

高考数学

小题为王[®]做

全程版

编者 恩波教育研究中心
编委 苗 勇 周家忠 宋克金 葛爱菊
张新志 刘伟华 吴传叶

图书在版编目(CIP)数据

高考数学小题狂做：全程版 / 恩波教育研究中心编
— 南京：南京大学出版社，2023.4(2025.3重印)
ISBN 978-7-305-26837-3

I. ①高… II. ①恩… III. ①中学数学课—高中—升学参考资料 IV. ①G634.603

中国国家版本馆 CIP 数据核字(2023)第 052835 号

出版发行 南京大学出版社
社 址 南京市汉口路 22 号 邮 编 210093

GAOKAO SHUXUE XIAOTI KUANGZUO • QUANCHENGBAN
书 名 高考数学小题狂做·全程版
编 者 恩波教育研究中心
责任编辑 高锦明 编辑热线 025-83530763

印 刷 天长市梦远印刷服务有限公司
开 本 880 mm×1230 mm 1/16 开 印张 31 字数 1169 千
版 次 2023 年 4 月第 1 版 2025 年 3 月第 3 次印刷
ISBN 978-7-305-26837-3
定 价 79.80 元

网 址 <http://www.njupco.com>
官方微博 <http://weibo.com/njupco>
官方微信 njupress
销售咨询热线 025-83594756

* 版权所有,侵权必究
* 凡购买南大版图书,如有印装质量问题,请与所购
图书销售部门联系调换

目录 contents

基础篇

一轮复习夯实基础



第一章 集合与常用逻辑用语

考点过关 1	集合的概念与运算	1
考点过关 2	常用逻辑用语	3

第二章 不等式

考点过关 3	不等关系与不等式的性质	5
考点过关 4	基本不等式	7
考点过关 5	二次函数与一元二次不等式	9

第三章 函数

考点过关 6	函数的概念及其表示	11
考点过关 7	函数的基本性质	13
考点过关 8	指数函数、对数函数与幂函数	15
考点过关 9	函数的图象	17
考点过关 10	函数与方程	19
考点过关 11	函数的综合应用	21

第四章 导数及其应用

考点过关 12	导数的概念与运算	23
考点过关 13	导数与函数的单调性	25
考点过关 14	导数与函数的极(最)值	27
考点过关 15	导数的综合应用	29
大题过关一	函数与导数(1)	31
大题过关二	函数与导数(2)	33

第五章 三角函数与解三角形

考点过关 16	三角函数的概念与同角关系式、诱导公式	35
考点过关 17	两角和、两角差与二倍角的三角函数	37
考点过关 18	三角函数的图象与性质	39
考点过关 19	解三角形及其应用	41
考点过关 20	三角函数的综合问题	43
大题过关三	三角函数与解三角形(1)	45
大题过关四	三角函数与解三角形(2)	47

第六章 平面向量与复数

考点过关 21	平面向量的概念与线性运算	49
考点过关 22	平面向量的基本定理及向量的坐标表示	51
考点过关 23	平面向量的数量积	53
考点过关 24	复数的概念与运算	55

第七章 数列

考点过关 25	数列的概念及简单表示	57
考点过关 26	等差数列	59
考点过关 27	等比数列	61
考点过关 28	数列的通项与求和	63

考点过关 29	数列的综合问题	65
大题过关五	数列(1)	67
大题过关六	数列(2)	69

第八章 立体几何初步

考点过关 30	空间几何体的表面积与体积	71
考点过关 31	平面基本性质及空间两条直线的位置关系	73
考点过关 32	直线、平面的平行的判定与性质	75
考点过关 33	直线、平面的垂直的判定与性质	77
考点过关 34	空间向量的应用	79
考点过关 35	立体几何的综合问题	81
大题过关七	立体几何初步(1)	83
大题过关八	立体几何初步(2)	85

第九章 平面解析几何

考点过关 36	直线的方程	87
考点过关 37	圆的方程、直线与圆及圆与圆的位置关系	89
考点过关 38	椭圆	91
考点过关 39	双曲线	93
考点过关 40	抛物线	95
考点过关 41	圆锥曲线的综合	97
大题过关九	平面解析几何(1)	99
大题过关十	平面解析几何(2)	101

第十章 统计与概率

考点过关 42	抽样方法与总体分布的估计	103
考点过关 43	计数原理与排列、组合	105
考点过关 44	二项式定理	107
考点过关 45	随机事件与古典概型	109
考点过关 46	事件的相互独立性、条件概率与全概率公式	111
考点过关 47	离散型随机变量及其分布列、均值与方差	113
考点过关 48	二项分布、超几何分布与正态分布	115
考点过关 49	一元线性回归模型 列联表与独立性检验	117
考点过关 50	概率与统计综合问题	121
大题过关十一	概率与统计(1)	123
大题过关十二	概率与统计(2)	125

提优篇

二轮复习题组突破

重难突破 1 函数与基本初等函数 I

题组 1	函数的奇偶性与单调性	127
题组 2	函数的周期性	128
题组 3	函数的图象	129
题组 4	函数图象的对称性	130
题组 5	比较大小	131

重难突破 2 函数与方程

题组 1	确定函数零点与方程的根	133
题组 2	复合函数零点的个数问题	134
题组 3	函数模型的应用	135
题组 4	函数与不等式	137

重难突破 3 导数及其应用

题组 1	导数的几何意义	139
------	---------	-----

题组 2	导数中的公切线问题	139
题组 3	利用导数求函数的单调性	140
题组 4	利用导数求极值与最值	142
题组 5	利用导数解决恒成立问题	143
题组 6	导数中的函数构造问题	144
题组 7	导数中指对同构问题	145
题组 8	函数零点问题	146

重难突破 4 三角函数的图象与性质

题组 1	三角函数的性质	148
题组 2	三角函数的图象及平移	150
题组 3	三角函数性质的综合	152
题组 4	三角函数中参数 ω 的求解方法	154
题组 5	求函数的最值及三角模型	155

重难突破 5 三角恒等变形

题组 1	两角和与差的正弦、余弦和正切	157
题组 2	角的配凑和函数名的互化	158

重难突破 6 解三角形

题组 1	正、余弦定理的运用	160
题组 2	三角形的面积和周长	161
题组 3	解三角形中的爪型图问题	163
题组 4	三角形中的最值和取值范围问题	164

重难突破 7 平面向量

题组 1	平面向量的数量积	166
题组 2	平面向量的基本定理及坐标表示	167
题组 3	奔驰定理和三角形的四心	168
题组 4	极化恒等式	170
题组 5	等和线定理	171

重难突破 8 基本不等式

题组 1	基本不等式	173
题组 2	含参的不等式恒成立(能成立)问题	174

重难突破 9 等差和等比数列

题组 1	等差数列和等比数列的通项与求和	175
题组 2	等差数列和等比数列性质的应用	176
题组 3	等差数列和等比数列的综合问题	178

重难突破 10 数列的通项与求和

题组 1	由递推关系求通项公式	180
题组 2	数列求和	181
题组 3	分段数列问题	182
题组 4	数列模型	183

重难突破 11 空间几何体的表面积和体积

题组 1	空间几何体的表面积	186
题组 2	空间几何体的体积	187
题组 3	几何体的外接球	189
题组 4	几何体的内切球	189

重难突破 12 空间点线面的位置关系

题组 1	翻折、旋转图形与空间图形的展开图	191
------	------------------	-----

题组 2	截面问题	193
题组 3	空间角	194
题组 4	空间距离	196
题组 5	立体几何综合	198

重难突破 13 直线与圆

题组 1	直线与圆、圆与圆的位置关系	200
题组 2	与圆有关的最值及轨迹问题	201
题组 3	对称问题	202
题组 4	隐形圆问题	203

重难突破 14 圆锥曲线的定义和几何性质

题组 1	椭圆的标准方程和简单的几何性质	205
题组 2	双曲线的标准方程和简单的几何性质	206
题组 3	椭圆和双曲线的离心率问题	208
题组 4	椭圆和双曲线的焦点三角形问题	209
题组 5	抛物线的标准方程和简单的几何性质	211
题组 6	抛物线的焦点弦问题	212

重难突破 15 直线与圆锥曲线的位置关系

题组 1	直线与圆锥曲线的位置关系	214
题组 2	圆与圆锥曲线	216
题组 3	圆锥曲线的最值与范围问题	218
题组 4	圆锥曲线的综合	220

重难突破 16 概率统计

题组 1	排列组合	222
题组 2	均匀分组与非均匀分组问题	223
题组 3	二项式定理	224
题组 4	二项展开式的系数和问题	225
题组 5	概率、古典概型、条件概率、相互独立事件	226
题组 6	全概率公式的应用	228
题组 7	离散型随机变量的分布列、超几何分布、二项分布、正态分布	230
题组 8	成对数据的统计分析	232

重难突破 17 新高考热点题型

题组 1	逻辑推理题	235
题组 2	创新性压轴多选题	236

冲刺篇

三轮复习保温提分



提升冲刺 1	239
提升冲刺 2	241
提升冲刺 3	243
提升冲刺 4	245
提升冲刺 5	247
提升冲刺 6	249
提升冲刺 7	251
提升冲刺 8	253
提升冲刺 9	255
提升冲刺 10	257

典题讲评与答案详析(另册)

基础篇

第一章 集合与常用逻辑用语

考点过关 1 集合的概念与运算

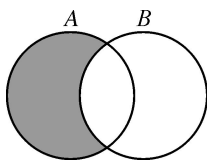
建议用时：45 分钟

一、单项选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。

1. (2025 江苏宿迁一调) 已知集合 $A = \{x | 0 \leq x \leq 4, x \in \mathbf{N}\}$, $B = \{x | x = 3k - 1, k \in \mathbf{Z}\}$, 则 $A \cap B$ = ()

A. $\{0, 2\}$ B. $\{2, 4\}$ C. $\{2\}$ D. $\{1, 3\}$

2. (2024 云南昆明三模) 如图, 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, 则图中阴影部分所表示的集合为 ()



A. $\{1, 2\}$ B. $\{3, 4\}$ C. $\{5, 6\}$ D. $\{3, 4, 5, 6\}$

3. 已知集合 $A = \{1, 16, 4x\}$, $B = \{1, x^2\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 $x =$ ()

A. 0 B. -4 C. 0 或 -4 D. 0 或 ± 4

4. 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x | x = n^2, n \in A\}$, 则 $A \cap B$ 的子集个数为 ()

A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

5. (2024 湖北 4 月调研) 已知集合 $M = \{x | x^2 - 3x < 0\}$, $N = \{x | \log_2 x < 4\}$, 且全集 $U = [-1, 20]$, 则 $U =$ ()

A. $M \cap (\complement_U N)$ B. $N \cap (\complement_U M)$

C. $M \cup (\complement_U N)$ D. $N \cup (\complement_U M)$

6. 设集合 $M = \left\{x \mid \frac{1}{x-1} \leq -1\right\}$, $N = \{x | x^2 - x \leq 0\}$, 则 ()

A. $M \subsetneq N$ B. $N \subsetneq M$

C. $N = M$ D. $N \cap M = \emptyset$

7. (2025 江苏南通如皋、连云港调研) 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 集合 A, B 满足 $A \subseteq (A \cap B)$, 则下列关系一定正确的是 ()

A. $A = B$ B. $B \subseteq A$

C. $A \cap (\complement_U B) = \emptyset$ D. $(\complement_U A) \cap B = \emptyset$

8. 给定集合 A , 若对于任意 $a, b \in A$, 有 $a + b \in A$, 且 $a - b \in A$, 则称集合 A 为闭集合, 下列结论正确的个数是 ()

①集合 $A = \{-4, -2, 0, 2, 4\}$ 为闭集合;

②集合 $A = \{n | n = 3k, k \in \mathbf{Z}\}$ 为闭集合;

③若集合 A_1, A_2 为闭集合, 则 $A_1 \cup A_2$ 为闭集合;

核心笔记

1. 解决集合问题时, 要弄清集合中的元素是什么, 比如集合 $\{x | y = f(x)\}$, $\{y | y = f(x)\}$, $\{(x, y) | y = f(x)\}$ 三者是不同的.

2. 借助集合的图示法来表示集合间的运算. 对离散数集间的运算或抽象集合间的运算, 可借助韦恩 (Venn) 图; 对连续数集间的运算, 常利用数轴; 对点集间的运算, 则往往通过坐标平面内的图形求解. (练习运用: 第 2 题)

④若集合 A_1, A_2 为闭集合, 且 $A_1 \subseteq \mathbf{R}, A_2 \subseteq \mathbf{R}$, 则存在 $c \in \mathbf{R}$, 使得 $c \notin (A_1 \cup A_2)$.

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

二、多项选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. (2025 山东青岛开学考试) 下列各组中, M, P 表示不同集合的是 ()

A. $M = \{3, -1\}, P = \{(3, -1)\}$ B. $M = \{(3, 1)\}, P = \{(1, 3)\}$ C. $M = \{y | y = x^2 + 1, x \in \mathbf{R}\}, P = \{x | x = t^2 + 1, t \in \mathbf{R}\}$ D. $M = \{y | y = x^2 - 1, x \in \mathbf{R}\}, P = \{(x, y) | y = x^2 - 1, x \in \mathbf{R}\}$

10. (2024 湖北宜荆荆三模) 设 U 为全集, 集合 A, B, C 满足条件 $A \cup B = A \cup C$, 那么下列各式中不一定成立的是 ()

A. $B \subseteq A$ B. $C \subseteq A$ C. $A \cap (\complement_U B) = A \cap (\complement_U C)$ D. $(\complement_U A) \cap B = (\complement_U A) \cap C$

11. 已知集合 A, B 满足 $A \cap B = \emptyset, A \cup B = \mathbf{Q}$, 全集 $U = \mathbf{R}$, 则下列说法中可能正确的有 ()

A. $\complement_U A$ 没有最大元素, $\complement_U B$ 有一个最小元素B. A 有一个最大元素, B 没有最小元素C. A 有一个最大元素, B 有一个最小元素D. A 没有最大元素, B 也没有最小元素

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. (2025 江苏南京开学考试) 已知集合 $A = \left\{x, \frac{y}{x}, 1\right\}, B = \{x^2, x + y, 0\}$. 若 $A = B$, 则 $x^{2017} + y^{2018} =$ _____.

13. (2024 九省联考) 已知集合 $A = \{-2, 0, 2, 4\}, B = \{x | |x - 3| \leq m\}$, 若 $A \cap B = A$, 则 m 的最小值为 _____.

14. 定义集合 $P = \{p | a \leq p \leq b\}$ 的“长度”是 $b - a$, 其中 $a, b \in \mathbf{R}$. 已知集合 $M = \left\{x \mid m \leq x \leq m + \frac{1}{2}\right\}, N = \left\{x \mid n - \frac{3}{5} \leq x \leq n\right\}$, 且 M, N 都是集合 $\{x | 1 \leq x \leq 2\}$ 的子集, 那么集合 $M \cap N$ 的“长度”的最小值是 _____; 若 $m = \frac{6}{5}$, 集合 $M \cup N$ 的“长度”大于 $\frac{3}{5}$, 则 n 的取值范围是 _____. (本题第一空 2 分, 第二空 3 分)



核心笔记

3. 根据集合的基本关系或运算求参数的注意点: (1) 化简要分类, 分类的依据是参数对该不等式或对应的方程的解的影响; (2) 关系要分类, 已知两个集合之间的关系求参数的取值, 要注意空集的特殊性; (3) “端点”要取舍, 利用集合之间的关系求参数满足的条件, 要注意集合对应区间的端点的取舍. (练习运用: 第 3 题、第 13 题、第 14 题)

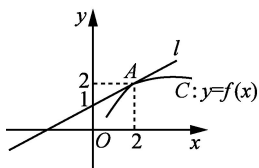
第四章 导数及其应用

考点过关 12 导数的概念与运算

建议用时: 45 分钟

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分.

- 若函数 $f(x) = \sin \alpha - \cos x$, 则 $f'(\alpha) =$ ()
 A. $\sin \alpha$ B. $\cos \alpha$ C. $\sin \alpha + \cos \alpha$ D. $2\sin \alpha$
- 已知一个物体的运动方程为 $s = 1 - t + t^2$, 其中 s 的单位是 m , t 的单位是 s , 那么物体在 4 s 末的瞬时速度是 ()
 A. 7 m/s B. 6 m/s C. 5 m/s D. 8 m/s
- (2024 湖北十七所重点中学联考) 函数 $f(x) = \log_2 \frac{1}{x}$ 的导函数为 ()
 A. $f'(x) = \frac{\ln 2}{x}$ B. $f'(x) = \frac{1}{x \ln 2}$
 C. $f'(x) = -\frac{\ln 2}{x}$ D. $f'(x) = -\frac{1}{x \ln 2}$
- (2025 山西太原模拟) 函数 $y = f(x)$ 的导数 $y = f'(x)$ 仍是 x 的函数, 通常把导函数 $y = f'(x)$ 的导数叫作函数 $y = f(x)$ 的二阶导数, 记作 $y = f''(x)$. 类似地, 二阶导数的导数叫作三阶导数, 三阶导数的导数叫作四阶导数, $\dots$ 一般地, $n-1$ 阶导数的导数叫作 n 阶导数, 函数 $y = f(x)$ 的 n 阶导数记作 $y = f^{(n)}(x)$, 例如 $y = e^x$ 的 n 阶导数 $(e^x)^{(n)} = e^x$. 若 $f(x) = xe^x + \sin x$, 则 $f^{(2024)}(0) =$ ()
 A. 2022 B. 2023 C. 2024 D. 2025
- (2025 湖北荆州质检) 已知函数 $f(x) = x^3 + x^2 f'(0) - x$, 则 $f(1)$ 的值为 ()
 A. -1 B. 1 C. -3 D. 3
- 如图, 已知曲线 $C: y = f(x)$ 与直线 l 相切于点 A , 设 $g(x) = xf(x)$. 则曲线 $y = g(x)$ 在点 $(2, g(2))$ 处的切线方程为 ()
 A. $x - 2y + 2 = 0$
 B. $3x - y - 4 = 0$
 C. $3x - y - 2 = 0$
 D. $x - 3y - 2 = 0$
- (2024 海南海口 4 月调研) 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, $f(x+1)$ 是偶函数, 当 $x < \frac{1}{2}$ 时, $f(x) = \ln(1-2x)$, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线斜率为 ()
 A. $\frac{2}{5}$ B. $-\frac{2}{5}$ C. 2 D. -2
- (2024 江苏张家港期中) 贝塞尔曲线(Beziercurve)是应用于二维图形应用程序的数学曲线, 一般的矢量图形软件通过它来精确画出曲线. 三次函数 $f(x)$ 的图象是可由 A, B, C, D 四点确定的贝塞尔曲线, 其中点 A, D 在 $f(x)$ 的图象上, $f(x)$ 在点 A, D 处的切线分别过点 B, C . 若 $A(0, 0), B(-1, -1), C(2, 2), D(1, 0)$, 则 $f(x) =$ ()
 A. $5x^3 - 4x^2 - x$ B. $3x^3 - 3x$ C. $3x^3 - 4x^2 + x$ D. $3x^3 - 2x^2 - x$



核心笔记

1. 导数的几何意义, 要紧紧抓住切点. 通常有三类问题: 一是求曲线过某一点处的切线; 二是求两个函数的公切线; 三是求过某一点的直线是否与曲线相切. 解决这三类问题的方法都是设切点, 用导数求斜率, 建立等量关系. 在这三类问题中, 要注意公切线问题的本质就是两条曲线的切线重合, 从而根据直线重合的条件来得到相关的方程组, 进而研究问题. 同时, 注意“在点 $M(x_0, y_0)$ 处的切线”与“过点 $M(x_0, y_0)$ 的切线”的区别: “在点 $M(x_0, y_0)$ 处的切线”, 点 M 一定是切点, 且在曲线 $y = f(x)$ 上; “过点 $M(x_0, y_0)$ 的切线”, 点 M 不一定是切点, 且不一定在曲线 $y = f(x)$ 上. (练习运用: 第 6 题、第 7 题)

二、多项选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分.全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

9. (2025 浙江宁波期末)下列函数的导数计算正确的是 ()
- A. 若函数 $f(x) = \cos(-x)$, 则 $f'(x) = \sin x$
- B. 若函数 $f(x) = a^{-x} (a > 0 \text{ 且 } a \neq 1)$, 则 $f'(x) = -a^{-x} \ln a$
- C. 若函数 $f(x) = \lg x$, 则 $f'(x) = \frac{\lg e}{x}$ (e 是自然对数的底数)
- D. 若函数 $f(x) = \tan x$, 则 $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$
10. 新题型·判断正误(2025 江苏镇江期末)定义方程 $f(x) = f'(x)$ 的实数根 x_0 叫作函数 $f(x)$ 的“新不动点”,有下列函数,其中只有一个“新不动点”的函数有 ()
- A. $g(x) = x \cdot 2^x$
- B. $g(x) = -e^x - 2x$
- C. $g(x) = \ln x$
- D. $g(x) = \sin x + 2\cos x$
11. (2025 湖南桃源第一中学模拟)已知过点 $A(a, 0)$ 作曲线 $y = (1+x)e^x$ 的切线有且仅有 1 条,则 a 的可能取值为 ()
- A. -5 B. -3 C. -1 D. 1

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

12. (2024 甘肃兰州诊断)函数 $f(x) = xe^{-x}$ (e 是自然对数的底数)在 $x=1$ 处的切线方程是_____.
13. (2025 湖南常德期末)已知函数 $f(x) = e^{x-1} - a \ln x - a$, 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与直线 $2x + y - 1 = 0$ 垂直,则切线的方程为_____.
14. 若直线 $y = kx + b$ 是曲线 $y = \ln x$ 的切线,也是曲线 $y = e^{x-2}$ 的切线,则 $k =$ _____.



核心笔记

2. 曲线的切线与切点有关,当讨论曲线的切线时,缺乏切点信息,需设出切点,通过求导出切线的斜率,由点斜式方程求出切线方程,再根据题设条件求得切点的坐标,进而完成问题的解答.(练习运用:第 11 题、第 14 题)

大题过关一 函数与导数(1)

建议用时：45 分钟



1. (2025 东北三省三校一模)(本小题满分 13 分)

已知 $f(x) = \sin 2x + 2\cos x$, 求:(1) $f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线方程;(2) $f(x)$ 的单调递减区间.

2. (2024 重庆主城二测)(本小题满分 15 分)

已知函数 $f(x) = 1 - 2\ln x - \frac{a}{x^2} (a > 0)$.(1) 当 $a=4$ 时, 求函数 $f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;(2) 设函数 $f(x)$ 的极大值为 $M(a)$, 求证: $M(a) + 1 \leq \frac{1}{a}$.

3. (2025 东北三省四市一模)(本小题满分 15 分)

已知函数 $f(x) = \frac{x}{e^x} - ae^x, a \in \mathbf{R}$.

- (1) 当 $a=0$ 时,求 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程;
- (2) 当 $a=1$ 时,求 $f(x)$ 的单调区间和极值;
- (3) 若对任意 $x \in \mathbf{R}$,有 $f(x) \leq e^{x-1}$ 恒成立,求 a 的取值范围.

4. (2024 安徽六校教育研究会二测)(本小题满分 15 分)

- (1) 已知 $x > 0$,求证: $1+x < e^x < (1+x)^{1+x}$;
- (2) 证明: $\sum_{k=1}^n (n-k)^n < \frac{n^n}{e-1} (n \in \mathbf{N}^*)$.



提优篇

重难点突破

重难突破 1 函数与基本初等函数 I

题组 1 函数的奇偶性与单调性

建议用时: 45 分钟

- (2024 东北三省三校一模) 已知函数 $y=f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且当 $x<0$ 时, $f(x)=x^2+\frac{a}{x}$. 若 $f(3)=-8$, 则 $a=$ ()
 A. -3 B. 3 C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$
- (2023 广东模拟测试(一)) 已知函数 $f(x)=\begin{cases} 2^x, & x\geq 0, \\ -\left(\frac{1}{2}\right)^x, & x<0. \end{cases}$ 若 $f(a)<f(6-a)$, 则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $(-3, +\infty)$ B. $(-\infty, -3)$ C. $(3, +\infty)$ D. $(-\infty, 3)$
- (2023 福建厦门等七市一检) 写出一个同时满足下列三个性质的函数 $f(x)=$ _____.
 ①若 $xy>0$, 则 $f(x+y)=f(x)f(y)$;
 ② $f(x)=f(-x)$;
 ③ $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减.
- (多选题, 2023 安徽、云南、吉林、黑龙江联考) 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, $g(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且 $f(x), g(x)$ 在 $(-\infty, 0]$ 上单调递减, 则 ()
 A. $f[f(1)]<f[f(2)]$ B. $f[g(1)]<f[g(2)]$
 C. $g[f(1)]<g[f(2)]$ D. $g[g(1)]<g[g(2)]$
- (2022 重庆一诊) 已知 $a>0$ 且 $a\neq 1$, 则函数 $f(x)=\frac{a^x}{b}-\frac{b}{a^x}$ 为奇函数的一个充分不必要条件是 ()
 A. $b<0$ B. $b>-1$ C. $b=-1$ D. $b=\pm 1$
- (多选题, 2024 湖南新高考十八校联盟 3 月联考) 设函数 $f(x), g(x)$ 的定义域都为 $\mathbf{R}$, 且 $f(x)$ 是奇函数, $g(x)$ 是偶函数, 则下列结论正确的是 ()
 A. $f(x)g(x)$ 是奇函数
 B. $f(x)|g(x)|$ 是偶函数
 C. 若 $g(x)-f(x)=x^3+x^2+1$, 则 $f(1)+g(1)=1$
 D. 若函数 $f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上单调递减且 $f(1)=-1$, 则满足 $-1\leq f(x-2)\leq 1$ 的 x 的取值范围是 $[1, 3]$
- (2024 湖北宜荆荆三模) 若函数 $f(x)=\ln(e^{2x}-a)-x(x\in\mathbf{R})$ 为偶函数, 则 $a=$ _____.
- (2023 江苏南通等八市统考) 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, $y=f(x)+e^x$ 是偶函数, $y=f(x)-3e^x$ 是奇函数, 则 $f(x)$ 的最小值为 ()
 A. e B. $2\sqrt{2}$ C. $2\sqrt{3}$ D. $2e$
- (2024 云南昆明三模) 函数 $y=f(x)$ 在 $\mathbf{R}$ 上的图象是一条连续不断的曲线, 且与 x 轴有且仅有一个交点, 对任意 $x, y\in\mathbf{R}$, $f(x)+f(y)=f(\sqrt{x^2+y^2})$, $f(1)=1$, 则下列说法正确的是 ()



抽象函数背景下的函数性质

本节常从下面三个方面进行考查:

(1) 注重数学本质, 考查概念的理解和运用. 此类题目首先要判断函数的定义域, 紧接着直接利用函数奇偶性的判定法则和单调性的定义进行判断;

(2) 依托具体函数, 设计为分段函数形式. 此类试题主要考查对函数奇偶性概念的理解和运用、奇偶性函数性质等, 试题往往与单调性等综合, 将未知转化为已知是解决此类问题的基本思想方法;

(3) 设计类对称性函数结构, 迁移构造函数, 利用单调性解决问题. 解决此类问题要洞察函数结构的对称性, 迁移奇函数的对称性, 利用放缩巧妙构造新的函数, 结合单调性的思想解决问题.

题组总结



- A. $f(2)=2$ B. $f(x)$ 为奇函数
C. $f(x)$ 在 $(0, +\infty)$ 上单调递减 D. 若 $f(x) \leq 4$, 则 $x \in [-2, 2]$

10. (2022 江苏南京 5 月模拟) 已知 $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \geq 0, \\ -x^2, & x < 0, \end{cases}$ 若 $\forall x \geq 1, f(x+2m) + mf(x) > 0$, 则实数 m 的取值范围是 ()
A. $(-1, +\infty)$ B. $(-\frac{1}{4}, +\infty)$ C. $(0, +\infty)$ D. $(-\frac{1}{2}, 1)$

题组 2 函数的周期性

建议用时: 45 分钟

- (2024 安徽芜湖三模) 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 且 $f(x+4) = f(x)$, 当 $2 < x < 4$ 时, $f(x) = 2^{x-2}$, 则 $f(1) =$ ()
A. -4 B. -2 C. 2 D. 4
- (2023 安徽合肥二检) 若定义域为 $\mathbf{R}$ 的奇函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = f(x+1) + f(x-1)$, 且 $f(1) = 2$, 则 $f(2024) =$ _____.
- (2023 江苏南通等七市一调) 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 且 $f(2x+1)$ 为偶函数, $f(x) = f(x+1) - f(x+2)$, 若 $f(1) = 2$, 则 $f(18) =$ ()
A. 1 B. 2 C. -1 D. -2
- (多选题, 2023 浙江杭州二模) 已知函数 $f(x) (x \in \mathbf{R})$ 是奇函数, $f(x+2) = f(-x)$ 且 $f(1) = 2$, $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数, 则 ()
A. $f(2023) = 2$ B. $f'(x)$ 的周期是 4
C. $f'(x)$ 是偶函数 D. $f'(1) = 1$
- (2024 湖北黄冈二模) 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, $f(x) = g(x-1) + 2$, 若函数 $g(x)$ 为奇函数, $g(x+1)$ 为偶函数, 且 $f(2) = 1$, 则 $\sum_{k=1}^{23} g(k) =$ ()
A. -1 B. 0 C. 1 D. 2
- (多选题, 2022 江苏泰州模拟) 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的单调递增的函数 $f(x)$ 满足: 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 有 $f(1-x) + f(1+x) = 2$, $f(2+x) + f(2-x) = 4$, 则 ()
A. 当 $x \in \mathbf{Z}$ 时, $f(x) = x$
B. 任意 $x \in \mathbf{R}$, $f(-x) = -f(x)$
C. 存在非零实数 T , 使得任意 $x \in \mathbf{R}$, $f(x+T) = f(x)$
D. 存在非零实数 c , 使得任意 $x \in \mathbf{R}$, $|f(x) - cx| \leq 1$
- (多选题, 2022 湖南株洲质检) 设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$, 如果存在常数 $T (T \neq 0)$, 对于任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $f(x+T) = T \cdot f(x)$, 则称函数 $y = f(x)$ 是“类周期函数”, T 为函数 $y = f(x)$ 的“类周期”. 下列四个命题正确的是 ()
A. 函数 $f(x) = 3^{-x}$ 是“类周期函数”
B. 函数 $f(x) = x^3$ 是“类周期函数”
C. 如果函数 $f(x) = \cos \omega x$ 是“类周期函数”, 那么“ $\omega = k\pi, k \in \mathbf{Z}$ ”
D. 如果“类周期函数” $y = f(x)$ 的“类周期”为 -1, 那么它是周期为 2 的周期函数
- (多选题, 2024 福建福州三模) 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 同时满足: ① $f(x+1) - f(x) = 2x + 2, x \in \mathbf{R}$; ② 当 $x \in [0, 1]$ 时, $|f(x)| \leq 1$, 则 ()
A. $f(0) = -1$ B. $f(x)$ 为偶函数



题组总结

函数的周期性问题主要包括以下两个题型:

(1) 已知函数的周期性(显性的), 求函数值, 利用函数的周期性, 可将其他区间上的求值等问题, 转化到已知区间上, 进而解决问题. (2) 已知函数的周期性(隐性的), 求函数值, 已知函数的周期性(隐性的), 可利用周期性的性质, 先明确了周期再将其其他区间上的求值转化到已知区间上, 进而解决问题. 奇偶性、单调性、周期性的综合性问题, 关键是利用奇偶性和周期性将未知区间上的问题转化为已知区间上的问题, 周期性起到转换自变量值的作用, 奇偶性起到调节符号作用.



抽象函数背景下的函数性质

C. $\exists n \in \mathbf{N}^*$, 使得 $f(n) > 2024n$

D. $\forall x \in \mathbf{R}$, $|f(x)| < x^2 + |x| + 3$

9. (多选题, 2024 湖北武汉 4 月调研) 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的导函数分别为 $f'(x)$ 和 $g'(x)$, 若 $g(x) - f(3-x) = 2$, $f'(x) = g'(x-1)$, 且 $g(-x+2) = -g(x+2)$, 则下列说法一定正确的是 ()

A. $g(x+2)$ 为偶函数

B. $f'(x+2)$ 为奇函数

C. 函数 $f(x)$ 是周期函数

D. $\sum_{k=1}^{2024} g(k) = 0$

题组 3 函数的图象

建议用时: 45 分钟

1. (2024 湖南邵阳三模) 下列函数对于任意 $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$, 都有 $f\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right) \geq \frac{f(x_1)+f(x_2)}{2}$ 成立的是 ()

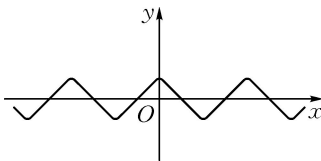
A. $f(x) = \ln x$

B. $f(x) = x^2 + 1$

C. $f(x) = 2^x$

D. $f(x) = x^{\frac{1}{x}}$

2. (2024 广东广州一模) 已知函数 $f(x)$ 的部分图象如图所示, 则 $f(x)$ 的解析式可能是 ()



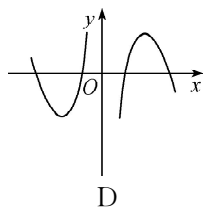
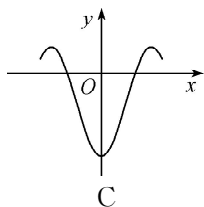
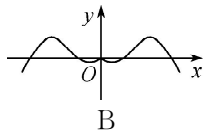
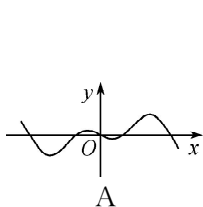
A. $f(x) = \sin(\tan x)$

B. $f(x) = \tan(\sin x)$

C. $f(x) = \cos(\tan x)$

D. $f(x) = \tan(\cos x)$

3. (2024 河北保定二模) 函数 $f(x) = \frac{1-e^x}{1+e^x} \cos 2x$ 的部分图象大致为 ()



4. (2024 浙江温州三模) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 3, & x > 0, \\ 2^x, & x \leq 0, \end{cases}$ 则关于 x 的方程 $f(x) = ax + 2$ 的根的个数不可能是 ()

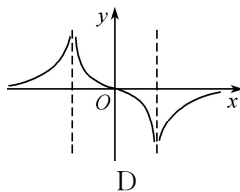
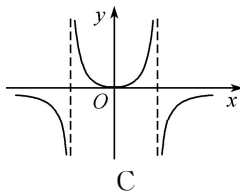
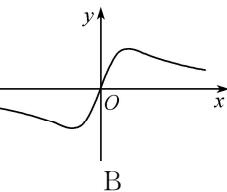
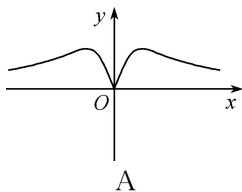
A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

5. (2022 江苏南通等七市三调) 函数 $f(x) = \frac{ax+b}{x^2+c}$ ($a, b, c \in \mathbf{R}$) 的图象可能是 ()



6. (2024 山西 T8 联考(二)) 方程 $4|\cos t| - \sqrt{t} = 0$ 的实数根的个数为 ()

A. 9

B. 10

C. 11

D. 12

函数的图象与性质主要考查三种能力:

(1) 识图, 这里的“识图”是指利用函数的定义域判断函数图象的左右位置; 利用函数的值域判断函数图象的上下位置; 利用函数的奇偶性判断函数图象的对称性; 利用函数的单调性判断函数图象的升降趋势等.

(2) 作图, 是利用基本初等函数图象或函数图象变换作出所需图象, 然后通过图象研究函数的性质, 并通过性质解决不等式、零点等问题;

(3) 用图, 运用已有的基本初等函数图象或运用函数图象变换作出所研究函数的图象, 再利用作出的图象研究函数的性质, 从而解决问题.

题组总结





►【思想方法点拨】数
形结合思想

7. (多选题, 2023 河北石家庄期末) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^{x-1} + 2^{1-x} - 2, & x \geq 0, \\ x^2 + 2x + \frac{1}{2}, & x < 0, \end{cases}$ 若 $f(x_1) = f(x_2) = f(x_3) = f(x_4)$, 且 $x_1 < x_2 < x_3 < x_4$, 则 ()
- A. $x_1 + x_2 = -2$ B. $0 < x_3 < 1 < x_4 < 2$
- C. $x_3 x_4 \geq 1$ D. $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0$
8. (2022 湖南岳阳一模) 已知函数 $f(x) = \begin{cases} \log_2(x+1), & x > 3, \\ \frac{1}{3}|x+3|, & -9 \leq x \leq 3, \end{cases}$ 若 $x_1 < x_2, x_1 < x_3$, 且 $f(x_1) = f(x_2), f(x_1) + f(x_3) = 4$, 则 $\frac{x_3}{x_1 + x_2}$ 的取值范围是_____.
9. 设符号 $\min\{x, y, z\}$ 表示 x, y, z 中的最小者, 已知函数 $f(x) = \min\{|x-2|, x^2, |x+2|\}$, 则下列结论正确的是 ()
- A. $\forall x \in [0, +\infty), f(x-2) > f(x)$ B. $\forall x \in [1, +\infty), f(x-2) > f(x)$
- C. $\forall x \in \mathbf{R}, f[f(x)] \leq f(x)$ D. $\forall x \in \mathbf{R}, f[f(x)] > f(x)$
10. (多选题, 2023 东北三省四市联考) 已知函数 $f(x)$ 是定义在 $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$ 上的偶函数, 当 $x > 0$ 时, $f(x) = \begin{cases} 2^{-|x-1|}, & 0 < x \leq 2, \\ 2f(x-2), & x > 2. \end{cases}$ 若方程 $g(x) = f(x)$ 有四个不相等的实数根, 则满足条件的 $g(x)$ 可以为 ()
- A. $g(x) = 1$ B. $g(x) = |\log_4 x|$
- C. $g(x) = \log_4 |x|$ D. $g(x) = \sin \frac{\pi x}{4}$

题组 4 函数图象的对称性

建议用时: 45 分钟

1. (2024 湖南长沙二模) 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 是奇函数, 对任意 $x \in \mathbf{R}$ 都有 $f(x+1) = f(1-x)$, 当 $f(-3) = -2$ 时, 则 $f(2023) =$ ()
- A. 2 B. -2 C. 0 D. -4
2. (2024 江苏泰州四调) 已知函数 $f(x) = \log_2 \left(a - \frac{1}{x+1} \right) + b$, 若函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(1, 0)$ 对称, 则 $\log_a b =$ ()
- A. -3 B. -2 C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{3}$
3. (2023 山西 1 月调研) 写出一个同时满足下列三个条件的函数 $f(x)$ 的解析式: _____.
- ① $f(1+x) = f(1-x)$; ② $f\left(\frac{3}{2}+x\right) = -f\left(\frac{3}{2}-x\right)$; ③ $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递增.
4. (2024 浙江温州二模) 已知定义在 $(0, 1)$ 上的函数 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{n}, & x \text{ 是有理数 } \frac{m}{n} (m, n \text{ 是互质的正整数}), \\ 1, & x \text{ 是无理数}, \end{cases}$ 则下列结论正确的是 ()
- A. $f(x)$ 的图象关于直线 $x = \frac{1}{2}$ 对称 B. $f(x)$ 的图象关于点 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 对称
- C. $f(x)$ 在 $(0, 1)$ 上单调递增 D. $f(x)$ 有最小值



题组总结

函数的图象的对称性主要考查:

(1) 中心对称, 函数 $y = f(x)$ 的图象关于点 $A(a, b)$ 对称的充要条件是: $f(x) + f(2a-x) = 2b$, 即 $f(a-x) + f(a+x) = 2b$. (2) 轴对称, 函数 $y = f(x)$ 的图象关于直线 $x = a$ 对称的充要条件是: $f(a+x) = f(a-x)$, 即 $f(x) = f(2a-x)$. 在运用函数图象的对称性时, 不仅要熟悉基本初等函数的图象, 还要熟练掌握有关图象变换, 会用图象变换作出某些函数图象. 要学会数形结合的思想, 当从函数解析式的角度不好考虑问题时, 需要借助于函数的图象, 这样有助于我们简便地解决有关函数图象和性质的问题.

5. (多选题, 2023 湖南常德期末) 已知定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x)$ 满足 $f\left(x+\frac{7}{2}\right)+f(x)=0$, 且 $y=f\left(x-\frac{7}{4}\right)$ 为奇函数, 则下列说法一定正确的有 ()
- A. 函数 $f(x)$ 的周期为 $\frac{7}{2}$ B. 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $\left(-\frac{7}{4}, 0\right)$ 对称
- C. 函数 $f(x)$ 为偶函数 D. 函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{7}{4}$ 对称
6. (多选题, 2022 河北秦皇岛二模) 已知函数 $f(x)=\lg(\sqrt{x^2+100}-x)$, $g(x)=\frac{2}{1+2^x}$, $F(x)=f(x)+g(x)$, 则 ()
- A. $f(x)$ 的图象关于 $(0, 1)$ 对称
- B. $g(x)$ 的图象没有对称中心
- C. 对任意的 $x \in [-a, a] (a > 0)$, $F(x)$ 的最大值与最小值之和为 4
- D. 若 $\frac{F(x-3)+x-3}{x-1} < 1$, 则实数 x 的取值范围是 $(-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$
7. (2023 湖北 4 月调研) 已知函数 $f(x)$ 及其导函数 $f'(x)$ 的定义域均为 $\mathbf{R}$, 且满足 $f\left(\frac{3}{2}+x\right)-f\left(\frac{3}{2}-x\right)=2x$. 记 $g(x)=f'(x)$, 其导函数为 $g'(x)$, 且 $g'(3-x)$ 的图象关于原点对称, 则 $g'(9)+g\left(\frac{9}{2}\right)=$ ()
- A. 0 B. 3 C. 4 D. 1
8. (2024 福建泉州质检(三)) 已知函数 $f(x)=x^2\left(1-\frac{2}{e^x+1}\right)$, $g(x)$ 满足 $g(1+3x)+g(3-3x)=0$, $G(x)=f(x-2)-g(x)$, 若 $G(x)$ 恰有 $(2n+1) (n \in \mathbf{N}^*)$ 个零点, 则这 $(2n+1)$ 个零点之和为 ()
- A. $2n$ B. $2n+1$ C. $4n$ D. $4n+2$
9. (2024 山东济南二模) 已知函数 $f(x)=x^3-3x^2+3x+2^{x-1}-2^{-x+1}$, 若实数 x, y 满足 $f(3x^2)+f(2y^2-4)=2$, 则 $x+y$ 的最大值为 _____.
10. (多选题) 设函数 $f(x)=\frac{\sin \pi x}{x^2-x+\frac{5}{4}}$, 则下列结论正确的是 ()
- A. $f(x) \leq 1$ B. $|f(x)| \leq 4|x|$
- C. 曲线 $y=f(x)$ 存在对称轴 D. 曲线 $y=f(x)$ 存在对称中心

题组 5 比较大小

建议用时: 45 分钟

1. (2024 湖北武汉 4 月调研) 记 $a=3^{0.2}$, $b=0.3^{-0.2}$, $c=\log_{0.2} 0.3$, 则 ()
- A. $a > b > c$ B. $b > c > a$
- C. $c > b > a$ D. $b > a > c$
2. (多选题, 2024 福建厦门四检) 若 $a < b < 0$, 则 ()
- A. $a^2 > b^2$ B. $ab < b^2$ C. $2^a > 2^b$ D. $\frac{a}{b} + \frac{4b}{a} \geq 4$

比较大小往往可以从代数和几何两方面加以探寻, 即利用函数的性质及图象解答. 常有以下方法和技巧:

(1) 求同存异: 如果两个指数(或对数)的底数相同, 则可通过真数的大小与指数对数函数的单调性, 判断出指数(或对数)的关系, 所以要熟练运用公式, 尽量将比较的对象转化为某一部分相同的情况;

3. (2023 山东潍坊模拟) 已知 $2020^a = 2021$, $2021^b = 2020$, $c = \ln 2$, 则 ()
- A. $\log_a c > \log_b c$ B. $\log_a a > \log_b b$
C. $a^c < b^c$ D. $c^a < c^b$
4. (2022 江苏南通联考) 已知 $a = e - 1$, $b = \sqrt[3]{e^4} - \frac{3}{4}$, $c = 4 - \frac{1}{2\ln 2}$, 则 ()
- A. $b > c > a$ B. $a > c > b$
C. $c > b > a$ D. $c > a > b$
5. (2023 江苏南京、盐城一模) 设 $a, b \in \mathbf{R}$, $4^b = 6^a - 2^a$, $5^a = 6^b - 2^b$, 则 ()
- A. $1 < a < b$ B. $0 < b < a$
C. $b < 0 < a$ D. $b < a < 1$
6. (2023 重庆质检(七)) 已知 $a = \log_3 5$, $b = \log_2 \sqrt{8}$, $c = \sqrt{e}$, 则 a, b, c 的大小关系为 ()
- A. $a < c < b$ B. $b < c < a$
C. $c < a < b$ D. $a < b < c$
7. (2024 安徽合肥一模) 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $(0, +\infty)$, 且 $(x+y) \cdot f(x+y) = xyf(x)f(y)$, $f(1) = e$, 记 $a = f\left(\frac{1}{2}\right)$, $b = f(2)$, $c = f(3)$, 则 ()
- A. $a < b < c$ B. $b < a < c$
C. $a < c < b$ D. $c < b < a$
8. (2022 江苏扬州期末) 已知 $a = \sin 2$, $b = 2 - \frac{4}{\pi}$, $c = \tan(\pi - 2)$, 则 ()
- A. $a > b > c$ B. $a > c > b$
C. $c > a > b$ D. $c > b > a$
9. (2023 广东广州 8 月阶段测试) 设 $a = \ln 1.1$, $b = e^{0.1} - 1$, $c = \tan 0.1$, $d = \frac{0.4}{\pi}$, 则 ()
- A. $a < b < c < d$ B. $a < c < b < d$
C. $a < b < d < c$ D. $a < c < d < b$
10. (多选题, 2023 湖北十七所重点中学联考) 已知 $\frac{1+\ln a}{a} = \frac{e^{1-b}}{b} = \frac{ec-1}{c} > 0$, 则 ()
- A. $a \geq b$ B. $b > c$
C. $a \geq c$ D. $2b \geq a + c$

构造函数
比较大小

题组总结

(2) 利用特殊值作“中间量”: 在指数中通常可优先选择“ $-1, 0, 1$ ”对所比较的数进行划分, 然后再进行比较, 也有一些题目需要选择特殊的常数对所比较的数的值进行估计;

(3) 构造函数利用函数单调性比较大小: 此类问题往往条件比较零散, 不易寻找入手点, 所以处理这类问题要将条件与结论结合着分析, 在构造函数时要根据条件的特点进行猜想, 多进行试验与调整.

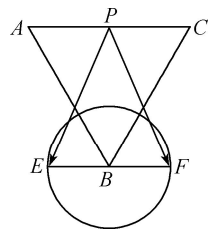
冲刺篇

提升冲刺 1

建议用时: 45 分钟

一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分.

- (2023 浙江知临中学 5 月模拟) 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 4, 5, 6\}$, $B = \{1, 2, 3, 5\}$, 则 $5 \notin$ ()
 A. $(\complement_U B) \cap A$ B. $(\complement_U B) \cup A$ C. $A \cup B$ D. $A \cap B$
- (2023 福建双十中学适应性考试) 若虚数 z 使得 $z^2 + z$ 是实数, 则 z 满足 ()
 A. 实部是 $-\frac{1}{2}$ B. 实部是 $\frac{1}{2}$ C. 虚部是 0 D. 虚部是 $\frac{1}{2}$
- (2024 重庆育才中学 5 月模拟) 若 $2^x - 4^y = 2$, $x, y \in \mathbf{R}$, 则 $x - y$ 的最小值为 ()
 A. 1 B. 1.5 C. 2 D. 2.5
- (2024 江苏扬州中学模拟) 记等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项之积为 T_n , 则“ $a_6 \cdot a_7 > 1$ ”是“ $T_{12} > 1$ ”的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件
- (2024 安徽安师大附中最后一卷) 已知 A, B, C, D, E, F 六个人站成一排, 要求 A 和 B 不相邻, C 不站两端, 则不同的排法共有 ()
 A. 186 种 B. 264 种 C. 284 种 D. 336 种
- (2023 广东深圳 4 月冲刺) 如图所示, $\triangle ABC$ 是边长为 8 的等边三角形, P 为边 AC 上的一个动点, EF 是以 B 为圆心、3 为半径的圆的直径, 则 $\overrightarrow{PE} \cdot \overrightarrow{PF}$ 的取值范围是 ()
 A. $[28, 46]$ B. $[32, 58]$
 C. $[39, 55]$ D. $[42, 60]$
- (2024 广东华南师大附中四模) 在平面直角坐标系 xOy 中, 设 α, β 都是锐角, 若 $\alpha, \beta, \alpha + \beta$ 的始边都与 x 轴的非负半轴重合, 终边分别与圆 $x^2 + y^2 = 1$ 交于点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3)$, 且满足 $y_2 = y_1 x_3$, 则当 β 最大时, $\tan 2\beta$ 的值为 ()
 A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{4\sqrt{2}}{7}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{8}$
- (2024 河北南宫中学模拟) 设方程 $2^x + x + 3 = 0$ 和方程 $\log_2 x + x + 3 = 0$ 的根分别为 p, q , 设函数 $f(x) = (x + p)(x + q)$, 则 ()
 A. $f(2) = f(0) < f(3)$ B. $f(0) = f(3) > f(2)$
 C. $f(3) < f(2) = f(0)$ D. $f(0) < f(3) < f(2)$



二、多项选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分.

- (2024 安徽合肥六中最后一卷) 近年来, 合肥汽车产业处在高速发展阶段, 新能源赛道尤为突出, 被工业和信息化部批准为全国唯一新能源汽车产业链供应链生态体系建设试点市. 某专业机构评定新能源汽车品质优秀的一个指标为“某地区连续 14 天每天发生故障的车辆不超过 7 台”. 根据该地区过去 14 天甲、乙、丙、丁四种品牌新能源汽车故障数据, 可知一定符合该品质优秀指标的是 ()

一、考前应试策略

- 提前进入“角色”: 高考前睡足、过公式定理、看易忘结论、最佳竞技状态进考场.
- 精神要放松, 情绪要自控: 自我安慰、情绪乐观、高考像独立作业.
- 查漏补缺, 巩固成绩: 看看重要知识和方法, 想想自己易出现的错误, 回顾数学解题策略, 进而启动数学思维, 提前进入应试“角色”.

 考前提醒

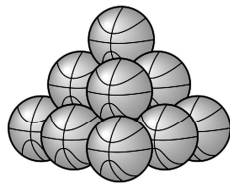
A. 甲品牌:平均数为 4,极差为 4

B. 乙品牌:平均数为 1,标准差大于 0

C. 丙品牌:平均数为 2,方差为 2

D. 丁品牌:中位数为 2,众数为 3

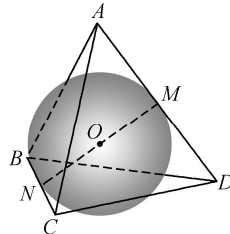
10. (2024 河南信阳中学三模)南宋数学家杨辉所著的《详解九章算法·商功》中出现了如图所示的形状,后人称为“三角垛”.“三角垛”的最上层有 1 个球,第二层有 3 个球,第三层有 6 个球……设各层球数构成一个数列 $\{a_n\}$,且 $a_1=1$,数列 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$ 的前 n 项和为 S_n ,则下列结论正确的是



()

A. $a_4=12$ B. $a_{n+1}=a_n+n+1$ C. $S_n=\frac{2n}{n+1}$ D. $a_{100}=4950$

11. (2023 福建泉州五中适应性检测(二))如图,在棱长为 2 的正四面体 $ABCD$ 中, M,N 分别为棱 AD,BC 的中点, O 为线段 MN 的中点,球 O 的表面正好经过点 M ,则下列结论正确的是



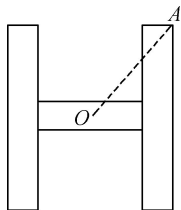
()

A. $AO \perp$ 平面 BCD B. 球 O 的体积为 $\frac{\sqrt{2}\pi}{3}$ C. 球 O 被平面 BCD 截得的截面面积为 $\frac{4\pi}{3}$ D. 过点 O 与直线 AB,CD 所成角均为 $\frac{\pi}{3}$ 的直线可作 4 条

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

12. (2024 广东江门一中龙门一跃)已知函数 $f(x)=\begin{cases} (3-a)x-1, & x<1, \\ x^a, & x\geq 1 \end{cases}$ 是 $\mathbf{R}$ 上的增函数,则实数 a 的值可以是_____ (写出一个满足题意的 a 即可).

13. (2024 江苏姜堰中学适应性考试)为某商品设计一个“H”型商标,如图所示,“H”型商标由两竖一横三个等宽的矩形组成.设计要求“H”型商标关于点 O 中心对称,两个竖直矩形全等且它们的长边是横向矩形长边的 2 倍,点 O 到点 A 的距离为 4 cm.若记“H”型商标的面积为 S ,则 S 的最大值为_____ cm^2 .



14. (2023 浙江镇海中学 5 月模拟)已知椭圆 $C: \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$, F_1, F_2 分别是其左、右焦点, P 为椭圆 C 上非长轴端点的任意一点, D 是 x 轴上一点,使得 PD 平分 $\angle F_1PF_2$. 过点 D 作 PF_1, PF_2 的垂线,垂足分别为 A, B ,则 $\frac{S_{\triangle DAB}}{S_{\triangle PF_1F_2}}$ 的最大值是_____.



考前提醒

二、解题策略

高考数学试卷共有 22 个题,考试时间为两个小时,平均每题约为 5.5 分钟.为了给解答题中的中高档题留下较充裕的时间,每道选择题、填空题应在 2 至 3 分钟之内解决.若这些题目用时太长,即使做对了也是“潜在丢分”或“隐含失分”.一般,客观性试题与主观性试题的时间分配为 4 : 6.