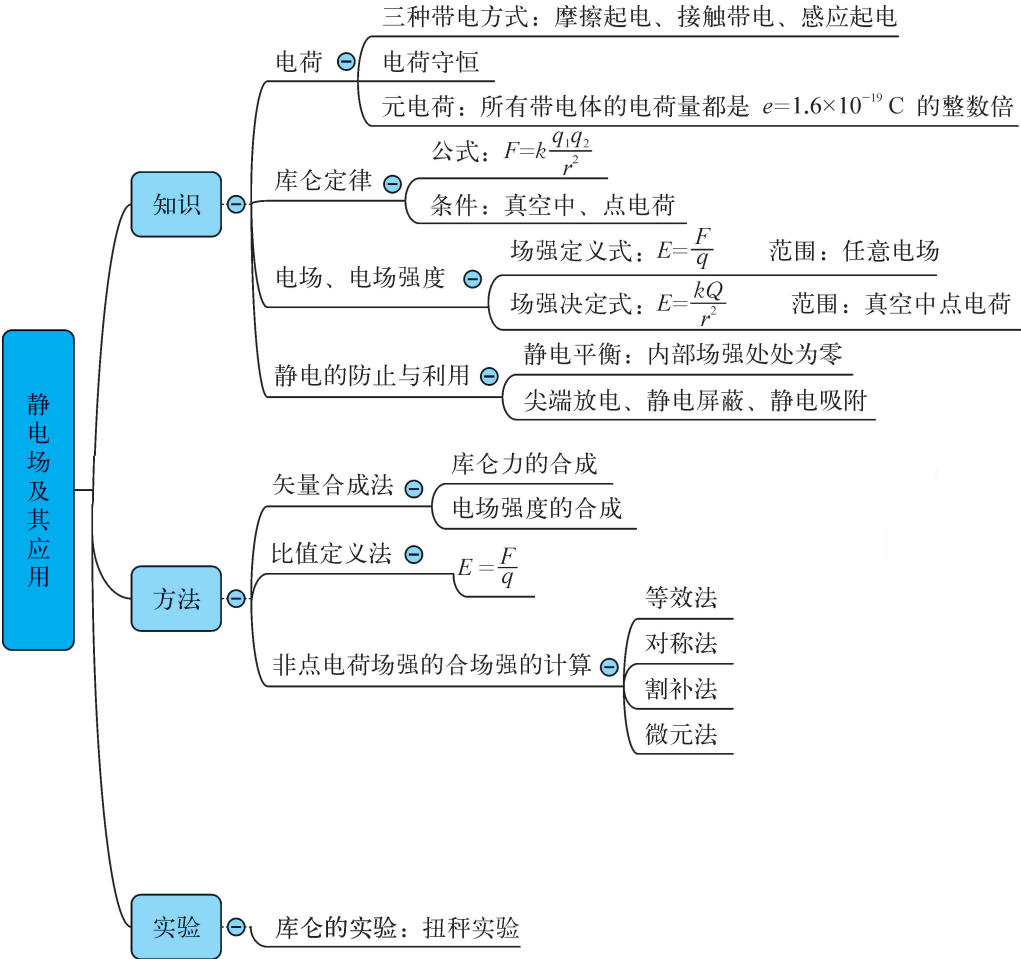


第九章 静电场及其应用

思维导图



培优突破

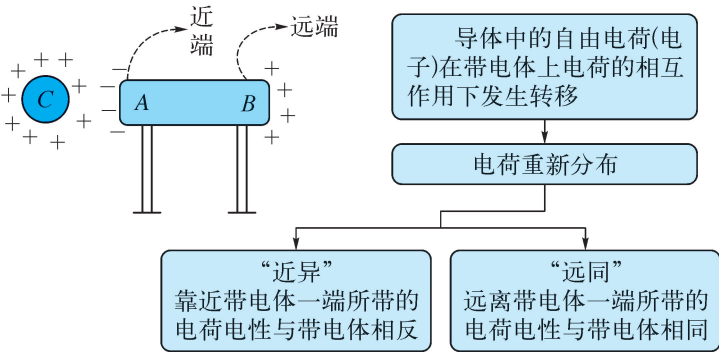
培优突破 1 静电感应中导体接地问题

1. 静电感应的原因

带电体靠近导体时,导体内的自由电子受到带电体上电荷的作用,向靠近或远离带电体的方向移动.

2. 静电感应的规律

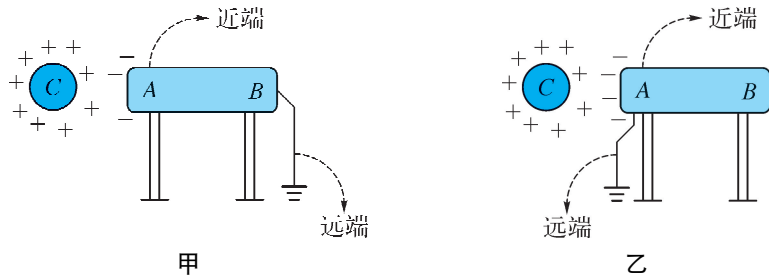
导体靠近带电体 → 导体两端出现等量异种电荷



3. 导体接地

当导体接地时,该导体与地球可视为一个新的大导体,而且原导体可视为大导体近端,地球就成为大导体远端. 如图甲所示,当 B 端接地时,近端为 A 端,远端为大地,由于静电感应,A 端带负电,B 端原来感应出的正电荷被从大地流来的负电荷中和,所以 B 端不带电. 如图乙所示,若 A 端接地,新导体仍然是 A 端离带电体 C 较近,大地离 C

较远(易误认为B端为近端或远端),由于静电感应,A端带负电,B端不带电.

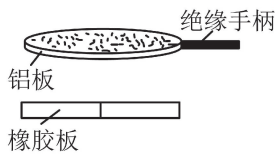


温馨警示

- (1)无论接地的位置在何处,大地都为新导体的远端,导体靠近带电体的一端为新导体的近端.
- (2)如果A、B端不是接地,而是改用手摸A或B端,结果相同.

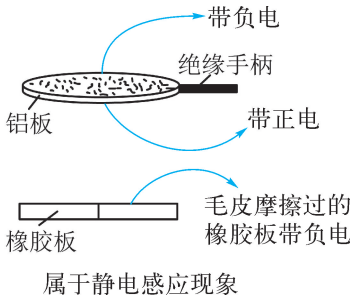
例 如图所示,橡胶板置于**绝缘^[1]**水平桌面上,某同学戴着绝缘手套先用**毛皮摩擦橡胶板^[2]**,然后手握绝缘手柄将撒有细纸屑的铝板(初始不带电)靠近**橡胶板^[3]**但始终未接触橡胶板,可以看到部分细纸屑从铝板上飞溅出来.下列说法正确的是 ()

- A. 铝板靠近橡胶板的过程中,铝板下表面带负电
- B. 铝板靠近橡胶板的过程中,部分细纸屑相互排斥从而飞溅出来
- C. 铝板和细纸屑构成的系统在该过程中带正电
- D. 若在铝板靠近橡胶板时用另一只手触摸一下铝板后撤离,铝板将带负电



- [1]不导电
- [2]属于摩擦起电
- [3]带负电

【图形剖析】

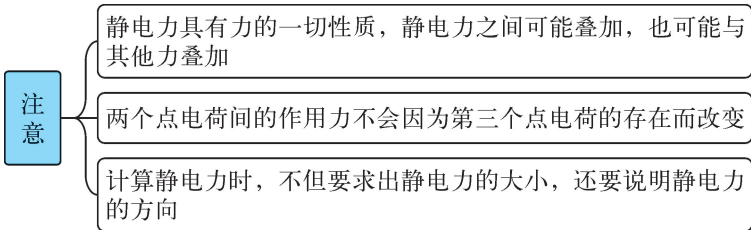


【解析】用毛皮摩擦橡胶板后,橡胶板带负电,铝板靠近橡胶板的过程中,离橡胶板较近的铝板下表面带正电,上表面带负电,细纸屑由于均带负电从而相互排斥飞溅出来,选项A错误,B正确;铝板和细纸屑构成的系统在该过程中虽然感应起电,但电荷量的代数和仍然为0,选项C错误;若在铝板靠近橡胶板时用另一只手触摸一下铝板,铝板相当于近端,大地相当于远端,近端感应出正电,远端感应出负电,由此可知撤离该手后铝板整体带正电,选项D错误.

【答案】B

培优突破2 静电力的叠加

1. 三点注意



2. 库仑力公式及适用条件

(1) 公式

静电力常量：
 $k=9.0 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2$

点电荷的电荷量 Q_1, Q_2

$$F = k \frac{Q_1 Q_2}{r^2}$$

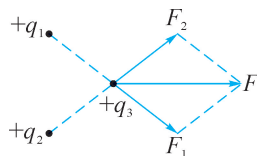
静电力或库仑力 F

两点电荷间的距离 r

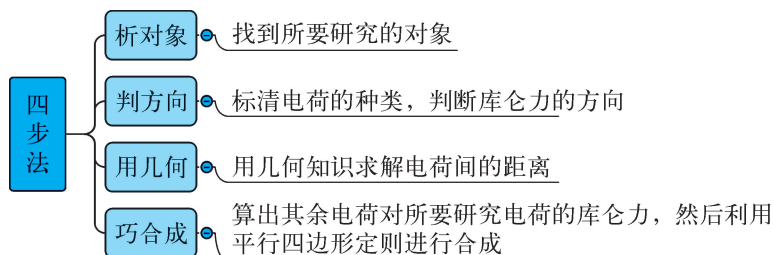
(2) 条件: ①真空中(空气环境近似于真空); ②静止的点电荷.

3. 静电力叠加原理

对于三个或三个以上的点电荷, 其中每一个点电荷所受的静电力, 等于其余所有点电荷单独对它作用产生的静电力的矢量和, 如图所示.

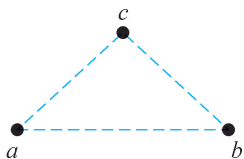


4. 静电力合成的方法



例 如图所示, 在光滑绝缘的水平面上^[1], 三个静止的带电小球 a 、 b 和 c ^[2] 分别位于三角形的三个顶点上, 已知 $ab = \sqrt{3}l$, $ca = cb$, $\angle acb = 120^\circ$, a 、 c 带正电, b 带负电, 三个小球所带电荷量为 q , 静电力常量为 k . 下列关于小球 c 所受库仑力的大小^[3]和方向^[4]描述正确的是 ()

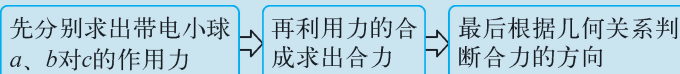
- A. $\frac{\sqrt{3}kq^2}{l^2}$, 方向平行于 ab 向右
- B. $\frac{2kq^2}{l^2}$, 方向平行于 ab 向右
- C. $\frac{\sqrt{2}kq^2}{l^2}$, 方向平行于 ab 向右
- D. $\frac{2\sqrt{3}kq^2}{3l^2}$, 方向平行于 ab 向左



- [1] 光滑不导电
- [2] 看成点电荷
- [3] 小球 c 受到的合力
- [4] 根据同种电荷相斥, 异种电荷相吸判断

思路分析

解答本题可按以下思路进行:



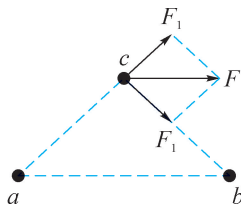
【解析】 由题意, 结合几何关系可得 $ac = bc = \frac{\sqrt{3}l}{2\cos 30^\circ} = l$, 小球 c 受到小球 a 的库仑力 $F_1 = k \frac{q^2}{l^2}$, 同理小球 c 受到小球 b 的库仑力和 F_1 大小相等, 且两力夹角为 60° , 如图所示, 所以根据力的平行四边形定则, 小球 c 受到小球 a 、 b 库仑力的合力 $F = 2F_1 \cos 30^\circ = \sqrt{3}k \frac{q^2}{l^2}$, 方向平行于 ab 向右, 选项 A 正确, B、C、D 错误.

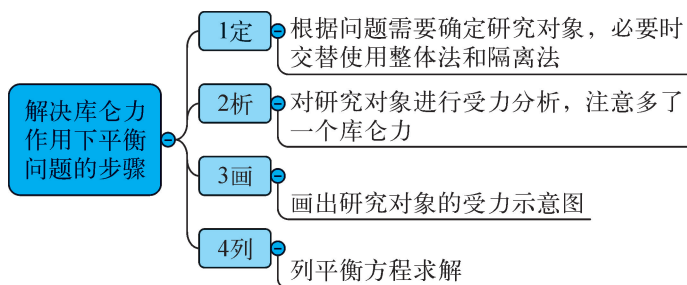
【答案】 A

培优突破 3 库仑力作用下的平衡问题

1. 两个点电荷的平衡问题

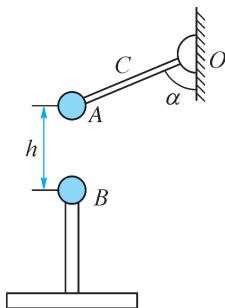
涉及库仑力的平衡问题与纯力学平衡问题分析方法相同, 受力分析是基础, 应用平衡是关键, 都可以通过解析法、图示法解决问题, 但要注意库仑力的大小随着电荷间距变化的特点. 具体步骤如下:





例 如图所示,质量为 m 的带电小球 A 固定在绝缘轻杆 C^[1] 的一端,轻杆的另一端与墙壁上的 O 点通过铰链连接在一起^[2],带电量为 Q 的小球 B 固定在小球 A 的正下方的绝缘柱上,A 与 B 的距离为 h ,此时绝缘轻杆与竖直面夹角为 α ,带电小球 A、B 均可视为点电荷且均处于静止状态^[3],静电力常量为 k ,重力加速度为 g ,则下列说法不正确的是 ()

- A. 轻杆对小球 A 的作用力为零
- B. 小球 A 的带电量为 $\frac{mgh^2}{kQ}$
- C. 当小球 A 的电荷量略微减少,重新达到平衡后,两球之间的库仑力减小
- D. 当小球 A 的电荷量略微增加,重新达到平衡后,轻杆对小球 A 的作用力将增大



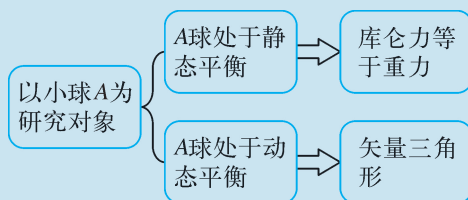
[1]理想化模型

[2]活杆模型,杆受到的弹力一定沿杆

[3]A、B 两球所受合力均为零

思路分析

解答本题可按以下思路进行:



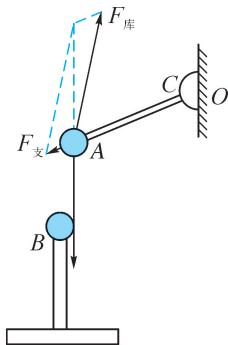
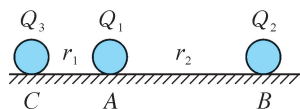
【解析】 小球 A 受力平衡,所以所受的 B 对它竖直向上的库仑力等于重力,轻杆对 A 没有作用力,选项 A 正确;由 $mg = k \frac{Qq}{h^2}$ 可得 $q = \frac{mgh^2}{kQ}$,选项 B 正确;当小球 A 的电量略微减少时,小球 A 下降,由于轻杆及铰链的作用,再次平衡时,绝缘轻杆与竖直面的夹角 α 减小,小球 A 的受力如图所示,轻杆对小球 A 的支持力从无到有,即支持力增大,库仑力大于重力,故两球之间的库仑力增大,选项 C 错误,D 正确.

【答案】 C

2. 三个自由点电荷的平衡问题

(1)平衡的条件:每个点电荷受到另外两个点电荷的合力为零或每个点电荷处于另外两个点电荷产生的合电场强度为零的位置.

(2)模型构建:在光滑绝缘水平面上,沿一直线依次放置三个自由点电荷 C、A、B,电荷量分别为 Q_3 、 Q_1 、 Q_2 ,均处于平衡状态.对于点电荷 A,根据库仑定律和平衡条件有 $k \frac{Q_3 Q_1}{r_1^2} = k \frac{Q_2 Q_1}{r_2^2}$;对于点电荷 B,有 $k \frac{Q_1 Q_2}{r_2^2} = k \frac{Q_3 Q_2}{(r_1 + r_2)^2}$,解得三个点电荷电荷量的关系为 $\sqrt{Q_3 Q_2} = \sqrt{Q_3 Q_1} + \sqrt{Q_1 Q_2}$ 或 $\frac{1}{\sqrt{Q_1}} = \frac{1}{\sqrt{Q_2}} + \frac{1}{\sqrt{Q_3}}$.



(3)模型特点

电性上 位置上 电荷量上 电荷量上 平衡规律 两同夹异 两大夹小 三点共线 近小远大	
三点共线	三个自由点电荷分布在同一直线上
两同夹异	正、负电荷相互间隔,两端是同种电荷.若三个点电荷均带同种电荷,外侧点电荷不能平衡,因为分别受到同一方向的斥力作用;异种电荷在中间,若在外侧,会受同一方向的引力作用,不能平衡
两大夹小	中间的异种电荷的电荷量最小.参照上图分析,若 $Q_1>Q_2$,则 $F_{AC}>F_{BC}$, C 不能平衡;同理若 $Q_1>Q_3$,则 $F_{AB}>F_{CB}$, B 不能平衡,可知中间的点电荷 A 的电荷量 Q_1 最小
近小远大	中间电荷靠近电荷量较小的外侧电荷,远离电荷量较大的外侧电荷,如上图必有 $Q_2>Q_3$.结合“两大夹小”,可知三个点电荷的电荷量关系为 $Q_2>Q_3>Q_1$

温馨警示

以上结论和口诀仅适用于三个电荷是自由无约束的情况,审题时一定要仔细看清题干给出的已知条件“电荷是否固定”.

例 如图所示,三个点电荷 q_1 、 q_2 、 q_3 在一直线上静止^[1], q_1 、 q_3 带正电^[2], q_2 与 q_3 的距离为 q_1 与 q_2 距离的2倍^[3],下列说法正确的是 ()

A. q_2 带正电,且 $q_1>q_3$

B. q_2 带正电,且 $q_1<q_3$

C. q_2 带负电,且 $q_1>q_3$

D. q_2 带负电,且 $q_1<q_3$

- [1]每一个电荷受力均为零
- [2]两同夹异,说明 q_2 带负电
- [3]近小远大,说明 q_1 电荷量小, q_3 电荷量大

【解析】三个电荷处于平衡时两边电性相同,且和中间相反, q_1 、 q_3 带正电,则 q_2 带负电.由于三个电荷均处于平衡状态,设 q_1 与 q_2 距离为 r ,则 q_2 与 q_3 的距离为 $2r$,所以对 q_1 有 $k\frac{q_1q_2}{r^2}=k\frac{q_1q_3}{(3r)^2}$,对 q_2 有 $k\frac{q_3q_2}{(2r)^2}=k\frac{q_1q_2}{r^2}$,对 q_3 有 $k\frac{q_2q_3}{(2r)^2}=k\frac{q_1q_3}{(3r)^2}$,解得 $q_1:q_2:q_3=9:4:36$,所以 $q_1<q_3$,选项D正确.

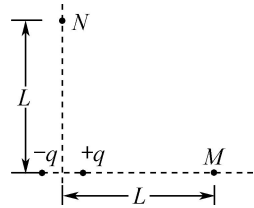
【答案】D

培优突破4 点电荷电场强度的叠加

两个等量点电荷的叠加电场的特点

电荷	图示	合场强
等量异种电荷		(1)中垂线上各点的场强方向与中垂线垂直; (2)从O点沿中垂线向两边逐渐减小,直至无穷远为零; (3)中垂线关于O点的对称点场强相同; (4)两电荷的连线上,O点的场强最小;关于O点的对称点场强相同.
等量同种电荷		(1)中垂线上O点和无穷远处的场强均为零; (2)由O点开始到无穷远处,场强先增大,后逐渐减小; (3)中垂线上关于O点的对称点场强大小相等,方向相反; (4)在两电荷的连线上,由O点的场强为零开始向两端逐渐变大,关于O点的对称点的场强大小相等,方向相反.

例 (2024 无锡模拟)如图所示,两等量异种的点电荷相距为 $2a$. M 与两点电荷共线, N 位于两点电荷连线的中垂线上^[1], 两点电荷连线中点到 M 和 N 的距离都为 L , 且 $L \gg a$. 略去 $(a/L)^n$ ($n \geq 2$) 项的贡献^[2], 则两点电荷的合电场在 M 点和 N 点的强度 ()



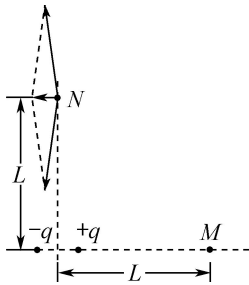
[1] N 点到两点电荷距离相等
[2] 需要利用数学知识进行近似化简

- A. 大小之比为 $2:1$, 方向相反
- B. 大小之比为 $1:1$, 方向相反
- C. 大小均与 a 成反比, 方向相反
- D. 大小均与 L 的平方成反比, 方向相互垂直

思路分析 解答本题应注意以下两点:

- (1) 利用点电荷的场强公式和场强叠加原理即可得出 M 、 N 点的场强;
- (2) 利用数学知识进行化简.

【解析】 如图所示, 根据点电荷的场强公式 $E = \frac{kq}{r^2}$, 运用平行四边形定则, 结合几何关系, 可得 M 、 N 点的场强分别为 $E_M = \frac{kq}{(L-a)^2} - \frac{kq}{(L+a)^2} \approx \frac{4kqa}{L^3}$, 方向向右, $E_N = \frac{2kqa}{(L^2+a^2)\sqrt{L^2+a^2}} \approx \frac{2kqa}{L^3}$, 方向向左, 所以 M 点的场强是 N 点场强的 2 倍, 且方向相反, 选项 A 正确, 选项 B 错误; 由以上两式知, M 点的场强与 N 点场强都与 a 成正比, 与 L 的三次方成反比, 选项 C、D 错误.



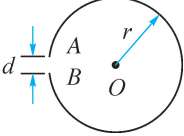
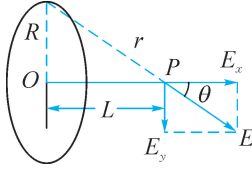
【答案】 A

培优突破 5 非点电荷电场强度的叠加

对于一些特殊的带电体, 由于不满足公式 $E = \frac{kQ}{r^2}$ 的适用条件, 我们不能利用此公式直接进行计算, 处理此类问题一般要采用诸如: 等效法、对称法、补偿法、微元法等方法来求解.

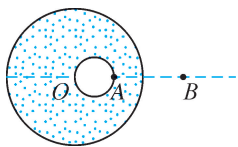
方法	图例	解释
等效法		在保证效果相同的前提下, 将复杂的物理情景变换为简单或熟悉的情景. 如图甲所示, 一个点电荷 $+q$ 与一个很大的薄金属板形成电场, 可以等效为如图乙所示的两个异种等量点电荷形成的电场.
对称法		利用空间上对称分布的电荷形成的电场具有对称性的特点, 将复杂的电场叠加计算简化. 如图丙所示, 电荷量为 $+q$ 的点电荷与均匀带电薄板相距为 $2d$, 点电荷到带电薄板的垂线通过板的几何中心. 均匀带电薄板在 a 、 b 两对称点处产生的场强大小相等、方向相反, 若图中 a 点处的电场强度为零, 根据对称性, 带电薄板在图中 b 点处产生的电场强度大小为 $E_b = \frac{kq}{d^2}$, 方向垂直于薄板向左.

(续表)

补偿法	 丁	将有缺口的带电圆环补全为圆环,或将半球面补全为球面,从而化难为易.如图丁所示,将金属丝 AB 弯成半径为 r 的圆弧,但在 A、B 之间留有宽度为 d 的间隙,且 d 远远小于 r,将电荷量为 Q 的正电荷均匀分布于金属丝上.设原缺口环所带电荷的线密度为 ρ, $\rho = \frac{Q}{2\pi r - d}$,则补上的那一小段金属丝带电荷量 $Q' = \rho d$,则整个完整的金属环在 O 点的场强为零. Q' 在 O 点的场强 $E_1 = \frac{kQ'}{r^2} = \frac{kQd}{2\pi r^3 - r^2 d}$,因 O 点的合场强为零,则金属丝 AB 在 O 点的场强 $E_2 = -\frac{kQd}{2\pi r^3 - r^2 d}$,负号表示 E_2 与 E_1 反向,背向圆心向左.
微元法	 戊	将研究对象分割成若干微小的单元,或从研究对象上选取某一“微元”加以分析,从而可以化曲为直,使变量、难以确定的量转化为常量、容易确定的量.如图戊所示,均匀带电圆环所带电荷量为 Q,半径为 R,圆心为 O,P 为垂直于圆环平面的对称轴上的一点,$OP = L$.设想将圆环看成由 n 个 small 段组成,每一小段都可以看成点电荷,其所带电荷量 $Q' = \frac{Q}{n}$,由点电荷场强公式可求得每一小段带电体在 P 处产生的场强为 $E = \frac{kQ}{nr^2} = \frac{kQ}{n(R^2 + L^2)}$,由对称性知,各小段带电体在 P 处的场强 E 沿垂直于轴的分量 E_y 相互抵消,而其轴向分量 E_x 之和即为带电环在 P 处的场强 E_P, $E_P = nE_x = nk \frac{Q}{n(R^2 + L^2)} \cos \theta = \frac{kQL}{(R^2 + L^2)^{3/2}}$.

例 如图所示,以 O 为圆心,半径为 R 的实心球内有一个半径为 $\frac{1}{4}R$ 的空腔, OA 为空腔的直径,实心部分均匀分布有正电荷, OA 延长线上的 B 点离 O 点距离为 $1.5R$,已知均匀带电球壳内的场强为零^[1],均匀带电球外某点的场强可以看成是电荷量集中在球心的点电荷产生的电场,则 A 、 B 两点的电场强度大小之比为 ()

- A. $\frac{E_A}{E_B} = \frac{222}{391}$ B. $\frac{E_A}{E_B} = \frac{223}{391}$ C. $\frac{E_A}{E_B} = \frac{224}{391}$ D. $\frac{E_A}{E_B} = \frac{225}{391}$



[1]题中要把球体分解为两部分,一部分是半径为 $\frac{R}{2}$ 的中心球体,一部分是余下的球壳,球壳部分在 A 点产生的场强为零.

思路分析

设单位体积内的电荷量为 q ,用补偿法求出 A 点的电场强度,再根据点电荷的场强公式计算出 B 点的电场强度大小,再求出两者之比.

【解析】 设单位体积内的电荷量为 q ,用补偿法,将空腔补上同等电荷密度的正电荷,则 A 点的电场强度大小为

$$\text{半径为 } \frac{R}{2} \text{ 的球体产生的场强 } E'_A \text{ 与半径为 } \frac{R}{4} \text{ 的球体产生的场强 } E''_A \text{ 之差,则 } E_A = k \frac{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{1}{2}R\right)^3 q}{\left(\frac{1}{2}R\right)^2} - k \frac{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{1}{4}R\right)^3 q}{\left(\frac{1}{4}R\right)^2} = \frac{1}{3}k\pi Rq,$$

$$\text{根据点电荷的场强公式,可知 } B \text{ 点的电场强度大小 } E_B = k \frac{\frac{4}{3}\pi R^3 q}{\left(\frac{3}{2}R\right)^2} - k \frac{\frac{4}{3}\pi\left(\frac{1}{4}R\right)^3 q}{\left(\frac{5}{4}R\right)^2} = \frac{1}{2025}k\pi Rq, \text{ 则 } A、B$$

两点的电场强度大小之比为 $\frac{E_A}{E_B} = \frac{225}{391}$,选项 D 正确.

【答案】 D