

一 负数的初步认识

概述:能够在具体的生活情境中理解正、负数的含义,感受学习数学的乐趣;会进行正、负数的简单计算,可以根据正、负数的含义解决一些相关的实际问题,渗透模型意识,在解决问题的过程中深化对正、负数内涵的理解,培养数感。

单元核心素养的主要表现及其内涵

考向 1 生活中的正、负数

高频考题

例 (2025·盐城市阜宁期末)明明在超市购买了一袋饼干,饼干包装上标着“净重(150±5)克”,表示这种饼干标准质量是 150 克,实际每袋最少()克;经检验,其中一袋饼干的净重是 153 克,这袋饼干是()产品。(填“合格”或“不合格”)

分析 联系生活实际思考,“净重(150±5)克”表示以 150 克为标准质量,最多可以比 150 克多 5 克,也就是 155 克,最少可以比 150 克少 5 克,也就是 145 克,所以合格产品质量在 145~155 克之间。经检验,其中一袋饼干的净重是 153 克,其在 145~155 克范围之内,所以是合格产品。

方法技巧

分析产品质量是否合格时,根据正、负数的含义,找准标准量,正数表示比标准量多,负数表示比标准量少,确定合格范围。

解答 145 合格

跟进练习

练1 一袋薯片的外包装纸上标有净含量 (120 ± 5) 克,则这袋薯片的净含量最多是()克,最少是()克。

练2 一瓶果汁标注的净含量是 (500 ± 20) 毫升,质检部门抽查其中的四瓶,下面是它们的净含量, ()是不符合规定的。

- A. 500 毫升 B. 478 毫升
C. 511 毫升 D. 488 毫升

考向 2 生活中正、负数的简单计算

高频考题

例 ▶ (2025·淮安市期末) 2025 年元旦某时刻, 哈尔滨的气温是 $-19\text{ }^{\circ}\text{C}$, 淮安的气温是 $6\text{ }^{\circ}\text{C}$, 哈尔滨与淮安气温相差() $^{\circ}\text{C}$ 。

分析 -19°C 到 0°C 之间的温差是 19°C , 6°C 和 0°C 之间的温差是 6°C , 所以 -19°C 和 6°C 之间的温差是 $19+6=25(^{\circ}\text{C})$, 因此, 哈尔滨与淮安气温相差 25°C 。

方法技巧

解决这种温差问题时, 先要找到基准数 0°C , 求出正、负温度与基准数 0°C 的温差, 再把求得的温差相加, 求出总温差。

解答 25

跟进练习

练 1 ▶ 某地 2 月份某天的最高气温是 5°C , 最低气温是 -2°C , 这一天的温差是多少摄氏度?

练 2 ▶ 某天早上 8:00, 海宁市的气温是 6°C , 到了中午 12:00 上升了 4°C , 接着到了晚上 9:00 又下降了 10°C 。晚上 9:00 的气温是多少摄氏度?

练 3 ▶ 一辆公共汽车从起始站点开出时车上有 5 人, 对途经的每站上车的人数和下车的人数进行记录, 上车人数记为正数, 下车人数记为负数。第 4 站发车时车上有多少人?

第 1 站	第 2 站	第 3 站	第 4 站
+8	-2	+4	-2

考向 3 用正、负数表示与标准量之间的关系

高频考题

例 ▶ (2025·南京市鼓楼区期末)跳绳成绩以 200 个作为标准,比 200 个多记作“+”,比 200 个少记作“-”。李宁跳了 208 个,记作()个;周琪跳了 197 个,记作()个。

分析 以跳绳成绩 200 个为标准量,超过标准量的部分用正数表示,低于标准量的部分用负数表示。李宁跳了 208 个,比标准量 200 个多了 8 个,所以记作+8 个,周琪跳了 197 个,比标准量 200 个少了 3 个,所以记作-3 个。

方法技巧

解决这类问题时,先要明确标准量,高于标准量的部分记为正数,低于标准量的部分记为负数。

解答 +8 -3

跟进练习

练 1 ▶ 潜水艇在水下 40 米处记作-40 米。如果上浮 8 米,那么这时潜水艇的位置可记作()米;如果上浮后再次下沉 9 米,那么这时潜水艇的位置可记作()米。

练 2 ▶ 冬冬 1 分钟跳绳 135 下,体育老师记作+5 下,丁丁 1 分钟跳绳的下数记作-5 下,丁丁实际跳了()下。

练 3 ▶ 某一时刻五个城市时间如下表所示:

伦敦	巴黎	北京	东京	悉尼
4:00	5:00	12:00	13:00	15:00

如果把北京时间记为 0 时,与北京时间相比,东京时间早 1 小时,记为+1 时,巴黎时间晚 7 小时,记为-7 时,那么像这样记录的话,伦敦和悉尼两个城市的时间分别记为什么?

伦敦时间() 悉尼时间()

考向拓展 1

用正、负数计算平均数问题

例 ▶ 体育课上,某班女生进行了仰卧起坐测试,以每分钟 30 个作为合格标准,超过的部分用正数表示,不足的部分用负数表示。下表是 8 位女生的成绩记录。(单位:个)

①号	②号	③号	④号	⑤号	⑥号	⑦号	⑧号
+5	+8	0	-3	-2	+2	+7	-1

请你算出这 8 位女生的平均成绩。

分析 方法一:将 30 个作为标准量,正数表示高于标准量,负数表示低于标准量,0 表示

和标准量相等,所以先分别求出 8 位女生的实际成绩,如下:

①号: $30+5=35$ (个),②号: $30+8=38$ (个),③号:30 个,④号: $30-3=27$ (个),
⑤号: $30-2=28$ (个),⑥号: $30+2=32$ (个),⑦号: $30+7=37$ (个),⑧号: $30-1=29$ (个),
接着用 8 位女生的总成绩 $\div$ 总人数=平均成绩,即 $(35+38+30+27+28+32+37+29)\div 8=32$ (个)。

方法二:也可以先求超过和不足部分的平均数,再用标准量加上或减去算出的平均数,也能求得这 8 位女生的实际平均成绩。超过和不足部分的平均数是 $(5+8+0-3-2+2+7-1)\div 8=2$ (个),8 位女生的实际平均成绩为 $30+2=32$ (个)。

解答 方法一: $(35+38+30+27+28+32+37+29)\div 8=32$ (个)

方法二: $(5+8+0-3-2+2+7-1)\div 8=2$ (个) $30+2=32$ (个)

答:这 8 位女生的平均成绩是 32 个。

跟进练习

练 1 在一次数学素养大比拼中,五(1)班的平均成绩是 90 分,数学老师在记录分数时把高于平均分的记作正数,低于平均分的记作负数。数学老师将甲、乙、丙、丁 4 位同学的成绩记录为+8 分、+10 分、-4 分、-2 分,这 4 位同学的平均成绩是多少分?

练 2 五年级同学的标准身高应该达到 150 厘米。在一次体测中,老师记录了班级 5 名同学的身高情况:+5 厘米,-2 厘米,0 厘米,+6 厘米,-4 厘米。这 5 名同学中有几名同学的身高是达标的? 他们 5 人的平均身高是多少厘米?

考向拓展 2

用正、负数计算“蜗牛爬井”问题

>>>

例 一口井 7 米深,有一只蜗牛从井底往上爬,如果把向上爬记作正数,向下滑记作负数,那么这只蜗牛白天爬+3 米,晚上爬-2 米。这只蜗牛多少天才能从井里爬出来?

分析 这只蜗牛白天爬+3 米,表示白天能够向上前进 3 米,晚上爬-2 米,表示晚上向下掉落 2 米,所以一昼夜能够向上前进 $3-2=1$ (米)。这只蜗牛前面 4 昼夜一共向上前进 4 米,最后一个白天爬+3 米直接到了井口,所以这只蜗牛 5 天才能从井里爬出来。

解答 $3-2=1$ (米) $(7-3)\div 1=4$ (天) $4+1=5$ (天)

答:这只蜗牛 5 天才能从井里爬出来。

跟进练习

练 1 有一只小青蛙掉到井里,如果把向上爬记作正数,向下滑记作负数,那么这只小青蛙白天爬+3 米,夜里爬-2 米,它用了 8 天时间爬到井口。这口井深有多少米?

练 2 小猴子爬竹竿,如果把向上爬记作正数,向下滑记作负数,那么小猴子每次先爬+4 米,接着爬-2 米,小猴子从竹竿底端开始爬到顶端,共爬了 8 次。小猴子爬的这根竹竿有多长?

七 解决问题的策略

概述:能够利用一一列举、列表、画图等策略解决生活中的一些实际问题,在解决实际问题的过程中,掌握解决问题的方法,培养学生的策略意识,发展学生灵活解决问题的能力 and 实际应用的意识。

单元核心素养的主要表现及其内涵

考向 1 用列举的策略解决“怎样围图形面积最大”问题

高频考题

例 (2025·徐州市鼓楼区期末)李大爷用 12 根 1 米长的木条靠墙围一个长方形花圃(如下图),长和宽都是整米数,怎样围面积最大? 请先列举出长方形的长和宽,再找出面积最大的长方形。



宽/m					
长/m					
面积/m ²					

答:长是_____米,宽是_____米时,面积最大。

分析 由于围成的长方形花圃一面靠墙,说明这 12 根 1 米长的木条总长度是此长方形剩余三条边的总长度。通过一一列举法可令宽分别为 1 米、2 米、3 米、4 米和 5 米,并求出对应长,共 5 种,其中面积最大的是长 6 米、宽 3 米的长方形。

解答

宽/m	1	2	3	4	5
长/m	10	8	6	4	2
面积/m ²	10	16	18	16	10

答:长是 6 米,宽是 3 米时,面积最大。

方法技巧

解决这类问题时,先要弄清围成图形的材料总长度包括哪几条边的长度,再用一一列举的策略画出所有符合条件的图形,做到不重复、不遗漏,再从其中找到面积最大的图形。

跟进练习

练 1 五(1)班同学们准备用 30 米长的木栅栏在校园的“快乐农场”中围一块长方形菜地,要使长和宽都是整米数,有多少种不同的围法? 围成的菜地面积最大是多少平方米?

练2 (2025·泰州市泰兴期末)王大爷要用16根1米长的栅栏一面靠墙(墙足够长)围一个长方形花圃,有多少种不同的围法(长、宽均为整厘米数)?面积最大是多少?(列表解答)

与墙垂直的一条边/m							
与墙平行的一条边/m							
面积/ m^2							

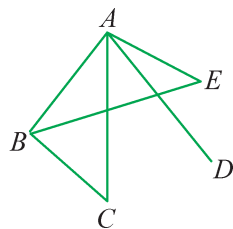
一共有()种不同的围法,面积最大是()平方米。

考向2 画图法解决稍复杂的“握手”问题

高频考题

例 A、B、C、D、E 五个人一起去开会,他们两两互相握手问好,A 和 4 个人握了手,B 和 3 个人握了手,C 和 2 个人握了手,D 和 1 个人握了手,E 和哪几个人握了手?

分析 由于 A 和 4 个人都握了手,即 A 和 B、C、D、E 都握了手;B 和 3 个人握了手,而 D 只和 1 个人握了手,D 一定只和 A 握了手,所以 B 是和 A、C、E 握了手;C 握了 2 次手,分别是 A 和 B,因此 E 是和 A、B 两人握了两次手。以上分析也可以通过画图来理解,如右图所示。根据右图可知,E 分别和 A、B 两人握了手。



解答 E 分别和 A、B 两人握了手。

跟进练习

练1 A、B、C、D、E、F 六支球队进行比赛,已知每两支球队之间都要赛一场。现在 A 球队赛了 5 场,B 球队赛了 4 场,C 球队赛了 3 场,D 球队赛了 2 场,E 球队赛了 1 场,则 F 球队赛了多少场? 分别是和哪些球队比赛的?

练2 甲、乙、丙、丁和小强进行围棋比赛,每两人之间都要比赛一场,甲已经比赛了 4 盘,乙比了 3 盘,丙比了 1 盘,丁比了 2 盘,小强比了几盘? 这场围棋比赛还要比多少盘才能结束?

答案详解

一 负数的初步认识

考向 1

练 1 125 115

练 2 B

考向 2

练 1 $5+2=7(^{\circ}\text{C})$ 【解析】 5°C 到 0°C 的温差是 5°C , -2°C 到 0°C 的温差是 2°C , 所以 -2°C 到 5°C 的温差是 $5+2=7(^{\circ}\text{C})$ 。

练 2 $6+4-10=0(^{\circ}\text{C})$

练 3 $5+8-2+4-2=13(\text{人})$

考向 3

练 1 -32 -41 【解析】 由题意可知,以水面 0 米为标准,潜水艇在水下 40 米处,上浮 8 米,仍然还在水下,离水面的距离是 $40-8=32(\text{米})$,即水下 32 米处,记作 -32 米;如果继续下沉 9 米,那么潜水艇仍在水下,且离水面 0 米更远,在水下 $32+9=41(\text{米})$,记作 -41 米。

练 2 125 【解析】 135 下记作 +5 下,表示 135 下比标准量多 5 下,所以标准量是 130 下, -5 下表示比标准量少 5 下,实际上跳了 $130-5=125(\text{下})$ 。

练 3 -8 时 +3 时 【解析】 将北京时间 12:00 作为标准时间,早于标准时间的部分用正数表示,晚于标准时间的部分用负数表示。伦敦时间 4:00 比北京时间 12:00 晚 8 小时,记为 -8 时,悉尼时间 15:00 比北京时间 12:00 早 3 小时,记为 +3 时。

考向拓展 1

练 1 方法一: $(8+10-4-2)\div 4=3(\text{分})$

$90+3=93(\text{分})$

方法二: $90+8=98(\text{分})$ $90+10=100(\text{分})$

$90-4=86(\text{分})$ $90-2=88(\text{分})$

$(98+100+86+88)\div 4=93(\text{分})$

【解析】 可以先算出超过和不足部分的平均分,再用标准量加上算出的平均分;也可以先分别求出 4 位同学的实际分数,再求平均分。

练 2 方法一: $(5-2+0+6-4)\div 5=1(\text{厘米})$

$150+1=151(\text{厘米})$

方法二: $150+5=155(\text{厘米})$ $150-2=148(\text{厘米})$

$150+6=156(\text{厘米})$ $150-4=146(\text{厘米})$

$(155+148+150+156+146)\div 5=151(\text{厘米})$

这 5 名同学中有 3 名同学的身高是达标的,他们 5 人的平均身高是 151 厘米。

考向拓展 2

练 1 $(3-2)\times(8-1)+3=10(\text{米})$

【解析】 这只小青蛙白天爬 +3 米表示向上爬 3 米,夜里爬 -2 米表示向下滑 2 米,实际每天只能向上爬 1 米,前 7 天每天向上爬 1 米,共爬了 7 米,第 8 天白天向上爬 3 米后就直接到达井口,所以这口井深 $7+3=10(\text{米})$ 。

练 2 $(4-2)\times(8-1)+4=18(\text{米})$

【解析】 由题意可知,这只小猴子实际每次向上爬 $4-2=2(\text{米})$,前 7 次每次向上爬 2 米,共向上爬了 14 米,最后一次直接爬到竹竿的顶端没有下滑,所以这根竹竿的长度是 $14+4=18(\text{米})$ 。

练 2 $21.483 \div (100 - 1) = 0.217$ 【解析】 两位小数除以整数,漏掉被除数的小数点,也就是说被除数扩大到原来的 100 倍,除数不变,商随之扩大到原来的 100 倍。原来的商是 1 倍量,现在的商就是 100 倍量,两者之间相差 99 倍量,也就是大的 21.483,所以 1 倍量是 $21.483 \div 99 = 0.217$,也就是正确的商。

考向拓展 2

练 1 乙: $14.14 \div (1 + 100) = 0.14$ 甲: $0.14 \times 100 = 14$ 【解析】 甲数的小数点向左移动两位刚好等于乙数,说明甲数是乙数的 100 倍,甲、乙两数的和是 101 倍,对应的正好是甲、乙两数之和 14.14,进而求出 1 倍量是 0.14,也就是乙数的值,最后求出甲数是 $0.14 \times 100 = 14$ 。

练 2 $50.4 \div (10 - 1) = 5.6$ $5.6 \times 10 = 56$

【解析】 一个数的小数向左移动一位,说明这个数被缩小到原来的 $\frac{1}{10}$,即原数是现在这个数的 10 倍,所以“小 50.4”对应的是现在这个数的 9 倍量。用 $50.4 \div 9 = 5.6$ 得到的是现在这个数,则原来的数是 $5.6 \times 10 = 56$ 。

考向 3

练 1 $728 - 560 = 168$ (元) $168 \div 16.8 = 10$ (千克) $10 + 20 = 30$ (千克)

练 2 (1) $500 \times 0.16 + (800 - 500) \times 0.2 = 140$ (元)

(2) $(181.4 - 500 \times 0.16 - 500 \times 0.2) \div 0.28 + 1000 = 1005$ (个)

六 统计表和条形统计图(二)

考向 1

练 (1) 174 画图略 【解析】 第一次测试,4 人平均每分钟跳 151 下,说明 4 人每分钟跳的总

下数是 $151 \times 4 = 604$ (下),则小华跳了 $604 - 148 - 130 - 152 = 174$ (下)。

(2) $(140 + 156 + 145) \div 3 = 147$ (下)

$(147 + 3) \times 4 - (140 + 156 + 145) = 159$ (下)

画图略

考向 2

练 (1) $48 - (2 + 1 + 3 + 2 + 12 + 6 + 11) = 11$ (人) 画图略

(2) B 【解析】 男生跳绳成绩是按从下数少的到下数多的依次排列,130~160 下区间内男生有 6 人,100~129 下区间内男生有 12 人,说明乐乐肯定在 100~129 这个区间内,符合要求的是 B。

七 解决问题的策略

考向 1

练 1 $30 \div 2 = 15$ (米)

长/m	14	13	12	11	10	9	8
宽/m	1	2	3	4	5	6	7
面积/m ²	14	26	36	44	50	54	56

有 7 种不同的围法,面积最大是 $8 \times 7 = 56$ (平方米)。

练 2

与墙垂直的一条边/m	1	2	3	4	5	6	7
与墙平行的一条边/m	14	12	10	8	6	4	2
面积/m ²	14	24	30	32	30	24	14

7 32

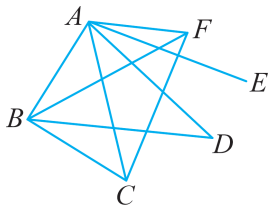
考向 2

练 1 F 球队赛了

3 场,分别是和 A、B、

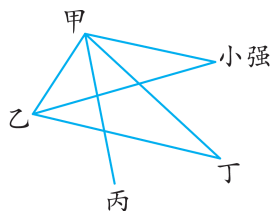
C 比赛的。 【解析】

A 球队赛了 5 场,分别是和 B、C、D、E、



F 赛的; E 只赛了一场, E 一定只和 A 赛了; B 赛了 4 场, 分别是和 A 、 C 、 D 、 F 赛的; C 赛了 3 场, 分别是和 A 、 B 、 F 赛的; D 赛了 2 场, 分别是和 A 、 B 赛的; 所以 F 赛了 3 场, 分别是和 A 、 B 、 C 赛的。

练 2 小强比了 2 盘; 围棋比赛还要比 4 盘才能结束。【解析】 甲比赛了 4 盘, 分别是和乙、丙、丁、小强; 乙比了 3 盘, 因为丙只和甲比了 1 盘, 所以乙是和甲、丁、小强各比了一场; 丁比了 2 盘, 分别是和甲、乙比的, 所以小强比了 2 盘, 分别是和甲、乙比的。根据题意可知, 乙和丙没有比过, 丙和丁没有比过, 丁和小强没有比过, 丙和小强没有比过, 所以还要比 4 盘才能结束。可以利用下图来分析解答。



八 用字母表示数

考向 1

练 1 n^2

练 2 $2n-1$

练 3 $\frac{1}{n \times (n+1)}$

考向拓展

练 1 (1)

图形序号	①	②	③	④	⑤
火柴棒的根数	4	6	8	10	12

(2) $2+2n$

【解析】 第 1 个图形可以看成是 $(2+2)$ 根火柴棒, 第 2 个图形可以看成是 $(2+2 \times 2)$ 根, 第 3 个图形可以看成是 $(2+2 \times 3)$ 根, 以此类推, 第几个

图形就需要 2 加几个 2 根, 所以第 n 个图形需要 $(2+2n)$ 根火柴棒。

练 2 (1) 18 块 (2) 第 10 个 (3) $2+4n$

【解析】 图 1 可以看成是 $(2+4)$ 块白色地砖, 图 2 在图 1 的基础上再加 4 块白色地砖, 即 $(2+4 \times 2)$ 块, 图 3 在图 2 的基础上再加 4 块白色地砖, 即 $(2+4 \times 3)$ 块, 以此类推, 第几幅图就有 2 加几个 4 块白色地砖, 所以图 n 有 $(2+4n)$ 块白色地砖。

练 3 (1)

层数	1	2	3	4	5	6
该层对应的点数	1	6	12	18	24	30
所有层的总点数	1	7	19	37	61	91

(2) $6(n-1)$

(3) $6 \times [1+2+3+\cdots+(n-1)]+1=3n(n-1)+1$

(4) $96 \div 6+1=17$ (层)

【解析】 除第一层外, 其他各层对应的点数都等于 $(\text{层数}-1)$ 与 6 的乘积, 即第 n 层对应的点数 $=6(n-1)$; 因为总点数总比 6 的倍数多 1, 所以我们可以从这个倍数入手, 寻找规律。

1~2 层的总点数 $=7=6 \times 1+1$;

1~3 层的总点数 $=19=6 \times 3+1, 3=1+2$;

1~4 层的总点数 $=37=6 \times 6+1, 6=1+2+3$;

1~5 层的总点数 $=61=6 \times 10+1, 10=1+2+3+4$;

...

所以 n 层六边形点阵的总点数 $=6 \times [1+2+3+\cdots+(n-1)]+1$ 。

考向 2

练 1 甲、乙仓库共有: $(3b+30)+(5b+40)=(8b+70)$ 吨

乙仓库比甲仓库多: $(5b+40)-(3b+30)=$