left(2 - \frac{1}{2^3}\right) m^\circ \dots \dots$ 所以 $\angle MOA_n = \left(2 - \frac{1}{2^{n-1}}\right) m^\circ$.

5. D 提示: 因为一个正整数除以 3 余 2, 除以 7 余 2, 所以这个正整数除以 21 也余 2. 因为除以 21 余 2 的最小正整数为 23, 且 $23 \div 5 = 4 \dots \dots 3$, 所以满足条件的最小正整数为 23. 因为 3, 5, 7 的最小公倍数为 $3 \times 5 \times 7 = 105$, 所以满足条件的所有正整数为 $105k + 23$ (k 为自然数). 所以当 $k=0$ 时, 这个正整数是 23; 当 $k=1$ 时, 这个正整数是 128; 当 $k=2$ 时, 这个正整数是 233; 当 $k=3$ 时, 这个正整数是 338, 故只有 D 选项符合题意.

6. -14 提示: 因为 $|d| \leq 1$, 且为非零整数, 所以 $d = \pm 1$. 要使得 $a+b+c+d$ 的值最小, 则 a, b, c, d 都为最小值, 所以 $d = -1$. 因为 $c > 0$, 且 c 取最小值, 所以 $c = 1$. 因为 $a^2 + b^2 + c^5 + d^{2025} = (2 \times 0 + 2 \times 5)^2 = 10^2 = 100$, 所以 $a^2 + b^2 + 1^5 + (-1)^{2025} = a^2 + b^2 = 100$. 因为 $(\pm 6)^2 + (\pm 8)^2 = 100$, a, b 为整数, 且取最小值, 所以 a, b 都为负数, 所以 $a = -6$, $b = -8$ 或 $a = -8, b = -6$, 所以 $a+b+c+d = -6-8+1-1 = -14$.

7. (1) 32 提示: 由题意, 得 $AP_1 = \frac{1}{2} AP, AQ_1 = \frac{1}{2} AQ$, 所以 $P_1Q_1 = AP_1 - AQ_1 = \frac{1}{2} (AP - AQ) = \frac{1}{2} PQ = \frac{1}{2} \times 64 = 32$.

(2) 4 提示: 同理可得, $P_2Q_2 = \frac{1}{2} P_1Q_1 = 16$, $P_3Q_3 = \frac{1}{2} P_2Q_2 = 8, P_4Q_4 = \frac{1}{2} P_3Q_3 = 4$.

8. 解: (1) -6

(2) 如图, 由题可知, $b-2+x = -6 = c-2+y$. 因为 $b=5, c=7$, 所以 $5-2+x = -6 = 7-2+y$, 所以 $x = -9, y = -11$. 因为 $c+x+z = -6$, 所以 $7-9+z = -6$, 所以 $z = -4$. 因为 $y+a+z = -6$, 所以 $-11+a-4 = -6$, 所以 $a=9$.

y	a	z
b	-2	x
		c

(3) 根据题意, 得 $a+x+m = y+b+m$, $x+d+n = c+y+n$, 则 $a-b = y-x = -3-2 = -5$, $-c+d = y-x = -5$, 所以 $a-b-c+d = -10$.

9. 解: (1) ①23 5 ②168 3

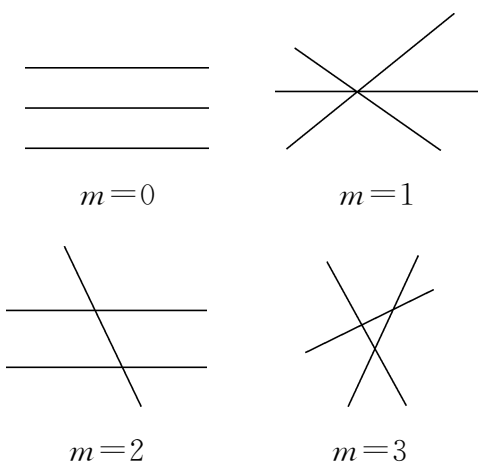
(2) ① $2\ 325 = 2 \times 1\ 000 + 3 \times 100 + 2 \times 10 + 5 \times 1 = 2 \times (999+1) + 3 \times (99+1) + 2 \times (9+1) + 5 = 2 \times 999 + 2 + 3 \times 99 + 3 + 2 \times 9 + 2 + 5 = (2 \times 999 + 3 \times 99 + 2 \times 9) + (2+3+2+5) = 3(2 \times 333 + 3 \times 33 + 2 \times 3) + 3 \times 4$.

因为 $2 \times 333 + 3 \times 33 + 2 \times 3$ 为整数, 4 为整数, 3×4 能被 3 整除, 所以 2 325 及其各个数位上的数字之和都可以被 3 整除.

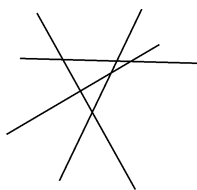
$$\begin{aligned} \text{② } \overline{abcd} &= 1\ 000a + 100b + 10c + d \\ &= (999+1)a + (99+1)b + (9+1)c + d \\ &= 999a + a + 99b + b + 9c + c + d \\ &= (999a + 99b + 9c) + (a + b + c + d) \\ &= 3(333a + 33b + 3c) + (a + b + c + d). \end{aligned}$$

因为 a, b, c, d 为整数, 所以 $333a + 33b + 3c$ 是整数, 所以 $3 \times (333a + 33b + 3c)$ 能被 3 整除, 所以若 $a+b+c+d$ 能被 3 整除, 则 $\overline{abcd}$ 可以被 3 整除.

10. 解: (1) 如图, 当 $n=3$ 时, m 的值可以取 0, 1, 2, 3.

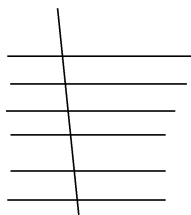


(2) 如图,当 $n=4$ 时, m 的最大值为 6.



(3) $\frac{1}{2}n(n-1)$ 提示:由题可知,当 $n=2$ 时, m 的最大值为 $1=0+1$;当 $n=3$ 时, m 的最大值为 $3=1+2$;当 $n=4$ 时, m 的最大值为 $6=1+2+3$ ……所以当 $n=n$ 时, m 的最大值为 $1+2+3+\dots+n-1=\frac{1}{2}n(n-1)$.

(4) 如图,当 $m=6$ 时, n 的最大值为 7.



【实际应用】45 提示:由题可知,10 条直线相交,最多有 $\frac{1}{2} \times 10 \times (10-1) = 45$ (个)交点,所以交通信号灯的组数最多为 45.

素养提升 2 运算能力

1. B

2. D 提示:由每前进 2 步再后退 3 步的程序运动可知, $a_1=1, a_2=2, a_3=1, a_4=0, a_5=-1, a_6=0, a_7=1, a_8=0, a_9=-1, a_{10}=-2, a_{11}=-1, a_{12}=0, a_{13}=-1, a_{14}=-2, a_{15}=-3, \dots$, 故①②正确;由题可知,“前进 2 步后退 3 步”这 5 s 组成一个循环组,且每经过一个循环,机器人在数轴上的位置所

对应的数的变化为 $2-3=-1$. 因为 $1\ 003 \div 5 = 200 \dots 3$, 所以 $a_{1\ 003}$ 是第 201 个循环中的第 3 个数, 所以 $a_{1\ 003} = (-1) \times 200 + 2 - 1 = -199$, 故③正确; 因为 $2\ 025 \div 5 = 405$, 所以 $a_{2\ 025} = (-1) \times 405 = -405$, 所以 $a_{2\ 024} = -405 + 1 = -404$, 所以 $a_{2\ 024} > a_{2\ 025}$, 故④正确.

3. C 提示:若输出的结果为 3, 则 $2x+1=3$, 解得 $x=1$, 或 $|x|-2=3$, 解得 $x=\pm 5$. 因为 $x \leq 0$, 所以 $x=-5$, 综上所述, 输入 x 的值为 -5 或 1.

4. B 提示:由题意,得 1 的个数比 -1 的个数多 25, 所以 -1 的个数为 $\frac{2\ 025-25}{2} = 1\ 000$. 因为 $1-1=0, -1-1=-2$, 所以 $(x_1-1)^2 + (x_2-1)^2 + (x_3-1)^2 + \dots + (x_{2\ 025}-1)^2 = 1\ 000 \times (-2)^2 = 4\ 000$.

5. B 提示:设 $BC=n$. 由题可知, $S_1=2b(n-a)=4(n-4), S_2=a(n-4b)=4(n-8)$, 所以 $S_1-S_2=4n-16-(4n-32)=16$.

6. (1) $72^\circ 21'$ (2) $37^\circ 41' 40''$ 7. 0 8. 15

9. ①②④ 提示:因为 $ab > 0$, 所以 a, b 同号. 由 $a+b < 0$, 得 $a < 0, b < 0$, 则 $|2a+3b| = -2a-3b$, 故①正确. 若 $|a| > |b|$, 则当 $a > 0, b > 0$ 时, $a > b, a-b > 0, a+b > 0, (a+b)(a-b)$ 是正数; 当 $a > 0, b < 0$ 时, $a-b > 0, a+b > 0, (a+b)(a-b)$ 是正数; 当 $a < 0, b > 0$ 时, $a-b < 0, a+b < 0, (a+b)(a-b)$ 是正数; 当 $a < 0, b < 0$ 时, $a-b < 0, a+b < 0, (a+b)(a-b)$ 是正数, 故②正确. 若 $|a-b|+a-b=0$, 则 $|a-b| = -(a-b)$, 所以 $a-b \leq 0$, 即 $a \leq b$, 故③错误. 因为 $a < b, ab < 0$, 所以 $a < 0, b > 0$. 当 $0 < b < 3$ 时, 易知 $|a-3| > |b-3|$, 不符合题意; 当 $b \geq 3$ 时, 因为 $|a-3| < |b-3|$, 所以 $3-a < b-3$, 所以 $a+b > 6$, 故④正确.

10. 3 或 6 或 9 提示:①当点 P, Q 同时向右运动且运动时间为 3 s 时, 点 P 表示的数为 1, 点 Q 表示的数为 7, 此时 $AQ=7-(-2)=9$. 因为 M, N 分别是 AP 与 BQ 的中点, 所以 $AM = \frac{1-(-2)}{2} = \frac{3}{2}, QN = \frac{7-4}{2} = \frac{3}{2}$, 所以 M, N 两点之间的距离是 $AQ-AM-QN=6$. ②当点 P, Q 同时向左运动且运动时间为 3 s 时, 点 P 表示的数为 -5, 点 Q 表示的数为 1, 此时 $BP=4-(-5)=9$. 因为 M, N 分别是 AP 与 BQ 的中点, 所以 $PM = \frac{-2-(-5)}{2} = \frac{3}{2},$

$BN = \frac{4-1}{2} = \frac{3}{2}$, 所以 M, N 两点之间的距离是 $BP - PM - BN = 6$. ③当点 P 向左, 点 Q 向右运动且运动时间为 3 s 时, 点 P 表示的数为 -5 , 点 Q 表示的数为 7, 此时 $PQ = 7 - (-5) = 12$. 因为 M, N 分别是 AP 与 BQ 的中点, 所以 $PM = \frac{-2 - (-5)}{2} = \frac{3}{2}$, $QN = \frac{7-4}{2} = \frac{3}{2}$, 所以 M, N 两点之间的距离是 $PQ - PM - QN = 9$. ④当点 P 向右, 点 Q 向左运动且运动时间为 3 s 时, 点 P 表示的数为 1, 点 Q 表示的数为 -1 , 此时 $AB = 4 - (-2) = 6$. 因为 M, N 分别是 AP 与 BQ 的中点, 所以 $AM = \frac{1 - (-2)}{2} = \frac{3}{2}$, $BN = \frac{4-1}{2} = \frac{3}{2}$, 所以 M, N 两点之间的距离是 $AB - AM - BN = 3$.

综上所述, M, N 两点之间的距离是 3 或 6 或 9.

11. 解: (1) $6x - 12y$

(2) -1 提示: 因为 $x^2 + x + 1 = 3$, 所以 $x^2 + x = 2$, 所以 $2x^2 + 2x - 5 = 2(x^2 + x) - 5 = -1$.

(3) 因为 $2b - c$ 的值为最大的负整数, 所以 $2b - c = -1$. 因为 $a - 2b = 7$, 所以 $3a + 4b - 2(3b + c) = 3a + 4b - 6b - 2c = 3(a - 2b) + 2(2b - c) = 3 \times 7 + 2 \times (-1) = 21 + (-2) = 19$.

12. 解: (1) ①③

(2) 由 $2x + m = 0$, 得 $x = -\frac{m}{2}$. 因为关于 x 的方程 $2x + m = 0$ 是“幸福方程”, 所以 $2 + m = -\frac{m}{2}$ 或 $-2 - m = -\frac{m}{2}$, 解得 $m = -\frac{4}{3}$ 或 $m = -4$.

(3) 由 $ax - b = 0$, 得 $x = \frac{b}{a}$. 因为关于 x 的方程 $ax - b = 0$ 是“幸福方程”, 所以 $a - b = \frac{b}{a}$ 或 $-a + b = \frac{b}{a}$. ①当 $a - b = \frac{b}{a}$ 时, $a(b - a)y + 5 = (-b + 1)y$ 可化简为 $-by + 5 = (-b + 1)y$, 则 $y = 5$. ②当 $-a + b = \frac{b}{a}$ 时, $a(b - a)y + 5 = (-b + 1)y$ 可化简为 $by + 5 = (-b + 1)y$, 整理,

得 $(2b - 1)y = -5$. 当 $b = \frac{1}{2}$ 时, 等式左边 $= 0$, 等式右边 $= -5$, 故该方程无解; 当 $b \neq \frac{1}{2}$ 时, $y = \frac{5}{1 - 2b}$. 综上所述, 当 $\frac{b}{a} = a - b$ 时, $y = 5$; 当 $\frac{b}{a} = b - a$ 且 $b = \frac{1}{2}$ 时, y 无解; 当 $\frac{b}{a} = b - a$ 且 $b \neq \frac{1}{2}$ 时, $y = \frac{5}{1 - 2b}$.

13. 解: (1) $-5 \quad 7 \quad 12$

(2) 设向左运动记为负数, 向右运动记为正数, 依题意, 得 $-5 - 1 + 2 - 3 + 4 - 5 + \dots + 2\,022 - 2\,023 + 2\,024 - 2\,025 = -5 + (-1 + 2) + (-3 + 4) + \dots + (-2\,023 + 2\,024) - 2\,025 = -5 + 1\,012 \times 1 - 2\,025 = -1\,018$, 所以当点 P 运动到第 2 025 次时, 点 P 表示的数为 $-1\,018$.

(3) 设点 P 在数轴上表示的数为 x .

①当点 P 在点 A 的左侧时, $PA = -5 - x$, $PB = 7 - x$, 依题意, 得 $7 - x = 2(-5 - x)$, 解得 $x = -17$.

②当点 P 在点 A 和点 B 之间时, $PA = x - (-5) = x + 5$, $PB = 7 - x$, 依题意, 得 $7 - x = 2(x + 5)$, 解得 $x = -1$.

③当点 P 在点 B 的右侧时, $PA = x - (-5) = x + 5$, $PB = x - 7$, 依题意, 得 $x - 7 = 2(x + 5)$, 解得 $x = -17$, 这与点 P 在点 B 的右侧矛盾, 故舍去.

综上所述, 点 P 表示的数分别是 -17 和 -1 , 且是点 P 分别运动到第 23 次和第 8 次的位置. 提示: 设点 P 第 x 次运动时, 表示的数为 -1 , 则 $-5 + \frac{x}{2} = -1$, 解得 $x = 8$. 设点 P 第 y 次运动时, 表示的数为 -17 , 则 $-5 + \frac{y-1}{2} - y = -17$, 解得 $y = 23$.

素养提升 3 应用意识

1. B 2. A

3. B 提示: 设原来每个桶中均有 x 个球. 根据题意, A 桶中剩余小球的个数为 $x - 4$, 放入 4 个后, B 桶

中小球的个数为 $x+4$, 放入后, C 桶中小球的个数为 $x+\frac{x+4}{2}=\frac{3x+4}{2}$, 拿出后, C 桶中剩余小球的个数为 $\frac{3}{4}\left(\frac{3x+4}{2}\right)$, 放入后, D 桶中小球的个数为 $x+\frac{1}{4}\left(\frac{3x+4}{2}\right)$. 根据题意, 得 $\left[x+\frac{1}{4}\left(\frac{3x+4}{2}\right)\right]-\frac{3}{4}\left(\frac{3x+4}{2}\right)=2$, 即 $x-\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{3x+4}{2}\right)=2$, 解得 $x=12$.

4. D 提示: 设每杯豆浆的售价为 x 元. 在甲店买 12 杯的费用为 $6x+6\times 0.5x=9x$ (元); 在甲店买 8 杯, 在乙店买 4 杯的费用为 $4x+4\times 0.5x+(4-1)x=9x$ (元); 在甲店买 6 杯, 在乙店买 6 杯的费用为 $3x+3\times 0.5x+(6-2)x=8.5x$ (元); 在乙店买 12 杯的费用为 $(12-4)x=8x$ (元). 因为 $x>0$, 所以在乙店买 12 杯花钱最少.

5. $(7\ 200+72x)$ 提示: 已知学校购买的服装数量为 x 套 ($x\geq 300$), 根据题意, 应付款为 $100\times 120+(200-100)\times 120\times 0.8+(x-200)\times 120\times 0.6=21\ 600+72x-14\ 400=(7\ 200+72x)$ 元.

6. 12 提示: 因为李阿姨家 11 月份用水 5 m^3 , 交水费 16 元, 所以 $5a=16$, 解得 $a=3.2$. 因为 $10\times 3.2=32<39.6$, 所以李阿姨家 12 月份的用水量大于 10 m^3 . 设李阿姨家 12 月份的用水量为 $x\text{ m}^3$, 则 $10\times 3.2+(3.2+0.6)(x-10)=39.6$, 解得 $x=12$. 所以李阿姨家 12 月份的用水量是 12 m^3 .

7. 25 提示: 设第三只猴子分过后每份桃子有 x 个, 则第三只猴子所分的桃子有 $(3x+1)$ 个, 第二只猴子所分的桃子有 $\left(3\times\frac{3x+1}{2}+1\right)$ 个, 即 $\frac{9x+5}{2}$ 个, 第一只猴子所分的桃子有 $\left(3\times\frac{\frac{9x+5}{2}}{2}+1\right)$ 个, 即 $\frac{27x+19}{4}$ 个. 因为 $\frac{27x+19}{4}=\frac{4\times 6x+3x+4\times 4+3}{4}=6x+4+\frac{3(x+1)}{4}$, 且 $\frac{27x+19}{4}$ 和 x 均为正整数, 所以 $\frac{3(x+1)}{4}$ 为正整数, 所以 $x+1$ 是 4 的倍数, 所以 x 的最小值为 3. 当 $x=3$ 时, $\frac{27x+19}{4}=\frac{27\times 3+19}{4}=25$, 所以桃子至少有 25 个.

8. 36 或 108 提示: 因为 OA 平分 $\angle COE$, $\angle COE=60^\circ$, 所以 $\angle COA=\angle EOA=30^\circ$,

$\angle COF=120^\circ$, 所以 $\angle COB=\angle COA+\angle AOB=120^\circ$. ①如图 1, 当 OE 平分 $\angle BOD$ 时, $\angle BOE=\frac{1}{2}\angle BOD$, 此时 $\angle COB=(120+t)^\circ$, $\angle COE=(60+3t)^\circ$, 所以 $\angle BOE=\angle COE-\angle COB=(2t-60)^\circ$, $\angle BOD=180^\circ-\angle COB=(60-t)^\circ$, 所以 $2t-60=\frac{1}{2}(60-t)$, 解得 $t=36$.

②如图 2, 当 OF 平分 $\angle BOD$ 时, $\angle DOF=\frac{1}{2}\angle BOD$, 此时 $\angle BOD=(120+t-180)^\circ=(t-60)^\circ$, $\angle DOF=(3t-120-180)^\circ=(3t-300)^\circ$, 所以 $3t-300=\frac{1}{2}(t-60)$, 解得 $t=108$.

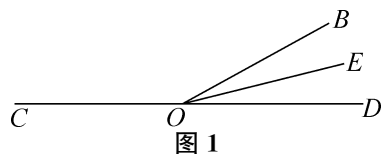


图 1

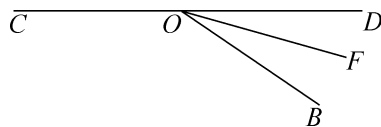


图 2

9. 解: (1) 2.2

(2) 完成. 理由如下:

因为 $0.3-0.2-1+0.8+1.2-0.6+0.5=1(\text{km})$, 所以小张同学这一周的跑步总路程完成了自己的计划.

(3) $(3\times 7+1)\times 90=1\ 980=1.98\times 10^3$ (大卡).

答: 小张共计消耗 1.98×10^3 大卡的热量.

10. 解: 设配制比例为 $1:x$, 则 $10(1+20\%)+15(1+10\%)x=(10+15x)\times(1+15\%)$, 解得 $x=\frac{2}{3}$. 所以原来的成本为

$\frac{10\times 1+15\times\frac{2}{3}}{1+\frac{2}{3}}=12$ (元/kg), 所以原来的

售价为 $12\times(1+60\%)=19.2$ (元/kg), 所以物价上涨后的成本为 $12\times(1+15\%)\times(1+25\%)=17.25$ (元/kg), 售价为 $17.25\times(1+60\%)=27.6$ (元/kg), 所以物价上涨后的售价需要提高 $27.6-19.2=$

8.4(元/kg).

11. 解: (1) $BC = BD - CD = 3a + 2b - (2a + b) = 3a + 2b - 2a - b = (a + b) \text{ m}$.

(2) ①4 提示: 由题意可知, $v + 2 \leq 6$, 所以 $v \leq 4$, 即 v 的最大值为 4.

② $AD = AB + BD = (a + b) + (3a + 2b) = (4a + 3b) \text{ m}$. 当 $a = 2, b = 4$ 时, $AD = 20 \text{ m}$. 由题意, 得 $4v + 4(v + 1) = 12$, 解得 $v = 1$.

③ 若 N_1 恰好为终点, $4v = 20$, 解得 $v = 5 > 4$, 不合题意, 舍去. 若 N_2 恰好为终点, $4v + 4(v + 1) = 20$, 解得 $v = 2$, 或 $4v + 4(v + 1) = 20 \times 3$, 解得 $v = 7 > 4$, 不合题意, 舍去. 若 N_3 恰好为终点, $4v + 4(v + 1) + 4(v + 2) = 20$, 解得 $v = \frac{2}{3}$, 或 $4v + 4(v + 1) + 4(v + 2) = 20 \times 3$, 解得 $v = 4$.

综上所述, 记录点能恰好为终点 D , 此时, v 的值为 $\frac{2}{3}$ 或 2 或 4.

素养提升 4 空间观念

1. B 提示: 由正方体的表面展开图的特点可知, 标有“ $15 - mx$ ”的面与标有“ $3x$ ”的面是相对面, 标有“ -2 ”的面与标有“ m ”的面是相对面, 标有“ 3 ”的面与标有“ y ”的面是相对面. 因为正方体的各个相对面上的数字互为相反数, 所以 $m = 2, 15 - mx + 3x = 0, y = -3$, 所以 $15 - 2x + 3x = 0$, 所以 $x = -15$. 则 $x - ym = -15 - (-3) \times 2 = -15 + 6 = -9$.

2. C 提示: 设 $AD = x \text{ cm}$, 则 $AB = 3AD = 3x \text{ cm}$. 由题意, 得 $3x + x + 3x + x = 16$, 解得 $x = 2$, 所以 $AB = 3AD = 3x = 6 \text{ cm}$. 长方体纸盒的高为 $12 - AD = 12 - 2 = 10(\text{cm})$, 则所折成的无盖长方体纸盒的容积为 $2 \times 6 \times 10 = 120(\text{cm}^3)$.

3. C 提示: 由从前面看到的图形可知, 最后一个小正方体可以放在②号或④号小正方体的上面; 由从左面看到的图形可知, 最后一个小正方体可以放在①号或②号小正方体的上面. 所以最后一个小正方体应放在②号小正方体的上面.

4. C 提示: 根据七巧板的特征可知, 图 2 中小正方形

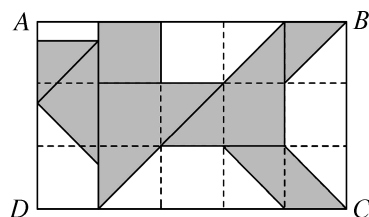
的面积为 $\frac{1}{8} S_{\text{大正方形}} = \frac{1}{8} \times 10 \times 10 = \frac{25}{2}(\text{cm}^2)$, 图 2 中

阴影三角形的面积为 $\frac{1}{4} S_{\text{大正方形}} = \frac{1}{4} \times 10 \times 10 = 25(\text{cm}^2)$, 所以阴影部分的面积为 $\frac{25}{2} + 25 = \frac{75}{2}(\text{cm}^2)$.

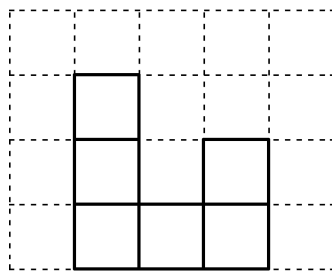
5. 20 提示: 由题图, 得标 A 的面和标 C 的面相对, 标 B 的面和标 D 的面相对. 因为相对两个面上的多项式的和相等, 所以 $B + D = A + C$, 所以 $D = A + C - B = A + C - (A - C) = 2C$, 所以 $D = 2(3xy + y^2) = 6xy + 2y^2$. 当 $x = -1, y = -2$ 时, $D = 6 \times (-1) \times (-2) + 2 \times (-2)^2 = 12 + 8 = 20$.

6. 12 18

7. 187.5 提示: 由题中七巧板可知, 小正方形的面积等于 $10 \times 10 \div 4 \div 2 = 12.5(\text{cm}^2)$. 按如图分割可知, 长方形 $ABCD$ 的面积等于 15 个小正方形的面积, 即 $15 \times 12.5 = 187.5(\text{cm}^2)$.



8. (1) 三棱柱 圆锥 六棱柱
(2) 从正面看到的几何体的图形如下.



从正面看

9. 解: (1) 小纸盒的表面积为 $(2ab + 2bc + 2ac) \text{ cm}^2$; 大纸盒的表面积为 $2 \times 1.5a \cdot 2b + 2 \times 1.5a \cdot 2c + 2 \times 2c \cdot 2b = (6ab + 6ac + 8bc) \text{ cm}^2$. 所以两个纸盒共需材料 $(2ab + 2bc + 2ac) + (6ab + 6ac + 8bc) = (8ab + 8ac + 10bc) \text{ cm}^2$.

(2) $(6ab + 6ac + 8bc) - (2ab + 2bc + 2ac) = 6ab + 6ac + 8bc - 2ab - 2bc - 2ac = (4ab + 4ac + 6bc) \text{ cm}^2$, 所以做大纸盒比做

小纸盒多用料 $(4ab+4ac+6bc)\text{cm}^2$.

(3) 516 提示:由题可知,将3个小纸盒拼接成一个新的长方体,共有3种拼接方式,其中按照面积最大的长方形拼接在一起时,新长方体的表面积最小,即当新长方体的长、宽、高分别为15 cm、8 cm、6 cm时,表面积最小,最小值为 $2 \times (15 \times 8 + 15 \times 6 + 8 \times 6) = 516(\text{cm}^2)$.

素养提升5 几何直观

- D 提示:因为射线OA的方向为南偏东 25° ,即 $\angle AOC = 25^\circ$,所以 $\angle AOE = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$.因为OA平分 $\angle BOE$,所以 $\angle BOE = 2\angle AOE = 130^\circ$,所以 $\angle BOC = \angle BOE - \angle COE = 130^\circ - 90^\circ = 40^\circ$,所以射线OB的方向为南偏西 40° .
- A 提示:设较长的木条为 $AB = 10\text{ cm}$,较短的木条为 $BC = 8\text{ cm}$.因为M,N分别为AB,BC的中点,所以 $BM = 5\text{ cm}$, $BN = 4\text{ cm}$.当BC不在AB上时, $MN = BM + BN = 5 + 4 = 9(\text{cm})$;当BC在AB上时, $MN = BM - BN = 5 - 4 = 1(\text{cm})$.综上所述,两根木条中点间的距离是1 cm或9 cm.
- D 提示:因为 $\angle AOC = 40^\circ$, $\angle BOD$ 与 $\angle AOC$ 互余,所以 $\angle BOD = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$.当射线OD在 $\angle BOC$ 内部时, $\angle DOC = 180^\circ - \angle AOC - \angle BOD = 90^\circ$;当射线OD在 $\angle BOC$ 外部时, $\angle DOC = \angle AOC + (180^\circ - \angle BOD) = 170^\circ$.
- B
- 6 或 16 提示:由题意可知, $CP = 1 \times 3 = 3(\text{cm})$, $DB = 3 \times 4 = 12(\text{cm})$.分情况讨论:如图1,当点D在点C的右边时,因为 $CD = 5\text{ cm}$,所以 $CB = CD + DB = 5 + 12 = 17(\text{cm})$,所以 $AC = AB - CB = 20 - 17 = 3(\text{cm})$,所以 $AP = AC + CP = 3 + 3 = 6(\text{cm})$.如图2,当点D在点C的左边时, $AD = AB - DB = 20 - 12 = 8(\text{cm})$,所以 $AP = AD + CD + CP = 8 + 5 + 3 = 16(\text{cm})$.综上所述, $AP = 6\text{ cm}$ 或 16 cm .

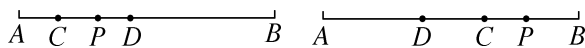


图1

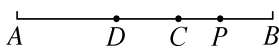


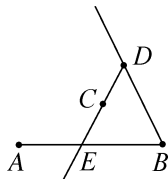
图2

- $1 - \frac{1}{2^n}$ 提示:令线段AB的长为1,则线段 AP_1 的长为 $\frac{1}{2} = 1 - \frac{1}{2}$,线段 AP_2 的长为 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} = 1 -$

$\frac{1}{2^2}$,线段 AP_3 的长为 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} = 1 - \frac{1}{2^3}, \dots$,所以

线段 AP_n 的长为 $\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^n}$.

- 解:(1)如图,线段AB,射线BD,线段CD,点E即为所求.



- 因为 $BE = 2AE$, $BE = 8$,所以 $AE = \frac{1}{2}BE = 4$,所以 $AB = AE + BE = 4 + 8 = 12$.因为F是AB的中点,G是AE的中点,所以 $AF = \frac{1}{2}AB = 6$, $AG = \frac{1}{2}AE = 2$,所以 $GF = AF - AG = 6 - 2 = 4$.

- 解:(1) 3 3 4 4

(2) 因为 $\angle AOC = \angle AOM + \angle COM$ 且 $\angle AOM = 2\angle COM$,所以 $\angle AOC = 3\angle COM$.同理可得 $\angle BOC = 3\angle CON$.又因为 $\angle AOB = \angle AOC + \angle BOC = 120^\circ$,所以 $3\angle COM + 3\angle CON = 120^\circ$,所以 $\angle COM + \angle CON = 40^\circ$,所以 $\angle MON = \angle COM + \angle CON = 40^\circ$,即 $\angle MON$ 的度数为 40° .

(3) $\angle AOB = 3\angle MON - 60^\circ$ 提示:因为 $\angle AOD = \angle AOM + \angle DOM$ 且 $\angle AOM = 2\angle DOM$,所以 $\angle AOD = 3\angle DOM$,同理可得 $\angle BOC = 3\angle CON$.因为 $\angle AOB = \angle AOD + \angle BOC + \angle COD$, $\angle COD = 30^\circ$,所以 $\angle AOB = 3\angle DOM + 3\angle CON + 30^\circ = 3(\angle DOM + \angle CON) + 30^\circ$.因为 $\angle DOM + \angle CON = \angle MON - \angle COD = \angle MON - 30^\circ$,所以 $\angle AOB = 3(\angle MON - 30^\circ) + 30^\circ$,所以 $\angle AOB = 3\angle MON - 60^\circ$.

- 解:设经过的时间为 $x\text{ s}$.则在旋转过程中, $\angle AOD = 120^\circ - 30x^\circ$, $\angle AOC = 90^\circ - 10x^\circ$, $\angle AOB = 20^\circ + 20x^\circ$,当 $\angle AOD = 120^\circ - 30x^\circ = 0$ 时, $x = 4$;当 $\angle AOC = 90^\circ - 10x^\circ = 0$ 时, $x = 9$;当 $\angle AOB = 20^\circ + 20x^\circ = 180^\circ$ 时, $x = 8$.所以当 $x = 4$ 时,三条射线停止运动.

①如图1,当OC为OB,OD夹角的平分线

时, $\angle BOC = \angle DOC$, 所以 $\angle AOC - \angle AOB = \angle AOD - \angle AOC$, 即 $90 - 10x - (20 + 20x) = 120 - 30x - (90 - 10x)$, 解得 $x = 4$, 此时 $\angle BOC < 0$, 不合题意.

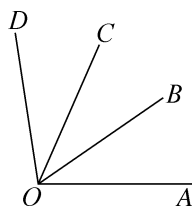


图 1

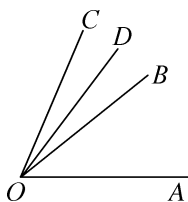


图 2

②如图 2, 当 OD 为 OC, OB 夹角的平分线时, $\angle DOC = \angle DOB$, $\angle AOC - \angle AOD = \angle AOD - \angle AOB$, 即 $90 - 10x - (120 - 30x) = 120 - 30x - (20 + 20x)$, 解得 $x = \frac{13}{7}$.

③如图 3, 当 OB 为 OC, OD 夹角的平分线时, $\angle BOC = \angle BOD$, 所以 $\angle AOC - \angle AOB = \angle AOB - \angle AOD$, 即 $90 - 10x - (20 + 20x) = 20 + 20x - (120 - 30x)$, 解得 $x = \frac{17}{8}$.

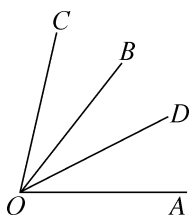


图 3

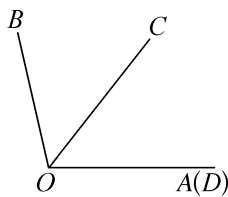


图 4

④如图 4, 当 OC 为 OD, OB 夹角的平分线时, $\angle BOC = \angle COD$, 所以 $\angle AOB - \angle AOC = \angle AOC - \angle AOD$, 即 $20 + 20x - (90 - 10x) = 90 - 10x - (120 - 30x)$, 解得 $x = 4$.

综上所述, 经过 $\frac{13}{7}$ s 或 $\frac{17}{8}$ s 或 4 s 时, 其中一条射线是另外两条射线夹角的平分线.

阶段检测篇

第 1、2 章检测卷

1. C 2. A 3. B 4. B 5. A 6. C

7. C 8. D 9. C

10. D 提示: $1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 0 = 14$, 所以二进制数 1110 可转化为十进制数 14, 故 A 选项正确; $1 \times 2^4 + 0 + 0 + 0 + 1 = 17$, 所以十进制数 17 可转化为二进制数 10001, 故 B 选项正确; $2 \times 7^2 + 1 \times 7 + 6 = 111$, 所以题图 1 的七进制数转化为十进制数为 111, 故 C 选项正确; 题图 3 表示的二进制数为 0110, 因为 $1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 0 = 6$, 所以题图 3 表示的二进制数转化为十进制数是 6, 故 D 选项错误.

11. > 12. 7 13. 4 14. 4 15. 0 16. 11

17. -4 提示: 计算结果依次为 2, -8, -2, -4, -2, -4, ..., 从第 3 个数起, 按“-2, -4”循环. 因为 $(2\ 024 - 2) \div 2 = 1\ 011$, 所以 $a_{2\ 024}$ 的值为 -4.

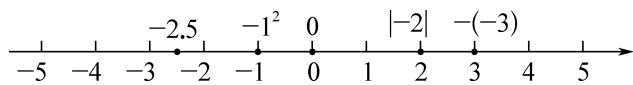
18. 2 提示: 设初始位置点 P_0 表示的数为 x . 由题可知, 点 P_1 表示的数为 $x - 1$, 点 P_2 表示的数为 $x - 1 + 2$, 点 P_3 表示的数为 $x - 1 + 2 - 3$, ..., 点 P_{2n} 表示的数为 $x - 1 + 2 - 3 + 4 - \dots + 2n = x + (-1 + 2) + (-3 + 4) + \dots + [-(2n - 1) + 2n] = x + n$. 所以 $x + n = n + 2$, 所以 $x = 2$, 即点 P_0 表示的数为 2.

19. 解: 正数: $\{50\%, 2.122\ 22\cdots, 3.010\ 01\cdots$ (每 2 个 1 之间依次多 1 个 0), $\frac{\pi}{2}, -(-\frac{1}{2})\cdots\}$.

分数: $\{-4.2, 50\%, -\left|-\frac{22}{7}\right|, 2.122\ 22\cdots, -(-\frac{1}{2})\cdots\}$.

负有理数: $\{-4.2, -\left|-\frac{22}{7}\right|, -(-2)^2\cdots\}$.

20. 解: 如图, $-2.5 < -1^2 < 0 < |-2| < -(-3)$.



21. 解: (1) 原式 $= 4 \times (-3) \times 3 - 48 \div (-8) = -12 \times 3 - (-6) = -36 + 6 = -30$.

(2) 原式 $= -1 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times (2 - 9) = -1 -$

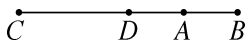
$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times (-7) = -1 - \left(-\frac{7}{6}\right) = \frac{1}{6}$.

22. 解: (1) < <

(2) $a - 1 < 1 - b < a - b$

23. 解: (1) 24.5

18(cm).



25. 解: (1) 28

(2) 设 $DE = x$, 则 $AE = 15 - x$. 根据题意, 得长方形 $CDEF$ 的周长等于 AE 的长, 即 $2(x + 3) = 15 - x$, 解得 $x = 3$. 所以纸盒的底面边长为 3.

(3) 能. 如图 1, 取 EF, CD 的中点 G, H , 连接 GH , 则 $EG = GF = \frac{3}{2}$. 设 $DE = x$, 则

$$AE = 15 - x. 2\left(x + \frac{3}{2}\right) = 15 - x, \text{ 解得 } x =$$

4. 此时, 纸盒的底面长为 4, 宽为 $\frac{3}{2}$. 如图

2, 取 DE, CF 的中点 G, H , 连接 GH . 设 $DG = EG = x$, 同理可得, $2(x + 3) = 15 -$

$2x$, 解得 $x = \frac{9}{4}$. 此时, 纸盒的底面长为 3,

宽为 $\frac{9}{4}$.

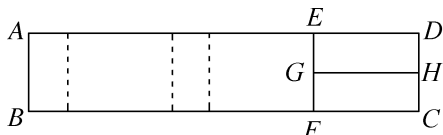


图 1

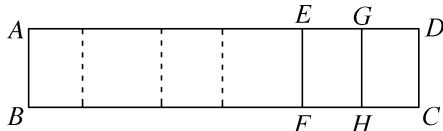


图 2

26. 解: (1) 因为 $AB = 28$ cm, 点 D, C 在线段 AB 上, $AC : BC = 5 : 2$, $DC : AB = 1 : 4$, 所以 $AC = \frac{5}{7}AB = 20$ cm, $DC = \frac{1}{4}AB = 7$ cm. 所以 $AD = AC - DC = 20 - 7 = 13$ (cm).

(2) 因为 $AC : BC = 5 : 2$, 所以 $BC = \frac{2}{7}AB = 8$ cm. 在点 P 到达点 C 前, 根据题意, 得 $8 - t = 20 - 4t$, 解得 $t = 4$; 在点 P 由点 C 返回后, 根据题意, 得 $8 - t = 4t - 20$, 解得 $t = 5.6$.

综上所述, t 的值为 4 或 5.6.

(3) 在点 P 到达点 C 前, 根据题意, 得 $8 - t + (20 - 4t) = 7$, 解得 $t = \frac{21}{5}$; 在点 P 从点

C 返回, 到达点 D 前, 根据题意, 得 $8 - t + (4t - 20) = 7$, 解得 $t = \frac{19}{3}$; 当点 P 从点 C

返回, 到达点 D 时, $t = 6.75$, 此时点 Q 未到达点 C , 因为 $DC = 7$ cm, 所以当 $t = 8$ 时, $PQ = 7$ cm.

综上所述, t 的值为 $\frac{21}{5}$ 或 $\frac{19}{3}$ 或 8.

期末检测卷

1. C 2. C 3. B 4. A 5. C 6. C

7. B 8. C 9. B

10. C 提示: 由题意, 得电子跳蚤的路径为 $1-3-5-2-1-3-5-2-1 \dots$. 观察发现, 除起跳点外, 按照 3, 5, 2, 1 进行循环, 即每跳跃 4 次为一个循环. 由 $2\ 025 = 4 \times 506 + 1$ 可知, 经过 2 025 次跳跃后它停在的点所对应的数为 3.

11. $-\frac{4}{3}$ 12. 8 13. 135° 14. $\frac{2}{15}$

15. 6 600 cm^3

16. 5.5 cm 或 2.5 cm 提示: 如图 1, 当点 C 在线段 AB 上时, $AB = 8$ cm, $AC = 3$ cm, 所以 $BC = 5$ cm, 因为 D 为线段 BC 的中点, 所以 $CD = \frac{1}{2}BC = 2.5$ cm, 所以 $AD = AC + CD = 5.5$ cm; 如图 2, 当点 C 在线段 AB 的反向延长线上时, $AB = 8$ cm, $AC = 3$ cm, 所以 $BC = 11$ cm, 因为 D 为线段 BC 的中点, 所以 $CD = \frac{1}{2}BC = 5.5$ cm, 所以 $AD = CD - AC = 2.5$ cm.

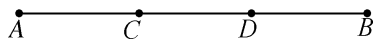


图 1

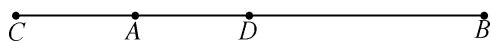


图 2

17. 32 或 6 提示: 根据题意, 得 $5x + 2 = 162$, 解得 $x = 32$, 符合题意; $5x + 2 = 32$, 解得 $x = 6$, 符合题意; $5x + 2 = 6$, 解得 $x = 0.8$, 不符合题意, 舍去.

18. -5.5 或 4.5 提示: ①当 $-4 \leq x \leq 3$ 时, $|x - 3| + |x + 4| = -x + 3 + x + 4 = 7$ 恒成立, 不符合题意; ②当 $x < -4$ 时, $|x - 3| + |x + 4| = -x + 3 - x - 4 = 10$, 解得 $x = -5.5$; ③当 $x > 3$ 时, $|x - 3| + |x + 4| = x - 3 + x + 4 = 10$, 解得 $x = 4.5$.

19. 解:(1) 原式 $=-1-12\div 6=-3$.

(2) 原式 $=15a^2b-5ab^2+4ab^2-12a^2b+8=3a^2b-ab^2+8$. 当 $a=-\frac{1}{2}, b=\frac{1}{3}$ 时,
原式 $=3\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2\times\frac{1}{3}-\left(-\frac{1}{2}\right)\times\left(\frac{1}{3}\right)^2+8=\frac{299}{36}$.

20. 解:(1) $x=8$. (2) $x=-3$.

21. 解:解方程 $5(x-3)=4x-10$, 得 $x=5$.
因为两个方程的解互为相反数, 所以另一个方程的解为 $x=-5$. 把 $x=-5$ 代入方程 $4x-(3a+1)=6x+2a-1$, 得 $4\times(-5)-(3a+1)=6\times(-5)+2a-1$, 解得 $a=2$, 所以 $-3a^2+7a-1=-3\times 2^2+7\times 2-1=1$.

22. 解:设 $\angle AOD=3x$, 则 $\angle BOD=5x$. 所以 $\angle AOB=\angle AOD+\angle BOD=3x+5x=8x$. 因为 OC 平分 $\angle AOB$, 所以 $\angle AOC=\frac{1}{2}\angle AOB=4x$. 所以 $\angle COD=\angle AOC-\angle AOD=4x-3x=x$. 因为 $\angle COD=15^\circ$, 所以 $x=15^\circ$. 所以 $\angle AOB=8x=8\times 15^\circ=120^\circ$.

23. 解:(1) 由题意, 得 $2A-B=2(x^2+xy+2x+2)-(2x^2-3xy+y-3)=5xy+4x-y+7$. 因为 $(x-2)^2+|y+5|=0$, 所以 $x=2, y=-5$. 所以原式 $=5\times 2\times(-5)+4\times 2-(-5)+7=-30$.

(2) 原式 $=5xy+4x-y+7=(5x-1)y+4x+7$. 因为 $2A-B$ 的值与 y 的值无关, 所以 $5x-1=0$, 解得 $x=\frac{1}{5}$.

24. 解:(1) ① $=$

②20 提示: 因为 $BC=\frac{3}{4}AC, AC=16$ cm, 所以 $BC=12$ cm. 所以 $AB=AC-BC=16-12=4$ (cm). 因为 $AB=CD$, 所以 $CD=4$ cm, 所以 $AD=AC+CD=16+4=20$ (cm).

(2) 设 $AB=2x$ cm, $BC=3x$ cm, $CD=4x$ cm, 则 $AD=9x$ cm. 因为 M, N 分别是 AB, CD 的中点, 所以 $BM=x$ cm, $CN=$

$2x$ cm. 因为 $MN=BM+BC+CN=18$ cm, 所以 $x+3x+2x=18$, 解得 $x=3$. 所以 $AD=27$ cm.

25. 解:(1) $3.4x$ (4. $6x-360$)

(2) $3.4\times 300=1\ 020$ (元). 因为 $1\ 480$ 元 $>1\ 020$ 元, 所以 4 月份用水超过 300 t. 设该单位 4 月份用水 x t. 根据题意, 得 $4.6x-360=1\ 480$, 解得 $x=400$.

答: 该单位 4 月份用水 400 t.

(3) 设该单位 5 月份用水 y t, 则 6 月份用水 $(700-y)$ t. ①若 $y\leq 300$, 则 $700-y\geq 400$, 得 $3.4y+4.6(700-y)-360=2\ 560$, 解得 $y=250$, 则 $700-y=450$. ②若 $y>300$, 且 $700-y>y$, 则该单位 5, 6 月份应缴水费为 $4.6y-360+4.6(700-y)-360=4.6\times 700-360\times 2=2\ 500$ (元). 因为 $2\ 500\neq 2\ 560$, 所以舍去. 所以该单位 5 月份用水 250 t, 6 月份用水 450 t.

26. 解:【特例感知】(1) ②

(2) 4 提示: 因为无盖的正方体盒子有 8 条棱没有剪开, 而无盖正方体展开图中有 4 条棱没有剪开, 所以将一个无盖正方体展开成平面图形的过程中, 需要剪开 4 条棱.

【初步研究】 $4a-8b$

【知识再探】无盖长方体纸盒有 4 条长为 b 的棱, 4 条长为 $(a-2b)$ 的棱, 剪开后的图形周长为所剪开棱的长和的 2 倍加上 4 条 $(a-2b)$ 的棱的长, 且长为 $(a-2b)$ 的棱最多只能剪开 3 条, 当剪开的棱为 4 条长为 b 的棱时, $4(a-2b)+8b=4a=120\neq 156$, 不符合题意; 当剪开的棱为 3 条长为 b 的棱, 1 条长为 $(a-2b)$ 的棱时, $6(a-2b)+6b=156$, 即 $6(30-2b)+6b=156$, 解得 $b=4$; 当剪开的棱为 2 条长为 b 的棱, 2 条长为 $(a-2b)$ 的棱时, $8(a-2b)+4b=156$, 即 $8(30-2b)+4b=156$, 解得 $b=7$; 当剪开的棱为 1 条长为 b 的棱, 3 条长为 $(a-2b)$ 的棱时, $10(a-2b)+2b=156$, 即 $10(30-2b)+2b=156$, 解得 $b=8$. 综上所述, b 的所有可能的值为 4 或 7 或 8.