

初中数学

小题才王做[®]

恩波教育研究中心 编

巅峰版

九年级上
· 苏科版 ·

本册主编 张 杰 王永宽
编 委 张 杰 王永宽 张寿彬
朱奎祥 朱松林

图书在版编目(CIP)数据

初中数学小题狂做. 九年级. 上 : 苏科版 : 巅峰版/
恩波教育研究中心编. — 南京 : 江苏凤凰科学技术出版
社, 2017. 4(2025. 3 重印)
ISBN 978-7-5537-8083-2

I. ①初… II. ①恩… III. ①中学数学课—初中—习
题集 IV. ①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2017)第 059110 号

初中数学小题狂做·九年级上·苏科版·巅峰版

编 者	恩波教育研究中心
责 任 编 辑	卢海春
责任设计编辑	孙达铭
责 任 校 对	仲 敏
责 任 监 制	周雅婷
出 版 发 行	江苏凤凰科学技术出版社
出版社地址	南京市湖南路 1 号 A 楼, 邮编: 210009
编 读 信 箱	skqsfs@163.com
联 系 电 话	(025)83657623
印 刷	南京地海印刷有限公司
开 本	880mm×1230mm 1/16
印 张	10.5
字 数	302 000
版 次	2017 年 4 月第 1 版
印 次	2025 年 3 月第 9 次印刷
标 准 书 号	ISBN 978-7-5537-8083-2
定 价	38.80 元

图书如有印装质量问题,可随时向我社印务部调换。

巅峰训练

第1章 一元二次方程

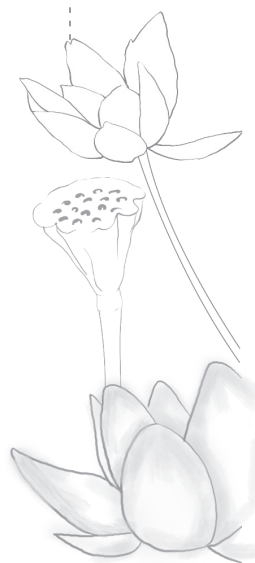
巅峰训练1 一元二次方程	1
巅峰训练2 一元二次方程的解法(1)	3
巅峰训练3 一元二次方程的解法(2)	5
巅峰训练4 一元二次方程的根与系数的关系	7
巅峰训练5 用一元二次方程解决问题	8
第1章综合练(1)	11
第1章综合练(2)	13

第2章 对称图形——圆

巅峰训练6 圆	15
巅峰训练7 圆的对称性	17
巅峰训练8 确定圆的条件	19
巅峰训练9 圆周角(1)	21
巅峰训练10 圆周角(2)	23
巅峰训练11 直线与圆的位置关系(1)	25
巅峰训练12 直线与圆的位置关系(2)	27
巅峰训练13 直线与圆的位置关系(3)	29
巅峰训练14 正多边形与圆	31
巅峰训练15 弧长及扇形的面积 圆锥的侧面积	33
第2章综合练(1)	35
第2章综合练(2)	37

第3章 数据的集中趋势和离散程度

巅峰训练16 平均数	39
巅峰训练17 中位数与众数	41
巅峰训练18 方差	43
第3章综合练	45



第4章 等可能条件下的概率

巅峰训练 19 等可能性 等可能条件下的概率(一)	47
巅峰训练 20 等可能性 等可能条件下的概率(二)	49
第4章综合练	51
期末综合练(1)	53
期末综合练(2)	55
期末综合练(3)	57

2024 年江苏 13 大市期中压轴题精选

期中压轴 1 2024 年南京市秦淮区期中压轴题	59
期中压轴 2 2024 年南京市玄武区期中压轴题	60
期中压轴 3 2024 年南京市建邺区期中压轴题	61
期中压轴 4 2024 年南京市联合体期中压轴题	62
期中压轴 5 2024 年苏州市期中压轴题	63
期中压轴 6 2024 年无锡市江阴市期中压轴题	64
期中压轴 7 2024 年无锡市梁溪区期中压轴题	65
期中压轴 8 2024 年常州市期中压轴题	66
期中压轴 9 2024 年镇江市期中压轴题	67
期中压轴 10 2024 年镇江市丹徒区期中压轴题	68
期中压轴 11 2024 年南通市海安市期中压轴题	69
期中压轴 12 2024 年盐城市大丰区期中压轴题	70
期中压轴 13 2024 年泰州市泰兴市期中压轴题	71
期中压轴 14 2024 年扬州市仪征市期中压轴题	72
期中压轴 15 2024 年徐州市期中压轴题	73
期中压轴 16 2024 年宿迁市宿城区期中压轴题	74
期中压轴 17 2024 年淮安市淮安区期中压轴题	75
期中压轴 18 2024 年连云港市灌南县期中压轴题	76

答案全解精析(另册)

附:做题小帮手·巅峰指南



第1章 一元二次方程

巅峰训练1 一元二次方程



1. 定义: 如果一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 满足 $a+b+c=0$, 那么我们称这个方程为“凤凰”方程. 已知 $ax^2+bx+c=0$ ($a \neq 0$) 是“凤凰”方程, 且有一个根为 -1 , 则下列结论正确的是 ()

- A. $a=c, b=1$
B. $a=b, c=0$
C. $a=-c, b=0$
D. $a=b=c$

2. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx+a=0$ 有一个根是 $-a$ ($a \neq 0$), 则下列代数式的值恒为常数的是 ()

- A. ab B. $\frac{a}{b}$
C. $a+b$ D. $a-b$

3. 若 x_0 是关于 x 的方程 $ax^2+2x+c=0$ ($a \neq 0$) 的一个根, 设 $M=2-ac$, $N=(ax_0+1)^2$, 则 M 与 N 的大小关系是 ()

- A. $M>N$ B. $M=N$
C. $M<N$ D. 不确定

4. 已知关于 x 的一元二次方程 $m(x-h)^2-k=0$ (m, h, k 均为常数且 $m \neq 0$) 的解是 $x_1=3, x_2=6$, 则关于 x 的一元二次方程 $m(x-h-1)^2=k$ 的解是 ()

- A. $x_1=-3, x_2=-6$
B. $x_1=-4, x_2=-7$
C. $x_1=4, x_2=7$
D. $x_1=3, x_2=6$

5. 已知两个关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 和 $cx^2+bx+a=0$, 其中 a, b, c 是常数, 且 $a+c=0$. 如果 $x=2$ 是方程 $ax^2+bx+c=0$ 的一个根, 那么下列各数中, 一定是方程 $cx^2+bx+a=0$ 的根的是 ()

- A. ± 2 B. $-\frac{1}{2}$
C. 2 D. -2

6. 已知 m, n 都是方程 $x^2+220x-222=0$ 的根, 则 $(m^2+220m-221)(n^2+220n-223)$ 的值为_____.

7. 已知 $a-2b+4c=0$, 则关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 必有一个根为_____.

8. 已知 m 为实数, 若关于 x 的方程 $x^2-3x+m=0$ 的一个根的相反数是方程 $x^2+3x-3=0$ 的一个根, 则 m 的值是_____.

9. 已知 a 是方程 $2x^2+x-1=0$ 的一个根, 求下列代数式的值:

(1) $4a^2+2a+2\ 024=$ _____;

(2) $2a^3+a^2+2\ 024-a=$ _____;

(3) $2+\frac{1}{a}-\frac{1}{a^2}+2\ 024=$ _____;

(4) $2a^2+3a+\frac{1}{2a^2-1}+2\ 024=$ _____.

10. 我们把关于 x 的一元二次方程 $a_1(x-h)^2+k=0$ 和 $a_2(x-h)^2+k=0$ 称为“同族二次方程”, 若方程 $2(y-1)^2+3=0$ 和 $ay^2+y+c=0$ 是关于 y 的“同族二次方程”, 则 c 的值为_____.

11. 已知方程 $(a-x)^2 = a(x^2 + x + a) - 8a + 16$ 是关于 x 的一元二次方程.

- (1) 求 a 的取值范围;
- (2) 若该方程的一次项系数为 0, 求此方程的根.

12. 是否存在某个实数 m , 使得关于 x 的方程 $x^2 + mx + 2 = 0$ 和 $x^2 + 2x + m = 0$ 有且只有一个公共根? 如果存在, 求出实数 m 的值及这两个方程的公共根; 如果不存在, 请说明理由.

13. 定义: 关于 x 的一元二次方程 $cx^2 + bx + a = 0$ (其中 a, b, c 是常数, 且 $ac \neq 0$) 是关于 x 的一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的“友好”方程. 例如: $-2x^2 - x + 1 = 0$ 是 $x^2 - x - 2 = 0$ 的“友好”方程.

- (1) 【概念感知】 $2x^2 - 3x - 2 = 0$ 的“友好”方程是_____.
- (2) 【问题探究】若关于 x 的一元二次方程 $cx^2 + bx + a = 0$ (其中 a, b, c 是常数, 且 $ac \neq 0$) 的一个解为 3, 请判断 $\frac{1}{3}$ 是否为该方程的“友好”方程的一个解? 若是, 请证明; 若不是, 请说明理由.



思维大爆炸

14. 若方程 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 的两个根也是方程 $x^4 + ax^2 + bx + c = 0$ 的根 (a, b, c 为常数), 则 $a + b - 2c$ 的值为_____.

15. 阅读材料:

已知方程 $x^2 + x - 1 = 0$, 求一个一元二次方程, 使它的根分别是已知方程根的 2 倍.

解: 设所求方程的根为 y , 则 $y = 2x$, 所以

$x = \frac{y}{2}$, 把 $x = \frac{y}{2}$ 代入已知方程, 得 $\left(\frac{y}{2}\right)^2 +$

$\frac{y}{2} - 1 = 0$, 化简, 得 $y^2 + 2y - 4 = 0$, 所以所

求方程为 $y^2 + 2y - 4 = 0$, 这种利用方程根的代换求新方程的方法叫作“换根法”.

利用阅读材料提供的换根法求新方程:

(1) 已知方程 $x^2 + x - 2 = 0$, 求一个一元二次方程, 使它的根分别是已知方程根的相反数, 则所求方程是什么?

(2) 已知方程 $x^2 + 3x - 5 = 0$, 求一个一元二次方程, 使它的根分别比已知方程的根大 1, 则所求方程是什么?

巅峰训练4 一元二次方程的根与系数的关系



- (宿迁市沭阳县月考)已知 a, b 是方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的两根,则代数式 $2a^3 + 5a + 3b^3 + 3b + 1$ 的值是 ()
A. 19 B. 20 C. 14 D. 15
- 已知 a, b, c, d 为互不相等的实数,且 $(a+c)(a+d) = 2\ 025$, $(b+c)(b+d) = 2\ 025$, 则 $a+b+c+d$ 的值为 ()
A. $-2\ 025$ B. 0
C. $\frac{1}{2\ 025}$ D. $2\ 025$
- 已知方程 $2x^2 + 4x - 3 = 0$ 的两个根分别为 x_1 和 x_2 ,则代数式 $2x_1^2 + 6x_1 + 2x_2$ 的值等于_____.
- 若实数 a, b 满足 $a^2 - 8a + 5 = 0$, $b^2 - 8b + 5 = 0$,则 $\frac{b-1}{a-1} + \frac{a-1}{b-1}$ 的值为_____.
- 已知关于 x 的方程 $x^2 + 2kx + k^2 + k + 3 = 0$ 的两个根分别是 x_1, x_2 ,则 $(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2$ 的最小值是_____.
- 如果关于 x 的方程 $(x-1)(x^2 - 2x + \frac{1}{4}k) = 0$ 的三个根可以作为一个三角形的三边之长,那么实数 k 的取值范围是_____.
- (无锡市滨湖区期中)已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + 3x + k - 2 = 0$ 有实数根.
(1) 求实数 k 的取值范围;
(2) 若 $k > 4$,方程的两个实数根分别为

$$x_1, x_2, \text{求证: } \frac{x_1}{x_1+1} - \frac{1}{x_2+1} \geq 5.$$



- 设关于 x 的方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 有两个根 x_1 和 x_2 ,且 $1 < x_1 < 2 < x_2 < 4$,那么方程 $cx^2 - bx + a = 0$ 的较小根 x_3 的取值范围为 ()
A. $\frac{1}{2} < x_3 < 1$ B. $-4 < x_3 < -2$
C. $-\frac{1}{2} < x_3 < -\frac{1}{4}$ D. $-1 < x_3 < -\frac{1}{2}$
- 已知实数 a, b, c 满足: $a+b+c=2, abc=4$. 则 $|a| + |b| + |c|$ 的最小值为_____.
- 阅读材料,解答问题:
已知实数 m, n 满足 $m^2 - m - 1 = 0, n^2 - n - 1 = 0$,且 $m \neq n$,显然 m, n 是方程 $x^2 - x - 1 = 0$ 的两个不相等的实数根,由一元二次方程的根与系数的关系,可知 $m+n=1, mn=-1$.
根据上述材料,解决以下问题:
(1) 直接应用: $m^2 + n^2 =$ _____;
(2) 间接应用:已知实数 a, b 满足 $2a^4 - 7a^2 + 1 = 0, 2b^4 - 7b^2 + 1 = 0$,且 $a \neq b$,求 $a^4 + b^4$ 的值;
(3) 拓展应用:已知实数 a, b, c 满足 $a + b = c - 5, ab = \frac{16}{5-c}$,且 $c < 5$,求 c 的最大值.

巅峰训练 5 用一元二次方程解决问题



1. 某同学写了一份倡议书,并在某社交软件传播,传播规则为:将倡议书发表在自己的朋友圈,再邀请 n 个好友转发倡议书,每个好友转发倡议书后,又邀请 n 个不相同的好友转发倡议书,以此类推. 已知经过两轮转发后,共有 931 人参与了传播活动,则可列方程为 ()

A. $(1+n)^2=931$ B. $n(n-1)=931$
C. $1+n+n^2=931$ D. $n+n^2=931$

2. 下图是某月的日历表,在此日历表上可以用一个矩形框出位置相邻的 9 个数(如:6, 7, 8, 13, 14, 15, 20, 21, 22). 若框出的 9 个数中,最大数与最小数的积为 192,则这 9 个数的和为 ()

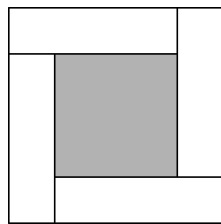
			1	2	3	4
5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18
19	20	21	22	23	24	25
26	27	28	29	30	31	

A. 32 B. 126 C. 135 D. 144

3. 《九章算术》“勾股”章有一题:“今有户高多于广六尺八寸,两隅相去适一丈. 问户高、广各几何?”大意是说:已知矩形门的高比宽多 6 尺 8 寸,门的对角线长 1 丈,那么门的高和宽各是多少(1 丈 = 10 尺,1 尺 = 10 寸)? 若设门的宽为 x 寸,则可列方程为 ()

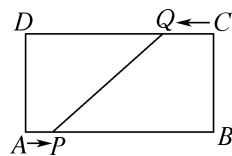
A. $x^2+1^2=(x+0.68)^2$
B. $x^2+(x+0.68)^2=1^2$
C. $x^2+100^2=(x+68)^2$
D. $x^2+(x+68)^2=100^2$

4. 对于一元二次方程,我国古代数学家还研究过其几何解法. 以方程 $x(x+6)=72$ 为例加以说明. 数学家赵爽在其所著的《勾股圆方注》中记载的方法是:如图,将四个长为 $x+6$,宽为 x 的长方形纸片拼成一个大正方形,则大正方形的边长是 $x+6+x$,面积是四个矩形的面积与中间小正方形的面积之和,即 $4 \times 72 + 6^2$,据此易得 $x = \frac{18-6}{2} = 6$. 小明用此方法解关于 x 的方程 $x(3x-n)=24$,其中 $3x-n > x$,构造出同样的图形,已知小正方形的面积为 4,则 n 的值为 ()



A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

5. 如图, A, B, C, D 为矩形的四个顶点, $AB = 16$ cm, $AD = 8$ cm, 动点 P, Q 分别从点 A, C 同时出发. 点 P 以 3 cm/s 的速度向点 B 移动,一直到达点 B 为止;点 Q 以 2 cm/s 的速度向点 D 移动. 若一点到达终点,另一点也随之停止运动. 当点 P 和点 Q 的距离是 10 cm 时, P, Q 两点运动了 ()



A. 2 s 或 $\frac{23}{5}$ s B. 1 s 或 $\frac{22}{5}$ s
C. $\frac{22}{5}$ s D. 2 s 或 $\frac{22}{5}$ s

第1章综合练(2)

1. 某商店购进一种商品,进价为30元/件.试销期间发现这种商品每天的销售量 P (件)与每件的销售价 x (元)满足关系: $P=100-2x$.若商店在试销期间每天销售这种商品获得200元的利润,则下面所列方程正确的是 ()

- A. $(x-30)(100-2x)=200$
 B. $x(100-2x)=200$
 C. $(30-x)(100-2x)=200$
 D. $(x-30)(2x-100)=200$

2. 已知实数 m 使关于 x 的反比例函数 $y=\frac{m-3}{x}$ 的图像在第二、四象限,且使关于 x 的方程 $2(m-2)x^2-2(2m-1)x+2m+1=0$ 有实数根.若 m 是整数,则所有满足条件的 m 的值的和为 ()
- A. -2 B. -1 C. 0 D. 1

3. 如图,将图1的正方形剪成四块,且这四块恰能无缝隙、不重叠地拼成图2的矩形,设 $a=1$,则 b 的值为 ()

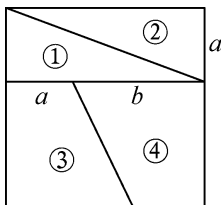


图1

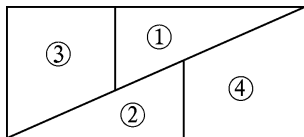


图2

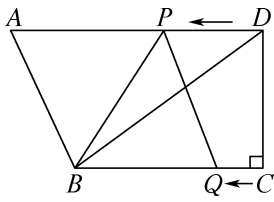
- A. $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ B. $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$
 C. $\frac{\sqrt{5}+3}{2}$ D. $\sqrt{2}+1$

4. 若关于 x 的方程 $x^2-ax+2a=0$ 的两个实数根的平方和是5,则 a 的值是 ()
- A. -1或5 B. 1
 C. 5 D. -1

5. (泰州市姜堰区模拟)若一个一元二次方程的两个根分别是 $\text{Rt}\triangle ABC$ 的两条直角边的长,且 $S_{\triangle ABC}=3$,请写出一个符合题意的一元二次方程:_____.

6. 若关于 x 的方程 $kx^2-4x+3=0$ 有实数根,则 k 的非负整数值是_____.

7. 如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle C=90^\circ$, $BC=8$, $DC=6$, $AD=14$.动点 P 从点 D 出发,沿射线 DA 的方向



以每秒2个单位长度的速度运动,动点 Q 从点 C 出发,在线段 CB 上以每秒1个单位长度的速度向点 B 运动,点 P, Q 分别从点 D, C 同时出发,当点 Q 运动到点 B 时,点 P 随之停止运动.设运动的时间为 t s,当 $t=$ _____时,以 B, P, Q 三点为顶点的三角形是等腰三角形.

8. 已知实数 m, n 满足 $m^2-am+1=0$, $n^2-an+1=0$,且 $m \neq n$.若 $a \geq 3$,则代数式 $(m-1)^2+(n-1)^2$ 的最小值是_____.

9. 定义新运算“ $\star$ ”如下:当 $a \geq b$ 时, $a \star b = ab+b$;当 $a < b$ 时, $a \star b = ab-3(a-9)$.若 $(2x-1) \star (x+2) = 48$,则 x 的值为_____.

10. 某电解金属锰厂从今年1月起安装使用回收净化设备(安装时间不计),这样既改善了环境,又降低了原料成本.据统计,在使用回收净化设备后的1至 x 个月的月利润平均值 w (万元)满足 $w=10x+90$,则前_____个月的利润和等于1620万元.

11. 已知关于 x 的方程 $x^2+(a-6)x+a=0$ 的两个根都是整数,则 a 的值为_____.

12. (镇江市京口区期中) 如果关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 有两个实数根, 且其中一个根是另一个根的 3 倍, 那么称这样的方程为“三倍根方程”. 例如, 方程 $x^2-4x+3=0$ 的两个根分别为 1 和 3, 则这个方程就是“三倍根方程”.

(1) 下列方程是“三倍根方程”的是 _____ (填序号).

① $x^2-3x+2=0$;

② $x^2-3x=0$;

③ $x^2-8x+12=0$.

(2) 若关于 x 的方程 $x^2-6x+c=0$ 是“三倍根方程”, 则 $c=$ _____.

(3) 若关于 x 的方程 $x^2-(m+n)x+mn=0$ 是“三倍根方程”, 求代数式 $\frac{mn}{m^2+n^2}$ 的值.

13. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2-2(k+1)x+k^2+k+3=0$ (k 为常数).

(1) 若方程的两根为菱形相邻两边的长, 求 k 的值.

(2) 是否存在常数 k , 使该方程的两根等于边长为 2 的菱形的两对角线长? 若存在, 求 k 的值; 若不存在, 说明理由.

14. 已知 α, β 是方程 $x^2-x-1=0$ 的两个实数根 ($\alpha < \beta$).

(1) 求 α, β , 并通过计算求 $\alpha+\beta$ 的值.

(2) 阅读示例, 尝试解题.

示例: 根据 $\alpha+\beta$ 的值, 求 $\alpha^2+\beta^2$ 与 $\alpha^3+\beta^3$ 的值.

解: 因为 α 是方程 $x^2-x-1=0$ 的一个实数根, 所以 $\alpha^2-\alpha-1=0$, 移项, 得 $\alpha^2=\alpha+1$ ①.

同理, 可得 $\beta^2=\beta+1$ ②.

①+②, 得 $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+1)+(\beta+1)=\alpha+\beta+2$.

又因为 α, β 是方程 $x^2-x-1=0$ 的两个实数根, 所以 $\alpha+\beta=1$. 所以 $\alpha^2+\beta^2=1+2=3$.

将①式两边同时乘 α , 得 $\alpha^3=\alpha^2+\alpha$ ③,

将②式两边同时乘 β , 得 $\beta^3=\beta^2+\beta$ ④.

③+④, 得 $\alpha^3+\beta^3=(\alpha^2+\alpha)+(\beta^2+\beta)=(\alpha^2+\beta^2)+(\alpha+\beta)=3+1=4$.

①运用上述方法, 计算 $\alpha^5+\beta^5$ 的值;

②计算 $(\frac{1+\sqrt{5}}{2})^{10}+(\frac{1-\sqrt{5}}{2})^{10}$ 的值 (过程不作要求).

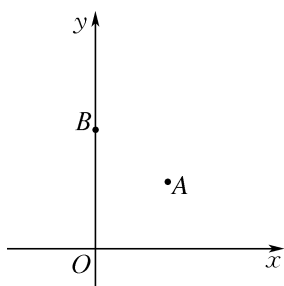
第2章 对称图形——圆

巅峰训练6 圆



1. 如图,在平面直角坐标系中,点 $A(3,3)$, $B(0,5)$. 若在坐标轴上取点 C ,使 $\triangle ABC$ 为等腰三角形,则满足条件的点 C 的个数是

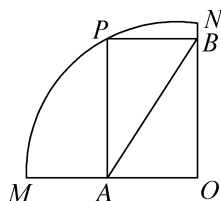
()



A. 3 B. 4 C. 5 D. 7

2. 如图,四边形 $PAOB$ 是扇形 OMN 的内接矩形,顶点 P 在 $\widehat{MN}$ 上,且不与点 M, N 重合. 当点 P 在 $\widehat{MN}$ 上移动时,矩形 $PAOB$ 的形状、大小随之变化,其中 $PA^2 + PB^2$ 的值的变化情况是

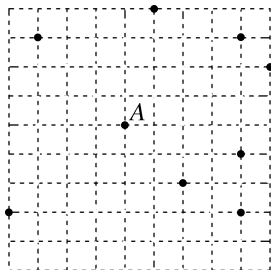
()



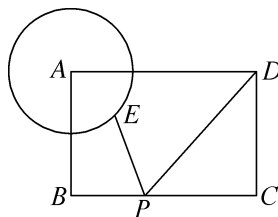
A. 不变 B. 逐渐变小
C. 逐渐变大 D. 不能确定

3. 如图,在网格中(每个小正方形的边长均为1个单位长度)选取9个格点(网格线的交点称为格点). 现以点 A 为圆心, r 为半径画圆,如果选取的格点中除点 A 外恰好有3个在圆内,那么 r 的取值范围是 ()

A. $2\sqrt{2} < r \leq \sqrt{17}$ B. $\sqrt{17} < r \leq 3\sqrt{2}$
C. $\sqrt{17} < r \leq 5$ D. $5 < r \leq \sqrt{29}$



(第3题)



(第4题)

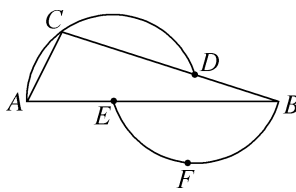
4. 如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB=2$, $BC=3$, 以点 A 为圆心,1 为半径画圆, E 是 $\odot A$ 上一动点, P 是 BC 上一动点,则 $PE + PD$ 的最小值为

()

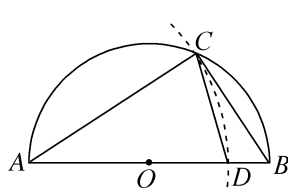
A. 2 B. 3 C. 4 D. $2\sqrt{3}$

5. (扬州市邗江区期末)已知 $\odot O$ 的半径为5,圆心在坐标原点,位于第二象限的该圆上的一点 P 的横坐标和纵坐标均为整数,则点 P 的坐标为_____.

6. 如图,过 D, A, C 三点的圆的圆心为点 E , 过 B, E, F 三点的圆的圆心为点 D . 如果 $\angle A = 63^\circ$, 那么 $\angle B =$ _____.



(第6题)



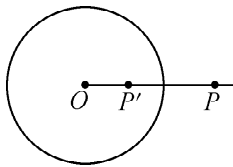
(第7题)

7. 如图,以 AB 为直径的半圆 O 经过点 C , 以点 A 为圆心, AC 为半径画弧交 AB 于点 D , 连接 CD . 若 $CD = \frac{1}{2}AB$, 则 $\angle BCD$ 的度数为_____.

8. 在平面直角坐标系中,已知点 $A(3,0)$, B 是以点 $M(3,4)$ 为圆心,1 为半径的圆上一动点,连接 OB . 设 OB 的中点为 C , 则线段 AC 长的最小值为_____.

9. (淮安市洪泽区期中节选) 如图, $\odot O$ 的半径为 $r(r>0)$, 若点 P' 在射线 OP 上(点 P' 可以和射线端点重合), 满足 $OP' + OP = 2r$, 则称 P' 是点 P 关于 $\odot O$ 的“反演点”. 已知 $\odot O$ 的半径为 8.

- (1) 若 $OP_1 = 17, OP_2 = 12, OP_3 = 4$, 则点 P_1, P_2, P_3 中存在关于 $\odot O$ 的“反演点”的是点_____.
- (2) 若点 P 关于 $\odot O$ 的“反演点”在 $\odot O$ 内, 则 OP 长的取值范围是_____.



10. 【问题情境】

如图 1, P 是 $\odot O$ 外一点, 直线 PO 交 $\odot O$ 于 A, B 两点, 则 PA 的长是点 P 到 $\odot O$ 上的点的最短距离.

【初步探究】

- (1) 如图 2, 小明为了证明【问题情境】中的结论, 给出如下思路: 在 $\odot O$ 上任取一点 C (不与 A, B 两点重合), 连接 PC, OC . 请你根据小明的思路继续思考, 完成 $PA < PC$ 的证明过程.

【直接运用】

- (2) 如图 3, 在 $\text{Rt} \triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ, AC = BC = 4$, 以 BC 为直径的半圆交 AB 于点 D, P 是 $\widehat{CD}$ 上的一个动点, 连接 AP , 求出线段 AP 长度的最小值.

【构造运用】

- (3) 如图 4, 在正方形 $ABCD$ 中, $AD = 6$, 点 E, F 分别从 D, C 两点同时出发, 以相同的速度在边 DC, CB 上移动, 连接 AE, DF 交于点 P , 连接 CP , 由于点 E, F 的移动, 使得点 P 也随之移动, 请求出线段 CP 长度的最小值.

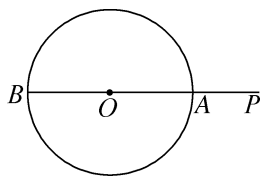


图 1

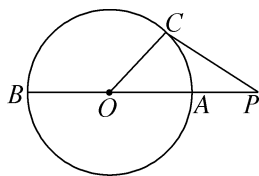


图 2

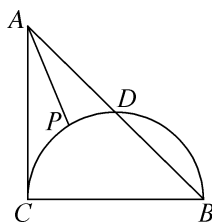


图 3

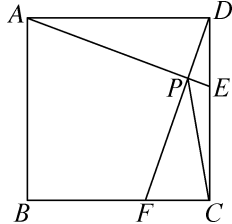
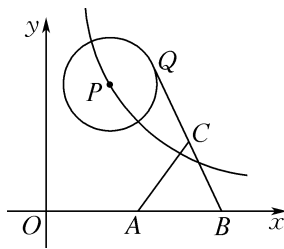


图 4

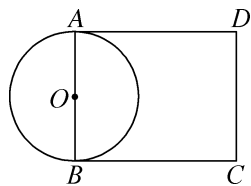


思维大爆炸

11. 如图, P 为函数 $y = \frac{36}{x} (x > 0)$ 图像上的任意一点, $\odot P$ 的半径为 2, 点 $A(4, 0), B(8, 0), Q$ 是 $\odot P$ 上的动点, C 是 QB 的中点, 则 AC 长的最小值是_____.



(第 11 题)



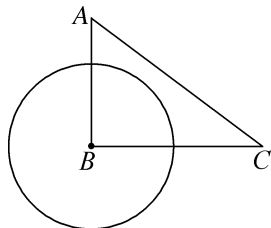
(第 12 题)

12. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4, BC = 5$, 以 AB 为直径作 $\odot O$, 在直线 BC 上取点 P , 使得 $\odot O$ 上的动点 E 到点 P 的最小距离为 $2\sqrt{2} - 2$, 则 DP 的长为_____.

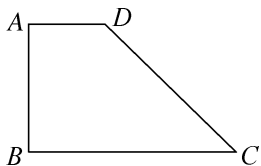
巅峰训练 11 直线与圆的位置关系(1)



- 在平面直角坐标系 xOy 中,以原点 O 为圆心,4 为半径作圆,则该圆上到直线 $y = -x + \sqrt{2}$ 的距离等于 2 的点共有 ()
A. 1 个 B. 2 个 C. 3 个 D. 4 个
- 题目:“如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $AB = 3$, $AC = 5$,以点 B 为圆心的 $\odot B$ 的半径为 r . 若对于 r 的一个值, $\odot B$ 与边 AC 只有一个公共点,求 r 的取值范围.”
对于其答案,甲答: $r = 4$. 乙答: $3 < r < 4$.
丙答: $r = \frac{12}{5}$. 则正确的是 ()
A. 只有乙答的对
B. 甲、乙的答案合在一起才完整
C. 乙、丙的答案合在一起才完整
D. 三人的答案合在一起才完整



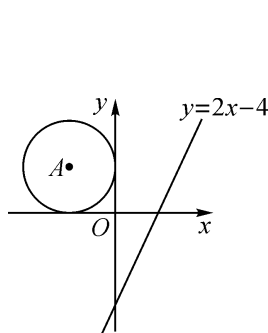
(第2题)



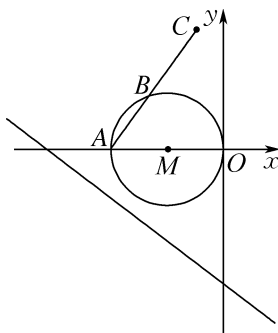
(第3题)

- 如图,在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle B = 90^\circ$, $AD = 2$, $AB = 4$, $BC = 6$, O 是边 BC 上一点. 若以点 O 为圆心, OC 为半径的 $\odot O$ 与边 AD 只有一个公共点,则 OC 长的取值范围是 ()
A. $4 < OC \leq \frac{13}{3}$ B. $4 \leq OC \leq \frac{13}{3}$
C. $4 < OC \leq \frac{14}{3}$ D. $4 \leq OC \leq \frac{14}{3}$
- 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,点 A 在第二象限, $\odot A$ 与 x 轴、 y 轴都相切. 若将

$\odot A$ 向右平移 5 个单位长度,圆心 A 恰好落在直线 $y = 2x - 4$ 上,则 $\odot A$ 的半径为_____.

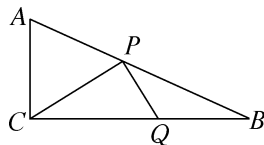


(第4题)

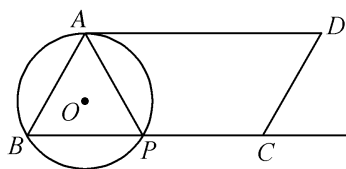


(第5题)

- 如图,点 A 的坐标是 $(a, 0)$ ($a < 0$), B 是以 OA 为直径的 $\odot M$ 上一动点,点 A 关于点 B 的对称点为 C . 当点 B 在 $\odot M$ 上运动时,所有这样的点 C 组成的图形与直线 $y = -\frac{3}{4}x - 3$ 有且只有一个公共点,则 a 的值等于_____.
- 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 4$, $\angle A = 120^\circ$, D 是 AB 的中点,以点 D 为圆心作 $\odot D$,若 $\odot D$ 与边 BC 只有一个公共点,则 $\odot D$ 的半径 r 应满足_____.
- 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC = 5$, $BC = 12$, $\angle ACB = 90^\circ$, P 是边 AB 上的动点, Q 是边 BC 上的动点,且 $\angle CPQ = 90^\circ$,则线段 CQ 长的取值范围是_____.
- 如图,在 $\square ABCD$ 中, $AB = 4$, $BC = 8$, $\angle ABC = 60^\circ$, P 是射线 BC 上一动点,作 $\triangle PAB$ 的外接圆 $\odot O$.
(1) 当直线 DC 与 $\triangle PAB$ 的外接圆 $\odot O$ 相切时,求 $\odot O$ 的半径.

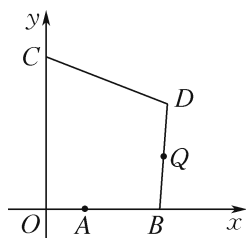


- (2) 直接写出 $\odot O$ 与 $\square ABCD$ 的边的公共点个数及对应 BP 长的取值范围.



思维大爆炸

9. 如图,在平面直角坐标系中,点 A 的坐标为 $(2,0)$,点 B 的坐标为 $(6,0)$,点 C 的坐标为 $(0,8)$, D 为平面上一动点, CD 的长度为 a , Q 为 BD 的中点,当点 D 运动时,所有这样的点 Q 组成的图形与线段 AB 有且只有一个公共点,则 a 的取值应满足的条件是_____.



10. 已知 P 为图形 M 上任意一点, Q 为图形 N 上任意一点,如果 P, Q 两点间的距离有最小值,那么称这个最小值为图形 M, N 间的“距离”,记作 $d(M, N)$. 特别地,若图形 M, N 有公共点,规定 $d(M, N) = 0$.
- (1) 如图 1, $\odot O$ 的半径为 2.

- ① 已知点 $A(0,1), B(4,3)$, 则 $d(A, \odot O) = \underline{\hspace{2cm}}$, $d(B, \odot O) = \underline{\hspace{2cm}}$;

- ② 已知直线 $l: y = -\frac{5}{12}x + b$ 与 $\odot O$ 的

“距离” $d(l, \odot O) = \frac{34}{13}$, 求 b 的值.

- (2) 如图 2, 已知点 $A(-2,6), B(-2,-2), C(6,-2)$, $\odot M$ 的圆心为 $M(m,0)$, 半径为 1. 若 $d(\odot M, \triangle ABC) = 1$, 求 m 的取值范围.

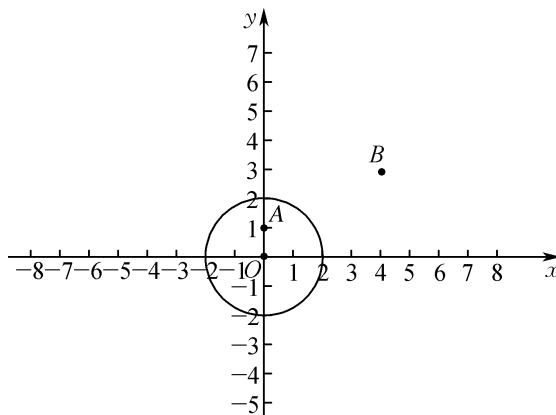


图 1

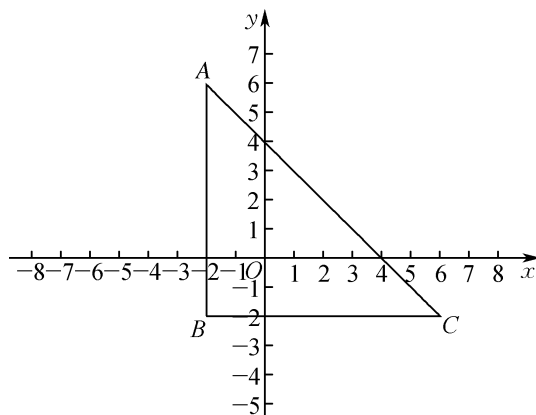
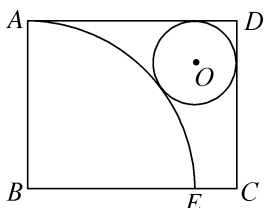


图 2

巅峰训练 15 弧长及扇形的面积 圆锥的侧面积



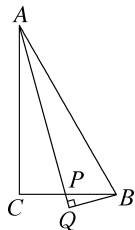
1. 如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB=4$,以点 B 为圆心, BA 的长为半径画弧交 BC 于点 E ,以点 O 为圆心的 $\odot O$ 与 $\widehat{AE}$,边 AD , DC 都相切.把扇形 BAE 制作成一个圆锥的侧面,该圆锥的底面圆恰好是 $\odot O$,则 AD 的长为 ()



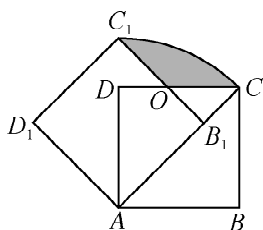
- A. 4 B. $\frac{9}{2}$ C. $\frac{11}{2}$ D. 5

2. (南京市秦淮区期中)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle BAC=30^\circ$, $AB=2$,点 P 从点 C 出发,沿 CB 运动到点 B 停止,过点 B 作射线 AP 的垂线,垂足为 Q ,则点 Q 运动的路径长为 ()

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $\sqrt{3}$ C. $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$ D. $\frac{\pi}{3}$



(第2题)



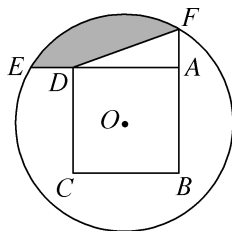
(第3题)

3. 如图,将边长为1的正方形 $ABCD$ 绕点 A 逆时针旋转 45° 后得到正方形 $AB_1C_1D_1$,边 B_1C_1 与 CD 交于点 O ,则图中阴影部分的面积为 ()

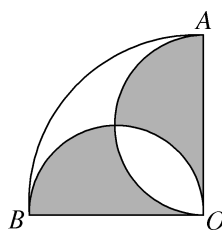
- A. $\frac{\pi}{4}-2-\sqrt{2}$ B. $\frac{\pi}{4}-2+\sqrt{2}$
C. $\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}$ D. $\frac{\pi}{4}-\frac{1}{2}$

4. 如图,边长为 $2\sqrt{2}$ 的正方形 $ABCD$ 的中心与半径为 $2\sqrt{2}$ 的 $\odot O$ 的圆心重合, E, F 分别是 AD, BA 的延长线与 $\odot O$ 的交点,则图中阴影部分的面积为 ()

- A. $2\pi-2\sqrt{3}$ B. $2\pi-2$
C. $2\pi+2$ D. $2\pi+2\sqrt{3}$



(第4题)



(第5题)

5. 如图,扇形 OAB 的圆心角是 90° ,半径为 4 cm,分别以 OA, OB 为直径画半圆,则图中阴影部分的面积为_____.
6. 如图1,一只蚂蚁从圆锥底端点 A 出发,绕圆锥表面爬行一周后回到点 A ,将圆锥沿母线 OA 剪开,其侧面展开图如图2所示.若 $\angle AOA'=120^\circ$, $OA=2\sqrt{3}$,则蚂蚁爬行的最短距离是_____.

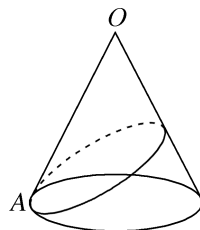


图1

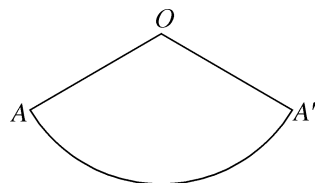
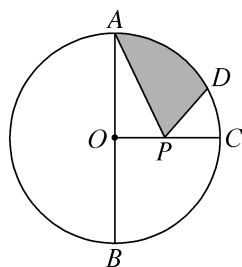
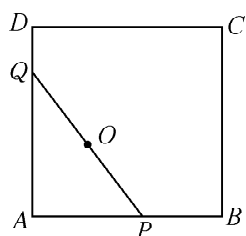


图2

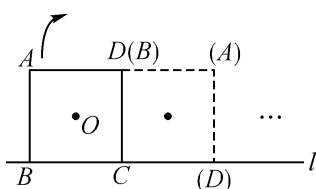
7. 如图, AB 为 $\odot O$ 的直径,且 $AB=2$, OC 是 $\odot O$ 的半径, $OC \perp AB$,点 D 在 $\widehat{AC}$ 上, $\widehat{AD}=2\widehat{CD}$, P 是 OC 上一动点,则阴影部分周长的最小值为_____.



8. 如图,以 AB 为边作边长为 8 的正方形 $ABCD$,动点 P, Q 在正方形 $ABCD$ 的边上运动,且 $PQ=8$. 若点 P 从点 A 出发,沿 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 的路线,向点 D 运动,点 Q 只能在线段 AD 上运动. 在点 P 从点 A 到点 D 的运动过程中, PQ 的中点 O 所经过的路径长为_____.

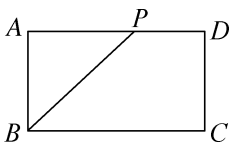


(第 8 题)

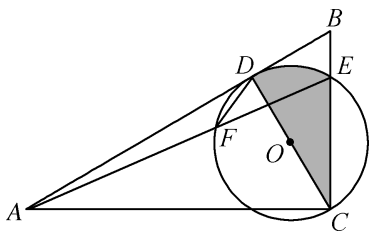


(第 9 题)

9. 如图,将边长为 $\sqrt{2}$ cm 的正方形 $ABCD$ 沿直线 l 向右翻动(不滑动). 当正方形连续翻动 8 次后,正方形的中心 O 经过的路径长为_____cm.
10. 如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB=1, BC=\sqrt{3}$, P 是边 AD 上的一个动点,连接 BP ,点 C 关于直线 BP 的对称点为 C_1 ,当点 P 运动时,点 C_1 也随之运动. 若点 P 从点 A 运动到点 D ,则线段 CC_1 扫过的区域的面积为_____.

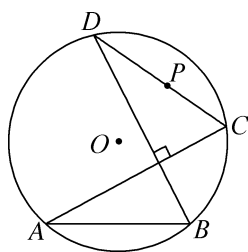


11. 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle ACB=90^\circ$, D 是 AB 上一点,以 CD 为直径的 $\odot O$ 交 BC 于点 E ,连接 AE 交 $\odot O$ 于点 F ,且 $\angle DFE=\angle BAC$.
- (1) 求证: AB 与 $\odot O$ 相切.
- (2) 若 $\angle DFE=30^\circ, CD=2$,求 $\widehat{DE}$ 与弦 CD, CE 围成的阴影部分的面积.

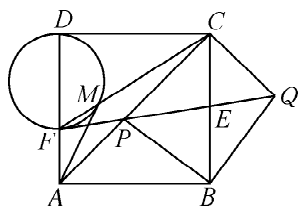


思维大爆炸

12. 如图, $\odot O$ 的半径为 5,弦 $AB=6$,弦 $AC \perp BD$, P 为 CD 的中点. 若点 D 在圆上逆时针运动的路径长为 $\frac{5\pi}{3}$,则点 P 运动的路径长为_____.



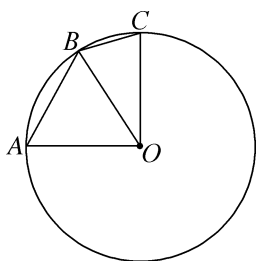
13. 如图,在边长为 $2\sqrt{2}$ 的正方形 $ABCD$ 中, P 是对角线 AC 上的一个动点(点 P 不与点 A, C 重合),连接 BP ,将 BP 绕点 B 顺时针旋转 90° 得到 BQ ,连接 QP ,与 BC 交于点 E , QP 的延长线与 AD (或 AD 的延长线)交于点 F ,连接 CF ,以 DF 为直径的圆交 CF 于点 M .
- (1) 在点 P 从点 A 到点 C 的运动过程中,求点 M 运动的路径长.
- (2) 求线段 AM 长的最小值.



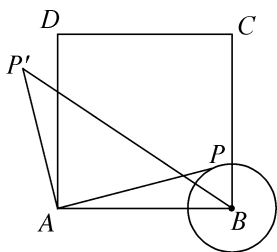
第2章综合练(1)

1. 如图,点 A, B, C 在 $\odot O$ 上, $\angle AOC = 90^\circ$, $AB = \sqrt{2}$, $BC = 1$, 则 $\odot O$ 的半径为 ()

A. $\sqrt{3}$ B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$
C. $\frac{\sqrt{10}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}+1}{2}$



(第1题)



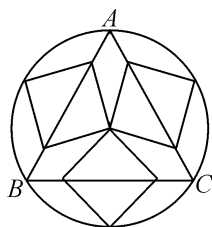
(第2题)

2. 如图,在正方形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, 以点 B 为圆心, 1 为半径作 $\odot B$, 点 P 在 $\odot B$ 上移动, 连接 AP , 将 AP 绕点 A 逆时针旋转 90° 至 AP' , 连接 BP' . 在点 P 的移动过程中, BP' 长的最小值为 ()

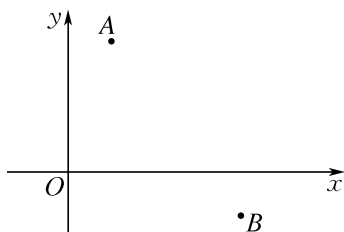
A. $4\sqrt{2} - 1$ B. $4\sqrt{2}$
C. $4\sqrt{3}$ D. 3

3. (泰州市靖江市模拟) 如图, 在由等边三角形、正方形、圆组成的轴对称图案中, 等边三角形的面积与三个正方形的面积之和的比值为 ()

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ B. 1 C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$



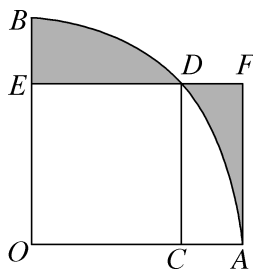
(第3题)



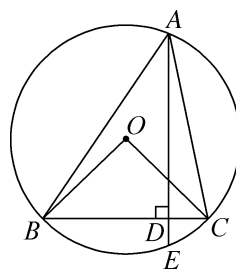
(第4题)

4. 如图, 已知点 $A(2, 6)$, $B(8, -2)$, C 为坐标轴上一点, 且 $\triangle ABC$ 是直角三角形, 则满足条件的点 C 有 ()
A. 6 个 B. 7 个 C. 8 个 D. 9 个

5. 如图, 扇形 OAB 的圆心角为直角, 边长为 3 的正方形 $OCDE$ 的顶点 C, E, D 分别在 OA, OB 及 $\widehat{AB}$ 上, 过点 A 作 $AF \perp ED$, 交 ED 的延长线于点 F , 则图中阴影部分的面积为 _____.



(第5题)

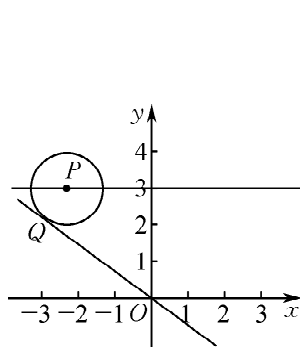


(第7题)

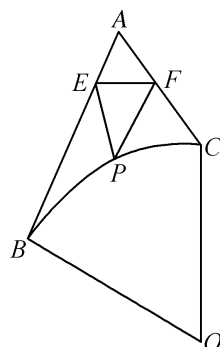
6. 若一个圆锥的侧面积恰好等于其底面积的 2 倍, 则该圆锥的侧面展开图所对应的扇形的圆心角为 _____.

7. 如图, $\odot O$ 是 $\triangle ABC$ 的外接圆, $\angle BAC = 45^\circ$, $AD \perp BC$ 于点 D , 延长 AD 交 $\odot O$ 于点 E . 若 $BD = 4$, $CD = 1$, 则 AD 的长是 _____.

8. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, P 是直线 $y = 3$ 上的一个动点, $\odot P$ 的半径为 1, 直线 OQ 切 $\odot P$ 于点 Q , 则线段 OQ 长的最小值为 _____.



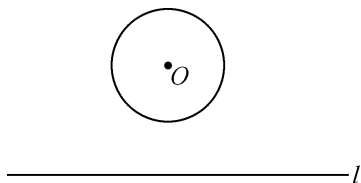
(第8题)



(第9题)

9. 如图, $AB = 6$, $AC = 3$, $\angle BAC = 60^\circ$, $\widehat{BC}$ 为 $\odot O$ 上的一段弧, 且 $\angle BOC = 60^\circ$, 分别在 $\widehat{BC}$ 、线段 AB 和 AC 上选取点 P, E, F , 则 $PE + EF + PF$ 的最小值为 _____.

10. 如图, $\odot O$ 的半径为 2, 圆心 O 到直线 l 的距离为 4. 现有一内角为 60° 的菱形, 若此菱形的一边在直线 l 上, 另有两边所在的直线恰好与 $\odot O$ 相切, 则该菱形的边长为 _____.



11. 定义: 有一个角是其对角一半的圆内接四边形叫作“圆美四边形”, 这个角叫作“美角”.

(1) 如图 1, 若四边形 $ABCD$ 是“圆美四边形”, 求“美角” $\angle A$ 的度数.

(2) 在(1)的条件下, 已知 $\odot O$ 的半径为 5.

①求 BD 的长;

②如图 2, 在四边形 $ABCD$ 中, 若 CA 平分 $\angle BCD$, 求 $BC + CD$ 的最大值.

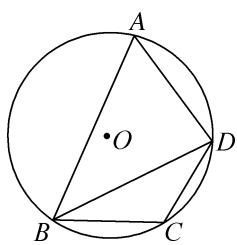


图 1

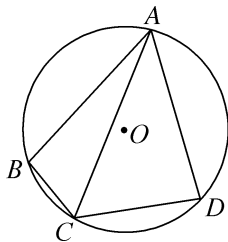


图 2

12. 在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中, $\angle BAC = \angle DAE = 90^\circ$, $AB = AC$, $AD = AE$, 固定 $\triangle ABC$, 将 $\triangle ADE$ 绕点 A 旋转一周, 连接 BE , CD 相交于点 H , 经过 C, E, H 三点作 $\odot O$.

(1) 如图 1, 求证: CE 是 $\odot O$ 的直径.

(2) 若 $AB = 3$, $AD = 2\sqrt{2}$, 连接 BD , 在 $\triangle ADE$ 的旋转过程中:

①若点 A 恰好是 $\triangle CEH$ 的内心, 如图 2, 求 BD 的长;

②当 $\angle ABD$ 最大时, $\triangle ACE$ 的面积为 _____.

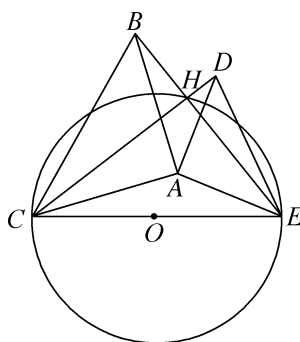


图 1

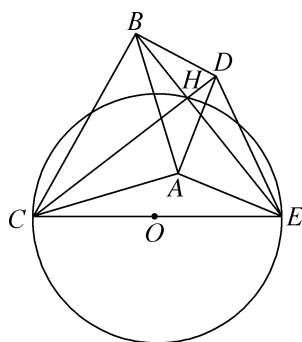


图 2

第3章 数据的集中趋势和离散程度

巅峰训练 16 平均数



- 已知 $1 \sim 99$ 中有 49 个偶数, 从这 49 个偶数中取出 48 个数, 其平均数为 $49\frac{5}{12}$, 则没有取出的数字为 ()
A. 20 B. 28
C. 72 D. 78
- 已知 $y = x + a$, 当 $x = -1, 0, 1, 2, 3$ 时, 对应的 y 值的平均数为 5, 则 a 的值是 ()
A. $\frac{18}{5}$ B. $\frac{19}{5}$
C. 4 D. $\frac{21}{5}$
- 期中考试后, 学习小组组长算出该组 5 位同学数学成绩的平均分为 M . 如果把 M 当成另一个同学的分数, 与原来的 5 个分数一起, 算出这 6 个分数的平均值为 N , 那么 $M : N$ 的值为 ()
A. $\frac{5}{6}$ B. 1
C. $\frac{6}{5}$ D. 2
- 已知数据 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 的平均数为 k_1 ; 数据 $x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$ 的平均数为 k_2 ; k_1 与 k_2 的平均数为 k ; 数据 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_8, x_9, x_{10}$ 的平均数为 m . 那么 k 与 m 的关系是 ()
A. $k > m$ B. $k = m$
C. $k < m$ D. 不能确定
- 若一组数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$, 另一组数据 $y_1, y_2, \dots, y_n$ 的平均数为 $\bar{y}$, 则第三组数据 $2x_1 + 3y_1 - 1, 2x_2 + 3y_2 - 1, \dots, 2x_n + 3y_n - 1$ 的平均数为 _____ (用含 $\bar{x}, \bar{y}$ 的代数式表示).
- (南通市期中) 某商店选用每千克 28 元的 A 型糖 3 kg, 每千克 20 元的 B 型糖 2 kg, 每千克 12 元的 C 型糖 5 kg 混合杂拌后出售, 则这种杂拌糖平均每千克的售价为 _____ 元.
- 若关于 x 的分式方程 $\frac{x+1}{3-x} - 1 = \frac{a-3x}{x-3}$ 的解为正数, 且关于 y 的不等式组 $\begin{cases} \frac{4y-5}{3} \geq y-1, \\ 5y-2 > a \end{cases}$ 的解集为 $y \geq 2$, 则所有满足条件的整数 a 的平均数为 _____.
- 将 15 个编号为 $1 \sim 15$ 的小球全部放入甲、乙、丙三个盘子内, 每个盘子里的小球不少于 4 个, 甲盘中小球编号的平均数为 3.
(1) 写出一种甲盘中小球的编号是 _____;
(2) 若乙、丙盘中小球编号的平均数分别为 8, 13, 则乙盘中小球的个数可以是 _____.
- 某个学生参加军训, 进行打靶训练, 必须射击 10 次. 在第 6, 7, 8, 9 次射击中, 分别得了 9.0 环、8.4 环、8.1 环、9.3 环的成绩. 他前 9 次射击所得的平均环数高于前 5 次射击所得的平均环数. 如果要使 10 次射击的平均环数超过 8.8 环, 那么他在第

10 次射击中至少要得多少环(每次射击所得环数都精确到 0.1)?



思维大爆炸

10. 有 5 个正整数 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 , 某数学兴趣小组的同学探索同时满足以下 3 个条件的数: ① a_1, a_2, a_3 是三个连续偶数 ($a_1 < a_2 < a_3$); ② a_4, a_5 是两个连续奇数 ($a_4 < a_5$); ③ $a_1 + a_2 + a_3 = a_4 + a_5$. 该小组成员分别得到一个结论:

甲: 取 $a_2 = 6$, 5 个正整数不满足上述 3 个条件;

乙: 取 $a_2 = 12$, 5 个正整数满足上述 3 个条件;

丙: 当 a_2 满足“ a_2 是 4 的倍数”时, 5 个正整数满足上述 3 个条件;

丁: 5 个正整数 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 满足上述 3 个条件, 则 $a_5 = 3k + 4$ (k 为正奇数);

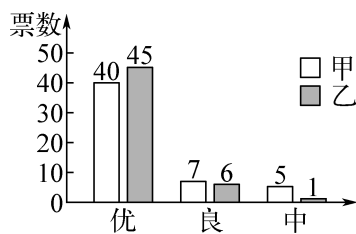
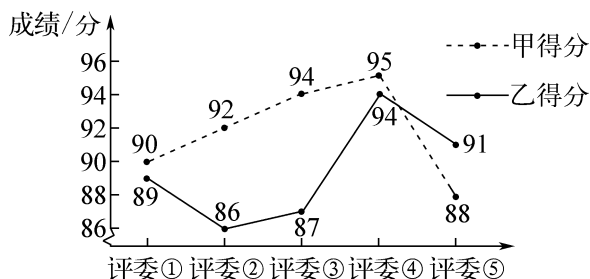
戊: 5 个正整数满足上述 3 个条件, 则 a_1, a_2, a_3 的平均数与 a_4, a_5 的平均数之和是 $10p$ (p 为正整数).

以上结论正确的个数为 ()

A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

11. 某学校九年级有 m 个班 ($5 < m < 15$) 参加了一次足球联赛, 比赛规则如下: 每个班都与其他班级比赛一场, 每场比赛中获胜的班级获得 2 个积分, 平局两个班各获得 1 个积分, 输掉比赛不获得积分. 已知其中有 2 个班一共得了 17 个积分, 且剩余其他所有班级积分的平均数为整数, 则 m 的值为_____.

12. 某班为了从甲、乙两人中选出一人担任班长, 进行了一次测评活动, 邀请了五位老师作为评委, 对学生进行个人测评, 全班 52 位同学(不含甲、乙)进行民主测评, 结果如图所示:



【确定规则】

- ① 个人测评得分 (x_1) 算法: 去掉一个最高分和一个最低分后, 再算出平均分;
- ② 民主测评得分 (x_2) 算法: “优”票数 $\times 3$ + “良”票数 $\times 2$ + “中”票数 $\times 1$;
- ③ 综合得分 (X) 算法: $X = 0.4x_1 + 0.6x_2$.

【问题解决】

- (1) 如果只采用个人测评规则, 你认为获胜者是谁.
- (2) 分别求甲的民主测评得分和乙的民主测评得分.
- (3) 综合得分高的学生当选为班长, 通过计算, 判断最终当选的是甲还是乙?

第4章 等可能条件下的概率

巅峰训练 19 等可能性 等可能条件下的概率(一)



1. 掷一枚质地均匀的正六面体骰子(6个面上分别刻有1点至6点),有下列说法:
①朝上一面的点数是奇数;②朝上一面的点数是整数;③朝上一面的点数是3的倍数;
④朝上一面的点数是5的倍数.将上述事件按可能性大小,从小到大排列为 ()
A. ①②③④ B. ②①③④
C. ④①③② D. ④③①②
2. 下列说法正确的是 ()
A. 任意掷一枚质地均匀的骰子,掷出的点数为质数的概率为 $\frac{1}{2}$
B. 任意掷一枚质地均匀的骰子,掷出的点数是偶数的概率是 $\frac{1}{6}$
C. 天气预报说明天的降水概率为90%,则明天一定会下雨
D. 某种彩票中奖的概率是1%,则买100张彩票一定有1张中奖
3. 若我们把十位上的数字比个位和百位上的数字都大的三位数称为“凸数”(如:786,465,不考虑数位上含0的数),则不重复的3个数字组成的三位数是“凸数”的概率是 ()
A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{5}{6}$
4. 甲、乙、丙三人相互传球,由甲开始发球,作为第一次传球,第二次传球后球回到甲手中的概率是 ()
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$
C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{1}{6}$
5. 已知一个口袋中装有六个完全相同的小球,小球上分别标有1,2,5,7,8,13六个数.搅匀后从中摸出一个小球,将小球上的数记为 m ,则使得一次函数 $y=(-m+1)x+11-m$ 的图像经过第一、二、四象限,且关于 x 的分式方程 $\frac{mx}{x-8}=3+\frac{8x}{x-8}$ 的解为整数的概率是 ()
A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{3}$ C. $\frac{1}{4}$ D. $\frac{2}{3}$
6. 某航班每次约有200名乘客,一次飞行中飞机失事的概率 $P=0.000\ 05$,某保险公司为乘客提供保险,承诺飞机一旦失事,向每位乘客赔偿60万元人民币.平均来说,保险公司应该至少向每位乘客收取_____元保险费才不亏本.
7. 某种小麦种子每10 000粒重约350 g,小麦播种的发芽概率约95%,1株麦芽长成麦苗的概率约90%,一块试验田的麦苗数是8 550株,则播种这块试验田需麦种约_____g.
8. 某小学有两千多名学生,从学生中至少选_____人,能使这些人中一定有两个人生日相同.从学生中至少选_____人,能使这些人中一定有两个人属相相同.
9. 某同学报名参加学校秋季运动会,有以下五个项目可供选择.径赛项目:100 m,200 m,1 000 m(分别用 A_1, A_2, A_3 表示).田赛项目:跳远,跳高(分别用 T_1, T_2 表示).
(1) 该同学从五个项目中任选一个,恰好是田赛项目的概率为_____.

- (2) 该同学从五个项目中任选两个,求恰好是一个径赛项目和一个田赛项目的概率,请利用列表或画树状图的方法加以说明.
- (3) 该同学从五个项目中任选两个,则两个项目都是径赛项目的概率为_____.

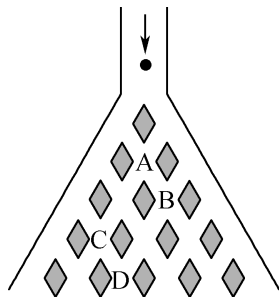
10. 在一个不透明的围棋盒子中有 x 颗白色棋子和 y 颗黑色棋子,它们除颜色外其他都相同.从盒子中随机取出 1 颗棋子,是黑色棋子的概率为 $\frac{2}{3}$.

- (1) 请写出 y 与 x 之间的函数关系式.
- (2) 现在往盒子中再放进 5 颗白色棋子和 1 颗黑色棋子,这时随机取出白色棋子的概率为 $\frac{1}{2}$,请求出 x 和 y 的值.



思维大爆炸

11. 已知关于 x 的一元二次方程 $x^2 + ax + bn = 0$ ($1 \leq n \leq 3, n$ 为整数),其中 a 是从 2, 4, 6 这三个数中任取的一个数, b 是从 1, 3, 5 这三个数中任取的一个数,定义“方程有实数根”为事件 A_n ($n=1, 2, 3$),当 A_n 的概率最小时, n 的所有可能值为_____.
12. 如图,这是一台名为帕斯卡三角的仪器,当实心小球从入口落下,它依次碰到每层菱形挡块时,会等可能地向左或向右落下.
- (1) 分别求出小球通过第 2 层的 A 位置、第 3 层的 B 位置、第 4 层的 C 位置、第 5 层的 D 位置的概率.
- (2) 设菱形挡块的层数为 n ,则小球通过第 n 层的从左边算起第 2 个位置的概率是多少?



期末综合练(1)

1. 下列说法正确的是 ()

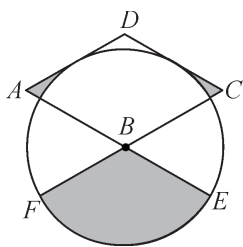
- A. 若一个游戏中奖的概率是 $\frac{1}{100}$, 则做 100 次这样的游戏一定会中奖
- B. 为了了解全国中学生的心理健康状况, 应采用普查的方式
- C. 一组数据 0, 1, 2, 1, 1 的众数和中位数都是 1
- D. 若甲组数据的方差 $s_{\text{甲}}^2 = 0.2$, 乙组数据的方差 $s_{\text{乙}}^2 = 0.5$, 则乙组数据比甲组数据更稳定

2. 若一组数据 5, 2, x , 6, 4 的平均数是 4, 则这组数据的方差是 ()

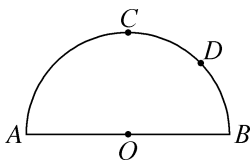
- A. 2 B. $\sqrt{2}$ C. 10 D. $\sqrt{10}$

3. 如图, 菱形 $ABCD$ 的边长为 2, $\angle A = 60^\circ$, 以点 B 为圆心的圆与 AD , DC 相切, 与 AB , CB 的延长线分别相交于点 E , F , 则图中阴影部分的面积为 ()

- A. $\sqrt{3} + \frac{\pi}{2}$ B. $\sqrt{3} + \pi$
- C. $\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$ D. $2\sqrt{3} + \frac{\pi}{2}$



(第3题)



(第5题)

4. 设 a, b 是方程 $x^2 + 20x + 1 = 0$ 的两个根, c, d 是方程 $x^2 - 19x + 1 = 0$ 的两个根, 则代数式 $(a+c)(b+c)(a-d)(b-d)$ 的值为 ()

- A. 0 B. 39
- C. -39 D. 1

5. 如图, AB 为半圆 O 的直径, C 是 $\widehat{AB}$ 的中点, D 是 $\widehat{BC}$ 的中点, 在 $\widehat{AC}$ 上取一点 M , $\widehat{BC}$ 上取一点 N , 使得 $\angle AMN = 110^\circ$, 则下列说法正确的是 ()

- A. 点 N 在 $\widehat{CD}$ 上, 且 $NC > ND$
- B. 点 N 在 $\widehat{CD}$ 上, 且 $NC < ND$
- C. 点 N 在 $\widehat{BD}$ 上, 且 $ND > NB$
- D. 点 N 在 $\widehat{BD}$ 上, 且 $ND < NB$

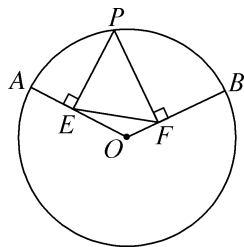
6. 已知关于 x 的方程 $x^2 - (a^2 - 2a - 15)x + a - 1 = 0$ 两个根互为相反数, 则 a 的值为 _____.

7. 已知一元硬币的直径约为 24 mm, 则用它完全覆盖住的正六边形的边长最大不能超过 _____ mm.

8. 已知圆锥的底面半径为 3, 侧面积为 15π , 则这个圆锥的高为 _____.

9. 设 a, b 是方程 $x^2 + x - 2025 = 0$ 的两个实数根, 则 $(a+1)^2 + b$ 的值为 _____.

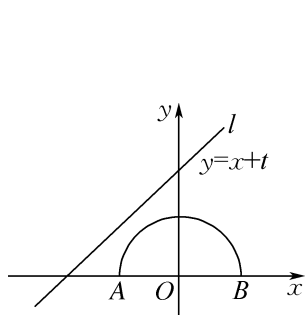
10. 如图, $\odot O$ 的半径为 $2\sqrt{3}$, OA, OB 是 $\odot O$ 的半径, P 是 $\widehat{AB}$ 上任意一点, $PE \perp OA$ 于点 E , $PF \perp OB$ 于点 F , 则 EF 长的最大值为 _____.



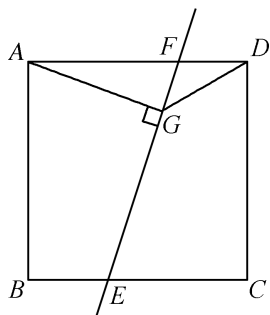
11. 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 $A(a, a)$, 以点 $B(0, 4)$ 为圆心, 半径为 1 的圆上有一点 C . 若直线 AC 与 $\odot B$ 相切, 切点为 C , 则线段 AC 长的最小值为 _____.

12. 如图, 半圆的圆心 O 与坐标原点重合, 半圆的半径为 1, 直线 l 的函数表达式为 $y = x + t$. 若直线 l 与半圆 O 只有一个交点, 则 t 的取值范围是 _____.

则 t 的取值范围是_____.



(第12题)



(第13题)

13. 如图,在正方形 $ABCD$ 中, $AB=4\sqrt{2}$, E , F 分别为边 BC , AD 上的点,过点 E , F 的直线将正方形 $ABCD$ 分为面积相等的两部分. 过点 A 作 $AG \perp EF$ 于点 G , 连接 DG , 则线段 DG 长的最小值为_____.
14. 在一个黑色的布袋里装着白、红、黑三种颜色的小球,它们除了颜色不同外没有其他区别,其中白球 2 个,红球 1 个,黑球 1 个. 袋中的球已经搅匀.
- (1) 随机地从袋中摸出 1 个球,则摸出白球的概率是多少?
 - (2) 随机地从袋中摸出 1 个球,放回搅匀后再摸出第 2 个球. 请你用画树状图或列表的方法表示所有等可能的结果,并求出两次都摸出白球的概率.

15. 已知点 A 在 $\odot O$ 上,用无刻度的直尺在 $\odot O$ 上画出 B, C 两点,使其满足下列要求:

- (1) 在图 1 中,使得 $\triangle ABC$ 为直角三角形.
- (2) 在图 2 中,使得 $\triangle ABC$ 为等腰三角形.

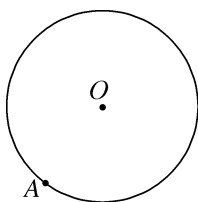


图 1

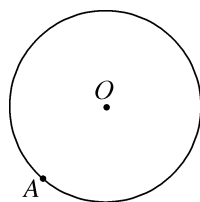


图 2

16. 【新知】19 世纪英国著名文学家和历史学家托马斯·卡莱尔给出了一元二次方程 $x^2+bx+c=0$ 的几何解法:如图 1,在平面直角坐标系中,已知点 $A(0,1)$, $B(-b,c)$,以 AB 为直径作 $\odot P$. 若 $\odot P$ 交 x 轴于点 $M(m,0)$, $N(n,0)$, 则 m, n 为方程 $x^2+bx+c=0$ 的两个实数根.

- (1) 【探究】由勾股定理,得 $AM^2=1^2+m^2$, $BM^2=c^2+(-b-m)^2$, $AB^2=(1-c)^2+b^2$. 在 $\text{Rt}\triangle ABM$ 中, $AM^2+BM^2=AB^2$, 所以 $1^2+m^2+c^2+(-b-m)^2=(1-c)^2+b^2$. 化简,得 $m^2+bm+c=0$. 同理,可得_____, 所以 m, n 为方程 $x^2+bx+c=0$ 的两个实数根.
- (2) 【运用】在图 2 中的 x 轴上画出以方程 $x^2-3x-2=0$ 的两根为横坐标的点 M, N .
- (3) 已知点 $A(0,1)$, $B(6,9)$, 以 AB 为直径作 $\odot C$, 判断 $\odot C$ 与 x 轴的位置关系,并说明理由.
- (4) 【拓展】在平面直角坐标系中,已知两点 $A(0,a)$, $B(-b,c)$. 若以 AB 为直径的圆与 x 轴有两个交点 M, N , 则以点 M, N 的横坐标为根的一元二次方程为_____.

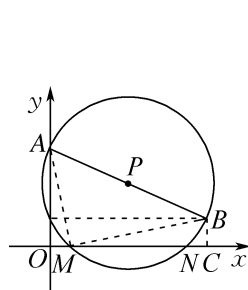


图 1

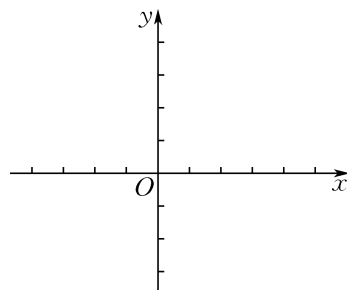


图 2

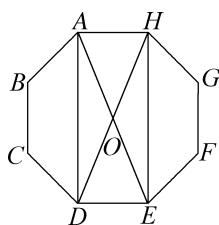
2024 年江苏 13 大市期中压轴题精选

期中压轴 1

2024 年南京市秦淮区期中压轴题

1. 如图,在正八边形 $ABCDEFGH$ 中,连接 AD, EH, AE, DH , AE 与 DH 交于点 O .

下列结论:① $BC^2 + EH^2 = AE^2$; ② $\frac{AD}{AH} = 2 + \sqrt{2}$; ③ $\angle AOD = 135^\circ$; ④ $S_{\text{八边形} ABCDEFGH} = 4S_{\text{四边形} ABCD}$. 其中正确结论的序号是 ()



- A. ①②③ B. ①②④
C. ①③④ D. ②③④
2. 已知在代数式 $ax^2 + 2ax + c$ (a, c 是常数) 中, x 与该代数式的部分对应值如下表:

x	$ax^2 + 2ax + c$
-2.76	-0.195 2
-2.75	-0.125
-2.74	-0.055 2
-2.73	0.014 2
-2.72	0.083 2

根据表中数据,可知关于 x 的方程 $ax^2 + 2ax + c = 0$ 的一个根约为 _____, 另一个根约为 _____. (精确到 0.1)

3. 图 1 是一把“U 形”尺,图 2 是该尺内侧的示意图. 已知边 $AB \perp BC$, 边 $CD \perp BC$, $AB = CD = 6$ cm, $BC = 4$ cm.

【算一算】

将该尺摆放在一些圆上,测量并计算圆的半径 r .

- (1) 如图 3,点 A, B, C, D 恰好都在圆上, 则 $r =$ _____ cm.

- (2) 如图 4,该尺的边 AB 与圆相切于点 P ,且点 P 在该尺上的读数为 1 cm, 点 D 在圆上,则 $r =$ _____ cm.

- (3) 如图 5,该尺的边 AB 与圆有两个公共点 P, Q ,它们在该尺上的读数分别为 5 cm, 1 cm, 边 CD 与圆也有两个公共点,其中一个公共点 R 在该尺上的读数为 2 cm,求 r 的值.

【想一想】

- (4) 若将该尺摆放在一个圆上(尺子只摆放一次,圆的圆心未标注),一定可以通过测量并计算出该圆的半径 r 吗? 如果一定可以,请说明理由;如果不一定可以,请直接写出可计算出的 r 的最小值和最大值.

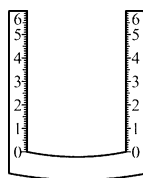


图 1

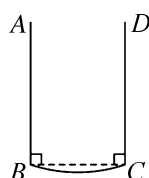


图 2

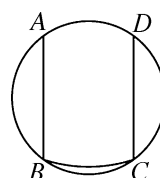


图 3

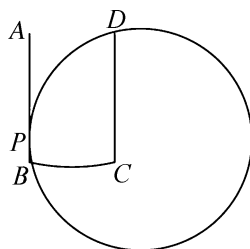


图 4

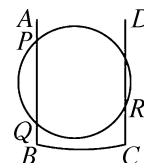
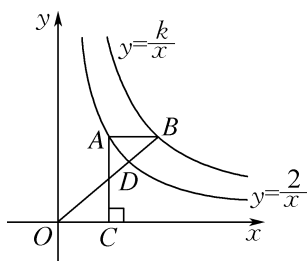


图 5

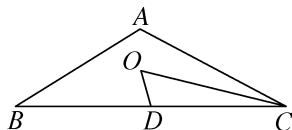
期中压轴 17

2024 年淮安市淮安区期中压轴题

1. 如图, A 是 $y = \frac{2}{x} (x > 0)$ 图像上任一点, 过点 A 作 x 轴的垂线, 垂足为 C , 过点 A 作 x 轴的平行线交 $y = \frac{k}{x} (x > 0)$ 的图像于点 B , 连接 OB 交 AC 于点 D . 若 D 是 AC 的中点, 则 k 的值为 ()
- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6



(第 1 题)



(第 2 题)

2. 如图, 点 O 是 $\triangle ABC$ 的内心, D 是 BC 的中点, 连接 OC, OD . 若 $\angle A = 2\angle O = 120^\circ, OD = 1$, 则 BC 的长为 _____.
3. 综合与实践

【问题背景】

如图 1, AB 与 CD 相交于点 O , $\angle AOC = 45^\circ, \angle ACD + \angle ABD = 225^\circ$, 若 $AB = 5, AC = 3, BD = 4$, 求 CD 的长.

小明同学通过以 CD 和 AC 为边构造平行四边形, 移动了角和边的位置, 把众多分散的条件集中起来, 运用了转化思想, 顺利地解决了问题.

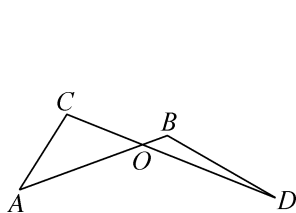


图 1

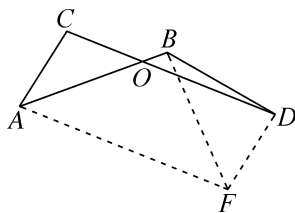


图 2

- (1) 下面是小明的解题过程, 请完成填空.
- 解: 如图 2, 过点 A 作 CD 的平行线, 过点 D 作 AC 的平行线, 两直线交于点 F , 连接 BF . 因为 $AC \parallel DF, AF \parallel CD$, 所以

_____. 所以 $AC = DF, CD = AF$, $\angle AFD = \angle ACD$. 又因为 $CD \parallel AF$, 所以 $\angle FAB = \angle AOC = 45^\circ$. 因为 $\angle ACD + \angle ABD = 225^\circ$, 所以 $\angle AFD + \angle ABD = 225^\circ$. 因为四边形 $AFDB$ 的内角和为 360° . 所以 $\angle FDB =$ _____, 所以 $FB = \sqrt{DF^2 + BD^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$, 所以 $AB = FB$, 所以 $\angle AFB = \angle FAB = 45^\circ$, 所以 $\angle FAB + \angle AFB = 90^\circ$, 所以 $\angle ABF = 90^\circ$, 所以 $CD = AF = \sqrt{AB^2 + BF^2} =$ _____.

【类比分析】

- (2) 如图 3, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC, \angle A = 90^\circ, AD < AB$, 点 E, F 分别在边 AD, AB 上, 且满足 $BF = AD, AF = DE$, 连接 BE, DF 交于点 O , 求 $\angle DOE$ 的度数.

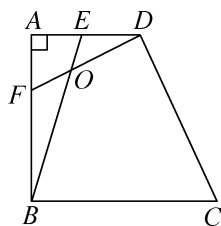


图 3

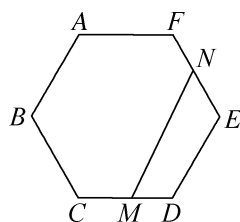


图 4

【学以致用】

- (3) 如图 4, 在正六边形 $ABCDEF$ 中, $AB = 2, M, N$ 分别是边 CD, EF 上的动点, 且满足 $CM = EN$, 连接 MN . 请参照小明的思路, 求 MN 长的最小值.