

高中数学

小题为王[®]做

.....选择性必修第一册 SJ

主 编 恩波教育研究中心
编 委 邹广银 苗 勇
崔华梅 孙续桂



南京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高中数学小题狂做：选择性必修·第一册：SJ /
恩波教育研究中心主编. —南京：南京大学出版社，
2021. 6(2025. 4 重印)
ISBN 978-7-305-24626-5
I. ①高… II. ①恩… III. ①中学数学课—高中—习
题集 IV. ①G634. 605
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2021)第 118226 号

出版发行 南京大学出版社
社 址 南京市汉口路 22 号 邮 编 210093

GAOZHONG SHUXUE XIAOTI KUANGZUO • XUANZEXING BIXIU DI-YI CE • SJ

书 名 高中数学小题狂做·选择性必修第一册·SJ
主 编 恩波教育研究中心
责任编辑 刘 琦 编辑热线 025-83530763

印 刷 天长市梦远印刷服务有限公司
开 本 880 mm×1230 mm 1/16 开 印张 8.5 字数 196 千
版 次 2021 年 6 月第 1 版 2025 年 4 月第 5 次印刷
ISBN 978-7-305-24626-5
定 价 49.80 元

网 址 <http://www.njupco.com>
官方微博 <http://weibo.com/njupco>
官方微信 njupress
销售咨询热线 025-83594756

* 版权所有,侵权必究
* 凡购买南大版图书,如有印装质量问题,请与所购
图书销售部门联系调换

目录 Contents



第1章 直线与方程

提升索引 见答案

1.1 直线的斜率与倾斜角	
限时小练1 直线的斜率与倾斜角	1
1.2 直线的方程	
限时小练2 直线的点斜式方程	3
限时小练3 直线的两点式方程	5
限时小练4 直线的一般式方程	7
1.3 两条直线的平行与垂直	
限时小练5 两条直线的平行与垂直	9
1.4 两条直线的交点	
限时小练6 两条直线的交点	11
1.5 平面上的距离	
限时小练7 平面上两点间的距离	13
限时小练8 点到直线的距离	15
微专题一 直线方程的综合应用	17
章末提优	19

- ▶方法 求直线的点斜式方程的步骤及注意点/2
- ▶方法 利用两点式求直线的方程/3
- ▶方法 判断两条直线是否垂直的方法/5
- ▶方法 判断两条直线位置关系的方法/7
- ▶突破 判断三角形的形状/9

第2章 圆与方程

2.1 圆的方程	
限时小练9 圆的标准方程	21
限时小练10 圆的一般方程	23
2.2 直线与圆的位置关系	
限时小练11 直线与圆的位置关系(1)	25
限时小练12 直线与圆的位置关系(2)	27
2.3 圆与圆的位置关系	
限时小练13 圆与圆的位置关系	29
微专题二 与圆有关的最值、定值问题	31
章末提优	33
真题小练	35
阶段温习(第1章)	36

- ▶方法 判断点与圆的位置关系的方法/16
- ▶方法 二元函数最值求法/18
- ▶方法 两圆位置关系判断方法/23
- ▶方法 求定点、定值问题的常见方法/29

第3章 圆锥曲线与方程

3.1 椭圆	
限时小练14 椭圆的标准方程	37
限时小练15 椭圆的几何性质(1)	39
限时小练16 椭圆的几何性质(2)	41
限时小练17 椭圆的应用	43
3.2 双曲线	
限时小练18 双曲线的标准方程	45
限时小练19 双曲线的几何性质	47
3.3 抛物线	
限时小练20 抛物线的标准方程	49
限时小练21 抛物线的几何性质	51
限时小练22 抛物线的应用	53
微专题三 隐形轨迹问题	55
微专题四 椭圆和双曲线的离心率问题	56
微专题五 圆锥曲线中的范围、最值问题	57

- ▶方法 求椭圆离心率的值以及取值范围的方法/35
- ▶方法 判断直线与椭圆位置关系的方法/36
- ▶方法 焦点三角形/38
- ▶突破 有关过抛物线焦点的弦长问题多利用抛物线的定义/46
- ▶方法 求线段和或差的最值(或范围)问题的常用方法/52

微专题六 圆锥曲线中的定点、定值问题	60
微专题七 圆锥曲线中的探索性问题	61
章末提优	63
真题小练	66
阶段温习(第1章—第2章)	67

第4章 数 列

4.1 数 列	
限时小练 23 数 列	69
4.2 等差数列	
限时小练 24 等差数列的概念	71
限时小练 25 等差数列的通项公式	73
限时小练 26 等差数列的前 n 项和(1)	75
限时小练 27 等差数列的前 n 项和(2)	77
微专题八 等差数列的性质及其应用	79
4.3 等比数列	
限时小练 28 等比数列的概念	81
限时小练 29 等比数列的通项公式	83
限时小练 30 等比数列的前 n 项和(1)	85
限时小练 31 等比数列的前 n 项和(2)	87
微专题九 等比数列的性质及其应用	89
微专题十 求数列的通项公式	91
微专题十一 数列中的求和问题	93
章末提优	95
真题小练	97
阶段温习(第1章—第3章)	98

►方法 数列单调性的研究方法/61
 ►突破 等差中项定义的应用/62
 ►突破 等差数列中去绝对值求和的方法/66
 ►方法 证明或判断等比数列的方法/69

第5章 导数及其应用

5.1 导数的概念	
限时小练 32 导数的概念	99
5.2 导数的运算	
限时小练 33 基本初等函数的导数	101
限时小练 34 函数的和、差、积、商的导数	103
限时小练 35 简单复合函数的导数	105
5.3 导数在研究函数中的应用	
限时小练 36 单调性	107
限时小练 37 极大值与极小值(1)	109
限时小练 38 极大值与极小值(2)	111
限时小练 39 最大值与最小值(1)	113
限时小练 40 最大值与最小值(2)	115
微专题十二 函数的单调性、极值和最值问题	117
微专题十三 函数中的恒成立问题与存在性问题	119
微专题十四 函数中的零点问题	121
微专题十五 导数在函数与不等式中的综合应用	123
微专题十六 导数中的函数构造问题	125
微专题十七 与 $e^x, \ln x$ 有关的常用不等式及其应用	127
章末提优	128
真题小练	131
阶段温习(第1章—第4章)	132

►方法 分离参数法求参数范围/88
 ►方法 函数极值和极值点的求解步骤/89
 ►方法 已知函数的极值求参数的方法/90
 ►方法 求函数 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上的最值的步骤/93

典题讲评与答案详析(另册,思路分析、易错警示、方法总结、解题突破)
 小帮手(另册,知识梳理与重点解读、题型精解)

第1章 直线与方程

1.1 直线的斜率与倾斜角

限时小练1 直线的斜率与倾斜角

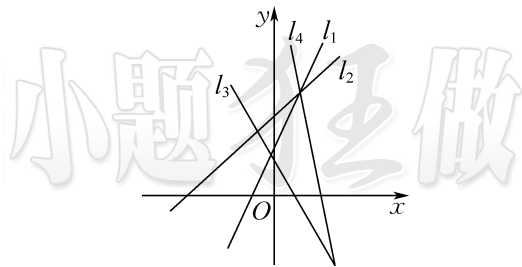
建议用时:40分钟 答案 P1

训练要点

直线的倾斜角和斜率,斜率公式

一、单项选择题:本题共6小题,每小题5分,共30分.

- 过点 $A(-3,2)$ 与 $B(-2,3)$ 的直线的倾斜角为 ()
A. 45° B. 135° C. 45° 或 135° D. 60°
- 【教材变式】已知三点 $A(2,y), B(1,4), C(3,8)$ 共线,则 $y =$ ()
A. -6 B. 6 C. -2 D. 2
- 已知点 A 的坐标为 $(3,4)$,在坐标轴上有一点 B ,若 $k_{AB}=4$,则点 B 的坐标为 ()
A. $(2,0)$ 或 $(0,-4)$ B. $(2,0)$ 或 $(0,-8)$
C. $(2,0)$ D. $(0,-8)$
- 如图,若直线 l_1, l_2, l_3, l_4 的斜率分别为 k_1, k_2, k_3, k_4 ,则 ()



- $k_4 < k_3 < k_2 < k_1$ B. $k_4 < k_3 < k_1 < k_2$
C. $k_3 < k_4 < k_2 < k_1$ D. $k_4 < k_2 < k_3 < k_1$
- 若直线 l 的斜率 $k \in (-\infty, \sqrt{3}]$,则直线 l 的倾斜角 α 的取值范围是 ()
A. $[0, \frac{\pi}{3}]$ B. $[\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}]$
C. $[0, \frac{\pi}{3}] \cup (\frac{\pi}{2}, \pi)$ D. $[\frac{\pi}{3}, \pi)$
 - 设点 $A(4,-3), B(-2,-2)$,直线 l 过点 $P(1,1)$ 且与线段 AB 相交,则 l 的斜率 k 的取值范围是 ()
A. $(-\infty, -4] \cup [1, +\infty)$ B. $(-\infty, -\frac{4}{3}] \cup [1, +\infty)$
C. $[-4, 1]$ D. $[-\frac{4}{3}, -1]$

二、多项选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

- 【教材变式】若直线 l 的斜率 $k = -2$,且过点 $(3,2)$,则直线 l 经过点 ()
A. $(0,4)$ B. $(4,0)$ C. $(6,-4)$ D. $(-2,1)$

8. 下列四个说法中错误的有

()

- A. 直线的倾斜角越大,其斜率越大
- B. 直线倾斜角的取值范围是 $[0, \pi)$
- C. 若一条直线的斜率为 $\tan \alpha$, 则此直线的倾斜角为 α
- D. 若一条直线的倾斜角为 α , 则此直线的斜率为 $\tan \alpha$

9. 已知在平面直角坐标系中,等边三角形 ABC 的顶点 A 与原点重合,且直线 AB 的斜率为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$, 则直线 BC 的斜率可能为

()

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{5}$
- B. $-\frac{2\sqrt{3}}{5}$
- C. $-2\sqrt{3}$
- D. $-3\sqrt{3}$

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

10. (易错易混)过 $A(3m-1, 3m-2), B(2m^2, m^2)$ 两不同点的直线 l 的斜率为 1, 则 $m =$ _____.

11. 如果直线 l 先沿 x 轴负方向平移 2 个单位长度,再沿 y 轴正方向平移 2 个单位长度后,又回到原来的位置,那么直线 l 的斜率是_____.

12. 已知函数 $f(x)=2^x$, 且 $a < b < c < 0$, 则 $\frac{f(a)}{a-1}, \frac{f(b)}{b-1}, \frac{f(c)}{c-1}$ 的大小关系为_____ (用“>”连接).

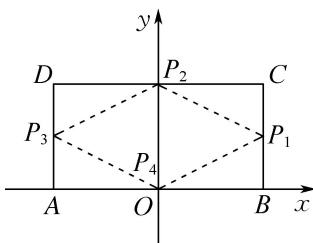
四、解答题:本题共 13 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. 已知点 $M(2m+3, m), N(m-2, 1)$.

- (1) 当 $m=1$ 时,直线 MN 的倾斜角为何值?
- (2) 当 m 取何值时,直线 MN 的倾斜角为锐角、直角、钝角?

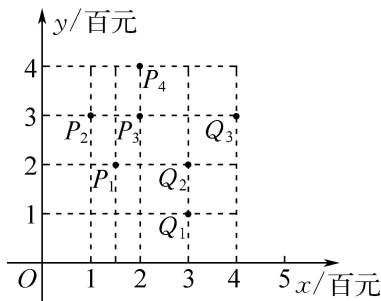
探究拓展

14. 一质点在矩形 $ABCD$ 内运动,从 AB 的中点 O 沿一确定方向发射该质点,依次由线段 BC, CD, DA 反射,反射点分别为 P_1, P_2, P_3 (入射角等于反射角),最后落在线段 OA 上的点 P_4 (不包括端点). 若 $A(-1, 0), B(1, 0), C(1, 1)$ 和 $D(-1, 1)$, 则 OP_1 的斜率的取值范围是_____.



建议用时:40分钟 答案 P12

1. 设实数 x, y 满足 $x+2y=1, x \leq 0$, 则 x^2+y^2 的最小值为 ()
- A. $\frac{1}{5}$ B. $\frac{\sqrt{6}}{5}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$
2. [2025 江苏南通阶段练习] 已知 P, Q 是直线 $l: x-y+1=0$ 上两动点, 且 $PQ=\sqrt{2}$, 点 $A(-4, 6), B(0, 6)$, 则 $AP+PQ+QB$ 的最小值为 ()
- A. $10+\sqrt{2}$ B. $10-\sqrt{2}$ C. $10\sqrt{2}$ D. 12
3. 瑞士数学家欧拉在《三角形的几何学》一书中提出: 若任意三角形的外心、重心、垂心在同一条直线上, 则这条直线被称为欧拉线. 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(-1, 0), B(1, 0), C(1, 1)$, 若直线 $l: ax+(a-3)y+1=0$ 与 $\triangle ABC$ 的欧拉线垂直, 则直线 l 与 $\triangle ABC$ 的欧拉线的交点坐标为 ()
- A. $(\frac{1}{5}, \frac{3}{5})$ B. $(-\frac{1}{5}, \frac{3}{5})$ C. $(\frac{1}{5}, -\frac{3}{5})$ D. $(-\frac{1}{5}, -\frac{3}{5})$
4. [多选题][2025 江苏盐城期中] 台球运动已有五六百年的历史, 参与者用球杆在台上击球. 如图, 有一张长方形球台 $ABCD$, $AB=3AD$, 现从角落 A 沿角 α 的方向把球打出去, 球经 2 次碰撞球台内沿后进入角落 C 的球袋中, 若和光线一样, 台球在球台上碰到障碍物后也遵从反射定律, 则 $\tan \alpha$ 的值可以为 ()
- A. $\frac{1}{9}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. $\frac{3}{2}$
5. [创新·新定义][多选题][2025 辽宁一模] 对平面直角坐标系 xOy 中的两组点, 如果存在一条直线 $ax+by+c=0$, 使这两组点分别位于该直线的两侧, 则称该直线为“分类直线”. 对于一条分类直线 l , 记所有的点到 l 的距离的最小值为 d_l , 约定: d_l 越大, 分类直线 l 的分类效果越好. 某学校高三(2)班的 7 位同学在 2024 年期间网购文具的费用 x (单位: 百元) 和网购图书的费用 y (单位: 百元) 的情况如图所示, 现将 P_1, P_2, P_3 和 P_4 为第 I 组点, 将 Q_1, Q_2 和 Q_3 归为第 II 组点. 在上述约定下, 将这两组点的分类效果最好的分类直线, 记为 L . 给出下列四个结论:



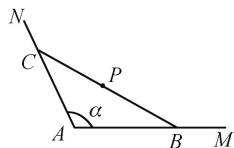
- ① 直线 $x=2.5$ 比直线 $3x-y-5=0$ 的分类效果好;
- ② 分类直线 L 的斜率为 2;
- ③ 该班另一位同学小明的网购文具与网购图书的费用均为 300 元, 则小明的这两项网购花销的费用所对应的点与第 II 组点位于 L 的同侧;
- ④ 如果从第 I 组点中去掉点 P_1 , 第 II 组点保持不变, 那么分类效果最好的分类直线不是 L .

其中所有正确结论的序号是 ()

- A. ① B. ② C. ③ D. ④

6. [2025 福建厦门阶段练习]过点 $P(3,0)$ 作直线 l , 使它被两条相交直线 $2x - y - 2 = 0$ 和 $x + y + 3 = 0$ 所截得的线段恰好被点 P 平分, 则直线 l 的一般式方程为_____.
7. 已知直线 l_1, l_2 均过点 $P(1,2)$, 直线 l_1 过点 $A(-1,3)$, 且 $l_1 \perp l_2$.
- (1) 求直线 l_1, l_2 的方程;
 - (2) 若 l_1 与 x 轴的交点为 Q , 点 $M(a,b)$ 在线段 PQ 上运动, 求 $\frac{b}{a-2}$ 的取值范围.

8. 如图, 公路 AM, AN 围成的是一块顶角为 α 的角形土地, 其中 $\tan \alpha = -2$, 在该块土地中 P 处有一小型建筑, 经测量, 它到公路 AM, AN 的距离分别为 $3 \text{ km}, \sqrt{5} \text{ km}$, 现要过点 P 修建一条直线公路 BC , 将三条公路围成的区域 ABC 建成一个工业园.
- (1) 以 A 为坐标原点建立适当的平面直角坐标系, 求出点 P 的坐标;
 - (2) 在(1)的条件下, 三条公路围成的工业园区 ABC 的面积恰为 15 km^2 , 求公路 BC 所在的直线方程.



9. [2025 北京阶段练习]已知直线 $l_1: 3(x-1) + 4(y-1) = 0$, $l_2: 3x + 4(y+2) = 0$, 点 A 和点 B 分别是直线 l_1, l_2 上一动点.
- (1) 若直线 AB 经过原点 O , 且 $AB = 3$, 求直线 AB 的方程;
 - (2) 设线段 AB 的中点为 P , 求点 P 到原点 O 的最短距离.
10. [2025 福建南平阶段练习]已知 $\triangle ABC$ 的顶点 $A(2,1)$, 在 AB 边上的中线 CM 所在的直线方程为 $2x + y - 1 = 0$, $\angle ABC$ 的角平分线 BH 所在直线方程为 $x - y = 0$.
- (1) 求经过点 $A(2,1)$, 并且在两坐标轴上的截距相等的直线方程.
 - (2) 求直线 BC 的方程.
 - (3) 在线段 AB 上是否存在点 D , 满足 $CD \perp AB$? 若存在, 求点 D 坐标, 若不存在, 请说明理由.

建议用时:40 分钟 答案 P14

一、单项选择题:本题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

- [2025 广东中山阶段练习]直线 $\sqrt{3}x - y + 4 = 0$ 的倾斜角等于 ()
A. 60° B. 120° C. 150° D. 30°
- [2025 吉林期中]若直线 $l_1: x + ay - 1 = 0$ 与直线 $l_2: (1+a)x + 2y + 1 = 0$ 平行,则实数 $a =$ ()
A. -2 B. 1 C. -2 或 1 D. $-\frac{1}{3}$
- 将直线 $3x - \sqrt{3}y = 0$ 绕着原点按逆时针方向旋转 90° ,得到新直线的斜率是 ()
A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\sqrt{3}$ D. $-\sqrt{3}$
- [2025 辽宁大连阶段练习]曲线 $2x^2 - y^2 - xy - 8x + 8y = 0$ 与 $x = 3, x$ 正半轴围成的凸四边形面积为 ()
A. $\frac{13}{3}$ B. $\frac{14}{3}$ C. 5 D. $\frac{16}{3}$
- 直线 $y = 2x + 1$ 关于直线 $y = x$ 对称的直线方程为 ()
A. $x - 3y + 1 = 0$ B. $x - 3y - 1 = 0$
C. $x - 2y - 1 = 0$ D. $x - 2y + 1 = 0$
- [2025 山东烟台阶段练习]过定点 A 的直线 $ax + y - 2 = 0$ 与过定点 B 的直线 $x - ay + 4a - 2 = 0$ 交于点 P (点 P 与点 A, B 不重合),则 $\triangle PAB$ 周长的最大值为 ()
A. $\sqrt{2} + 4$ B. $2\sqrt{2} + 4$ C. 6 D. 8

二、多项选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分.全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

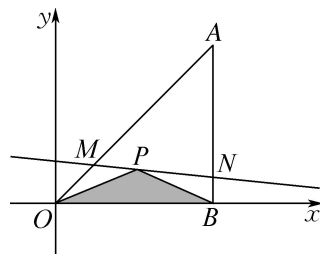
- 若动点 $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$ 分别在直线 $l_1: 5x - 12y + 2 = 0$ 与 $l_2: 5x - 12y + 8 = 0$ 上移动,则 AB 的中点 M 到原点的距离可能为 ()
A. $\frac{4}{13}$ B. $\sqrt{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\sqrt{13}$
- 已知直线 $l_0: x + y + 1 = 0$,则下列结论正确的是 ()
A. 点 $(0, 1)$ 到直线 l_0 的距离是 $\sqrt{2}$
B. 若直线 $l_1: x - y + 1 = 0$,则 $l_0 \perp l_1$
C. 直线 $l_2: mx + (m^2 - 2)y + 2 = 0$ (m 为常数),若 $l_0 \parallel l_2$,则 $m = -1$ 或 $m = 2$
D. 若直线 $l_3: x + y - 1 = 0$,则 l_0 和 l_3 的距离为 2
- [2025 江苏阶段练习]已知点 $M(-1, 1), N(2, 1)$,且点 P 在直线 $l: x + y + 2 = 0$ 上,则 ()
A. 存在点 P ,使得 $PM \perp PN$
B. 存在点 P ,使得 $2PM = PN$
C. $PM + PN$ 的最小值为 $\sqrt{29}$
D. 若 $P(a, b)$,则 $a^2 + b^2$ 的最小值为 2

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

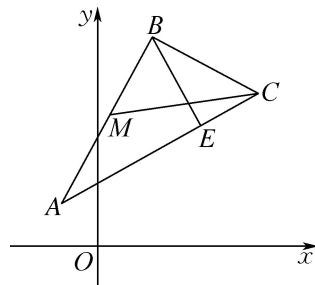
10. [2025 浙江宁波阶段练习]已知直线 $l: y = kx + k + 1 (k \in \mathbf{R})$, 则直线 l 过定点 _____; 若直线 l 与两坐标轴围成的三角形的面积为 2, 则这样的直线 l 有 _____ 条.
11. 已知点 $A(-4, 3), B(-2, 0)$, 点 C 在 y 轴上, 且 $\angle BAC = \frac{\pi}{4}$, 则点 B 到直线 AC 的距离为 _____.
12. [2025 天津阶段练习]在 $\triangle ABC$ 中, $A(3, -1)$, 边 AB 上的中线 CM 所在直线方程为 $2x + 4y - 13 = 0$, $\angle B$ 的平分线方程 BT 为 $x - y + 3 = 0$, 则直线 BC 的方程为 _____.

四、解答题:本题共 2 小题,第 1 题 13 分,第 2 题 15 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. [2025 安徽芜湖阶段练习]如图,将一块直角三角形木板 ABO 置于平面直角坐标系中, 已知 $AB = OB = 1, AB \perp OB$, 点 $P\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$ 是三角形木板内一点, 现因三角形木板中阴影部分受到损坏, 要把损坏部分锯掉, 可用经过点 P 的任一直线 MN 将三角形木板锯成 $\triangle AMN$, 设直线 MN 的斜率为 k .
- (1) 用 k 表示出直线 MN 的方程, 并求出点 M, N 的坐标;
- (2) 求锯成的 $\triangle AMN$ 的面积的最小值.



14. [2025 山西阳泉阶段练习]在 $\triangle ABC$ 中, $A(-1, 2)$, 边 AC 上的高 BE 所在的直线方程为 $7x + 4y - 46 = 0$, 边 AB 上中线 CM 所在的直线方程为 $2x - 11y + 54 = 0$.
- (1) 求点 C 坐标.
- (2) 求直线 BC 的方程.
- (3) 在线段 AC 上是否存在一点 F , 使得 $BC = BF$? 若存在, 写出点 F 的坐标; 若不存在, 请说明理由.



第2章 圆与方程

2.1 圆的方程

限时小练9 圆的标准方程

建议用时:40分钟 答案 P16

训练要点

圆的标准方程,点与圆的位置关系

一、单项选择题:本题共6小题,每小题5分,共30分.

- 圆 $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 2$ 的圆心和半径分别是 ()
 A. $(-2, 3), 1$ B. $(2, -3), 3$
 C. $(-2, -3), \sqrt{2}$ D. $(2, -3), \sqrt{2}$
- 若点 $A(a, a-1)$ 在圆 $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 2$ 的外部,则实数 a 的取值范围是 ()
 A. $(2, 4)$ B. $(-\infty, 2)$
 C. $(4, +\infty)$ D. $(-\infty, 2) \cup (4, +\infty)$
- 圆心在 y 轴上,半径为1,且过点 $(1, 2)$ 的圆的方程是 ()
 A. $x^2 + (y-2)^2 = 1$ B. $x^2 + (y+2)^2 = 1$
 C. $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 1$ D. $x^2 + (y-3)^2 = 1$
- 已知圆 $C_1: (x+1)^2 + (y-1)^2 = 1$, 圆 C_2 与圆 C_1 关于直线 $x-y-1=0$ 对称,则圆 C_2 的标准方程为 ()
 A. $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 1$ B. $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 1$
 C. $(x+2)^2 + (y+2)^2 = 1$ D. $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 1$
- 函数 $y = \sqrt{9-x^2}$ 的图象是 ()
 A. 一条射线 B. 一个圆 C. 两条射线 D. 半圆弧
- 教材变式** 某圆拱桥的水面跨度16 m,拱高4 m,现有一船宽10 m,则这条船能从桥下通过的水面以上的最大高度约为 ()
 A. 2.40 m B. 2.66 m C. 2.80 m D. 3.00 m

二、多项选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

- 已知某圆圆心 C 在 x 轴上,半径为5,且在 y 轴上截得线段 AB 的长为8,则圆的标准方程为 ()
 A. $(x+3)^2 + y^2 = 25$ B. $(x-3)^2 + y^2 = 25$
 C. $x^2 + (y+3)^2 = 25$ D. $x^2 + (y-3)^2 = 25$
- 已知圆 M 过点 $A(1, 3), B(-2, 4)$, 且圆心 M 在 x 轴上,则下列说法正确的是 ()
 A. 圆心 M 的坐标为 $(-\frac{5}{3}, 0)$
 B. 圆 M 的标准方程为 $(x + \frac{5}{3})^2 + y^2 = \frac{145}{9}$

方法总结

判断点与圆的位置关系的方法
见答案

C. 圆 M 与 y 轴的交点坐标为 $(0, \pm \frac{2\sqrt{10}}{3})$

D. 圆 M 上一点到点 $(\frac{10}{3}, 0)$ 的距离的最大值为 $5 + \frac{\sqrt{145}}{3}$

9. 已知 P, Q 分别为圆 $M: (x-6)^2 + (y-3)^2 = 4$ 与圆 $N: (x+4)^2 + (y-2)^2 = 1$ 上的动点, A 为 x 轴上的动点, 则 $AP + AQ$ 的值可能是 ()

A. 7 B. 8 C. 9 D. 10

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

10. 以两点 $A(-3, -1)$ 和 $B(5, 5)$ 为直径端点的圆的标准方程是_____.

11. (教材变式) 平面上一动点 P 满足 $PM^2 + PN^2 = 6$ 且 $M(-1, 0), N(1, 0)$, 则动点 P 的轨迹为_____.

12. 已知 A, B, D 三点在圆 $C: (x+1)^2 + y^2 = 9$ 上, $\triangle ABD$ 的重心为坐标原点 O , 则 $\triangle ABD$ 周长的最大值为_____.

四、解答题: 本题共 13 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. 已知圆心为 C 的圆经过点 $A(-1, 1)$ 和 $B(-2, -2)$, 且圆心 C 在直线 $l: x + y - 1 = 0$ 上.

(1) 求此圆的标准方程;

(2) 设点 $P(x, y)$ 是圆 C 上的动点, 求 $x^2 + y^2 - 8y + 16$ 的最小值, 以及取最小值时对应的点 P 的坐标.

►方法总结
求圆的标准方程
的方法 见答案

探究拓展

14. 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点分别是 $A(4, 0), B(0, 0), C(0, 3)$, 则 $\triangle ABC$ 的外接圆方程是_____; $\triangle ABC$ 的内切圆方程是_____.

阶段温习(第1章)

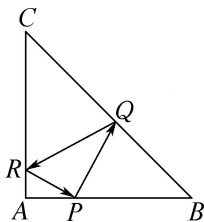
[学新不忘旧,前面学过的知识看看你还记得吗?]

建议用时:15分钟 答案 P30

1. [2025 广东汕头期中]直线 $l: \sin \theta \cdot x - y + 8 = 0 (\theta \text{ 参数}, \theta \in \mathbf{R})$ 的倾斜角的取值范围是 ()

- A. $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$ B. $\left[0, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$
C. $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4}\right]$ D. $\left(-\infty, \frac{\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{4}, +\infty\right)$

2. [2025 吉林长春期中]如图,在等腰直角三角形 ABC 中, $AB = AC = 3$, P 是边 AB 上异于端点的一点,光线从点 P 出发经边 BC, CA 反射后又回到点 P . 若光线 QR 经过 $\triangle ABC$ 的重心,则 $\triangle PQR$ 的周长等于 ()



- A. $2\sqrt{5}$ B. $2\sqrt{7}$ C. $4\sqrt{5}$ D. $5\sqrt{3}$
3. [多选题][2025 江苏泰州阶段练习]已知直线 $l_1: x + (1+a)y = 1-a (a \in \mathbf{R})$, 直线 $l_2: y = -\frac{1}{2}x$, 则下列命题为真命题的有 ()

- A. $\exists a \in \mathbf{R}$, 使得 $l_1 // l_2$ B. $\exists a \in \mathbf{R}$, 使得 $l_1 \perp l_2$
C. $\forall a \in \mathbf{R}$, l_1 与 l_2 都相交 D. $\exists a \in \mathbf{R}$, 使得坐标原点到 l_1 的距离为 2

4. [多选题]已知直线 $l_1: x \sin \alpha + y = 0$ 与直线 $l_2: x + 3y + c = 0$, 则下列结论正确的有 ()

- A. 直线 l_1 与直线 l_2 可能相交 B. 直线 l_1 与直线 l_2 可能重合
C. 直线 l_1 与直线 l_2 可能平行 D. 直线 l_1 与直线 l_2 可能垂直

5. [2025 辽宁抚顺阶段练习]已知 $A(2, 4), B(1, 1)$, 若直线 $l: kx + y + k - 2 = 0$ 与线段 AB 有公共点, 则 k 的取值范围是_____.

6. [2025 江苏专题练习]设 $m \in \mathbf{R}$, 过定点 A 的动直线 $x + 2 + m(y - 7) = 0$ 和过定点 B 的动直线 $mx - y - m + 3 = 0$ 交于点 $P(x, y)$, 则 $PA + PB$ 的取值范围是_____.

第3章 圆锥曲线与方程

3.1 椭圆

限时小练 14 椭圆的标准方程

建议用时:40分钟 答案 P30

训练要点

椭圆的定义及相关概念,椭圆的标准方程

一、单项选择题:本题共6小题,每小题5分,共30分.

1. 椭圆 $5x^2 + 6y^2 = 30$ 的焦点坐标为 ()

- A. $(-3,0), (3,0)$ B. $(0,-3), (0,3)$
C. $(-1,0), (1,0)$ D. $(0,-1), (0,1)$

2. 已知椭圆过点 $P\left(\frac{3}{5}, -4\right)$ 和点 $Q\left(-\frac{4}{5}, 3\right)$, 则此椭圆的标准方程是 ()

- A. $\frac{y^2}{25} + x^2 = 1$ B. $\frac{x^2}{25} + y^2 = 1$ 或 $x^2 + \frac{y^2}{25} = 1$
C. $\frac{x^2}{25} + y^2 = 1$ D. 以上都不对

3. 曲线 C 的方程是 $\sqrt{(x-1)^2 + y^2} + \sqrt{(x+1)^2 + y^2} = 4$, 则曲线 C 的形状是 ()

- A. 圆 B. 椭圆 C. 线段 D. 直线

4. 椭圆 $\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{3} = 1$ 的一个焦点为 F_1 , 点 P 在椭圆上, 如果线段 PF_1 的中点 M 在 y 轴上, 那么点 M 的纵坐标为 ()

- A. $\pm \frac{3}{4}$ B. $\pm \frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\pm \frac{\sqrt{3}}{4}$

5. 已知圆 $O: x^2 + y^2 = 4$, 从圆上任意一点 M 向 x 轴作垂线段 MN , N 为垂足, 则线段 MN 的中点 P 的轨迹方程为 ()

- A. $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ B. $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ C. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ D. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1$

6. 已知 F_1, F_2 分别是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, 点 $A(0, b)$, 点 B 在椭圆 C 上, $\overrightarrow{AF_1} = 2\overrightarrow{F_1B}$, D, E 分别是 AF_2, BF_2 的中点, 且 $\triangle DEF_2$ 的周长为 4, 则椭圆 C 的方程为 ()

- A. $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ B. $\frac{x^2}{4} + \frac{3y^2}{8} = 1$ C. $\frac{x^2}{4} + \frac{3y^2}{4} = 1$ D. $x^2 + \frac{3y^2}{2} = 1$

二、多项选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

7. 若方程 $\frac{x^2}{3-t} + \frac{y^2}{t-1} = 1$ 所表示的曲线为 C , 则下列说法正确的是 ()

- A. 曲线 C 可能是圆
B. 若 $1 < t < 3$, 则 C 为椭圆
C. 若 C 为椭圆, 且焦点在 x 轴上, 则 $1 < t < 2$
D. 若 C 为椭圆, 且焦点在 y 轴上, 则 $2 < t < 3$

8. (易错易混) 已知在平面直角坐标系中, 点 $A(-3, 0), B(3, 0)$, P 为一动点, 且 $PA +$

►方法总结

确定椭圆标准方程的方法 见答案

$PB=2a(a \geq 0)$, 则下列说法正确的是

()

- A. 当 $a=2$ 时, 点 P 的轨迹不存在
- B. 当 $a=4$ 时, 点 P 的轨迹是椭圆, 且焦距为 3
- C. 当 $a=4$ 时, 点 P 的轨迹是椭圆, 且焦距为 6
- D. 当 $a=3$ 时, 点 P 的轨迹是以 AB 为直径的圆

9. 已知 P 是椭圆 $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{5} = 1$ 上一点, F_1, F_2 是椭圆的左、右焦点. 若 $\angle F_1PF_2 = 60^\circ$, 则下列说法正确的是 ()

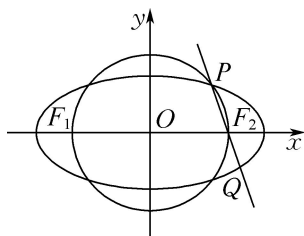
- A. $\triangle F_1PF_2$ 的面积为 $\frac{5\sqrt{3}}{3}$
- B. 若 M 是椭圆上一动点, 则 $\overrightarrow{MF_1} \cdot \overrightarrow{MF_2}$ 的最大值为 9
- C. 点 P 的纵坐标为 $\frac{5\sqrt{3}}{6}$
- D. $\triangle F_1PF_2$ 内切圆的面积为 $\frac{\pi}{3}$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

10. 已知椭圆的中心在原点, 且经过点 $P(3, 0)$, $a=3b$, 则椭圆的标准方程为 _____.

11. 已知 A, B 为椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{2} = 1$ 上的两个点, 且直线 AB 的方程为 $y = -x + 1$, 则 AB 中点 M 与原点 O 连线的斜率为 _____.

12. 如图, 设 F_1, F_2 分别是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, P 是以 F_1F_2 为直径的圆与椭圆在第一象限内的一个交点, 延长 PF_2 与椭圆交于点 Q . 若 $\overrightarrow{PF_2} = 2\overrightarrow{F_2Q}$, 则直线 PF_1 的斜率为 _____.



四、解答题: 本题共 13 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. 已知平面上三点 A, B, C . 若 $A(4, 0), C(-4, 0)$, 且动点 B 满足 $BA + BC = 10$.
- (1) 求动点 B 的轨迹方程;
 - (2) 当动点 B 满足 $\angle CBA = 90^\circ$ 时, 求点 B 的纵坐标.

探究拓展

14. [多选题] [创新·新情境] 数学家华罗庚曾说: “数缺形时少直观, 形少数时难入微.” 事实上, 很多代数问题可以转化为几何问题加以解决. 例如, 与 $\sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$ 相关的代数问题, 可以转化为点 $A(x, y)$ 与点 $B(a, b)$ 之间的距离的几何问题. 结合上述观点, 对于函数 $f(x) = \sqrt{x^2 + 4x + 5} + \sqrt{x^2 - 4x + 5}$, 下列结论正确的是 ()

- A. $f(x) = 6$ 无解
- B. $f(x) = 6$ 的解为 $x = \pm \frac{6\sqrt{5}}{5}$
- C. $f(x)$ 的最小值为 $2\sqrt{5}$
- D. $f(x)$ 的最大值为 $2\sqrt{5}$

第4章 数列

4.1 数列

限时小练 23 数列

建议用时:40分钟 答案 P61

训练要点

数列的相关概念,数列的通项公式,数列与函数间的关系,数列的分类及常见表示方法(列表、图象、通项公式)

一、单项选择题:本题共6小题,每小题5分,共30分.

1. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=(-1)^n(n^2-1)$,则 $a_6=$ ()

A. 35 B. -11 C. -35 D. 11

2. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是 $a_n=n^2+1$,则122是该数列的 ()

A. 第9项 B. 第10项 C. 第11项 D. 第12项

3. 已知数列 $\{a_n\}$ 的前4项为 $-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, -\frac{5}{8}, \frac{7}{16}$,则数列 $\{a_n\}$ 的一个通项公式是 ()

A. $a_n = \frac{2n-1}{2^n}$

B. $a_n = \frac{(-1)^n \cdot (2n-1)}{2^n}$

C. $a_n = \frac{2n+1}{2^n}$

D. $a_n = \frac{(-1)^n \cdot (2n+1)}{2^n}$

4. 下表是用列表法定义的函数 $f(x)$,在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_{n+1}=f(a_n)(n \in \mathbb{N}^*)$,且 $a_1=2$,则 $a_6=$ ()

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	3	4	6	2	1	5

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

5. 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1=-3, a_{n+1}=\frac{1+a_n}{1-a_n}$,则 a_{2022} 的值为 ()

A. 2 B. -3 C. $-\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{3}$

6. 删去正整数 $1, 2, 3, 4, 5, \dots$ 中的所有完全平方数与立方数(如4, 8),得到一个新数列,则这个数列的第2020项是 ()

A. 2072 B. 2073 C. 2074 D. 2075

二、多项选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

7. 已知数列 $0, 2, 0, 2, 0, 2, \dots$,则前六项适合的通项公式为 ()

A. $a_n = 1 + (-1)^n$

B. $a_n = 2 \cos \frac{n\pi}{2}$

C. $a_n = 2 \left| \sin \frac{(n+1)\pi}{2} \right|$

D. $a_n = 1 - \cos(n-1)\pi + (n-1)(n-2)$

8. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \left(\frac{4}{9}\right)^{n-1} - \left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}$ 则关于数列 $\{a_n\}$ 的描述错误的是 ()

A. 有最大项,没有最小项

B. 有最小项,没有最大项

C. 既有最大项,又有最小项

D. 既没有最大项,也没有最小项

方法总结

根据数列的前几项求通项公式的解题思路 见答案

方法总结

数列单调性的研究方法 见答案

9. [2024 广东深圳月考]Farey 数列是这样定义的,对任意给定的一个正整数 n ,将分母小于等于 n 的不可约的真分数按升序排列,并且在第一个分数之前加上 $\frac{0}{1}$,在最后一个分数之后加上 $\frac{1}{1}$,这个序列称为 n 级 Farey 数列,用 $\{F_n\}$ 表示.如 $\{F_3\}$ 的各项为 $\frac{0}{1}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{1}{1}$,共有 5 项.则 ()

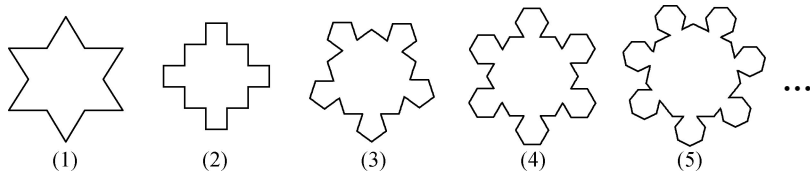
- A. 数列 $\{F_n\}$ 都有奇数项
B. 6 级 Farey 数列 $\{F_6\}$ 中,中间项为 $\frac{1}{2}$
C. 6 级 Farey 数列 $\{F_6\}$ 共有 11 项
D. 6 级 Farey 数列 $\{F_6\}$ 各项的和为 $\frac{13}{2}$

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

10. (易错易混)已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和 S_n 满足 $S_n = n^2 + n - 1$,则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式是_____.

11. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} (3-a)x-3, & x \leq 7, \\ a^{x-6}, & x > 7, \end{cases}$ 若数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_n = f(n) (n \in \mathbf{N}^*)$,且 $\{a_n\}$ 是递增数列,则实数 a 的取值范围是_____.

12. 如图,根据下列图形及相应图形中顶点的个数,找出其中的一种规律,写出第 n 个图形中共有_____个顶点.



四、解答题:本题共 13 分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. 已知数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{9n^2 - 9n + 2}{9n^2 - 1}$.

- (1) 判断 $\frac{98}{101}$ 是不是数列 $\{a_n\}$ 中的项;
(2) 判断数列 $\{a_n\}$ 中的项是否都在区间 $(0, 1)$ 内;
(3) 判断在区间 $(\frac{1}{3}, \frac{2}{3})$ 内有没有数列 $\{a_n\}$ 中的项.

探究拓展

14. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = m (m \text{ 为正整数})$, $a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{2}a_n, & a_n \text{ 为偶数,} \\ 3a_n + 1, & a_n \text{ 为奇数,} \end{cases}$ 若 $a_4 = 4$,则 m 的所有可能取值为 ()

- A. 4
B. 5
C. 21
D. 32

第5章 导数及其应用

5.1 导数的概念

限时小练 32 导数的概念

建议用时:40分钟 答案 P83

训练要点

平均速度及瞬时速度,割线斜率及切线斜率,平均变化率,导数的概念,导数的几何意义

一、单项选择题:本题共6小题,每小题5分,共30分.

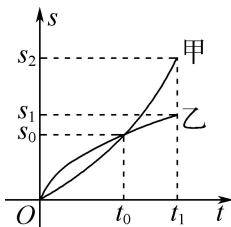
1. 某水库储水量与水深的关系如下表所示:

水深/m	0	5	10	15	20	25	30	35
储水量/ 10^4 m^3	0	10	30	90	160	275	435	650

在 35 m 范围内,当水深每增加 5 m 时,水库储水量的平均变化率 ()

- A. 不变 B. 越来越小 C. 越来越大 D. 不能确定

2. 若物体甲、乙在时间 0 到 t_1 范围内的路程的变化情况如图所示,则下列说法正确的是 ()



- A. 在 0 到 t_0 范围内,甲的平均速度大于乙的平均速度
B. 在 0 到 t_0 范围内,甲的平均速度小于乙的平均速度
C. 在 t_0 到 t_1 范围内,甲的平均速度大于乙的平均速度
D. 在 t_0 到 t_1 范围内,甲的平均速度小于乙的平均速度

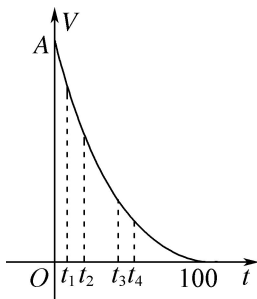
3. 已知函数 $f(x) = x - \frac{1}{x}$,则该函数在 $x=1$ 处的切线斜率为 ()

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

4. 已知函数 $y=f(x)$ 的图象在点 $P(5, f(5))$ 处的切线方程是 $y=-x+8$,则 $f(5)+f'(5)=$ ()

- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

5. 某堆雪在融化过程中,其体积 V (单位: m^3) 与融化时间 t (单位: h) 近似满足函数关系式 $V(t) = H\left(10 - \frac{1}{10}t\right)^3$ (H 为常数),其图象如图所示. 记此堆雪从融化开始到结束的平均融化速度为 $\bar{v}$ (m^3/h),观察图象可知瞬时融化速度等于 $\bar{v}$ 的时刻是图中的 ()



- A. t_1 B. t_2 C. t_3 D. t_4

6. 某生物生长过程中,在三个连续时段内的增长量都相等.在各时段内平均增长速度分别为 v_1, v_2, v_3 ,该生物在所讨论的整个时段内的平均增长速度为 ()

A. $\frac{v_1+v_2+v_3}{3}$ B. $\frac{\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}+\frac{1}{v_3}}{3}$ C. $\sqrt[3]{v_1v_2v_3}$ D. $\frac{3}{\frac{1}{v_1}+\frac{1}{v_2}+\frac{1}{v_3}}$

二、多项选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分.全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

7. 若函数 $f(x)$ 在 $x=x_0$ 处存在导数,则 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h}$ 的值 ()

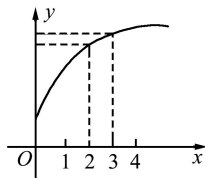
A. 与 x_0 有关 B. 与 h 有关 C. 与 x_0 无关 D. 与 h 无关

8. 已知某物体做直线运动,位移 s (单位:m) 与时间 t (单位:s) 之间的函数关系为 $s(t) = 7t^2 + 8$ ($0 \leq t \leq 5$), 则 ()

A. 该物体在 $1 \leq t \leq 3$ 这段时间内的平均速度是 28 m/s
B. 该物体在 $t=4$ 时的瞬时速度是 56 m/s
C. 该物体位移的最大值为 43 m
D. 该物体在 $t=5$ 时的瞬时速度是 70 m/s

9. 已知函数 $f(x)$ 的图象如图所示, $f'(x)$ 是 $f(x)$ 的导函数,则下列数值的排序正确的是 ()

A. $f'(3) < f'(2)$
B. $f'(3) < f(3) - f(2)$
C. $f'(2) < f(3) - f(2)$
D. $f(3) - f(2) < 0$



三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

10. 已知函数 $f(x) = -x^2 + x$ 在区间 $[t, 1]$ 上的平均变化率为 2, 则 $t =$ _____.

11. 已知函数 $f(x) = 2x^2 + 1$, 且 $f'(x_0) = -8$, 则 $f(x_0) =$ _____.

12. (易错易混) 已知函数 $f(x) = x^3$, 过点 $P(\frac{2}{3}, 0)$ 作曲线 $f(x)$ 的切线, 则其切线方程为 _____.

四、解答题:本题共 13 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. 已知点 P 在曲线 $f(x) = x^2 + 1$ 上, 且曲线在点 P 处的切线与曲线 $y = -2x^2 - 1$ 相切, 求点 P 的坐标.

易错警示

在求曲线 $y=f(x)$ 的切线时, 注意“在”和“过”的区别
见答案

方法总结

求二次函数切线的两种方法 见答案

探究拓展

14. 已知正弦函数 $y = \sin x$ 在 $x=0$ 和 $x=\frac{\pi}{2}$ 附近的平均变化率分别为 k_1, k_2 , 则 k_1, k_2 的大小关系是 _____.