

高中数学

小题才王做[®]

教材梳理

编者 恩波教育研究中心
编委 雷秋华 刘玉喜 崔华梅



南京大学出版社

图书在版编目 (CIP) 数据

高中数学小题狂做. 教材梳理 / 恩波教育研究中心
编. —南京: 南京大学出版社, 2022. 3 (2025. 1 重印)
ISBN 978-7-305-25455-0

I. ①高… II. ①恩… III. ①中学数学课—高中—教
学参考资料 IV. ①G634. 605

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2022) 第 037953 号

出版发行 南京大学出版社
社 址 南京市汉口路 22 号 邮 编 210093

GAOZHONG SHUXUE XIAOTI KUANGZUO • JIAOCAI SHULI

书 名 高中数学小题狂做·教材梳理
编 者 恩波教育研究中心
责任编辑 季 红 编辑热线 025-83530763

印 刷 天长市梦远印刷服务有限公司
开 本 880 mm×1230 mm 1/16 开 印张 11 字数 413 千
版 次 2022 年 3 月第 1 版 2025 年 1 月第 4 次印刷
ISBN 978-7-305-25455-0
定 价 38.80 元

网 址 <http://www.njupco.com>
官方微博 <http://weibo.com/njupco>
官方微信 njupress
销售咨询热线 025-83594756

* 版权所有, 侵权必究
* 凡购买南大版图书, 如有印装质量问题, 请与所购
图书销售部门联系调换

前言

小题“基础篇”已畅销多年,部分师生给我们反馈:学生的基础知识掌握程度差别较大,对于基础不太好的学生、艺术生,“基础篇”还是有些偏难。这部分学生在数学学习中存在以下问题:

1. 学习数学时间少。很多学生其他科目上可能花的时间很多,在数学上自然时间就会少。艺术类学生,平时更多的精力放在艺术类专业课上,他们都存在较长的学习荒芜期,长则一年,短则半年,对高中数学知识点掌握的不系统不全面;同时,很多艺术生还错过了学校的一轮复习,在数学高考复习中往往感觉心有余而力不足,在这种情况下要在短短两三个月内较大幅度提高数学成绩其难度可想而知。

2. 不重视基础。一些“自我感觉良好”的学生,常轻视基本知识、基本技能和基本方法的学习和训练,经常是知道怎么做就算了,而不去认真演算书写,但对难题很感兴趣,以显示自己的“水平”,好高骛远,重“量”轻“质”,陷入题海,到正规作业或考试中不是演算出错就是中途“卡壳”,数学基础知识掌握不全,最后只能导致简单题分数拿不到,难题不会做。

3. 不注重反思。很多学生数学题做完之后,错了就错了,不去分析出错的原因,不认真思考总结,下次碰上类似的题目仍然出错,错题重复错。

4. 不注重复习巩固。很多学生对学过的知识,不及时地复习巩固,时间一长就忘记了,公式定理就想不起来了,知识不能融会贯通,做题就不能游刃有余。

5. 学习信心不足。很多学生数学差,久而久之就比较自卑,对学习数学提不起兴趣,进入高三后,数学资料有很多,在做很多资料时碰上很多题都不会,自然信心受打击。

因此,我们在全面调研和论证之后,为基础不太好的学生推出这本小题“教材梳理”,同时也供基础较好的学生在高二时提优选用。本书在“基础篇”上做了以下调整:

1. 考点更细化,题组练习集中强化。针对教材上的概念、公式、定理来出题,通过练习来掌握知识点,进而充分理解,达到灵活运用目的,有效解决很多学生对定理滚瓜烂熟,但是遇到题目仍不会做、不会运用的情况。

2. 去掉一些较难题,增添一些基础题。原有一些难度大些的题目,对于基础好的学生是很好的题目,可以拓展思路,对拿高分有好处,但基础不太好的学生做起来就有些吃力,不太实用,所以这些题目就换成基础题,我们还选用了3年模拟题和部分高考真题里的基础题,做真题更了解高考,也利于基础较差的学生提升学习信心。

3. 添加大题。本书中除小题外还添加了大题,学生解答时要注意语言科学、书写规范,避免会做的题目因解答不规范而丢分。

最后,对所有参与本书编写的作者,以及提出宝贵意见的广大师生,表示衷心的感谢!也祝同学们都能通过这本书,夯实基础,提高成绩!

CONTENTS 目录

必修部分

第1章 集合与常用逻辑用语

基础小练 1 集合的概念与运算	1
基础小练 2 常用逻辑用语	2

第2章 一元二次函数、方程和不等式

基础小练 3 等式性质与不等式性质	3
基础小练 4 基本不等式及其应用	4
基础小练 5 二次函数与一元二次方程、不等式	5
本章检测 一元二次函数、方程和不等式	6

第3章 函数的概念与性质

基础小练 6 函数的概念及其表示	7
基础小练 7 函数的基本性质	8
本章检测 函数的概念与性质	9

第4章 幂函数、指数函数和对数函数

基础小练 8 指数式与对数式	10
基础小练 9 幂函数、指数函数、对数函数	11
本章检测 幂函数、指数函数和对数函数	12

第5章 函数应用

基础小练 10 函数与方程	13
基础小练 11 函数模型及其应用	14
基础小练 12 函数的综合问题	16
本章检测 函数应用	17

第6章 三角函数

基础小练 13 三角函数的概念与同角关系式、诱导公式	18
----------------------------------	----

基础小练 14	三角恒等变换	19
基础小练 15	三角函数的图象与性质	20
基础小练 16	解三角形及其应用	22
基础小练 17	三角函数的综合问题	24
本章检测	三角函数	26
第 7 章 平面向量及其应用		
基础小练 18	平面向量的概念及线性运算	28
基础小练 19	平面向量的基本定理及坐标表示	29
基础小练 20	平面向量的数量积及其应用	30
本章检测	平面向量及其应用	31
第 8 章 复数		
基础小练 21	复数的概念与运算	32
第 9 章 立体几何初步		
基础小练 22	空间几何体及其表面积、体积	33
基础小练 23	空间点、直线、平面之间的位置关系	34
基础小练 24	空间直线、平面的平行	35
基础小练 25	空间直线、平面的垂直	37
本章检测	立体几何初步	39
第 10 章 统计		
基础小练 26	随机抽样 用样本估计总体	41
第 11 章 概率		
基础小练 27	随机事件与概率 事件的独立性	43

选择性必修部分

第 12 章 空间向量与立体几何		
基础小练 28	空间向量及其运算	45
基础小练 29	空间向量在立体几何中的应用	47
基础小练 30	立体几何的综合问题	49
本章检测	空间向量与立体几何	51
第 13 章 直线和圆的方程		
基础小练 31	直线与方程	53
基础小练 32	圆与方程	55

基础小练 33 直线与圆的综合问题	57
本章检测 直线和圆的方程	58
第 14 章 圆锥曲线的方程	
基础小练 34 椭圆	60
基础小练 35 双曲线	62
基础小练 36 抛物线	64
基础小练 37 圆锥曲线的综合问题	65
本章检测 圆锥曲线的方程	67
第 15 章 数列	
基础小练 38 数列的概念	69
基础小练 39 等差数列	70
基础小练 40 等比数列	71
基础小练 41 数列的通项与求和	72
基础小练 42 数列的综合问题	73
本章检测 数列	75
第 16 章 一元函数的导数及其应用	
基础小练 43 导数的概念与运算	77
基础小练 44 导数在研究函数中的应用	78
基础小练 45 导数的综合问题	80
本章检测 一元函数的导数及其应用	81
第 17 章 计数原理	
基础小练 46 两个基本计数原理、排列与组合	83
基础小练 47 二项式定理	85
第 18 章 随机变量及其分布	
基础小练 48 条件概率 离散型随机变量及其分布	86
基础小练 49 二项分布、超几何分布和正态分布	87
本章检测 随机变量及其分布	89
第 19 章 成对数据的统计分析	
基础小练 50 一元线性回归模型 列联表与独立性检验	91
基础小练 51 统计与概率的综合问题	94
本章检测 成对数据的统计分析	96

典题讲评与答案详析(另册)



必修部分

第1章 集合与常用逻辑用语

高考这样考

集合是高考的必考考点,多为选择题,分值5分,常以数集、不等式、函数、方程为载体,重点考查集合的运算,有时考查集合的子集问题,属于容易题.常用逻辑用语主要考查充分与必要条件的判断以及全称(存在)量词命题的否定,近几年考查较少,一般以选择题出现,分值5分,难度较小.

基础小练1 集合的概念与运算

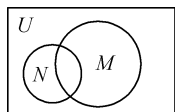
建议用时:30分钟 答案见P1

一、单选题

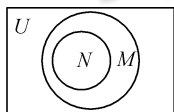
1. 设集合 $A = \{x | -1 < x < 3\}$, $B = \{-2, -1, 0, 3\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $\{-1, 3\}$
B. $\{x | -1 < x < 3\}$
C. $\{0, 1\}$
D. $\{0\}$

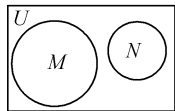
2. [RA 必修一 P13 练习第3题改编] 已知全集 $U = \mathbf{R}$, 则正确表示集合 $M = \{-1, 0, 1\}$ 和 $N = \{x | x^2 + x = 0\}$ 关系的韦恩(Venn)图是 ()



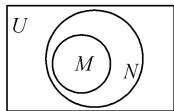
A



B



C



D

3. [RB 必修一 P9 练习 B 第4题改编] 已知集合 $P = \{1, a\}$, $a^2 \in P$, 则实数 a 可取值的个数为 ()

- A. 0
B. 1
C. 2
D. 3

4. [RA 必修一 P5 习题 1.1 复习巩固 2 第3题改编] 集合 $A = \{x \in \mathbf{N}^* | x - 5 \leq 0\}$ 中的元素个数是 ()

- A. 0
B. 4
C. 5
D. 6

5. [RB 必修一 P20 练习 B 第5题改编] 设集合 $A = \{a, b\}$, 集合 $B = \{a+1, 5\}$. 若 $A \cap B = \{2\}$, 则 $A \cup B =$ ()

- A. $\{1, 2\}$
B. $\{1, 5\}$
C. $\{2, 5\}$
D. $\{1, 2, 5\}$

6. 设 $A = \{x | x^2 - 8x + 15 = 0\}$, $B = \{x | ax - 1 = 0\}$. 若

$A \cap B = B$, 求实数 a 组成的集合的子集个数是 ()

- A. 2
B. 3
C. 4
D. 8

二、多选题

7. 已知集合 $A = \{x | 0 < x < 2\}$, 集合 $B = \{x | x \leq 0\}$, 则下列关系正确的是 ()

- A. $1 \in A$
B. $A \supseteq B$
C. $A \subseteq (\complement_{\mathbf{R}} B)$
D. $A \cup B = \{x | x < 2\}$

8. 若集合 $A = \{x | mx^2 + 2x + m = 0, m \in \mathbf{R}\}$ 中有且只有一个元素, 则 m 的可能取值为 ()

- A. -1
B. 0
C. 1
D. 2

三、填空题

9. [北师大必修一 P7 例4改编] 集合 $M = \{0, 1, 2\}$ 的子集有_____个, 真子集有_____个.

10. [苏教必修一 P15 习题 1.3 第11题改编] 已知集合 $A = \{x | 3 \leq x < 10\}$, $B = \{x | 1 < 3x - 5 < 16\}$, 则 $A \cup B =$ _____, $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B =$ _____.

11. [苏教必修一 P13 例2改编] **新题型** 今年高二(1)班的同学参加语文和数学两个学科的结业水平考试, 每科满分为100分. 考试成绩非常优秀, 每个同学都至少有一科成绩在90分以上, 其中语文90分以上的有45人, 数学90分以上的有48人, 这两科均在90分以上的有40人, 则高二(1)班的总人数是_____.

基础小练 2 常用逻辑用语

建议用时:30 分钟 答案见 P1

一、单选题

1. [RA 必修一 P31 习题 1.5 第 3 题改编]命题“存在无理数 m , 使得 m^2 是有理数”的否定为 ()

- A. 任意一个无理数 m , m^2 都不是有理数
- B. 存在无理数 m , 使得 m^2 不是有理数
- C. 任意一个无理数 m , m^2 都是有理数
- D. 不存在无理数 m , 使得 m^2 是有理数

2. [RB 必修一 P36 练习 A 第 3 题改编]已知条件 $p: x > 1$, 条件 $q: x \geq 2$, 则 p 是 q 的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

3. [苏教必修一 P41 第 2 章复习题第 5 题改编]如果甲是乙的必要条件, 丙是乙的充分不必要条件, 那么 ()

- A. 丙是甲的充分不必要条件
- B. 丙是甲的必要不充分条件
- C. 丙是甲的充要条件
- D. 丙是甲的既不充分也不必要条件

4. [北师大必修一 P22 练习第 1 题改编]命题“所有能被 2 整除的数都是偶数”的否定是 ()

- A. 所有不能被 2 整除的数都是偶数
- B. 所有能被 2 整除的数都不是偶数
- C. 存在一个不能被 2 整除的数是偶数
- D. 存在一个能被 2 整除的数不是偶数

5. [RA 必修一 P35 复习参考题 1 复习巩固第 7 题改编]已知命题 $p: \forall x \geq 0, x^3 > x$, 命题 $q: \exists x < 0, x^2 + 1 > 0$, 则 ()

- A. p 和 q 均为真命题
- B. $\neg p$ 和 q 均为真命题
- C. p 和 $\neg q$ 均为真命题
- D. $\neg p$ 和 $\neg q$ 均为真命题

6. 下列四个命题, 其中 p 是 q 的必要条件的是 ()

- A. $p: 3x + 2 > 5, q: -2x - 3 > -5$
- B. $p: a > 2, b < 2, q: a > b$
- C. $p: \text{四边形的两条对角线互相垂直平分}, q: \text{四边形是正方形}$
- D. $p: \text{两个三角形全等}, q: \text{两个三角形面积相等}$

二、多选题

7. [RA 必修一 P22 习题 1.4 第 2 题改编]下列说法正

确的是

()

A. “ $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ ”是“ $a > b$ ”的充分不必要条件

B. “ $A = \emptyset$ ”是“ $A \cap B = \emptyset$ ”的充分不必要条件

C. 若 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则“ $ab^2 > cb^2$ ”的充要条件是“ $a > c$ ”

D. 若 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“ $a^2 + b^2 \neq 0$ ”是“ $|a| + |b| \neq 0$ ”的充要条件

8. 下列说法正确的是 ()

A. “菱形是正方形”是全称命题

B. “ $\forall x, y \in \mathbf{R}, x^2 + y^2 \geq 0$ ”的否定是“ $\exists x, y \in \mathbf{R}, x^2 + y^2 < 0$ ”

C. 命题“有一个奇数不能被 3 整除”的否定是“有一个奇数能被 3 整除”

D. “ $A = B$ ”是“ $\sin A = \sin B$ ”的必要不充分条件

三、填空题

9. [RA 必修一 P31 习题 1.5 第 3 题改编]命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 > 0$ ”的否定是_____.

10. [RB 必修一 P37 习题 1-2B 第 5 题改编]已知集合 $A = \{x | x > 5\}$, 集合 $B = \{x | x > a\}$. 若命题“ $x \in A$ ”是命题“ $x \in B$ ”的充分不必要条件, 则实数 a 的取值范围是_____.

11. [苏教必修一 P43 第 2 章测试第 10 题改编]已知命题 $p: “\exists x_0 \in \mathbf{R}, x_0^2 - m \leq 0”$ 为真命题, 则实数 m 的取值范围是_____.

第2章 一元二次函数、方程和不等式

高考这样考

本章主要考查不等式的性质、均值不等式的应用,通常以工具的形式与集合、函数、导数、解析几何等内容联系,难度差别较大,是高考数学思想方法的载体.高考中偶尔以选择题形式出现,分值5分.

基础小练3 等式性质与不等式性质

建议用时:30分钟 答案见P2

一、单选题

1. 下列运用等式的性质,变形错误的是 ()

A. 若 $x=y$, 则 $x+5=y+5$

B. 若 $a=b$, 则 $ac=bc$

C. 若 $\frac{a}{c}=\frac{b}{c}$, 则 $a=b$

D. 若 $ax=ay$, 则 $x=y$

2. [RA 必修一 P43 习题 2.1 第 3 题改编] $(x^2+1)^2$ 与 x^4+x^2+1 的大小关系为 ()

A. $(x^2+1)^2 \geq x^4+x^2+1$

B. $(x^2+1)^2 > x^4+x^2+1$

C. $(x^2+1)^2 \leq x^4+x^2+1$

D. $(x^2+1)^2 < x^4+x^2+1$

3. [RA 必修一 P43 习题 2.1 第 8 题改编] 若 $a, b, c \in \mathbf{R}$, $a > b$, 则下列不等式恒成立的是 ()

A. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

B. $a^2 > b^2$

C. $\frac{a}{c^2+1} > \frac{b}{c^2+1}$

D. $a|c| > b|c|$

4. [苏教必修一 P50 习题 3.1 第 7 题改编] 若 $0 < x < 1$, 则 $\sqrt{x}, \frac{1}{x}, x, x^2$ 从小到大的排列顺序是 ()

A. $x < x^2 < \sqrt{x} < \frac{1}{x}$

B. $x^2 < x < \sqrt{x} < \frac{1}{x}$

C. $\sqrt{x} < x^2 < x < \frac{1}{x}$

D. $\frac{1}{x} < x^2 < x < \sqrt{x}$

5. 设 $0 < \alpha < \beta < \frac{\pi}{2}$, 则 $\alpha - \beta$ 的取值范围是 ()

A. $(-\infty, 0)$

B. $(-\frac{\pi}{2}, 0)$

C. $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

D. $(\frac{\pi}{2}, +\infty)$

6. 若 $b < a < 0$, 则下列不等式正确的个数为 ()

① $|a| > |b|$; ② $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} > 0$;

③ $\frac{1}{a} + b < a + \frac{1}{b}$; ④ $\frac{a^2}{b} < 2a - b$.

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

二、多选题

7. [RA 必修一 P42 练习第 2 题改编] 对于实数 a, b, c , 其中是真命题的为 ()

A. 若 $a > b$, 则 $ac < bc$

B. 若 $ac^2 > bc^2$, 则 $a > b$

C. 若 $a < b < 0$, 则 $a^2 > ab > b^2$

D. 若 $c > a > b > 0$, 则 $\frac{a}{c-a} > \frac{b}{c-b}$

8. 下列四个条件能使“ $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$ ”成立的有 ()

A. $b > 0 > a$

B. $0 > a > b$

C. $a > 0 > b$

D. $a > b > 0$

三、填空题

9. **数据分析** 现有含盐 8% 的食盐水 200 克, 生产需要含盐在 4% 以上且 6% 以下的食盐水, 设需要加入含盐 3% 的食盐水 x 克, 则 x 的取值范围是_____.

10. [RA 必修一 P43 习题 2.1 第 5 题改编] 已知 $-1 < x < 4, 2 < y < 3$, 则 $x - y$ 的取值范围是_____, $3x + 2y$ 的取值范围是_____.

11. [RA 必修一 P58 复习参考题 2 拓广探索第 10 题改编] 某生活用品价格起伏较大, 每两周的价格均不相同, 假设第一周、第二周的价格分别为 a 元/斤, b 元/斤. 甲和乙购买方式不同, 甲每周买 3 斤该用品, 乙每周买 10 元钱的该用品, 则_____的购买方式更优惠(两次平均价格低视为更优惠)(填“甲”或“乙”).

基础小练 4 基本不等式及其应用

建议用时:30 分钟 答案见 P2

一、单选题

1. [RB 必修一 P82 习题 2-2C 第 5 题改编] 已知 $a > 0$, $b > 0$, 且 $a + 2b = 1$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 的最小值为 ()

- A. $4\sqrt{2}$ B. $\frac{1}{2}$
C. $3 - 2\sqrt{2}$ D. $3 + 2\sqrt{2}$

2. 若式子 $y = 4x + \frac{a}{x}$ ($x > 0, a > 0$) 当且仅当 $x = 2$ 时取得最小值, 则实数 a 的值为 ()

- A. 12 B. 24
C. 16 D. 36

3. [RA 必修一 P58 复习参考题 2 第 5 题改编] 若正实数 x, y 满足 $x + 4y - xy = 0$, 则 xy 的取值范围是 ()

- A. $(0, 4]$ B. $[2, +\infty)$
C. $[4, +\infty)$ D. $[16, +\infty)$

4. [RA 必修一 P48 习题 2.2 第 1 题改编] 下列说法正确的是 ()

- A. 当 $x > 2$ 时, $x + \frac{1}{x} \geq 2$ 不一定成立
B. 当 $0 < x < \frac{1}{2}$ 时, $x(1 - 2x)$ 的最大值为 $\frac{1}{4}$
C. 当 $x > -1$ 时, $2x + \frac{2}{x+1}$ 的最小值为 2
D. $\sqrt{x^2 + 3} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + 3}}$ 的最小值为 2

5. [RA 必修一 P48 习题 2.2 第 3 题改编] 某车间分批生产某种产品, 每批的生产准备费用为 800 元. 若每批生产 x 件, 则平均仓储时间为 $\frac{x}{8}$ 天, 且每件产品每天的仓储费用为 1 元. 为使平均到每件产品的生产准备费用与仓储费用之和最小, 每批应生产产品的数量为 ()

- A. 60 件 B. 80 件
C. 100 件 D. 120 件

6. 设 $a > 1, b > 2, ab = 2a + b$, 则 $a + b$ 的最小值为 ()

- A. $2\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2} + 1$
C. $2\sqrt{2} + 2$ D. $2\sqrt{2} + 3$

二、多选题

7. 下列说法正确的有 ()

- A. 不等式 $a + b \geq 2\sqrt{ab}$ 恒成立

B. 存在 a , 使得不等式 $a + \frac{1}{a} \leq 2$ 成立

C. 若 $a, b \in (0, +\infty)$, 则 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2$

D. 若正实数 x, y 满足 $x + 2y = 1$, 则 $0 < xy \leq \frac{1}{8}$

8. 下列结论正确的是 ()

A. 已知 $x > 1, y > 0, x + y = 2$, 则 $(x - 1) \cdot y$ 的最大值为 $\frac{1}{4}$

B. 已知正实数 a, b 满足 $ab = 1 - a$, 则 $a + b$ 的最小值为 1

C. 若正实数 a, b 满足 $(a + 2)(b + 1) = 9$, 则 $a + b$ 的最小值为 6

D. 若正实数 a, b 满足 $ab = 2a + \frac{1}{2}b + 3$, 则 ab 的最小值为 9

三、填空题

9. [RB 必修一 P81 习题 2-2C 第 3 题改编] 设 $x > -1$, 则 $y = \frac{x^2 + x + 3}{x + 1}$ 的最小值为 _____.

10. 已知正数 x, y 满足 $x + y = 2$, 则 $x^2 + y^2 - xy$ 的取值范围是 _____.

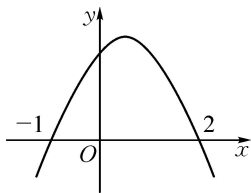
11. [RA 必修一 P49 习题 2.2 第 4 题改编] 对任意 $a, b, c, d \in \mathbf{R}^+$, $(ab + cd)^2$ 与 $(a^2 + c^2)(b^2 + d^2)$ 的大小关系是 _____.

基础小练 5 二次函数与一元二次方程、不等式

建议用时:30 分钟 答案见 P4

一、单选题

1. [北师大必修一 P37 练习第 4 题改编]二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图象如图所示,则 $y > 0$ 的解集为 ()



- A. $\{x | -2 < x < 1\}$
 B. $\{x | -1 < x < 2\}$
 C. $\{x | 1 < x \leq 2\}$
 D. $\{x | x < 0 \text{ 或 } x > 3\}$
2. [苏教必修一 P63 习题 3.3 第 3 题改编]若关于 x 的一元二次方程 $ax^2 - 4x - 1 = 0$ 有实数根,则 a 满足 ()

- A. $a \geq -4$ 且 $a \neq 0$
 B. $a > 4$ 且 $a \neq 0$
 C. $a \geq 4$
 D. $a \neq 0$

3. [RA 必修一 P53 练习第 1 题改编]下列不等式的解集是空集的是 ()

- A. $x^2 - x + 1 > 0$
 B. $-2x^2 + x + 1 > 0$
 C. $2x - x^2 > 5$
 D. $x^2 + x > 2$

4. [RA 必修一 P55 习题 2.3 第 3 题改编]已知集合 $A = \{x | x^2 - x - 2 < 0\}$, $B = \{x | -1 < x < 1\}$, 则 ()

- A. $A \subsetneq B$ B. $B \subsetneq A$
 C. $A = B$ D. $A \cap B = \emptyset$

5. 关于 x 的不等式 $x^2 - 2ax - 8a^2 < 0 (a > 0)$ 的解集为 (x_1, x_2) , 且 $x_2 - x_1 = 15$, 则 $a =$ ()

- A. $\frac{5}{2}$ B. $\frac{7}{2}$
 C. $\frac{15}{4}$ D. $\frac{15}{2}$

6. 已知命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, ax^2 + 2x + 1 < 0$ ”为真命题,则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $[0, 1)$ B. $(-\infty, 1)$
 C. $[1, +\infty)$ D. $(-\infty, 1]$

二、多选题

7. 已知关于 x 的不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为

$(-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$, 则 ()

- A. $a > 0$
 B. 不等式 $bx + c > 0$ 的解集是 $\{x | x < -6\}$
 C. $a + b + c > 0$
 D. 不等式 $cx^2 - bx + a < 0$ 的解集为 $(-\infty, -\frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{2}, +\infty)$

8. [苏教必修一 P69 复习题第 13 题改编]下列结论正确的是 ()

- A. 若函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 对应的方程没有实数根,则不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $\mathbf{R}$
 B. 不等式 $ax^2 + bx + c \leq 0 (a \neq 0)$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立的条件是 $a < 0$ 且 $\Delta = b^2 - 4ac \leq 0$
 C. 若关于 x 的不等式 $ax^2 + x - 1 \leq 0$ 的解集为 $\mathbf{R}$, 则 $a \leq -\frac{1}{4}$
 D. 不等式 $\frac{1}{x} > 1$ 的解为 $x < 1$

三、填空题

9. 设 $f(x) = x^2 + bx - 3$, 且 $f(-2) = f(0)$, 则 $f(x) \leq 0$ 的解集为_____.

10. [RA 必修一 P54 练习第 1 题改编]不等式 $(x-4) \cdot \sqrt{x^2 - 2x - 3} \geq 0$ 的解集是_____.

11. [RA 必修一 P58 复习参考题 2 第 6 题改编]若不等式 $x^2 - 4x > 2ax + a$ 对一切实数 x 都成立,则实数 a 的取值范围是_____.

本章检测 一元二次函数、方程和不等式

建议用时:30 分钟 答案见 P4

一、单选题

1. [RA 必修一 P54 习题 2.3 第 3 题改编] 已知集合 $A = \{x | x^2 + 2x > 0\}$, $B = \{x | x^2 + 2x - 3 < 0\}$, 则 $A \cap B =$ ()

- A. $(-3, 1)$
 B. $(-3, -2)$
 C. $\mathbf{R}$
 D. $(-3, -2) \cup (0, 1)$

2. [RA 必修一 P43 习题 2.1 第 8 题改编] 已知 a, b 为非零实数, 且 $a > b$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $ac^2 > bc^2$ B. $a^2 > b^2$
 C. $\frac{1}{ab^2} > \frac{1}{a^2b}$ D. $\frac{b^2}{a} < \frac{a^2}{b}$

3. [RB 必修一 P75 例 3 改编] 不等式 $\frac{3x}{2x+1} \leq 1$ 的解集为 ()

- A. $(-\infty, 1]$
 B. $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$
 C. $\left(-\frac{1}{2}, 1\right]$

D. $\left(-\infty, -\frac{1}{2}\right) \cup [1, +\infty)$

4. 使不等式 $2x^2 - 5x - 3 \geq 0$ 成立的一个充分不必要条件是 ()

- A. $x \geq 0$
 B. $x < 0$ 或 $x > 2$
 C. $x \in \{-1, 3, 5\}$
 D. $x \leq -\frac{1}{2}$ 或 $x \geq 3$

5. [苏教必修一 P64 习题 3.3 第 10 题改编] 若方程 $x^2 + ax + a = 0$ 的一根小于 -2 , 另一根大于 -2 , 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(4, +\infty)$
 B. $(0, 4)$
 C. $(-\infty, 0)$
 D. $(-\infty, 0) \cup (4, +\infty)$

6. 正实数 x, y 满足 $\frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 1$, 且不等式 $x + \frac{y}{4} \geq m^2 - 3m$ 恒成立, 则实数 m 的取值范围是 ()

- A. $(-4, 1)$
 B. $(-\infty, -1) \cup (4, +\infty)$

C. $[-1, 4]$

D. $(-\infty, -1] \cup [4, +\infty)$

二、多选题

7. [RA 必修一 P57 复习参考题 2 第 2 题改编] 给出下列四个命题, 其中为真命题的是 ()

- A. 若 $a > b$ 且 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, 则 $ab > 0$
 B. 若 $c > a > b > 0$, 则 $\frac{a}{c-a} > \frac{b}{c-b}$
 C. 若 $a > b > c > 0$, 则 $\frac{b}{a} < \frac{b+c}{a+c}$
 D. 若 $a+b=1$, 则 $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 4$

8. 已知 a, b 为正实数, $(a-1)(b-1)=1$, 则 ()

- A. $2ab$ 的最小值为 4
 B. $2a+b$ 的最小值为 $3+2\sqrt{2}$
 C. a^2+b^2 的最小值为 8
 D. $\frac{1}{a-1} + \frac{1}{b-1}$ 的最小值为 2

三、填空题

9. 设实数 a, b 满足 $0 < a < b$, 且 $a+b=1$, 则 $a^2+b^2, 2ab, a$ 中最大的是_____.

10. 已知关于 x 的二次函数 $y = (m+3)x^2 - 4x - 1$ 与 x 轴有交点, 则 m 的取值范围是_____.

11. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 且 $a^2 + b^2 - ab = 2$, 则 $a+b$ 的最大值为_____, ab 的取值范围是_____.

选择性必修部分

第 12 章 空间向量与立体几何

高考这样考

在高考中的题型为选择题、填空题和解答题,分值 17~22 分,通过建立空间直角坐标系,引入空间向量,由空间向量的坐标运算,一论证空间线面、面面的位置关系,二解决空间线线角、线面角、面面角的大小以及点点、点面距离等度量问题,凸显空间向量的工具性,难度中等.

基础小练 28 空间向量及其运算

建议用时:30 分钟 答案见 P34

一、单选题

1. 已知向量 $\mathbf{a} = (2, -3, 5)$, $\mathbf{b} = (3, \lambda, \frac{15}{2})$, 且 $\mathbf{a} \parallel \mathbf{b}$, 则实数 $\lambda =$ ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{9}{2}$ C. $-\frac{9}{2}$ D. $-\frac{2}{3}$

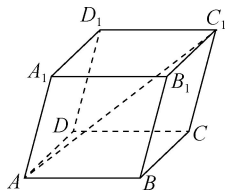
2. [RA 选择性必修一 P22 习题 1.3 第 5 题改编] 已知向量 $\mathbf{a} = (1, 2, 3)$, $\mathbf{b} = (-1, 0, -2)$, 则 $(\mathbf{a} + \mathbf{b}) \cdot \mathbf{b} =$ ()

- A. -2 B. 2 C. -12 D. 12

3. [RA 选择性必修一 P5 练习第 5 题改编] 已知点 E 是正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的上底面 $A_1B_1C_1D_1$ 的中心, $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AA_1} + x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD}$, 则 x, y 的值是 ()

- A. $x = \frac{1}{2}, y = 1$ B. $x = \frac{1}{3}, y = \frac{2}{3}$
C. $x = \frac{1}{3}, y = \frac{1}{2}$ D. $x = \frac{1}{2}, y = \frac{1}{2}$

4. 如图, 在平行六面体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = AD = 4$, $AA_1 = 5$, $\angle BAD = 90^\circ$, $\angle BAA_1 = \angle DAA_1 = 60^\circ$, 则 AC_1 的长为 ()

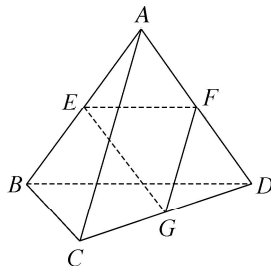


- A. $\sqrt{85}$ B. $\sqrt{97}$ C. 85 D. 97

5. [苏教选择性必修二 P25 习题 6.2 第 12 题改编] 设 O 为坐标原点, 已知点 $A(1, 2, 3)$, $B(2, 1, 2)$, $P(1, 1, 2)$. 若点 Q 在直线 OP 上运动, 则 $\overrightarrow{QA} \cdot \overrightarrow{QB}$ 的最小值为 ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $-\frac{1}{3}$

6. [RA 选择性必修一 P9 习题 1.1 第 6 题改编] 如图, 空间四边形 $ABCD$ 的每条边和对角线长都等于 1, E, F, G 分别是 AB, AD, DC 的中点, 则 $\overrightarrow{FG} \cdot \overrightarrow{AB} =$ ()



- A. $\frac{\sqrt{3}}{4}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

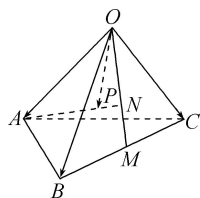
二、多选题

7. 已知空间向量 $\mathbf{a} = (-2, -1, 1)$, $\mathbf{b} = (3, 4, 5)$, 则下列结论正确的是 ()

- A. $\mathbf{a} \perp (5\mathbf{a} + 6\mathbf{b})$
B. $5|\mathbf{a}| = \sqrt{3}|\mathbf{b}|$
C. $(2\mathbf{a} + \mathbf{b}) \parallel \mathbf{a}$
D. $\mathbf{a}$ 在 $\mathbf{b}$ 上的投影向量为 $(-\frac{3}{10}, -\frac{2}{5}, -\frac{1}{2})$

8. [RA 选择性必修一 P15 习题 1.2 第 4 题改编] 如图, M 是四面体 $OABC$ 的棱 BC 的中点, 点 N 在线段 OM 上, 点 P 在线段 AN 上, 且 $AP = 3PN$, $\overrightarrow{ON} = \frac{2}{3}\overrightarrow{OM}$. 设 $\overrightarrow{OA} = \mathbf{a}$, $\overrightarrow{OB} = \mathbf{b}$, $\overrightarrow{OC} = \mathbf{c}$, 则下列等式成立的是 ()

- A. $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\mathbf{b} - \frac{1}{2}\mathbf{c}$
B. $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\mathbf{b} + \frac{1}{3}\mathbf{c} - \mathbf{a}$
C. $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{4}\mathbf{b} - \frac{1}{4}\mathbf{c} - \frac{3}{4}\mathbf{a}$
D. $\overrightarrow{OP} = \frac{1}{4}\mathbf{a} + \frac{1}{4}\mathbf{b} + \frac{1}{4}\mathbf{c}$



三、填空题

9. 已知向量 $\mathbf{a} = (0, -1, 1)$, $\mathbf{b} = (4, 1, 0)$, $|\lambda\mathbf{a} + \mathbf{b}| = \sqrt{29}$ 且 $\lambda > 0$, 则实数 $\lambda =$ _____.

10. 已知空间向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 满足 $|\mathbf{a}| = \sqrt{2}$, $|\mathbf{b}| = 1$, $\mathbf{a} \perp (\mathbf{a} + 2\mathbf{b})$, 则向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 的夹角为 _____.

11. [RA 选择性必修一 P5 练习第 4 题改编] 在正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, 给出以下向量的表达式:

① $(\overrightarrow{A_1D_1} - \overrightarrow{A_1A}) - \overrightarrow{AB}$;

② $(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB_1}) - \overrightarrow{D_1C_1}$;

③ $(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) - 2\overrightarrow{DD_1}$;

④ $(\overrightarrow{B_1D_1} + \overrightarrow{A_1A}) + \overrightarrow{DD_1}$.

其中能够化简为向量 $\overrightarrow{BD_1}$ 的是 _____ (填序号).

本章检测 空间向量与立体几何

建议用时:30 分钟 答案见 P39

一、单选题

1. 已知 v 为直线 l 的方向向量, n_1, n_2 分别为平面 α, β 的法向量 (α, β 不重合), 有下列说法: ① $n_1 \parallel n_2 \Leftrightarrow \alpha \parallel \beta$; ② $n_1 \perp n_2 \Leftrightarrow \alpha \perp \beta$; ③ $v \parallel n_1 \Leftrightarrow l \parallel \alpha$; ④ $v \perp n_1 \Leftrightarrow l \perp \alpha$. 其中正确的有 ()

A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个

2. 下列命题为真命题的是 ()

A. 点 $M(3, 2, 1)$ 关于平面 yOz 对称的点的坐标是 $(-3, 2, -1)$

B. 若直线 l 的方向向量为 $e = (1, -1, 2)$, 平面 α 的法向量为 $m = (6, 4, -1)$, 则 $l \perp \alpha$

C. 若直线 l 的方向向量与平面 α 的法向量的夹角为 120° , 则直线 l 与平面 α 所成的角为 30°

D. 已知 O 为空间任意一点, A, B, C, P 四点共面, 且任意三点不共线, 若 $\overrightarrow{OP} = m\overrightarrow{OA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$, 则 $m = -\frac{1}{2}$

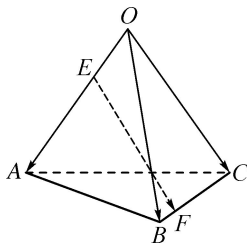
3. [RA 选择性必修一复习参考题 1 第 1 题改编] 如图, 在四面体 $OABC$ 中, $\overrightarrow{OA} = a, \overrightarrow{OB} = b, \overrightarrow{OC} = c$, 且 $\overrightarrow{OE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{BF} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$, 则 $\overrightarrow{EF} =$ ()

A. $\frac{1}{3}a - \frac{3}{4}b + \frac{1}{4}c$

B. $\frac{1}{3}a + \frac{3}{4}b + \frac{1}{4}c$

C. $-\frac{1}{3}a - \frac{3}{4}b + \frac{1}{4}c$

D. $-\frac{1}{3}a + \frac{3}{4}b + \frac{1}{4}c$

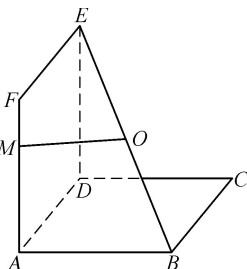


4. 在我国古代数学名著《九章算术》中, 将底面为直角三角形, 且侧棱垂直于底面的棱柱称为堑堵. 已知在堑堵 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, $\angle ABC = 90^\circ, AB = 2, BC = 2\sqrt{2}$, 若直线 CA_1 与直线 AB 所成角为 60° , 则 $AA_1 =$ ()

A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. $2\sqrt{2}$ D. $2\sqrt{3}$

5. 如图, 已知正方形 $ABCD$ 和正方形 $ADEF$ 的边长均为 6, 且它们所在的平面互相垂直, O 是 BE 的中点, $\overrightarrow{FM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{MA}$, 则线段 OM 的长为 ()

A. $3\sqrt{2}$ B. $\sqrt{19}$ C. $2\sqrt{5}$ D. $\sqrt{21}$



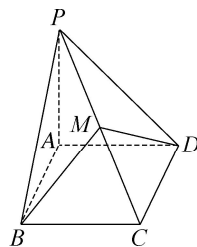
6. 如图, 在四棱锥 $P-ABCD$ 中, 底面 $ABCD$ 为正方形, $PA \perp$ 平面 $ABCD, PA = AB, M$ 为线段 PC 上一动点, $PM = tPC$. 若 $\angle BMD$ 为锐角, 则实数 t 的值可能为 ()

A. $\frac{2}{3}$

B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{2}$



二、多选题

7. 在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, E, F, G 分别是 A_1A, C_1D_1, A_1D_1 的中点, 则下列说法错误的是 ()

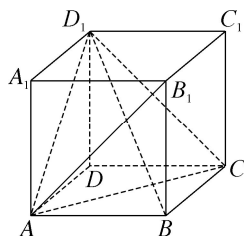
A. $AB \parallel$ 平面 EFG

B. $A_1C \parallel$ 平面 EFG

C. $B_1D \perp$ 平面 EFG

D. $B_1C \perp$ 平面 EFG

8. [北师大选择性必修一 P146 复习题三 A 组第 17 题改编] 如图, 在棱长为 1 的正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 下列结论正确的有 ()



A. AC 与 BD_1 的夹角为 60°

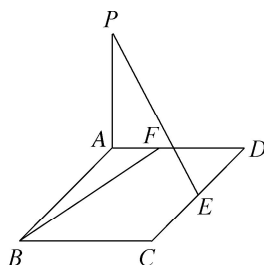
B. 二面角 $D-AC-D_1$ 的平面角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

C. AB_1 与平面 ACD_1 所成角的正弦值为 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

D. 点 D 到平面 ACD_1 的距离为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$

三、填空题

9. 如图, $PA \perp$ 平面 $ABCD$, 四边形 $ABCD$ 为正方形, E 为 CD 的中点, F 是 AD 上一点, 当 $BF \perp PE$ 时, 线段 $\frac{AD}{AF}$ 的比值是 _____.



10. [RB 选择性必修一 P54 练习 A 第 3 题改编] 已知向量 $m = (1, 2, -1)$, $n = (t, 1, -t)$, 且 $m \perp$ 平面 α , $n \perp$ 平面 β . 若平面 α 与平面 β 的夹角的余弦值为 $\frac{2\sqrt{2}}{3}$, 则实数 t 的值为_____.

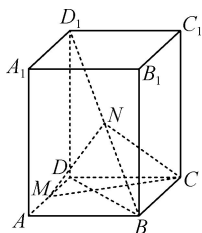
11. 在空间直角坐标系 $O-xyz$ 中, 已知点 $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(0, 0, 1)$, $D(1, 1, 1)$, 则四面体 $ABCD$ 的体积为_____.

四、解答题

12. 如图, 在长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, 底面 $ABCD$ 是边长为 2 的正方形, $AA_1 = 3$, M, N 分别是 AD, BD_1 的中点.

(1) 求证: $MN \parallel$ 平面 CC_1D_1D ;

(2) 求平面 BDD_1 与平面 CMN 夹角的余弦值.



13. 在正四棱柱 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = 2BB_1 = 2$, P 为 B_1C_1 的中点. 求:

(1) 直线 AC 与平面 ABP 所成的角;

(2) 异面直线 AC 与 BP 所成的角;

(3) 点 B 到平面 APC 的距离.

