

高中数学

小题为王做[®]

.....必修第一册 BS.....

主 编 恩波教育研究中心
编 委 李宁宁 乔 杰 朱 勇
葛爱菊 刘伟华 闫秀香

 南京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中数学小题狂做. 必修. 第一册 : BS / 恩波教育
研究中心主编. —南京 : 南京大学出版社, 2020. 8(2025. 5 重印)
ISBN 978-7-305-22913-8

I. ①高… II. ①恩… III. ①中学数学课—高中—习
题集 IV. ①G634. 605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2020)第 127343 号

出版发行 南京大学出版社
社 址 南京市汉口路 22 号 邮 编 210093

GAOZHONG SHUXUE XIAOTI KUANGZUO • BIXIU DI-YI CE • BS

书 名 高中数学小题狂做·必修第一册·BS
主 编 恩波教育研究中心
责任编辑 刘 琦 编辑热线 025-83530763

印 刷 南京地海印刷有限公司
开 本 880 mm×1230 mm 1/16 开 印张 8 字数 185 千
版 次 2020 年 8 月第 1 版 2025 年 5 月第 6 次印刷
ISBN 978-7-305-22913-8
定 价 49.80 元

网 址 <http://www.njupco.com>
官方微博 <http://weibo.com/njupco>
官方微信 njupress
销售咨询热线 025-83594756

-
- * 版权所有,侵权必究
 - * 凡购买南大版图书,如有印装质量问题,请与所购
图书销售部门联系调换

目录 Contents



第一章 预备知识

§ 1 集合	
限时小练 1 集合的概念与表示	1
限时小练 2 集合的基本关系	3
限时小练 3 集合的基本运算(1)	5
限时小练 4 集合的基本运算(2)	7
§ 2 常用逻辑用语	
限时小练 5 必要条件与充分条件	9
限时小练 6 全称量词与存在量词	11
§ 3 不等式	
限时小练 7 不等式的性质	13
限时小练 8 基本不等式(1)	15
限时小练 9 基本不等式(2)	17
§ 4 一元二次函数与一元二次不等式	
限时小练 10 一元二次函数 一元二次不等式及其解法	20
限时小练 11 一元二次不等式的应用	22
章末提优	24
真题小练	26

第二章 函数

§ 1 生活中的变量关系 & § 2 函数	
限时小练 12 生活中的变量关系 函数的概念	27
限时小练 13 函数的表示法	29
§ 3 函数的单调性和最值	
限时小练 14 函数的单调性	31
限时小练 15 函数的单调性和最值	33
§ 4 函数的奇偶性与简单的幂函数	
限时小练 16 函数的奇偶性	35
限时小练 17 简单幂函数的图象和性质	37
章末提优	39
真题小练	42
阶段温习(第一章)	43

第三章 指数运算与指数函数

§ 1 指数幂的拓展 & § 2 指数幂的运算性质	
限时小练 18 指数幂的拓展与指数幂的运算	44
§ 3 指数函数	
限时小练 19 指数函数的概念、图象和性质(1)	46
限时小练 20 指数函数的概念、图象和性质(2)	48
章末提优	50
真题小练	53
阶段温习(第一章~第二章)	54

第四章 对数运算与对数函数

§ 1 对数的概念	
限时小练 21 对数的概念	55

>>>>>>>> 提升索引 见答案

易错	忽视集合元素的互异性/1
易错	忽视二次项系数为0的情况/1
易错	忽视“空集是任何集合的子集”/2
方法	求子集个数的方法/4
突破	判断一个命题为存在量词命题的方法/6
易错	求命题否定时的常见错误/6
方法	求条件最值问题的思路/9
方法	含参一元二次不等式需分类讨论的原因/13

易错	忽视区间对函数单调性的制约/20
方法	利用单调性比较大小或解不等式的方法/20
方法	利用参变量分离法求解不等式恒(能)成立的原则/23
方法	幂函数在第一象限内指数的变化规律/25

方法	指数函数图象的判断方法/30
突破	求复合函数定义域的方法/30
方法	指数式比较大小的方法/31
方法	解函数不等式的方法/33

§ 2 对数的运算	
限时小练 22 对数的运算	57
§ 3 对数函数	
限时小练 23 对数函数的概念	59
限时小练 24 对数函数 $y = \log_a x$ 的图象和性质(1)	61
限时小练 25 对数函数 $y = \log_a x$ 的图象和性质(2)	63
限时小练 26 对数函数的综合应用	65
§ 4 指数函数、幂函数、对数函数增长的比较	
限时小练 27 指数函数、幂函数、对数函数增长的比较	67
章末提优	70
真题小练	73
阶段温习(第一章~第三章)	74

第五章 函数应用

§ 1 方程解的存在性及方程的近似解	
限时小练 28 利用函数性质判定方程解的存在性	75
限时小练 29 利用二分法求方程的近似解	77
§ 2 实际问题中的函数模型	
限时小练 30 实际问题中的函数模型	79
章末提优	82
真题小练	85
阶段温习(第一章~第四章)	86

第六章 统计

§ 1 获取数据的途径	
限时小练 31 获取数据的途径	87
§ 2 抽样的基本方法	
限时小练 32 简单随机抽样	89
限时小练 33 分层随机抽样	92
§ 3 用样本估计总体分布	
限时小练 34 从频数到频率 频率分布直方图	95
§ 4 用样本估计总体的数字特征	
限时小练 35 用样本估计总体的数字特征	99
章末提优	102
真题小练	106
阶段温习(第一章~第五章)	108

第七章 概率

§ 1 随机现象与随机事件	
限时小练 36 随机现象与随机事件	109
§ 2 古典概型	
限时小练 37 古典概型	111
§ 3 频率与概率	
限时小练 38 频率与概率	114
§ 4 事件的独立性	
限时小练 39 事件的独立性	117
章末提优	120
真题小练	123
阶段温习(第一章~第六章)	124

►突破 换底公式的应用/36

►突破 和对数函数有关的复合函数问题求解的关键点/38

►方法 底数大小对对数函数图象的影响/39

►易错 忽视对数的真数大于0/40

►方法 已知函数有零点求参数范围的方法/47

►易错 不理解总体、样本的概念/55

►易错 用随机数表获取样本时,注意删除重复的号码/56

►方法 频率分布表中,极差、组距、组数的关系/58

►方法 频率分布直方图的性质/58

►方法 游戏公平性的标准及判断方法/67

►方法 判断事件 A, B 对立、相互独立和互斥的方法/69

第一章 预备知识

§1 集合

限时小练 1 集合的概念与表示

建议用时:40 分钟

答案 P1

训练要点

集合的概念,集合中元素的特征,元素与集合的关系,常用数集的记法,列举法和描述法,区间的概念和表示



成长记录

► 此练习要用到
初高中衔接的第 3
练、第 4 练、第 6
练,同学们可先用
《小帮手》温习回
顾!

► 易错警示
忽视集合元素的互异
性 见答案

一、单项选择题:本题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

1. 下列说法不正确的是 ()
A. $0 \in \mathbf{N}$ B. $-5 \in \mathbf{Z}$
C. $\pi \in \mathbf{Q}$ D. $-\sqrt{3} \in \mathbf{R}$
2. 集合 $\{x \in \mathbf{N}^* | x-3 < 2\}$ 的另一种表示法是 ()
A. $\{0, 1, 2, 3, 4\}$ B. $\{1, 2, 3, 4\}$
C. $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ D. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$
3. 若集合 $A = \{x | ax^2 + 1 = 0\}$ 是空集,则实数 a 的取值范围是 ()
A. $(0, +\infty)$ B. $[0, +\infty)$ C. $(-\infty, 0)$ D. $(-\infty, 0]$
4. **【易错易混】** 已知集合 $A = \{-1, a^2 - 2a + 1, a - 4\}$,若 $4 \in A$,则 a 的值可能为 ()
A. $-1, 3$ B. -1
C. $-1, 3, 8$ D. $-1, 8$
5. 下列各项中两个集合不是同一个集合的是 ()
A. $\{2, 3\}, \{3, 2\}$ B. $\{x | x+y=1\}, \{y | x+y=1\}$
C. $\{x | x>1\}, \{y | y>1\}$ D. $\{(1, 2)\}, \{(2, 1)\}$
6. **【创新·新定义】** 设 P, Q 为两个非空实数集合,定义 $P+Q = \{a+b | a \in P, b \in Q\}$. 若 $P = \{0, 2, 5\}, Q = \{1, 2, 6\}$,则 $P+Q$ 中元素的个数为 ()
A. 9 B. 8
C. 7 D. 6

二、多项选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分. 全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

7. 已知 x, y, z 为非零实数,代数式 $\frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} + \frac{z}{|z|} + \frac{|xyz|}{xyz}$ 的值所组成的集合是 M ,则下列判断正确的是 ()
A. $0 \notin M$ B. $2 \in M$
C. $-4 \in M$ D. $4 \in M$
8. 下列说法正确的有 ()
A. 某校高一年级视力差的学生可以构成一个集合
B. 集合 $A = \{x | y = x^2 + 1\}$ 与集合 $B = \{(x, y) | y = x^2 + 1\}$ 是相同的集合
C. 由 $1, \frac{3}{2}, \frac{5}{4}, \left| -\frac{1}{2} \right|, 0.5$ 这些数组成的集合有 4 个元素

D. 在平面直角坐标系中,第二象限或第四象限内所有的点 (x,y) 组成的点集,可以表示成集合 $\{(x,y)|xy<0,x,y\in\mathbf{R}\}$

9. 关于 x 的方程 $\frac{x}{x-1}=\frac{k-4x}{x^2-x}$ 的解集中只含有一个元素,则 k 的可能取值是 ()

- A. -4 B. 0 C. 1 D. 5

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

10. 将数集 $\{x|-2\leq x<5\}$ 用区间表示为_____.

11. 已知集合 $A=\left\{x\in\mathbf{N}\left|\frac{4}{x-3}\in\mathbf{Z}\right.\right\}$,试用列举法表示集合 A =_____.

12. (易错易混) 已知集合 $A=\{x|ax^2-3x+2=0\}$ 中至多有一个元素,则实数 a 的取值范围是_____;若至少有一个元素,则实数 a 的取值范围是_____.

四、解答题:本题共13分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. 设数集 A 由实数构成,且满足: $1\notin A,0\notin A$,若 $x\in A(x\neq 1$ 且 $x\neq 0)$,则 $\frac{1}{1-x}\in A$.

- (1) 若 $2\in A$,试证明 A 中还有另外两个元素;
 (2) 判断集合 A 是否为双元素集合,并说明理由;
 (3) 若 A 中元素个数不超过8,所有元素的和为 $\frac{14}{3}$,且 A 中有一个元素的平方等于所有元素的积,求集合 A .

易错警示
忽视二次项系数为0的情况 见答案

— 拓广探索 —

14. 已知非空集合 A 具有如下性质:①若 $x,y\in A$,则 $\frac{x}{y}\in A$;②若 $x,y\in A$,则 $x+y\in A$.

则下列判断正确的有 ()

- A. $-1\notin A$ B. $\frac{2\ 022}{2\ 023}\in A$
 C. 若 $x,y\in A$,则 $xy\in A$ D. 若 $x,y\in A$,则 $x-y\in A$

训练要点

集合的包含关系,子集,真子集,空集,子集个数,Venn 图

一、单项选择题:本题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

- 下列结论正确的是 ()
A. 任何集合都有子集 B. 任何集合都有真子集
C. $\{\emptyset\}=\emptyset$ D. $\{0\}=\emptyset$
- 设集合 $A=\left\{x\left|x=\frac{n}{2}, n \in \mathbf{Z}\right.\right\}, B=\left\{x\left|x=n+\frac{1}{2}, n \in \mathbf{Z}\right.\right\}$, 则下列表示集合 A 与 B 的关系正确的是 ()
A. $A \subsetneq B$ B. $B \subsetneq A$
C. $A=B$ D. A, B 的关系不确定
- 已知集合 $M=\{1,2,3,4,5\}$, 则集合 $P=\{x|x \in M, \text{且 } 2x \notin M\}$ 的子集的个数为 ()
A. 7 B. 8
C. 4 D. 6
- 易错易混** 已知集合 $B=\{1,2\}, A=\{x|x \subseteq B\}$, 则集合 A 与 B 之间的关系正确的是 ()
A. $B \subseteq A$ B. $B \subsetneq A$
C. $A \subseteq B$ D. $B \in A$
- 已知集合 $A=\{x|0 < x < a\}, B=\{x|0 < x < 2\}$. 若 $A \subseteq B$, 则实数 a 的取值范围是 ()
A. $\{a|0 < a \leq 2\}$ B. $\{a|0 \leq a \leq 2\}$
C. $\{a|a < 2\}$ D. $\{a|a \leq 2\}$
- 已知集合 $A=\{x|x^2-3x+2=0\}, B=\{x|0 < x < 6, x \in \mathbf{N}\}$, 则满足 $A \subseteq C \subseteq B$ 的集合 C 的个数为 ()
A. 4 B. 8 C. 7 D. 16

易错警示

忽视“空集是任何集合的子集” 见答案

二、多项选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分. 全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

- 下列说法正确的有 ()
A. 已知集合 $A=\{y|y=x^2+1\}$, 集合 $B=\{x|y=x^2+1\}$, 则 $A=B$
B. 集合 $\left\{x \in \mathbf{N} \mid \frac{5}{x+1} \in \mathbf{N}\right\}$ 的非空真子集有 2 个
C. 已知集合 $M=\{1, m, m^2+3\}$, 且 $4 \in m$, 则 m 的取值构成的集合为 $\{-1, 1, 4\}$
D. 记 $A=\{x|x=2k+1, k \in \mathbf{Z}\}, B=\{x|x=4n+1, n \in \mathbf{Z}\}$, 则 $B \subseteq A$
- 已知集合 $A=\{x|1 < x < 2\}, B=\{x|2a-3 < x < a-2\}$, 则下列说法错误的是 ()
A. 不存在实数 a , 使得 $A=B$
B. 存在实数 a , 使得 $A \subseteq B$
C. 当 $a=4$ 时, $B \subseteq A$

D. 当 $0 \leq a \leq 2$ 时, $B \subseteq A$

9. **【创新·新定义】** 若 $x \in A$, 则 $\frac{1}{x} \in A$, 就称 A 是伙伴关系集合. 集合 $M = \left\{-1, 0, \frac{1}{2}, 2, 3\right\}$ 的所有非空子集中具有伙伴关系的是 ()

A. $\left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, 2, 3\right\}$

B. $\left\{-1, \frac{1}{2}, 2\right\}$

C. $\left\{\frac{1}{2}, 2\right\}$

D. $\{-1\}$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

10. 设 $a, b \in \mathbf{R}$, 集合 $\{1, a+b, a\} = \left\{0, \frac{b}{a}, b\right\}$, 则 $b-a =$ _____.

11. 已知集合 $U = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$, 集合 A 是集合 U 的恰有两个元素的子集, 且满足下列三个条件:

(1) 若 $a_1 \in A$, 则 $a_2 \in A$;

(2) 若 $a_3 \notin A$, 则 $a_2 \notin A$;

(3) 若 $a_3 \in A$, 则 $a_4 \notin A$.

则集合 $A =$ _____ (用列举法表示).

12. 设集合 $S = \{a_1, a_2, a_3\}$, 若集合 S 的各个非空子集元素和的总和是 64, 则 $a_1 + a_2 + a_3 =$ _____.

四、解答题: 本题共 13 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. 已知 $A = \{x | x^2 + 4x = 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0\}$.

(1) 若 A 是 B 的子集, 求实数 a 的值;

(2) 若 B 是 A 的子集, 求实数 a 的取值范围.

— 拓广探索 —

14. 若规定由整数组成的集合 $E = \{0, 1, 2, \dots, n\}$, $n \geq 10$, $n \in \mathbf{N}$ 的子集 $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_m\}$ 为 E 的第 k 个子集, 其中 $k = 2^{a_1} + 2^{a_2} + 2^{a_3} + \dots + 2^{a_m}$, 则 E 的第 2 024 个子集是 _____.

一、单项选择题:本题共6小题,每小题5分,共30分.

- [2025 安徽合肥期中]下列结论正确的是 ()
 A. “ $x>2$ 且 $y>3$ ”是“ $x+y>5$ ”的充要条件
 B. “ $A \cap B \neq \emptyset$ ”是“ $A \subseteq B$ ”的充分条件
 C. “ $b^2-4ac<0$ ”是“一元二次不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集为 $\mathbf{R}$ ”的充要条件
 D. “一个三角形的三边满足勾股定理”的充要条件是“此三角形为直角三角形”
- [2025 江西南昌期末]已知集合 $A = \{x \in \mathbf{N} \mid -1 < x < 8\}$, $B = \{x \mid x > 3\}$, 则 $A \cap (\complement_{\mathbf{R}} B) =$ ()
 A. $\{x \mid -1 < x \leq 3\}$ B. $\{1, 2, 3\}$
 C. $\{0, 1, 2, 3\}$ D. $\{0, 1, 2\}$
- [2025 江苏苏州期中]若 $\{b\} = \{x \mid ax^2-4x+1=0\}$ ($a, b \in \mathbf{R}$), 则 $a+b =$ ()
 A. $\frac{9}{2}$ B. $\frac{9}{2}$ 或 $\frac{1}{4}$ C. $\frac{8}{5}$ D. $\frac{8}{5}$ 或 $\frac{1}{4}$
- [2025 上海普陀二模]设 a, b 为实数, 则“ $a>b>0$ ”的一个充分不必要条件是 ()
 A. $\sqrt{a-1} > \sqrt{b-1}$ B. $a^2 > b^2$
 C. $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$ D. $a-b > b-a$
- [2025 北京期中]已知 a, b, c 为正实数, 则代数式 $\frac{a}{b+3c} + \frac{b}{8c+4a} + \frac{9c}{3a+2b}$ 的最小值为 ()
 A. $\frac{47}{48}$ B. 1 C. $\frac{35}{36}$ D. $\frac{3}{4}$
- [2025 浙江杭州期中]已知有限集 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ ($n \geq 2, n \in \mathbf{N}$), 如果 A 中元素 a_i ($i=1, 2, \dots, n$) 满足 $a_1+a_2+\dots+a_n = a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n$, 那么称 A 为“完美集”.
 ①集合 $\{-1-\sqrt{3}, -1+\sqrt{3}\}$ 不是“完美集”;
 ②若 a_1, a_2 是两个不同的正数, 且 $\{a_1, a_2\}$ 是“完美集”, 则 a_1, a_2 至少有一个大于 2;
 ③有且仅有两个元素的“完美集”只有有限多个;
 ④若 $a_i \in \mathbf{Z}_+$ ($i=1, 2, \dots, n$), 则“完美集” A 有且只有一个, 且 $n=3$.
 其中正确结论的个数有 ()
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

二、多项选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

- [2025 湖北十堰期中] p 是 q 的必要条件的是 ()
 A. $p: 3x+2>5, q: -2x-3>-5$
 B. $p: a>2, b<2, q: a>b$
 C. $p: 四边形的两条对角线互相垂直平分, q: 四边形是正方形$
 D. $p: a \neq 0, q: 关于 x 的方程 ax=1 有唯一解$

8. 已知实数 x, y 满足 $-1 \leq x+y \leq 3, 4 \leq 2x-y \leq 9$, 则 ()

- A. $1 \leq x \leq 4$ B. $-2 \leq y \leq 1$
C. $2 \leq 4x+y \leq 15$ D. $\frac{1}{3} \leq x-y \leq 6$

9. [2025 四川绵阳期末] 已知 $a > 0, b > 0$, 且 $a+b=2$, 则下列说法正确的是 ()

- A. ab 的最大值为 1 B. a^2+b^2 的最大值为 2
C. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ 的最小值为 2 D. a^2+b 的最小值为 1

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

10. [2025 江苏常州期中] 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2+2x+a \neq 0$ ”为真命题, 则实数 a 的取值范围是 _____.

11. **【创新·新定义】** [2025 江西宜春阶段练习] 定义集合 $P = \{x | a \leq x \leq b\}$ 的“长度”是 $b-a$, 其中 $a, b \in \mathbf{R}$. 已知集合 $M = \{x | m \leq x \leq m+1\}, N = \left\{x \left| n - \frac{6}{5} \leq x \leq n \right.\right\}$, 且 M, N 都是集合 $\{x | 2 \leq x \leq 4\}$ 的子集, 则集合 $M \cap N$ 的“长度”的最小值是 _____.

12. [2025 山东聊城期中] 已知实数 a, b 满足 $-1 < a < 1 < b$, 且 $a+b=3$, 则 $\frac{1}{a+1} + \frac{2a}{b-1}$ 的最小值为 _____.

四、解答题: 本题共 2 小题, 第 1 题 13 分, 第 2 题 15 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. 设全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 $A = \{x | x^2 - 3x - 10 < 0\}, B = \{x | 2-a \leq x \leq 2a+1\}, C = \{x | -3 < x < 3\}$.

- (1) 求 $(\complement_U A) \cap C$;
(2) 若“ $x \in B$ ”是“ $x \in A$ ”的充分不必要条件, 求实数 a 的取值范围.

14. [2025 江西南昌期中] 已知 $y_1 = m(x-2m)(x+m+3), y_2 = x-1$.

- (1) 若 $m=1$, 解关于 x 的不等式组 $\begin{cases} y_1 > 0, \\ y_2 < 0; \end{cases}$
(2) 若对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $y_1 < 0$ 或 $y_2 < 0$ 成立, 求 m 的取值范围;
(3) 在(2)的条件下, 存在 $x < -4$, 使得 $y_1 y_2 < 0$, 求 m 的取值范围.

真题小练

建议用时:15分钟 答案 P16

1. [2024 全国甲卷理,2]已知集合 $A=\{1,2,3,4,5,9\}$, $B=\{x|\sqrt{x}\in A\}$, 则 $\complement_A(A\cap B)=$ ()
 A. $\{1,4,9\}$ B. $\{3,4,9\}$ C. $\{1,2,3\}$ D. $\{2,3,5\}$
2. [2024 新高考 II 卷,2]已知命题 $p:\forall x\in\mathbf{R},|x+1|>1$; 命题 $q:\exists x>0,x^3=x$, 则 ()
 A. p 和 q 都是真命题 B. $\neg p$ 和 q 都是真命题
 C. p 和 $\neg q$ 都是真命题 D. $\neg p$ 和 $\neg q$ 都是真命题
3. [2023 全国甲卷理,1]设全集 $U=\mathbf{Z}$, 集合 $M=\{x|x=3k+1,k\in\mathbf{Z}\}$, $N=\{x|x=3k+2,k\in\mathbf{Z}\}$, 则 $\complement_U(M\cup N)=$ ()
 A. $\{x|x=3k,k\in\mathbf{Z}\}$ B. $\{x|x=3k-1,k\in\mathbf{Z}\}$
 C. $\{x|x=3k-2,k\in\mathbf{Z}\}$ D. $\emptyset$
4. [2023 天津卷,2]已知 $a,b\in\mathbf{R}$, “ $a^2=b^2$ ” 是 “ $a^2+b^2=2ab$ ” 的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
5. [2023 新高考 II 卷,2]设集合 $A=\{0,-a\}$, $B=\{1,a-2,2a-2\}$. 若 $A\subseteq B$, 则 $a=($)
 A. 2 B. 1 C. $\frac{2}{3}$ D. -1
6. [2022 天津卷,2]“ x 为整数” 是 “ $2x+1$ 为整数” 的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
7. [2022 全国甲卷理,3]设全集 $U=\{-2,-1,0,1,2,3\}$, 集合 $A=\{-1,2\}$, $B=\{x|x^2-4x+3=0\}$, 则 $\complement_U(A\cup B)=$ ()
 A. $\{1,3\}$ B. $\{0,3\}$ C. $\{-2,1\}$ D. $\{-2,0\}$
8. [多选题][2022 新高考 II 卷,12]若 x,y 满足 $x^2+y^2-xy=1$, 则 ()
 A. $x+y\leq 1$ B. $x+y\geq -2$
 C. $x^2+y^2\leq 2$ D. $x^2+y^2\geq 1$

第二章 函数

§1 生活中的变量关系 & §2 函数

限时小练 12 生活中的变量关系 函数的概念

建议用时:40 分钟

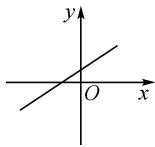
答案 P17

训练要点

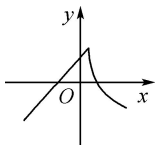
生活中的函数,简单函数的定义域、值域,函数相同

一、单项选择题:本题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

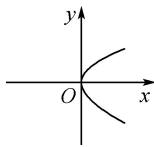
1. 下列各图中,不能是函数 $f(x)$ 图象的是 ()



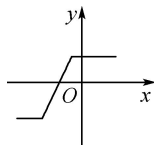
A



B



C



D

2. 函数 $g(x) = \frac{\sqrt{-x^2-x+2}}{x}$ 的定义域为 ()

- A. $(-2,0) \cup (0,1)$ B. $[-2,0) \cup (0,1]$
C. $(-1,0) \cup (0,1]$ D. $[-1,0) \cup (0,2]$

3. 下列四组函数中, $f(x)$ 与 $g(x)$ 表示同一函数的是 ()

- A. $f(x) = x - 1, g(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 1}$
B. $f(x) = |x + 1|, g(x) = \begin{cases} x + 1, & x \geq -1, \\ -x - 1, & x < -1 \end{cases}$
C. $f(x) = 1, g(x) = (x + 1)^0$
D. $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}, g(x) = \sqrt{x - 2} \cdot \sqrt{x + 2}$

4. 已知函数 $f(x) = x^2 + 2, g(x) = \frac{1}{x + 1}$, 则 $g(f(1)) =$ ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{9}{4}$ D. $\frac{5}{2}$

5. 函数 $f(x) = \sqrt{3 + 2x - x^2}$ 的值域为 ()

- A. $[0, 4]$ B. $(-\infty, 2]$ C. $[2, +\infty)$ D. $[0, 2]$

6. **【创新·新定义】** 若一系列函数的解析式相同、值域相同,但定义域不同,则称这些函数为“同族函数”. 则函数解析式为 $y = x^2 + 1$, 值域为 $\{1, 3\}$ 的同族函数有 ()

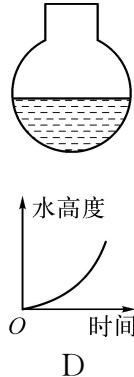
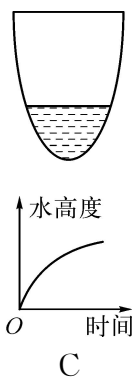
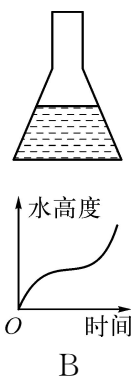
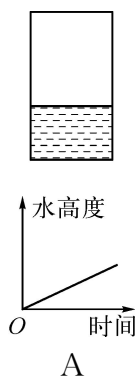
- A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

二、多项选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分. 全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

7. 下列说法正确的是 ()

- A. 函数值域中的每一个数都有定义域中的一个数与之对应
B. 函数的定义域和值域一定是无限集合
C. 若函数的定义域只有一个元素,则值域也只有一个元素
D. 对于任何一个函数,如果 x 的值不同,那么 y 的值也不同

8. 将水注入不同形状的玻璃容器中,从空瓶到注满为止,如图所示(设单位时间内进水量相同),在每个容器下方给出的图象中,能正确反映该容器中水的高度随时间变化规律的是 ()



9. 若函数 $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$, 且 $f^{(n)}(x) = \underbrace{f(f(f \cdots f(x)))}_{n \text{ 个 } f}$, 则下列等式成立的是 ()

A. $f^{(9)}(1) = \frac{\sqrt{10}}{10}$

B. $f^{(99)}(1) = \frac{1}{100}$

C. $f^{(999)}(1) = \frac{\sqrt{10}}{100}$

D. $f^{(9\ 999)}(1) = \frac{1}{1\ 000}$

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

10. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(1, 2)$, 则函数 $y = f(2x-1)$ 的定义域为_____.

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^3+2, & x < 1, \\ x^2-ax, & x \geq 1. \end{cases}$ 若 $f(f(0)) = -2$, 则实数 $a =$ _____.

12. 已知函数 $f(x) = \sqrt{2x-m}$ 的定义域为 $[1, +\infty)$, 则实数 m 的值构成的集合是_____; 若函数 $f(x) = \sqrt{2x-m}$ 在 $[1, +\infty)$ 上有意义, 则实数 m 的值构成的集合是_____.

四、解答题:本题共 13 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. (1) 已知 $f(x-1)$ 的定义域为 $[2, 3]$, 求 $f(3x+2)$ 的定义域.

(2) 求下列函数的值域.

① $y = 3x^2 - x + 2$;

② $y = x + 4\sqrt{1-x}$;

③ $y = \frac{3x+1}{x-2}$.

阶段温习(第一章)

[学新不忘旧,前面学过的知识看看你还记得吗?]

建议用时:40分钟 答案 P28

- [2025 天津期中]对任意实数 x ,不等式 $(a-2)x^2-2(a-2)x-4<0$ 恒成立,则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $(-\infty,2)$ B. $(-\infty,2]$
 C. $(-2,2)$ D. $(-2,2]$
- [2024 江苏南通期中]设集合 $A=\{x||x-a|<1,x\in\mathbf{R}\}$, $B=\{x|1<x<5,x\in\mathbf{R}\}$. 若 $A\cap B=\emptyset$,则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $\{a|0\leq a\leq 6\}$ B. $\{a|4\leq a\leq 6\}$
 C. $\{a|a\leq 0 \text{ 或 } a\geq 6\}$ D. $\{a|2\leq a\leq 4\}$
- [多选题][2025 山东潍坊期末]下列说法正确的是 ()
 A. 命题“ $\forall x\in\mathbf{R},x^2>-1$ ”的否定是“ $\exists x\in\mathbf{R},x^2\leq -1$ ”
 B. 命题“ $\exists x\in(-3,+\infty),x^2\leq 9$ ”的否定是“ $\forall x\in(-3,+\infty),x^2>9$ ”
 C. “ $x^2>y^2$ ”是“ $x>y$ ”的必要不充分条件
 D. “ $m<0$ ”是“关于 x 的方程 $x^2-2x+m=0$ 有一正根一负根”的充要条件
- [多选题][2025 吉林长春期中]已知 $a>0,b>0,a^2+b^2-ab=1$,则下列不等式恒成立的是 ()
 A. $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\geq 2$ B. $a+b\geq 2$
 C. $a^2+b^2\geq 2$ D. $a^3+b^3\leq 2$
- [2024 安徽芜湖期末]已知关于 x 的不等式 $a(x-1)(x+3)+2>0$ 的解集为 (x_1,x_2) ,其中 $x_1<x_2$,则下列结论正确的是 ()
 A. $x_1+x_2+2=0$ B. $-3<x_1<x_2<1$
 C. $|x_1-x_2|>4$ D. $x_1x_2+3<0$
- [2025 河南南阳期中]已知正数 a,b 满足 $\frac{1}{a}+\frac{9}{b}=1$,若不等式 $a+b\geq -x^2+4x+18-m$ 对任意 $x\in[-3,-1]$ 恒成立,则实数 m 的取值范围是_____.

第三章 指数运算与指数函数

§1 指数幂的拓展 & §2 指数幂的运算性质

限时小练 18 指数幂的拓展与指数幂的运算

建议用时:40 分钟 答案 P29

训练要点

分数指数幂,无理数指数幂,指数幂的运算性质

►此练习要用到
初高中衔接的第4
练、第5练,同学们
可先用《小帮手》温
习回顾!

一、单项选择题:本题共6小题,每小题5分,共30分.

- 已知 $3^{a-1} + 3^{a-2} + 3^{a-3} = 117$, 则 $(a+1)(a+2)(a+3) =$ ()
A. 120 B. 210 C. 336 D. 504
- 计算: $\left(2\frac{7}{9}\right)^{0.5} + 0.1^{-2} + \left(2\frac{10}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} - 3\pi^0 + \frac{37}{48} =$ ()
A. 0 B. 1 C. 100 D. 5
- 若 $a > 1, b > 0$, 且 $a^b + a^{-b} = 2\sqrt{2}$, 则 $a^b - a^{-b}$ 的值为 ()
A. $\sqrt{6}$ B. 2 或 -2
C. -2 D. 2
- 设 $m = 1 + 2^b, n = 1 + 2^{-b}$, 那么 $n =$ ()
A. $\frac{m+1}{m-1}$ B. $\frac{m-1}{m}$
C. $\frac{m-1}{m+1}$ D. $\frac{m}{m-1}$
- 已知 $m, n \in \mathbf{R}$, 且有 $2^m + 2^n = 2^{m+n}$, 则 $m+n+1+2^{m+n}$ 的最小值是 ()
A. 6 B. 7
C. 8 D. 9
- 日本政府不顾国内外的质疑和反对,单方面决定以排海的方式处置福岛核电站事故的核污水,这种极不负责任的做法将严重损害国际公共健康安全和周边国家人民的切身利益. 福岛核污水中含有多种放射性物质,其中放射性物质 3H 含量非常高,它可以进入生物体内,还可以在体内停留,并引起基因突变,但却难以被清除. 现已知 3H 的质量 $M(\text{kg})$ 随时间 $t(\text{年})$ 的指数衰减规律是: $M = M_0 \cdot a^{-0.008t}$ (其中 M_0 为 3H 的初始质量). 已知经过 125 年 3H 的质量衰减为最初的 $\frac{1}{2}$, 则当 3H 的质量衰减为最初的 $\frac{1}{8}$ 时, 所经过的时间为 ()
A. 325 年 B. 375 年
C. 600 年 D. 1 000 年

二、多项选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分. 全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

- 下列计算正确的是 ()
A. $(27a^3)^{\frac{1}{3}} \div 0.3a^{-1} = 10a^2$ B. $(a^{\frac{2}{3}} - b^{\frac{2}{3}}) \div (a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}) = a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}$
C. $a^{\sqrt{2}} \cdot a^{\sqrt{2}} = a^2$ D. $\sqrt[4]{a\sqrt[3]{a^2\sqrt{a}}} = \sqrt[24]{a^{11}}$

8. 已知 $a^{-\sqrt{3}} + a^{\sqrt{3}} = 3$, 下列各式正确的是

()

A. $a^{2\sqrt{3}} + a^{-2\sqrt{3}} = 7$

B. $a^{3\sqrt{3}} + a^{-3\sqrt{3}} = 24$

C. $a^{\frac{\sqrt{3}}{2}} + a^{-\frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{5}$

D. $a^{-2\sqrt{3}}\sqrt{a^{\sqrt{3}}} + \frac{1}{a^{-2\sqrt{3}}\sqrt{a^{\sqrt{3}}}} = 2\sqrt{5}$

9. 下列命题为真命题的有

()

A. $[(-2)^6]^{\frac{1}{2}} - (-1)^0$ 的结果为 -9

B. 若 $2^x + 2^{-x} = 5$, 则 $8^x + 8^{-x} = 110$

C. 若 $f(1-2x) = \frac{1-x^2}{x^2} (x \neq 0)$, 则 $f\left(\frac{1}{3}\right) = 8$

D. 设 $M = \{x | x = a^2 + 1, a \in \mathbf{N}\}$, $P = \{y | y = b^2 - 4b + 5, b \in \mathbf{N}^*\}$, 则 $M = P$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

10. 已知 $\frac{3a}{2} + b = 1$, 则 $\frac{9^a \cdot 3^b}{\sqrt{3^a}} =$ _____.

11. 若 $a^2 + a^{-2} = 3 (a > 0)$, 则 $a^3 + a^{-3} =$ _____.

12. 从盛满 1 升纯酒精的容器中倒出 $\frac{1}{3}$ 升, 然后用水填满, 再倒出 $\frac{1}{3}$ 升, 又用水填满, 这样进行 5 次, 则第 5 次倒出的纯酒精的升数为 _____.

四、解答题: 本题共 13 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. 已知函数 $f(x) = x + \frac{1}{x}$.

(1) 若 $f(x) = 3$, 求 $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 的值;

(2) 设 $g(x) = f(x^2) - 2af(x)$, 若对任意 $x_1, x_2 \in [1, 2]$, $|g(x_1) - g(x_2)| \leq 1$ 恒成立, 求实数 a 的取值范围.

第四章 对数运算与对数函数

§1 对数的概念

限时小练 21 对数的概念

建议用时:40 分钟 答案 P35

训练要点

对数的概念,常用对数,自然对数,指数与对数的互化

一、单项选择题:本题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

1. 下列指数式与对数式互化错误的一组是 ()

A. $e^0=1$ 与 $\ln 1=0$ B. $8^{-\frac{1}{3}}=\frac{1}{2}$ 与 $\log_8 \frac{1}{2}=-\frac{1}{3}$

C. $\log_3 9=2$ 与 $9^{\frac{1}{2}}=3$ D. $\log_7 7=1$ 与 $7^1=7$

2. 若对数式
- $\log_{(2a-1)}(6-2a)$
- 有意义,则实数
- a
- 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, 3)$ B. $(\frac{1}{2}, 3)$

C. $(\frac{1}{2}, 1) \cup (1, +\infty)$ D. $(\frac{1}{2}, 1) \cup (1, 3)$

3. 下列说法正确的是 ()

- ①对数式 $\log_a N=b$ 与指数式 $a^b=N$ ($a>0$ 且 $a \neq 1$) 是同一关系式的两种不同表示方法;
- ②若 $a^b=N$ ($a>0$ 且 $a \neq 1$), 则 $a^{\log_a N}=N$ 一定成立;
- ③对数的底数为任意正实数;
- ④ $\log_a a^b=b$, 对于一切 $a>0$ 且 $a \neq 1$ 恒成立.

A. ①②③④ B. ①②④

C. ①③④ D. ②③④

4. 设
- $5^{\log_5(2x-1)}=25$
- , 则
- x
- 的值为 ()

A. 10 B. 13

C. 100 D. ± 100

5. 若
- $\log_a 2=m$
- ,
- $\log_a 5=n$
- , 则
- $a^{3m+n} =$
- ()

A. 11 B. 13 C. 30 D. 40

6. 已知
- $y=\frac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$
- (
- $y<1$
-), 则用含
- y
- 的代数式来表示
- $x=$
- ()

A. $\frac{1+y}{1-y}$ B. $\ln \frac{1+y}{1-y}$

C. $\frac{1}{2} \ln \frac{1+y}{1-y}$ D. $\frac{1}{2} \ln \frac{1-y}{1+y}$

二、多项选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分. 全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

7. 下列说法正确的是 ()

A. 任何一个指数式都可以化成对数式

B. 以 10 为底的对数是常用对数

C. 对于 $b = \log_2(m-1)$, 实数 m 的取值范围是 $(1, +\infty)$

D. 对数式中的底数必须大于 0 且不等于 1

8. 下列命题为真命题的是 ()

A. 若 $\log_{\sqrt{2}} x = 3$, 则 $x = 2\sqrt{2}$

B. 若 $\log_x \frac{1}{16} = -\frac{2}{3}$, 则 $x = 64$

C. 若 $x^{\log_3 \frac{1}{9}} = \frac{1}{4}$, 则 $x = 4$

D. 若 $4^x + 4^{-x} = \frac{10}{3}$, 则 $x = \log_4 3$

9. 已知 $x = \log_4 3$, 则下列计算正确的有 ()

A. $4^x = 3$

B. $2^x = \sqrt{3}$

C. $2^{-x} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

D. $2^x + 2^{-x} = 1$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

10. 已知 $e^m = 3$, $\ln 2 = n$, 则 $e^{2m+3n} =$ _____.

11. 在不考虑空气阻力的条件下, 火箭的最大速度 v m/s 和燃料的质量 M kg、火箭(除燃料外)的质量 m kg 的函数关系是 $v = 2\,000 \ln \left(1 + \frac{M}{m}\right)$, 当燃料质量是火箭质量的 _____ 倍时, 火箭的最大速度可达 12 000 m/s.

12. 已知 $2^x = 4^y = a$, 当 $w = x^2 - 4y + 3$ 取得最小值时, $x =$ _____, $y =$ _____.

四、解答题: 本题共 13 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. 求下列各式中 x 的值.

(1) $\log_8 [\log_7 (\log_2 x)] = 0$;

(2) $\log_2 [\log_3 (\log_2 x)] = 1$;

(3) $3^{\log_3 (2x+1)} = 27$.

第五章 函数应用

§1 方程解的存在性及方程的近似解

限时小练 28 利用函数性质判定方程解的存在性

建议用时:40 分钟 答案 P47

训练要点

函数的零点与方程的根,零点所在区间,零点存在定理及其应用

一、单项选择题:本题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

1. 函数 $f(x) = \lg x - \frac{1}{2^x}$ 的零点所在区间为 ()

- A. (0,1) B. (1,2) C. (2,3) D. (3,4)

2. 若函数 $y = f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上的图象为连续不断的一条曲线,则下列说法正确的是 ()

- A. 若 $f(a) \cdot f(b) > 0$, 则不存在实数 $c \in (a, b)$ 使得 $f(c) = 0$
 B. 若 $f(a) \cdot f(b) < 0$, 则存在且只存在一个实数 $c \in (a, b)$ 使得 $f(c) = 0$
 C. 若 $f(a) \cdot f(b) > 0$, 则有可能存在实数 $c \in (a, b)$ 使得 $f(c) = 0$
 D. 若 $f(a) \cdot f(b) < 0$, 则有可能不存在实数 $c \in (a, b)$ 使得 $f(c) = 0$

3. 已知函数 $f(x) = \log_2 x - \left(\frac{1}{3}\right)^x$, 若实数 x_0 是方程 $f(x) = 0$ 的解, 且 $0 < x_1 < x_0$, 则 $f(x_1)$ 的值 ()

- A. 恒为负 B. 等于零 C. 恒为正 D. 不小于零

4. 已知二次函数 $y = x^2 + ax + 1$ 与 x 轴的正半轴有两个不同的交点, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-\infty, -2) \cup (2, +\infty)$ B. $(-\infty, -2)$
 C. $(2, +\infty)$ D. $(-\infty, 0)$

5. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x - 1, & x > 0, \\ -x^2 - 2x, & x \leq 0. \end{cases}$ 若函数 $g(x) = f(x) - m$ 有 3 个零点, 则实数 m 的取值范围是 ()

- A. (0,1) B. (0,2) C. (-1,0) D. (1,2)

6. 函数 $f(x) = \log_2 x - \sqrt{x}$ 的零点个数是 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

二、多项选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分. 全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

7. 已知函数 $f(x)$ 的图象是一条连续不断的曲线, 且有如下对应值表:

x	-1	1	3	5	7
$f(x)$	24	13	-5	1	-5

则一定包含 $f(x)$ 的零点的区间是 ()

- A. (-1,1) B. (1,3) C. (3,5) D. (5,7)

►方法总结
已知函数有零点求
参数取值范围的方法
见答案

8. 已知定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{2x-3}, & x > 2, \\ x^2 - 2x + 2, & 0 < x \leq 2, \end{cases}$ 则下列说法正确的是 ()

A. 存在实数 k , 使关于 x 的方程 $f(x) = kx$ 有 7 个不相等的实数根

B. 当 $-1 < x_1 < x_2 < 1$ 时, 恒有 $f(x_1) > f(x_2)$

C. 若当 $x \in (0, a]$ 时, $f(x)$ 的最小值为 1, 则 $a \in \left[1, \frac{5}{2}\right]$

D. 若关于 x 的方程 $f(x) = \frac{3}{2}$ 和 $f(x) = m$ 的所有实数根之和为零, 则 $m = -\frac{3}{2}$

9. 设函数 $f(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0, \\ -x^2 + 2x + \frac{1}{2}, & x > 0, \end{cases}$ 则关于 x 的方程 $[f(x)]^2 - bf(x) + 2 - b = 0$, 下列说法正确的有 ()

A. 当 $b = -2 + 2\sqrt{3}$ 时, 方程有 1 个实根

B. 当 $b = \frac{3}{2}$ 时, 方程有 5 个不等实根

C. 若方程有 2 个不等实根, 则 $\frac{17}{10} < b \leq 2$

D. 若方程有 6 个不等实根, 则 $-2 + 2\sqrt{3} < b < \frac{3}{2}$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 4, & x \leq a, \\ 3^{x-2} - 1, & x > a, \end{cases}$ 当 $a = 2$ 时, 不等式 $f(x) < 2$ 的解集是 _____; 若函数 $f(x)$ 恰有 2 个零点, 则实数 a 的取值范围是 _____.

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 3, & x \leq 0, \\ \log_3 x + 2, & x > 0, \end{cases}$ 若存在 x_1, x_2, x_3 且 $x_1 < x_2 < x_3$, 使得 $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3)$, 则 $\frac{x_1 + x_2}{x_3}$ 的取值范围是 _____.

12. a, b 分别为方程 $\log_2 x + x - 3 = 0$ 和 $2^x + x - 3 = 0$ 的根, 则 $a + b =$ _____.

四、解答题: 本题共 13 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. 已知函数 $f(x) = 2^x - 4^x - m, x \in [-1, 1]$.

(1) 当 $m = -2$ 时, 求函数 $f(x)$ 的零点;

(2) 若函数 $f(x)$ 在 $[-1, 1]$ 上有零点, 求实数 m 的取值范围.

第六章 统计

§1 获取数据的途径

限时小练 31 获取数据的途径

建议用时:40 分钟

答案 P55

训练要点

直接获取和间接获取数据,普查和抽查,总体和样本

一、单项选择题:本题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

1. 某校共有 1 005 名高一学生参加 2020 年上半年开学考试,为了了解这 1 005 名学生的数学成绩,决定从中抽取 50 名学生的数学成绩进行统计分析. 下列叙述错误的是 ()
A. 总体是 1 005 名学生的数学成绩
B. 样本量是 50
C. 个体是每一名学生
D. 样本是 50 名学生的数学成绩
2. 某校有 40 个班,每班 50 人,每班选派 3 人参加“学代会”,在这个问题中,样本容量是 ()
A. 40
B. 50
C. 120
D. 150
3. 下列调查工作,必须采用“抽样调查”的是 ()
A. 调查某城市今年 7 月份的温度变化情况
B. 调查某一品牌 5 万包装袋装鲜奶是否符合卫生标准
C. 调查我国所有城市中有哪些是第一批沿海城市
D. 了解全班 50 名学生 100 米短跑的成绩
4. 为调查参加第七届世界军人运动会的 9 000 名运动员的年龄情况,从中抽查了 100 名运动员的年龄,则下列说法正确的是 ()
A. 9 000 名运动员是总体
B. 每个运动员是个体
C. 抽取的 100 名运动员是样本
D. 样本容量是 100
5. 在“世界读书日”前夕,为了了解某地 5 000 名居民某天的阅读时间,从中抽取了 200 名居民的阅读时间进行统计分析. 在这个问题中,5 000 名居民的阅读时间是 ()
A. 总体
B. 个体
C. 样本容量
D. 从总体中抽取的一个样本
6. 要了解一个城市的气温变化情况,下列观测方法最可靠的是 ()
A. 一年中随机选中 20 天进行观测
B. 一年中随机选中一个月进行连续观测
C. 一年四季各随机选中一个月进行连续观测
D. 一年四季各随机选中一个星期进行连续观测

二、多项选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分.全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

7. 下列调查方式不合适的是 ()
- A. 为了了解炮弹的杀伤力,采用普查的方式
- B. 为了了解全国中学生的睡眠状况,采用普查的方式
- C. 为了了解人们保护水资源的意识,采用抽样调查的方式
- D. 对载人航天器“神舟十号”零部件的检查,采用抽样调查的方式
8. 下列调查中,样本不合理的是 ()
- A. 调查高一年级每个班数学成绩在前十名的学生,以了解哪名数学老师最受学生欢迎
- B. 从一万多名工人中,经过选举,确定 100 名代表,由他们投票表决,了解工人对厂长的信任情况
- C. 到老年公寓进行调查,了解全市老年人的健康状况
- D. 医生为了了解病人的血液的各项指标是否正常,只是将病人指尖刺破,抽取少量的血液进行检验
9. 下列项目中需要收集的数据,可以通过试验获取的有 ()
- A. 某种新式海水稻的亩产量
- B. 某省人民群众对某任省长的满意度
- C. 某品牌的新款汽车 A 柱(挡风玻璃和左、右前车门之间的柱)的安全性
- D. 某地区降水量对土豆产量的影响情况

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

10. (易错易混) 即将升入高二的同学们将面临从物理、化学、生物、历史、地理、政治、技术七个科目中选择三科继续学习. 学校在选择物理的学生中抽取一部分学生的物理成绩进行调查. 这项调查的总体是_____.
11. (1) 对某班学生视力做一个调查;
- (2) 某啤酒瓶生产厂,要对所生产的啤酒瓶的抗压情况进行检验;
- (3) 联合国教科文组织要对全世界适龄儿童的入学情况做一个调查.
- 对于上述 3 个实际问题,应选用的调查方法分别为_____.
12. 一名交警在高速公路上随机观测了 6 辆车的车速,然后他给出了一份报告,调查结果如下表:

车序号	1	2	3	4	5	6
车速(km/h)	66	56	71	54	69	58

- (1) 交警采用的调查方式是_____;
- (2) 这个调查的样本是_____,个体是_____.

►易错警示
不理解总体、样本
概念 见答案

第七章 概率

§1 随机现象与随机事件

限时小练 36 随机现象与随机事件

建议用时:40 分钟

答案 P63

训练要点

随机现象,样本空间与样本点,随机事件、必然事件和不可能事件,随机事件的运算

一、单项选择题:本题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

- 以下现象是随机现象的是 ()
 A. 标准大气压下,水加热到 100°C ,必会沸腾
 B. 长和宽分别为 a, b 的矩形,其面积为 $a \times b$
 C. 走到十字路口,遇到红灯
 D. 三角形内角和为 180°
- 掷一枚质地均匀的硬币三次,得到如下三个事件: A 为“3 次正面向上”, B 为“只有 1 次正面向上”, C 为“至少 1 次正面向上”,事件 A, B, C 之间的关系正确的是 ()
 A. $A \subseteq B, B \subseteq C$ B. $A \subseteq C, B \subseteq C$
 C. $B \subseteq A, A \subseteq C$ D. $C \subseteq A, C \subseteq B$
- 已知 Ω 为实验 E 的样本空间,随机事件 $\Omega' \subseteq \Omega$,则 ()
 A. 若 Ω 为必然事件,则 $P(\Omega)=1$
 B. $\varnothing$ 为不可能事件,且 $P(\varnothing)=0$
 C. 若 $P(\Omega')=1$,则 Ω' 为必然事件
 D. 若 $P(\Omega')=0$,则 Ω' 不一定为不可能事件
- 从装有 3 个红球和 2 个白球的口袋中任取 2 个球,那么下列给出的两个事件互斥而不对立的是 ()
 A. 恰有一个红球与恰有两个红球 B. 至少一个红球与至少一个白球
 C. 至少一个红球与都是白球 D. 至少一个红球与都是红球
- 某人打靶时连续射击两次,击中靶心分别记为 A, B ,不中分别记为 $\bar{A}, \bar{B}$,事件“至少有一次击中靶心”可记为 ()
 A. $\bar{A}\bar{B}$ B. $\bar{A}\bar{B}+AB$
 C. $\bar{A}B+\bar{A}\bar{B}$ D. $\bar{A}B+AB+\bar{A}\bar{B}$
- 从一只黑箱中依次不放回地任取两个球,已知箱中装有两个红球(标号 1,2),两个黑球(标号 3,4),若以事件 A 表示第一次取出红球,以事件 B 表示第二次取出红球,则下列事件的样本点个数为 4 的是 ()
 A. $A \cap B$ B. $A \cup B$ C. $A \cap \bar{B}$ D. $\bar{A} \cap \bar{B}$

二、多项选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分. 全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

- 抛掷甲、乙两颗骰子,所得点数之和为 X ,则 ()
 A. $X=1$ 表示的基本事件是“甲是 1 点,乙是 0 点”或“甲是 0 点,乙是 1 点”
 B. $X=2$ 表示的基本事件是“两颗都是 1 点”

- C. $X=3$ 表示的基本事件是“甲是 2 点,乙是 1 点”或“甲是 1 点,乙是 2 点”
 D. $X=4$ 表示的基本事件是“甲是 3 点,乙是 1 点”或“甲是 1 点,乙是 3 点”或“两颗都是 2 点”

8. 一个人打靶时连续射击两次,甲表示事件“至少有一次中靶”,乙表示事件“恰有一次中靶”,丙表示事件“两次都中靶”,丁表示事件“两次都不中靶”,则 ()

- A. 甲与乙是互斥事件
 B. 乙与丙是互斥事件
 C. 乙与丁是对立事件
 D. 甲与丁是对立事件

9. 抛掷一枚骰子,设其样本空间为 Ω ,事件 A 表示“向上的点数是 1 或 2”,事件 B 表示“向上的点数是 2 或 3”,事件 C 表示“向上的点数不大于 4”,则下列说法正确的是 ()

- A. $A \cup B = C$
 B. $A \cap C = A$
 C. $A \cap B$ 表示事件“向上的点数是 2”
 D. $A \cup B \cup \bar{C} = \Omega$

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

10. 试验“从装有大小相同但颜色不同的 a, b, c, d 这 4 个球的袋中,一次任取 2 个球”的样本空间是 $\Omega =$ _____.

11. 从某班任选一名学生,设事件 $A = \{\text{选出的学生是男生}\}$, $B = \{\text{选出的学生来自第三小组}\}$, $C = \{\text{选出的学生不戴眼镜}\}$,则事件 $A \cap B \cap \bar{C}$ 的含义是_____.

12. 设 A, B, C 为三个事件,则事件 A 发生但 B, C 不发生表示为_____;事件 A, B, C 中恰有两个发生表示为_____.

四、解答题:本题共 13 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. 甲、乙两人进行摸球游戏,游戏规则是:在一个不透明的盒子中装有质地、大小完全相同且编号分别为 1, 2, 3, 4 的 4 个球,甲先随机摸出一个球,记下编号,设编号为 m ,放回后乙再随机摸出一个球,也记下编号,设编号为 n ,用 (m, n) 表示摸球的结果,如果 $m + n > 5$,算甲赢,否则算乙赢.

- (1) 写出该实验的样本空间.
 (2) 这种游戏规则公平吗? 请说明理由.