

二 两、三位数除以两位数

概述:探索并理解多位数除法的算理,掌握算法,感悟从未知到已知的转化,形成数感和运算能力。经历探索简单除法运算规律的过程,并能利用规律进行简便计算、解决周期问题,形成初步的模型意识 and 应用意识。

单元核心素养的主要表现及其内涵

考向 1 除法中的简算

高频考题

例 用你喜欢的简便方法计算下面各题。

- (1) $270 \div 5 \div 6$ $560 \div 16 \div 5$ (2) $540 \div 36$ $450 \div 18$
 (3) $225 \div 25$ $3000 \div 125$

分析 (1) 运用除法的性质:“一个数连续除以两个数,等于除以这两个数的积”进行简便计算。

$$\begin{aligned} &270 \div 5 \div 6 & 560 \div 16 \div 5 \\ &= 270 \div (5 \times 6) & = 560 \div (16 \times 5) \\ &= 270 \div 30 & = 560 \div 80 \\ &= 9 & = 7 \end{aligned}$$

(2) 将除法的性质反过来运用可以简便计算。

$$\begin{aligned} &540 \div 36 & 450 \div 18 \\ &= 540 \div (9 \times 4) & = 450 \div (9 \times 2) \\ &= 540 \div 9 \div 4 & = 450 \div 9 \div 2 \\ &= 60 \div 4 & = 50 \div 2 \\ &= 15 & = 25 \end{aligned}$$

方法技巧

这类题主要是根据题中数的特点,运用除法性质或商不变的规律将除数转化为整十、整百、整千数或一位数进行简便计算。

(3) 根据商不变的规律:“被除数和除数同时乘或除以一个相同的数(0 除外),商不变”进行简便计算。

$$\begin{aligned} 225 \div 25 &= (225 \times 4) \div (25 \times 4) = 900 \div 100 = 9 \\ 3000 \div 125 &= (3000 \times 8) \div (125 \times 8) = 24000 \div 1000 = 24 \end{aligned}$$

解答 (1) 9 7 (2) 15 25 (3) 9 24

跟进练习

练 1 用简便方法计算下面各题。

$$480 \div 3 \div 8 \quad 490 \div 35 \quad 6300 \div 4 \div 21 \div 25$$

练 2 用简便方法计算下面各题。

$$70000 \div 25 \quad 70000 \div 125 \quad 70000 \div 125 \div 5$$

考向 2 竖式中的推理

高频考题

例 波波同学和小伙伴们想进入城堡寻宝,可是他们必须先填齐右图中所有的数字才能打开城门。聪明的你能帮助他们一起想办法吗?

$$\begin{array}{r} \square\square \\ 5 \square \overline{) \square\square\square\square\square} \\ \square 6 \square \\ \hline \square\square\square \\ 4 \ 3 \ 2 \\ \hline 0 \end{array}$$

分析 显然,这个问题最大的难点在于被除数、除数和商都未知,只知道除数的十位上是5,别的什么都不知道。

仔细观察,竖式中的432是除数5□和商的个位上的数字相乘的积,经过尝试只有 $54 \times 8 = 432$,所以除数是54,商的个位上的数字是8,当然因为没有余数,432的上面也是432(如图中红色数字部分)。

$$\begin{array}{r}
 \overline{) 2052} \\
 \underline{162} \\
 432 \\
 \underline{432} \\
 0
 \end{array}$$

方法技巧

这类题重要的是先找到类似于“432”这样的题眼,通过尝试得出除数和商个位上的数字,再用推理出的除数继续尝试和推理。当然验算是个好习惯哟!

接着分析54与商的十位上的数字相乘的结果是□6□,经过尝试,也只有一个: $54 \times 3 = 162$,所以商的十位上的数字是3(如图中绿色数字部分)。

再进一步推理出被除数是 $1620 + 432 = 2052$ (如图中蓝色数字部分)。

最后经过检验: $2052 \div 54 = 38$,完全正确!

解答

$$\begin{array}{r}
 \overline{) 2052} \\
 \underline{162} \\
 432 \\
 \underline{432} \\
 0
 \end{array}$$

跟进练习

练1

$$\begin{array}{r}
 \overline{) } \\
 \underline{102} \\
 \\
 \underline{ } \\
 20
 \end{array}$$

练2

$$\begin{array}{r}
 \overline{) 50 } \\
 \underline{ 6} \\
 \\
 \underline{ } \\
 0
 \end{array}$$

考向 3 日历中的周期

高频考题

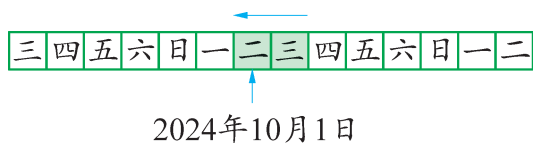
例 (2025 南通市如皋期末) 2025 年 1 月 1 日是星期三, 2025 年春节是 1 月 29 日, 这天是星期(), 2024 年国庆节是星期()。

分析 2025 年 1 月 1 日是星期三, 如果将这一天看作周期的开始, 那么这一周的星期依次就是:

三	四	五	六	日	一	二
---	---	---	---	---	---	---

要想知道 2025 年春节是星期几, 就得先算出从 1 月 1 日到“春节”的 1 月 29 日共有 29 天, 而每 7 天一个周期, $29 \div 7 = 4(\text{周}) \cdots \cdots 1(\text{天})$, 这就是说春节这一天是从 1 月 1 日开始的第 $4 + 1 = 5$ 周的第 1 天, 这一天和第一周的第 1 天同星期, 所以 2025 年春节是星期三。

这一问与上一问有所不同, 需要倒过来推, 不过也要先算出从 2024 年国庆节的 10 月 1 日到 2025 年的 1 月 1 日一共有多少天, $31 + 30 + 31 + 1 = 93(\text{天})$ 。根据 $93 \div 7 = 13(\text{周}) \cdots \cdots 2(\text{天})$, 可知一共经历了 13 周多 2 天, 因为周期的第一天是星期三, 倒过来也就是向前推 2 天(如下图), 所以 2024 年国庆节是星期二。



方法技巧

这类题要先算出前后两个日期所经历的总天数, 再根据天数除以一星期 7 天, 得到余数, 来正推或倒推出要求问题的答案。

解答 三 二

跟进练习

练 1 2027 年五一国际劳动节是星期六,那么这一年的建军节是星期几?

练 2 2027 年五一国际劳动节是星期六,那么 2026 年的建党节是星期几?

考向 4 密码中的周期

高频考题

例 (2025 苏州市张家港期末)“142857”是一组神奇的“走马灯数”。小明把“走马灯数”排成一行(如下):142857142857142857...从前往后数,排在第 32 个位置上的数字是(),前 32 个数字的和是()。

分析 根据题意可知,题中“走马灯数”142857142857142857...的周期是“142857”,周期数是 6; $32 \div 6 = 5(\text{组}) \cdots \cdots 2(\text{个})$,所以第 32 个位置上的数字就是每组走马灯数的第二个,也就是数字 4。

前 32 个数字里面有 5 组走马灯数,还余 2 个数,余下的数分别是 1 和 4。一组数字的和是 $1+4+2+8+5+7=27$,5 组数字和就是 $27 \times 5 = 135$ 。 $135 + 1 + 4 = 140$ 。

解答 4 140

方法技巧

这类题要先找出周期数,再根据余数找到对应的数字,根据组数和余数求数字和。

跟进练习

练1 (2025 泰州市兴化期末)“12345679”被称为“缺8数”,小娟把缺8数像这样“123456791234567912345679…”连续写成一排,这排数从左数起第54个数字是(),这54个数的和是()。

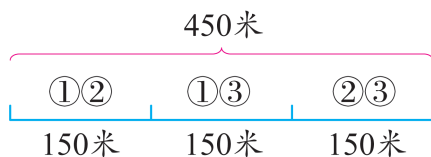
练2 小明在作业本上写下这样一列数:1,2,2,3,3,3,1,2,2,3,3,3…他将每()个数看作一组,排在第36个的数是(),前36个数的和是()。

考向5 小猴运瓜问题

高频考题

例 (2025 徐州市云龙区期末改编)一个大西瓜,需要2只小猴一起抬。3只小猴要把这个大西瓜从离家450米远的地方抬回家,平均每只小猴要抬多少米?

分析 把3只小猴分别编上序号①②③,画出示意图如下:



可以看出每只小猴走了2个150米,也就是300米。也可以用假设法厘清题目中的数量关系:假设只有2只小猴从离家450米远的地方把这个大西瓜抬回家,那么两只小猴抬的“总路程”是 $450 \times 2 = 900$ (米)。

把两只小猴抬的“总路程”平均分给3只小猴去抬,平均每只小猴抬的路程是 $900 \div 3 = 300$ (米)。

解答 $450 \times 2 \div 3 = 300$ (米)

答:平均每只小猴要抬300米。

方法技巧

解决这类题时,可以先画图帮助我们抽象的问题直观化,能把抽象的条件变得一目了然,从而顺利解决问题。

跟进练习

练 1 (2025 盐城市阜宁期末改编)一个大西瓜需要 2 只小猴一起抬。3 只小猴要把这个大西瓜从离家 600 米远的地方抬回家,平均每只小猴要抬多少米?

练 2 (2025 南京市溧水区期末改编)“神舟十三号”飞船共有 3 名航天员,每次在舱外工作需要 2 人同时出舱,3 名航天员在整个太空期间出舱 3 次(出舱工作时间按 18 个小时算),平均每人出舱工作多少小时?

练 3 5 个人同时从车站出发前往 960 米外的图书馆。只有一辆三轮车供他们轮流骑(每次 1 人骑,载 2 人)。平均每人骑行多少米?

三 观察物体

概述:结合学生身边熟悉的场景,通过从不同方位观察同一物体,引导学生经历图形的抽象过程,积累观察物体的经验,引导学生将观察到的图像与观察方位对应,发展空间观念和想象能力。

单元核心素养的主要表现及其内涵

考向 1 图形拼搭中的最少问题

高频考题

例 (2025 滁州市明光期末)如图,给这个物体至少再添加()个同样大的小正方体,能使它变成一个较大的正方体。



分析 观察给出的物体,从上往下数,第一层有 1 个小正方体,第二层有 4 个小正方体,所以这个物体是由 $1+4=5$ (个)小正方体拼搭成的。

要想把原来的物体变成正方体,得先推理出所拼搭成的正方体至少有多大。原来图形共有 2 层,最底层最大,共有 3 排。因此,要拼搭成一个正方体,所拼搭成的正方体应至少有 3 层,而且每层有 3 排,每排都有 3 个小正方体。因此,每层需要 $3 \times 3 = 9$ (个)小正方体,3 层共需 $9 \times 3 = 27$ (个)。而原来的物体中只有 5 个小正方体,所以,至少需要再增加 $27 - 5 = 22$ (个)小正方体。

方法技巧

解决这类题的关键是要根据现有物体能找到变成长方体、正方体最少所需的层数、每层排数和每排个数。

解答 22

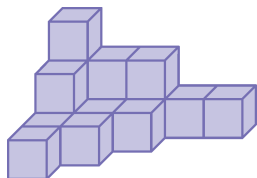
跟进练习

练1 (2025 苏州市吴江区期末) 如图, 东东用小正方体摆成一个物体, 至少添上()个同样大的小正方体, 才能摆成一个长方体。

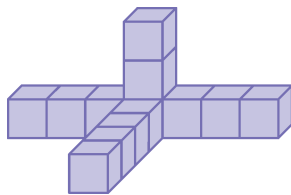


练2 下面两个图分别是由多少个小正方体拼搭成的, 至少要再增加多少个这样的小正方体才能使它们分别变成一个长方体? 如果要变成一个正方体呢?

(1)



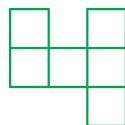
(2)



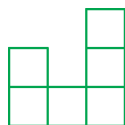
考向2 观察图形中的最多与最少问题

高频考题

例 用若干个同样大的小正方体拼成一个物体, 从上面和前面看到的图形如右图。拼成这个物体最少要用多少个这样的小正方体? 最多呢?



从上面看



从前面看

分析 我们以从上面看到的图形(如图1)为基础来推理, 根据6个小正方形所在位置, 可以想象出最底层对应的6个小正方体的排列情况如图2, 每个位置只需1个小正方体即可, 同时在图1每个方格中标注小正方体的个数为“1”。

再来结合从前面看到的图形(如图3)继续推理, 第1、2、3列看到的小正方形的个数分别为2、1、3(如图4)。第2列看到的只有1个小正方体, 图2的排列仍

是符合要求的;但第1列看到的是2个(如图3波浪线部分),因此,这意味着至少需要在第1列的某个位置上方再放1个小正方体(如图6),此时可将第1列任意一个位置上标注的“1”改为“2”(如图5);同样地,第3列看到的是3个小正方体(如图3虚线部分),至少需要在第3列的某一个位置的上方再放2个小正方体(如图6),同样地将第3列任意一个位置上标注的“1”改为“3”(如图5)。现在根据与图6对应的图5,就可推理出拼成这个物体最少要用 $1 \times 4 + 2 + 3 = 9$ (个)这样的小正方体。

那么最多要用多少个小正方体呢?如图8,第1列每个位置上最多都可以放2个小正方体,因此需要将第1列所有位置上标注的“1”改为“2”(如图7);第2列最多还是只能放1个;第3列每个位置上最多都可以放3个,因此需要将第3列所有位置上标注的“1”改为“3”(如图7)。这样,根据与图8对应的图7可推理出拼成这个物体最多要用 $1 + 2 \times 2 + 3 \times 3 = 14$ (个)这样的小正方体。

方法技巧

解决这类题的最好思路就是先把从上面看到的图形作为拼图的最底层来推理,当然在格子中填所需的小正方体的最少或最多的个数,是个好帮手哟!

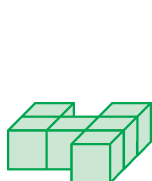
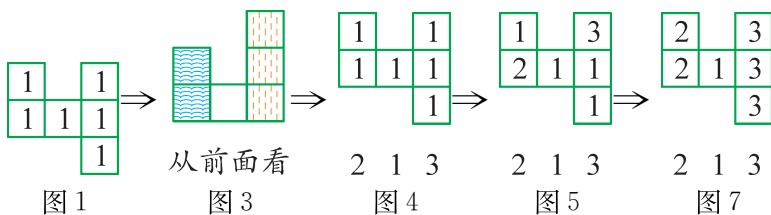


图2

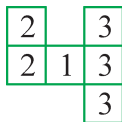
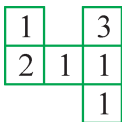


图6



图8

解答

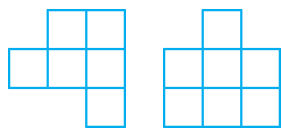


最少: $1 \times 4 + 2 + 3 = 9$ (个) 最多: $1 + 2 \times 2 + 3 \times 3 = 14$ (个)

答: 拼成这个物体最少要用 9 个这样的小正方体; 最多要用 14 个这样的小正方体。

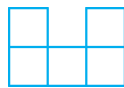
跟进练习

练 1 用若干个同样大的小正方体拼成一个物体, 从上面和右面看到的图形分别如右图所示。拼成这个物体最少要用多少个这样的小正方体? 最多呢?

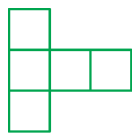


从上面看 从右面看

练 2 用若干个同样大的小正方体拼成一个物体, 从前面和右面看到的图形都如右图所示。拼成这个物体最少要用多少个小正方体? 最多呢?



练 3 用若干个同样大的小正方体拼成一个物体, 从上面和前面看到的图形如下图所示。拼成这个物体最少要用多少个小正方体? 最多呢?



从上面看



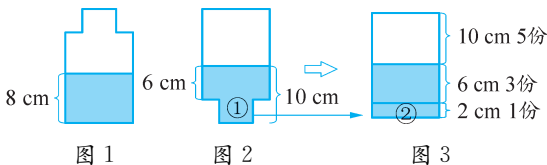
从前面看

【解答】 $30-10=20$ (厘米) $20\div5=4$ (份)

$4+1=5$ (份) $400\div5=80$ (毫升)

$80\times4=320$ (毫升)

练2 【分析】观察题图1可知,水面高 $20-4=16$ (厘米),但只有半瓶,所以如果把瓶子放正,那么水面高度应是 $16\div2=8$ (厘米)。观察题图2可知,整个水面高度是10厘米,去掉瓶颈部分的4厘米高,瓶身部分的水面高度只有 $10-4=6$ (厘米)。那么瓶颈部分的水①就相当于瓶身 $8-6=2$ (厘米)高的水②。这样原来的瓶子可替换成一个高为 $2+6+10=18$ (厘米)的上下粗细一样的瓶子(如图3)。再把2厘米高水的容量看作1份,瓶中的水就有这样的 $(2+6)\div2=4$ (份),每份水所占的容量是 $240\div4=60$ (毫升)。而整个瓶子的容量有这样的 $5+3+1=9$ (份),就是 $60\times9=540$ (毫升)。



【解答】 $20-4=16$ (厘米) $16\div2=8$ (厘米)

$10-4=6$ (厘米) $8-6=2$ (厘米)

$8\div2=4$ (份) $10\div2=5$ (份)

$4+5=9$ (份) $240\div4=60$ (毫升)

$60\times9=540$ (毫升)

二 两、三位数除以两位数

考向1

练1 $480\div3\div8=480\div8\div3=60\div3=20$

或 $480\div3\div8=480\div(8\times3)=480\div24=20$

$490\div35=490\div7\div5=70\div5=14$

$6300\div4\div21\div25=6300\div(4\times25)\div21$

$=63\div21=3$

练2 $70000\div25=(70000\times4)\div(25\times4)$

$=280000\div100=2800$

$70000\div125=(70000\times8)\div(125\times8)$

$=560000\div1000=560$

$70000\div125\div5=(70000\times8\times2)\div(125\times8)\div$

$(5\times2)=1120000\div1000\div10=112$

考向2

练1

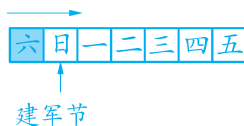
$$\begin{array}{r} \boxed{3}\boxed{2} \\ \boxed{3}\boxed{4}\overline{) \boxed{1}\boxed{1}\boxed{0}\boxed{8}} \\ \underline{1\ 0\ 2} \\ \boxed{8}\boxed{8} \\ \underline{6\ 8} \\ 2\ 0 \end{array} \quad \text{或} \quad \begin{array}{r} \boxed{6}\boxed{2} \\ \boxed{1}\boxed{7}\overline{) \boxed{1}\boxed{0}\boxed{7}\boxed{4}} \\ \underline{1\ 0\ 2} \\ \boxed{5}\boxed{4} \\ \underline{3\ 4} \\ 2\ 0 \end{array}$$

练2

$$\begin{array}{r} \boxed{7}\boxed{4} \\ \boxed{6}\boxed{8}\overline{) \boxed{5}\boxed{0}\boxed{3}\boxed{2}} \\ \underline{4\ 7\ 6} \\ \boxed{2}\boxed{7}\boxed{2} \\ \underline{2\ 7\ 2} \\ 0 \end{array}$$

考向3

练1 【分析】要想知道这一年建军节8月1日是星期几,就得先算出从五一国际劳动节5月1日到8月1日一共有 $31+30+31+1=93$ (天)。而每7天一个周期, $93\div7=13$ (周)……2(天),也就是说建军节是从五一国际劳动节开始的第14周的第2天,这一天和第一周的第2天同星期(如下图),所以2027年的建军节是星期日。



【解答】 $31+30+31+1=93$ (天)

$93\div 7=13$ (周)……2(天)

所以这一年的建军节是星期日。

练2 【分析】这题与上一题有所不同,需倒过来推,不过也要先算出从2026年建党节7月1日到2027年五一国际劳动节5月1日一共有多少天,即 $31+31+30+31+30+31+31+28+31+30+1=305$ (天)。根据 $305\div 7=43$ (周)……4(天),可知一共经历了43周多4天。因为周期的第一天是星期六,倒过来也就是向前倒推4天(如下图),所以2026年建党节是星期三。



【解答】 $31\times 6+30\times 3+28+1=305$ (天)

$305\div 7=43$ (周)……4(天)

所以2026年的建党节是星期三。

考向4

练1 6 243 【解析】题中“缺8数”123456791234567912345679…的周期是“12345679”,周期数是8。 $54\div 8=6$ (组)……6(个),第54个位置上的数字就是每组缺8数的第6个,也就是数字6。前54个数字里面有6组缺8数,还余6个数,余下的数分别是1、2、3、4、5、6,一组数字的和是 $1+2+3+4+5+6+7+9=37$,6组数字和就是 $37\times 6=222$ 。 $222+1+2+3+4+5+6=243$ 。

练2 6 3 84 【解析】题中1,2,2,3,3,3,1,2,2,3,3,3,…的周期是“122333”,周期数是6; $36\div 6=6$ (组),第36个位置上的数字就是每组数的最后一个,也就是数字3。前36个数字里面有6组数,一组数字的和是 $1+2+2+3+3+3=14$,

6组数字和就是 $14\times 6=84$ 。

考向5

练1 【分析】可以用假设法厘清题目中的数量关系:假设只有2只猴子从离家600米远的地方把西瓜抬回家,那么两只小猴抬的“总路程”是 $600\times 2=1200$ (米)。把两只小猴抬的“总路程”平均分给3只小猴去抬,平均每只小猴抬的路程是 $1200\div 3=400$ (米)。

【解答】 $600\times 2\div 3=400$ (米)

练2 【分析】可以用假设法厘清题目中的数量关系:假设只有2名航天员完成出舱工作,那么2名航天员工作的“总时间”是 $18\times 2=36$ (小时)。把2名航天员工作的“总时间”平均分给3名航天员去工作,平均每名航天员出舱工作的时间是 $36\div 3=12$ (小时)。

【解答】 $18\times 2\div 3=12$ (时)

练3 $5-1-2=2$ (人) $960\times 2\div 5=384$ (米)

三 观察物体

考向1

练1 6 【分析】观察给出的物体,第一层有1个小正方体,第二层分3排,有5个小正方体。要想摆成长方体,需要摆2层,每层3排,每排2个。一共需要 $2\times 3\times 2=12$ (个)小正方体,原来有6个小正方体,需要添加 $12-6=6$ (个)。

练2 (1) $1+3=4$ (个) $4+7=11$ (个) $1+4+11=16$ (个) 长方体: $5\times 4=20$ (个) $20\times 3=60$ (个) $60-16=44$ (个)

正方体: $5\times 5=25$ (个) $25\times 5=125$ (个)
 $125-16=109$ (个)

(2) $1+10=11$ (个) $1+1+11=13$ (个)

长方体: $7\times 5=35$ (个) $35\times 3=105$ (个)

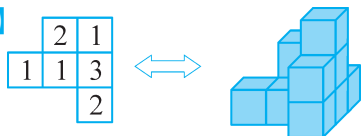
$105 - 13 = 92$ (个) 正方体: $7 \times 7 = 49$ (个)

$49 \times 7 = 343$ (个) $343 - 13 = 330$ (个)

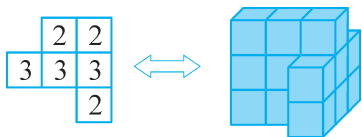
考向 2

练 1 【分析】以从上面看到的图形为基础来推理,每个小正方形中所标数字为这个位置从下向上所需的小正方体的个数。

【解答】



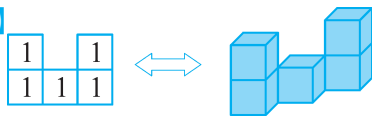
最少需要 $1 \times 3 + 2 \times 2 + 3 = 10$ (个)小正方体。



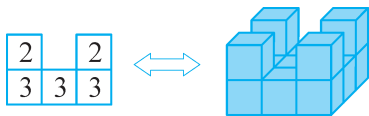
最多需要 $2 \times 3 + 3 \times 3 = 15$ (个)小正方体。

练 2 【分析】以从前面看到的图形为基础来推理,每个小正方形中所标数字为这个位置从前向后所需的小正方体的个数。

【解答】

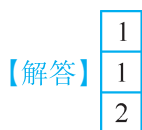


最少需要 $1 \times 5 = 5$ (个)小正方体。



最多需要 $2 \times 2 + 3 \times 3 = 13$ (个)小正方体。

练 3 【分析】以从上面看到的图形为基础来推理,每个小正方形中所标数字为这个位置从下向上所需的小正方体的个数。



【解答】最少需要 $1 \times 4 + 2 = 6$ (个)小

正方体。



最多需要 $2 \times 3 + 1 \times 2 = 8$ (个)小正方

体。

四 统计表和条形统计图(一)

考向 1

练 1 (1) 122 (2) 118 (3) 240 (4) 60

练 2 $8 \div 4 = 2$ (套)→每人每月提高的组装数量
 $8 + 2 = 10$ (套)→现在每人每月能组装的数量

考向 2

练 1 【分析】方法一:根据每“三大王”的平均成绩可知,波波同学这次每“三大王”的总分分别是 $95 \times 3 = 285$ (分)、 $91 \times 3 = 273$ (分)、 $92 \times 3 = 276$ (分)和 $94 \times 3 = 282$ (分)。 $285 + 273 + 276 + 282 = 1116$ (分)就是 3 个“四大王”的总分,一个“四大王”的总分是 $1116 \div 3 = 372$ (分)。进而得出“四大王”的平均成绩是 $372 \div 4 = 93$ (分)。

方法二:每个“三大王”的平均成绩中包含了其中三个项目各三分之一的成绩,这样 $95 + 91 + 92 + 94 = 372$ (分)就包含了每个项目三个三分之一的成绩,合起来就是“四大王”四个项目的总分,因此“四大王”的平均成绩是 $372 \div 4 = 93$ (分)。

【解答】方法一: $95 \times 3 = 285$ (分)

$91 \times 3 = 273$ (分) $92 \times 3 = 276$ (分)

$94 \times 3 = 282$ (分)

$285 + 273 + 276 + 282 = 1116$ (分)

$1116 \div 3 = 372$ (分) $372 \div 4 = 93$ (分)

方法二: $95 + 91 + 92 + 94 = 372$ (分)

$372 \div 4 = 93$ (分)

练 2 【分析】这七个数的平均数是 35,七个数的总和是 $35 \times 7 = 245$ 。前五个数的平均数是 28,前