

答案详析

第五章 抛体运动

第一节 曲线运动

题组1 物体做曲线运动的条件及性质

·答案速查·

1	2	3	4	5	6
BD	D	C	D	A	BD

1. BD 解析:物体做曲线运动时,加速度与速度方向不在同一直线上,因此速度方向是不断改变的,物体的瞬时速度,可以看作是一个比较小的时间段内的平均速度,那么平均速度的方向就是该时间段首尾两个点的连线所指方向,当时间段趋于无穷小时,其方向就跟切线重合,故可以说物体瞬时速度的方向沿各点切线方向,A、C错误,B、D正确.

2. D 解析:羽毛球在飞行过程中速度沿轨迹切线方向,羽毛球会受到重力、空气阻力作用,重力方向竖直向下,空气阻力方向与运动方向相反,根据平行四边形定则,羽毛球在P点所受合外力及速度方向如图D所示.

3. C 解析:烟尘颗粒做曲线运动的速度大小可能不变,但方向一定在变,故A错误;做曲线运动的物体所受的合外力指向轨迹凹侧,可知烟尘颗粒所受的合外力在变化,故不可能是匀变速曲线运动,故B错误;做曲线运动的物体所受的合外力指向轨迹凹侧,故P点处的加速度方向可能斜向右上方,故C正确;同理,Q点处的合力方向不可能竖直向上,故D错误.

规律总结 曲线运动的特点

1. 合外力或加速度指向轨迹的凹(内)侧.
2. 曲线运动的轨迹不会出现急折,只能平滑变化,且与速度方向相切.
3. 轨迹夹在合力方向和速度方向之间.
4. 速度方向沿轨迹的切线方向.
5. 合力方向不变时,速度方向越来越趋近于合力方向.

4. D 解析:物体原来处于平衡状态,合力为0,当撤去其中一个力 F_1 时,其余力的合力与 F_1 大小相等、方向相反,即合力的大小是不变的,所以撤去 F_1 后,物体做匀变速运动.若物体原来静止,撤去 F_1 后,物体将沿与 F_1 相反的方向做初速度为0的匀加速直线运动;若物体原来做匀速直线运动,速度方向与 F_1 相反,则撤去 F_1 后,其余力的合力与速度方向相同,物体做速度不为0的匀加速直线运动;若速度方向与 F_1 相同,撤去 F_1 后,其余力的合力与速度方向相反,物体沿与 F_1 相同的方向做匀减

速直线运动,故A、C错误.若物体原来速度方向与 F_1 不在同一直线上,则撤去 F_1 后,其余力的合力与速度方向也不在同一直线上,故物体将做匀变速曲线运动,故B错误,D正确.

5. A 解析:一雨滴由静止开始自由下落一段时间后,具有一定的竖直向下的初速度,在进入如题图所示的斜风区后,雨滴受到竖直向下的重力和斜向下偏右的风力,则雨滴受到的合力斜向下偏右,雨滴在斜风区做曲线运动,且雨滴受到的合力指向轨迹曲线的凹侧,A正确.

6. BD 解析:由题意知,质点运动到B点时速度方向与加速度方向互相垂直,速度沿B点的切线方向,则知加速度方向向下,合力也向下,质点做匀加速曲线运动,所以D点的速率比C点的速率大,故A错误.质点在A点受力的方向向下,而速度的方向斜向右上方,A点的加速度与速度的夹角大于 90° ,故C错误.从A点到B点加速度与速度的夹角从大于 90° 一直减小;质点由B点到E点过程中,受合力的方向向下,速度的方向从水平向右变为斜向下,加速度与速度的夹角一直减小,故B正确.质点做匀变速曲线运动,加速度不变,故D正确.



巅峰挑战

7. D 解析:在B点,合力方向指向轨迹凹侧,即合力向上,加速度向上,“嫦娥六号”处于超重状态,故A错误;在C点,“嫦娥六号”的速度方向沿过C点的切线方向斜向上,不指向地球,故B错误;根据物体做曲线运动的受力特点,合力方向要指向轨迹的凹侧,故在D点,“嫦娥六号”受到的合力方向指向轨迹的下方,故C错误;在E点,“嫦娥六号”所受合力方向指向轨迹凹侧,加速度方向指向地球,故D正确.

第二节 运动的合成与分解

题组2 小船渡河 实际运动的合成与分解

·答案速查·

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C	BC	AC	AC	C	C	AD	BD	D	D

1. C 解析:若玻璃管沿水平方向向右做匀减速直线运动,加速度向左,则合力向左,而合速度斜向右上,则蜡块相对于地面的运动轨迹为开口向左的抛物线,如轨迹1,A错误;若玻璃管沿水平方向向右做匀速直线运动,则蜡块相对于地面的运动轨迹为过出发点的倾斜直线,如轨迹2,B错误;若玻璃管沿水平方向向右先做匀加速直线运动,然后做匀减速直线运动,加速度先向右后向左,即合力先向右后向左,则蜡块的运动轨迹可能如轨迹3所

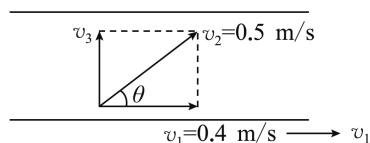
示,C 正确;若玻璃管沿水平方向向右做匀加速直线运动,加速度向右,则合力向右,而合速度斜向右上,则蜡块相对于地面的运动轨迹为开口向右的抛物线,如轨迹 4, D 错误。

规律总结 互成角度的两个直线运动的合成

分运动	合运动	矢量图	条件
两个匀速直线运动	匀速直线运动		$a=0$
一个匀速直线运动和一个匀变速直线运动	匀变速曲线运动		a 与 v 成 α 角
两个初速度为 0 的匀加速直线运动	初速度为 0 的匀加速直线运动		$v_0=0$
两个初速度不为 0 的匀加速直线运动	匀变速直线运动		a 与 v 方向相同
	匀变速曲线运动		a 与 v 成 α 角

2. BC 解析:如果一同学在桌面的白纸上朝一个方向匀速划线,根据题意可知,笔尖相对白纸参与水平向左的匀加速运动和水平向外的匀速运动,合力方向水平向左,所以轨迹向左弯曲,B 正确,A 错误;如果一同学在桌面的白纸上朝一个方向匀加速划线,根据题意可知,笔尖相对白纸参与水平向左的匀加速运动和水平向外的匀加速运动,当合力方向与速度方向一致时,轨迹为直线,C 正确,D 错误。

3. AC 解析:切割一块玻璃需要的时间为 $t = \frac{d}{v_3} = \frac{d}{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}} = 10$ s,故 A 正确;金刚石切割刀的移动速度 0.5 m/s 是切割刀对地的速度,切割刀的移动轨迹亦是切割刀对地面的相对轨迹,为使割下的玻璃板呈矩形,则切割刀相对玻璃板的速度方向应垂直于玻璃板侧边,如图所示,则有 $\cos \theta = \frac{v_1}{v_2} = 0.8$,解得 $\theta = 37^\circ$,切割过程中玻璃的位移为 $x = v_1 t = 4$ m,故 B、D 错误,C 正确。



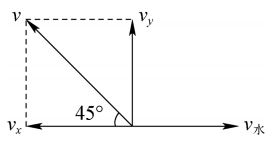
4. AC 解析:当 $\alpha + \theta = 90^\circ$,渡河时间最短, $t_{\min} = \frac{L}{v_{\text{静}}}$, A 正确;垂直于河岸方向上渡河的速度为 $v_{\text{静}} \sin(\theta + \alpha)$,故渡河的时间 $t = \frac{L}{v_{\text{静}} \sin(\theta + \alpha)}$, B 错误;合速度大小为

$v_{\text{静}} \cos \theta + v_{\text{水}} \cos \alpha$,故渡河时间 $t = \frac{OP}{v_{\text{静}} \cos \theta + v_{\text{水}} \cos \alpha}$, C 正确;小船合速度沿 OP 方向,故满足 $v_{\text{静}} \sin \theta = v_{\text{水}} \sin \alpha$, D 错误。

5. C 解析:由题图乙可知,货物沿水平方向做匀速直线运动,速度大小为 $v_x = 4$ m/s,由题图丙可知,货物沿竖直方向做匀加速直线运动,加速度大小为 $a = \frac{3}{2}$ m/s²,则货物做匀变速曲线运动;货物所受的合力大小为 $F_{\text{合}} = ma = 150$ N,故 B 错误,C 正确;2 s 末货物的速度大小为 $v_2 = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 5$ m/s,故 A 错误;0 到 2 s 末这段时间内,货物的水平分位移大小为 8 m,竖直分位移大小为 $y = \frac{1}{2} at^2 = 3$ m,则 0 到 2 s 末这段时间内,货物的合位移大小为 $s_{\text{合}} = \sqrt{8^2 + 3^2} \text{ m} = \sqrt{73} \text{ m}$,故 D 错误。

6. C 解析:根据题意可知,潜艇在竖直方向上做变速运动,在水平方向上做匀速运动,所以潜艇做曲线运动,故 A 错误;根据题图乙可知,0~10 s 内的速度变化量为 $\Delta v = 20$ m/s, B 错误;根据题图乙可知,5 s 末的竖直分速度为 $v_y = 10$ m/s,则 5 s 末的速度大小为 $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{10^2 + 10^2} \text{ m/s} = 10\sqrt{2} \text{ m/s}$, C 正确;根据题图乙可知,0~30 s 内的竖直分位移大小为 $y = \frac{1}{2} \times 20 \times 30 \text{ m} = 300 \text{ m}$,水平分位移大小为 $x = 10 \times 30 \text{ m} = 300 \text{ m}$,则 0~30 s 内的位移大小为 $s = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{300^2 + 300^2} \text{ m} = 300\sqrt{2} \text{ m}$, D 错误。

7. AD 解析:由于乙船在 A 点靠岸,则对其速度分解如图所
示, $v_{\text{水}} = v \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} v$,渡河时间 $t = \frac{d}{v \sin 45^\circ} = \frac{\sqrt{2}d}{v}$,则甲船沿河流方向的合速度为 $v' = 2v_{\text{水}} = \sqrt{2}v$,甲船沿河岸方向的位移 $x = v' t = \sqrt{2}v \cdot \frac{\sqrt{2}d}{v} = 2d$,即甲船恰好也在 A 点靠岸, A 正确, B、C 错误;由于甲、乙两船在静水中的速度相等,且都以船头与河岸夹角为 45° 角的方式渡河,分解到垂直河岸方向的分速度相等,因此渡河时间相等, D 正确。



8. BD 解析:炮弹速度向北发射时时间最短,则命中目标最短时间为 $t = \frac{d}{v_2}$,坦克发射处离目标的距离为 $x = \sqrt{d^2 + \left(\frac{dv_1}{v_2}\right)^2}$,故 A 错误, D 正确;炮弹水平方向不受力,则水平方向分运动为匀速直线运动,故 B 正确;由于 $v_2 > v_1$,若到达距离目标最近处时再开炮,应调整炮口至北偏西方向,可能射中目标,故 C 错误。

9. D 解析:河宽 200 m,小船无论如何过河,小船过河的位移不可能小于 200 m,若以最小位移过河,此时满足

$v_c \cos \theta = v_s, t = \frac{d}{v_c \sin \theta}$, 解得 $t = \frac{200}{\sqrt{7}}$ s, 故 A、B、C 错误;
题图乙中, 设船头与岸成 α 角, 则有 $d = (v_c \sin \alpha) t', x = (v_s - v_c \cos \alpha) t'$, 解得 $\alpha = 60^\circ, t' = \frac{100}{3} \sqrt{3}$ s, 故 D 正确。

考点归纳 小船渡河模型中的三类问题及四个情境

情况	相关结论与规律	图示
渡河时间最短	(1) 渡河时间只与船垂直于河岸方向的分速度有关, 与水流速度无关; (2) 船头正对河岸时, 渡河时间最短, $t_{\min} = \frac{d}{v_{\text{船}}}$ (d 为河宽), 对应渡河位移 $x = \frac{d}{v_{\text{船}}} \sqrt{v_{\text{船}}^2 + v_{\text{水}}^2}$	
渡河位移最短	若 $v_{\text{船}} > v_{\text{水}}$, 当船头方向与上游河岸夹角 θ 满足 $v_{\text{船}} \cos \theta = v_{\text{水}}$ 时, 合速度垂直于河岸, 渡河位移最短, $x_{\min} = d$, 对应渡河时间 $t = \frac{d}{\sqrt{v_{\text{船}}^2 - v_{\text{水}}^2}}$	
	若 $v_{\text{船}} < v_{\text{水}}$, 合速度不可能垂直于河岸, 无法垂直渡河. 当船头方向 ($v_{\text{船}}$ 方向) 与合速度方向垂直时, 渡河位移最短, 为 $x_{\min} = \frac{d}{\cos \theta} = \frac{dv_{\text{水}}}{v_{\text{船}}}$	
渡河船速最小	在水流速度 $v_{\text{水}}$ 和船的航行方向 (v 方向) 一定的前提下, 当船头方向 ($v_{\text{船}}$ 方向) 与合速度方向垂直时, 有满足条件的最小船速, 即 $v_{\text{船min}} = v_{\text{水}} \sin \theta$	

10. D 解析: 对比匀变速直线运动的位移与时间的关系式 $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$, 与题干中的轨迹方程 $y = \frac{1}{2} t^2 - 2t + 3$ (m), 可知 $v_{0y} = -2$ m/s, $a_y = 1$ m/s², 则前 2 s 物体在 y 轴方向的加速度恒定不变, 故 C 错误; 由题图乙可知, $t = 0$ 时 $v_x = 3$ m/s, 所以物体的速度即合速度大小为 $v = \sqrt{v_x^2 + v_{0y}^2} = \sqrt{13}$ m/s, 故 A 错误; 在 $v_x - t$ 图像中, 图线与横轴围成的面积表示 x 轴方向的位移, 则前 2 s 物体的位移 $x_x = \frac{3+5}{2} \times 2$ m = 8 m, 由于已知 $t = 0$ 时物体的位置坐标为 (1 m, 3 m), 则 $t = 2$ s 时, x 轴坐标为 $x = 1$ m + 8 m = 9 m, y 轴坐标为 $y = \frac{1}{2} \times 2^2 - 2 \times 2 + 3$ (m) = 1 m, 此时物体的位置坐标为 (9 m, 1 m), 故 B 错误; 前 2 s 物体在 x 轴方向的加速度为 $a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = 1$ m/s², 则物体在前 2 s 的合加速度大小为 $a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{2}$ m/s², 由几何关系可知, 合初速度与合加速度不共线, 故物体在前 2 s 做加速度大小 $a = \sqrt{2}$ m/s² 的曲线运动, 故 D 正确。

巅峰挑战

11. A 解析: 已知陶陶在陆地的速度为 v_1 , 与河岸夹角

为 $\alpha = 30^\circ$; 在水中的速度为 v_2 , 与河岸夹角为 $\beta = 60^\circ$, 将陶陶的运动分解为沿河岸方向和垂直河岸方向, 在陆地时, 垂直河岸方向分速度 $v_{1y} = v_1 \sin \alpha$, 在水中时, 垂直河岸方向分速度 $v_{2y} = v_2 \sin \beta$, 因为要保证最省时, 也就是整个运动过程中垂直河岸方向要以最大的有效速度去通过相应的距离, 所以各段垂直河岸方向的分速度应该相等, 即 $v_1 \sin \alpha = v_2 \sin \beta$, 解得 $v_2 = \frac{5\sqrt{3}}{3}$ m/s, A 正确, B 错误.

首先计算垂直河岸方向需要通过的总距离, 在陆地上距离河岸 10 m, 在水中距离河岸 50 m, 所以垂直河岸方向总的距离 $d = (10 + 50)$ m = 60 m, 而垂直河岸方向的分速度 $v_y = v_1 \sin \alpha = 2.5$ m/s (前面已分析各段垂直河岸方向分速度相等), 则最短时间 $t = \frac{d}{v_y} = 24$ s, C、D 错误.

12. (1) 要刚好在 C 点完成拦截, 漂流物到达 C 点的时间 $t = \frac{L}{v_1}$,

解得 $t = 25$ s,

快艇的实际行驶速度方向必须是沿 BC 方向, 则有

$$v = \frac{\frac{1}{2}d}{t},$$

解得 $v = 2$ m/s,

由几何关系可知 $v_{\text{艇}}^2 = v_1^2 + v^2$,

解得 $v_{\text{艇}} = 2\sqrt{5}$ m/s,

设快艇的速度方向与河岸成 α 角, 有

$$\tan \alpha = \frac{v}{v_1},$$

解得 $\tan \alpha = \frac{1}{2}$.

(2) 当水流速度加倍后漂流物到达 C 点的时间

$$t' = \frac{L}{2v_1} = 12.5 \text{ s},$$

快艇的实际行驶速度方向必须是沿 BC 方向, 则有

$$v' = \frac{\frac{1}{2}d}{t'} = 4 \text{ m/s},$$

由几何关系可知 $(v'_{\text{艇}})^2 = (v'_1)^2 + (v')^2$, 其中 $v'_1 = 2v_1$,

解得 $v'_{\text{艇}} = 4\sqrt{5}$ m/s,

设快艇的速度方向与河岸成 α' 角, 有

$$\tan \alpha' = \frac{v'}{v'_1} = \frac{1}{2} = \tan \alpha, \text{ 则可以完成任务.}$$

题组 3 关联速度

答案速查

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	C	AD	A	D	A	A	C	A	B

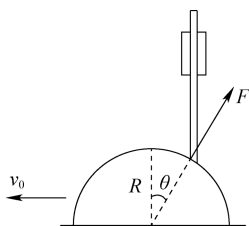
1. B 解析: 若 P 沿圆环运动至最低点时的速度大小为 v, 此时小球 P 的速度方向刚好处于水平方向, 设小球 Q 的速度为 v_Q , 两球沿轻杆方向的分速度相等, 则有

$v \cos \theta = v_Q \cos \theta$, 解得 Q 的速度大小为 $v_Q = v$, B 正确.

2. C 解析: 将船的速度分解为沿绳子方向与垂直绳子方向的两个分速度, 其中沿绳子方向的分速度等于人拉船的速度, 则有 $v = v_{\text{船}} \cos \theta$, 解得 $v_{\text{船}} = \frac{v}{\cos \theta}$, A、B 错误;

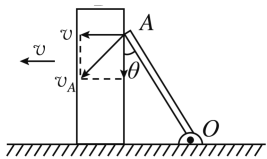
水的阻力恒为 f , 此时人的拉力大小为 F , 以船为研究对象, 根据牛顿第二定律, 可得 $F \cos \theta - f = ma$, 解得 $a = \frac{F \cos \theta - f}{m}$, C 正确, D 错误.

3. AD 解析: 杆受半圆柱体的作用力 F 如图所示, 因两接触运动物体沿接触弹力方向的分速度相等, 所以有 $v_0 \cdot \sin \theta = v_{\text{杆}} \cos \theta$, 解得 $v_{\text{杆}} = v_0 \tan \theta$, 杆向下运动, θ 变大, $\tan \theta$ 变大, 则 $v_{\text{杆}}$ 变大, 杆做加速直线运动, A 正确, B 错误; 根据 $v_{\text{杆}} = v_0 \tan \theta$, 得 $v_0 : v_{\text{杆}} = 1 : \tan \theta$, C 错误, D 正确.

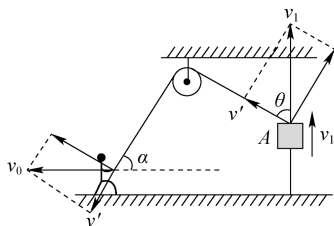


一题多解 以圆柱体为参考系, 杆相对于圆柱体有向右的速度 v'_0 和向下的速度 $v_{\text{杆}}$, 且 v'_0 与 v_0 大小相等, 杆的合速度沿接触面的切线方向, 则有 $\frac{v_{\text{杆}}}{v'_0} = \tan \theta$, D 正确.

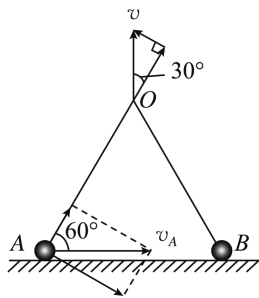
4. A 解析: 物块 B 由静止开始水平向左做加速度 $a = 0.4 \text{ m/s}^2$ 的匀加速直线运动, 则在 $t = 2 \text{ s}$ 时, B 的速度大小为 $v = at = 0.4 \times 2 \text{ m/s} = 0.8 \text{ m/s}$, 如图将 A 点的速度分解, 有 $v_A = \frac{v}{\cos 37^\circ} = 1.0 \text{ m/s}$, 故 A 正确.



5. D 解析: 人拉绳向左运动的速度为 v_0 , 由题意可知, 沿绳方向的速度相等, 对物块 A 的速度 v_1 进行分解, 如图所示, 则有 $v' = v_1 \cos \theta$, 对人拉绳的速度 v_0 进行分解, 如图所示, 则有 $v' = v_0 \cos \alpha$, 联立可得 $v_0 = \frac{v_1 \cos \theta}{\cos \alpha}$, D 正确.



6. A 解析: 将 O 点与小球 A 的速度分别沿细线与垂直于细线进行分解, 如图所示, 则有 $v \cos 30^\circ = v_A \cos 60^\circ$, 解得 $v_A = \sqrt{3} v$, 故 A 正确.

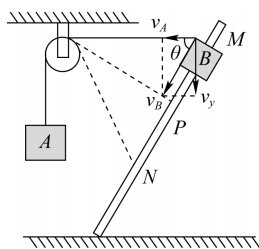


7. A 解析: 根据几何关系可知 A 运动的位移为 $\frac{L}{2}$, 根据速度—位移公式 $v_A^2 = 2a \cdot \frac{L}{2}$, 解得 $v_A = \frac{1}{2} \text{ m/s}$. 根据速度的分解有 $v_A \cos 60^\circ = v_B \cos 30^\circ$, 解得 $v_B = \frac{\sqrt{3}}{6} \text{ m/s}$, 故 A 正确.

8. C 解析: 设重物 c 的速度为 v_0 , 根据连接体速度的关联性可知, 重物 c 下降的速度沿着绳子方向的分速度大小等于重物 a 、 b 上升的速度大小, 则有 $v_0 = \frac{v}{\cos \theta}$, 而随着重物 c 下降, 其速度增大, 同时连接 a 、 b 的绳子与竖直方向的夹角逐渐减小, 则根据 $v_0 = \frac{v}{\cos \theta}$ 可知, θ 减小, $\cos \theta$ 增大, 而 c 从与滑轮等高处加速下落, 即 v_0 逐渐增大, 则可知重物 a 、 b 的速度逐渐增大, 即重物 a 、 b 向上做加速运动, 加速度方向竖直向上, 可知重物 a 、 b 处于超重状态, 故 C 正确.

易错警示 本题分析重物速度时, 易误以为物块同时参与两绳方向的分运动, 且两个分速度为 v , 然后由矢量合成为 $2v \cos \theta$.

9. A 解析: 如图所示, 将物块 B 的速度分解为沿绳子方向和垂直于绳子方向, 根据平行四边形定则, 沿绳子方向的速度为 $v_A = v_B \cos \theta$, 可知 θ 在增大到 90° 的过程中, 物块 A 的速度方向向下, 且逐渐减小; 由图可知, 当物块 B 到达 P 点时, 物块 B 与滑轮之间的距离最短, 绳子长度最小, 此时 $\theta = 90^\circ$, $v_A = 0$, 此后物块 A 向上运动, 且速度增大. 所以在物块 B 沿杆由 M 点匀速下滑到 N 点的过程中, 物块 A 的速度先向下减小, 然后向上增大, A 正确, B、C 错误. 物块 A 向下做减速运动和向上做加速运动的过程中, 加速度的方向都向上, 所以物块 A 始终处于超重状态, D 错误.

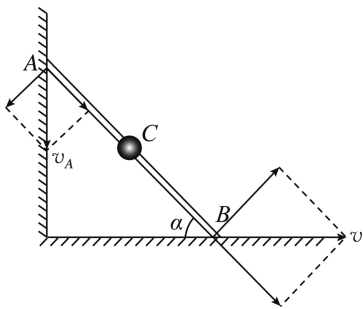


10. B 解析: 当 $\theta = 90^\circ$ 时, P 的速度为 0, 位置最低, 此时 Q 到达 O 点正下方, 速度最大, 故 A 错误, B 正确; 由题

意可知, P 、 Q 用同一根绳连接, 则 Q 沿绳子方向的分速度与 P 的速度相等, 当 $\theta = 60^\circ$ 时, $v_Q \cos 60^\circ = v_P$, 解得 $v_P : v_Q = 1 : 2$, 故 C 错误; P 从开始运动到到达最低点的过程中, 初末速度均为 0, 故 P 先向下做加速运动, 加速度向下, 处于失重状态, 然后向下做减速运动, 加速度向上, 处于超重状态, 故 D 错误。

巅峰挑战

11. AC 解析: 分解 A 、 B 两点的速度, 如图所示, 则有 $v_A \sin \alpha = v \cos \alpha$, 解得 $v_A = \frac{v}{\tan \alpha}$, A 正确; 以墙角为坐标原点, 设 C 点横、纵坐标分别为 x 、 y , 杆长为 L , 则 A 点纵坐标为 $2y$, B 点横坐标为 $2x$, 则有 $(2x)^2 + (2y)^2 = L^2$, 可得 C 点的轨迹方程为 $x^2 + y^2 = \left(\frac{L}{2}\right)^2$, 即轨迹方程为圆, 其速率满足 $v_C = \sqrt{\left(\frac{v_A}{2}\right)^2 + \left(\frac{v}{2}\right)^2}$, 代入数据得 $v_C = \frac{v}{2 \sin \alpha}$, B 错误; C 点的水平分速度为 B 点速度的一半, 所以 C 在水平方向上匀速运动, 水平方向的合力为 0, 竖直方向为变速运动, 所以杆对小球 C 的作用力一定沿竖直方向, C 正确, D 错误。



关键点拨 运动的分解是按实际的运动效果进行的, 在分析用杆(或绳)相连的两个物体的速度关系时, 均是物体的速度沿杆(或绳)方向和垂直于杆(或绳)方向进行分解。本题将 A 、 B 两点的速度分解为沿杆方向和垂直于杆方向, 抓住 A 、 B 两点沿杆方向的分速度大小相同进行求解。

12. AB 解析: 根据题意, 设小环刚释放时, 轻绳中的张力为 F_1 , 小环的加速度为 a , 将小环加速度沿绳子方向与垂直于绳子方向正交分解, 可得重物的加速度为 $a \sin 30^\circ$, 由牛顿第二定律, 对小环有 $F_1 \sin 30^\circ + mg = ma$, 对重物有 $2mg - F_1 = 2ma \sin 30^\circ$, 解得 $F_1 = \frac{2}{3}mg$, 故 A 正确; 小环速度最大时, 处于平衡状态, 根据题意, 绳子两端沿绳方向的分速度大小相等, 将小环速度 v_1 沿绳子方向与垂直于绳子方向正交分解, 设绳子与竖直方向夹角为 α , 应有 $v_2 = v_1 \cos \alpha$, 设轻绳中的张力为 F_2 , 根据平衡条件可得 $F_2 \cos \alpha = mg$, 联立解得 $F_2 = \frac{mg}{\cos \alpha} = \frac{v_1}{v_2} mg$, 故 B 正确; 设小环下落过程中, 小环的速度为 $v_{\text{环}}$, 重物的速度为 $v_{\text{物}}$, 绳子与竖直方向的夹角为 β , 则有 $v_{\text{环}} \cos \beta = v_{\text{物}}$, 可知

当 $v_{\text{环}}$ 为零时, 即小环位于最高点和最低点时, 重物的速度为零, 当 $\beta = 90^\circ$ 时, 即绳子与光滑直杆垂直时, 重物的速度也为零, 下落过程中, 重物速度与速度之比为 $\frac{v_{\text{物}}}{v_{\text{环}}} = \cos \beta$, β 先增大后减小, 则 $\cos \beta$ 先减小后增大, 即重物速度与速度之比先减小后增大, 故 C、D 错误。

综合提优 1(第一~二节)

答案速查

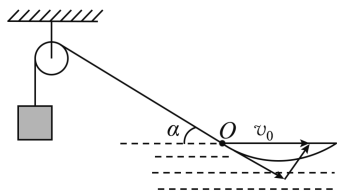
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
A	B	D	AB	C	B	D	CD	B	BC	D

- 1. A** 解析: 直杆沿竖直方向向下运动, 斜面体水平向右运动, 设斜面倾角为 θ , Δt 时间内, $\frac{\Delta x_Q}{\Delta x_P} = \frac{v_Q \Delta t}{v_P \Delta t} = \tan \theta = \frac{H}{L}$, 可得 $\frac{v_P}{v_Q} = \frac{L}{H}$, 故 A 正确。
- 2. B** 解析: 依题意, 红蜡块竖直方向做匀速运动, 有 $v_y = \frac{\Delta y}{\Delta t} = 0.3 \text{ m/s}$, 水平方向做匀加速直线运动, 有 $\Delta x = aT^2$, 解得 $a = 0.1 \text{ m/s}^2$, 又 $x_1 = v_0 t_1 + \frac{1}{2} a t_1^2$, 解得 $v_0 = 0.1 \text{ m/s}$, 则 $t = 0$ 时红蜡块的速度大小为 $v_{\text{合}} = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = \frac{\sqrt{10}}{10} \text{ m/s}$, 故 A 错误; 红蜡块的水平和竖直位移分别为 $x = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$, $y = v_y t$, 红蜡块的轨迹方程为 $5y^2 + 3y = 9x$, 故 C 错误; 前 3 s 内红蜡块的水平和竖直位移分别为 $x = 0.75 \text{ m}$, $y = 0.9 \text{ m}$, 则合位移大小为 $l = \sqrt{x^2 + y^2} = 15\sqrt{61} \text{ cm}$, 故 B 正确; 红蜡块在浮动过程中受到的合力是 $F = ma = 0.01 \text{ N}$, 故 D 错误。
- 3. D** 解析: 3 s 末质点沿 x 轴方向和 y 轴方向的速度分别为 3 m/s 、 4 m/s , 根据矢量的合成可知 $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 5 \text{ m/s}$, 故 A 错误; 初始时刻质点 y 轴方向有速度, x 轴方向有加速度, 两者不共线, 则质点做曲线运动, 加速度大小为 $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 1 \text{ m/s}^2$, 故 B 错误; 3~4 s 内质点 x 轴和 y 轴方向的加速度分别为 $a_x = \frac{\Delta v_x}{\Delta t_x} = 3 \text{ m/s}^2$, $a_y = \frac{\Delta v_y}{\Delta t_y} = 4 \text{ m/s}^2$, 合加速度为 $a' = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = 5 \text{ m/s}^2$, 与 x 轴方向的夹角的正切值为 $\tan \theta = \frac{a_y}{a_x} = \frac{4}{3}$, 3 s 末, 速度与 x 轴方向的夹角的正切值为 $\tan \alpha = \frac{v_y}{v_x} = \frac{4}{3}$, 可知 3~4 s 内质点做匀变速直线运动, 加速度大小为 5 m/s^2 , 故 C 错误; 3 s 末质点的速度为 5 m/s , 加速度为 5 m/s^2 , 做匀变速直线运动, 则 3~4 s 内质点的位移大小为 $x = vt + \frac{1}{2} a' t^2 = 7.5 \text{ m}$, 故 D 正确。

4. AB 解析:将小船的运动分解为平行于河岸和垂直于河岸两个方向上的分运动,由于分运动与合运动具有等时性,则在垂直河岸方向上的分速度为 $v \sin \theta$,设河宽为 d ,则渡河的时间为 $t = \frac{d}{v \sin \theta}$,可知两船渡河时间相等,即甲、乙两船同时到达对岸,A 正确;若仅是河水流速 v_0 增大,由上述分析可知,小船渡河时间与河水流速无关,渡河的时间仍为 $t = \frac{d}{v \sin \theta}$,则两船的渡河时间都不变,B 正确;若河水流速 v_0 改变,只有甲船在静水中的速度大于河水流速时,适当改变 θ ,甲船才可能到达正对岸的 A 点,C 错误;若仅是河水流速 v_0 增大,由于两船到达对岸的时间不变,由速度的分解可知,两船在平行于河岸方向上的相对分速度不变,则两船到达对岸时,两船之间的相对位移不变,即两船距离仍为 l ,D 错误.

5. C 解析:由于画圆的同时纸沿 x 轴负方向匀速移动,则前半圆在 x 轴方向上的直径变长,后半圆在 x 轴方向上的直径变短,在与 x 轴垂直方向上的半径不变;前半圆的左、右两边向外形变,后半圆的左、右两边向里形变,C 正确.

6. B 解析:如图所示,货物和绳子的速度相同,有 $v_{\text{货}} = v_{\text{绳}} = v_0 \cos \alpha$,船向右运动,则角度 α 减小, $\cos \alpha$ 并不是均匀增加的,因此货物不是做匀加速直线运动,故 A 错误; $\alpha = 30^\circ$ 时,货物的速度大小为 $v_{\text{货}} = v_0 \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} v_0$,故 B 正确;对货物进行受力分析,由牛顿第二定律可得 $T - mg = ma = m \cdot \frac{g}{10}$,绳子对小船的拉力 $T' = T = \frac{11}{10} mg$,对小船进行受力分析,在竖直方向上 $T' \sin 30^\circ + F_{\text{浮}} = 1\,000 mg$,解得 $F_{\text{浮}} = \frac{19\,989}{20} mg$,故 C 错误; $\alpha = 30^\circ$ 时,轻绳对定滑轮的作用力大小为 $F = 2T \cos \frac{60^\circ}{2} = \frac{11}{10} \sqrt{3} mg$,故 D 错误.

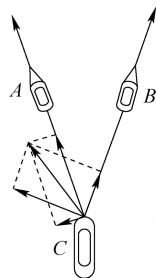


7. D 解析:根据关联速度得 $v_A \cos \theta = v_B \sin \theta$,物块 A 缓慢匀速上升,所以物块 B 的速度逐渐增大,A 错误;将两物块看作一个整体,在竖直方向上合力为 0,所以地面对物块 B 的支持力与系统总重力平衡,即物块 B 对地面的压力不变,B 错误;对 A 受力分析,墙面对 A 的支持力为 $N = mg \tan \theta$,随着角度的减小,支持力减小,则由牛顿第三定律可知物块 A 对墙面的压力逐渐减小,C 错误;设杆对两物块的作用力大小为 T ,则有 $mg - T \cos \theta = ma_A$, $T \sin \theta = ma_B$,化简得 $g \sin \theta = a_A \sin \theta + a_B \cos \theta$,根据关联速度关系得 $\frac{\Delta(v_A \cos \theta)}{\Delta t} = \frac{\Delta(v_B \sin \theta)}{\Delta t}$,即 $a_A \cos \theta = a_B \sin \theta$,联立解得 $a_A = \frac{1}{4} g$,D 正确.

8. CD 解析:斜面体 A 的运动沿水平方向,位移大小等于滑轮右侧水平细线长度的变化量,B 的运动可分解为沿水平方向的运动和沿斜面向下的运动,且 B 在这两个方向上运动的位移大小均与斜面体 A 的位移大小相同,又这两个运动方向之间的夹角为 120° ,故 B 与 A 的位移大小始终相等,即 A、B 的速度大小始终相等,合运动为直线运动,A、B 正确;B 处于平衡状态时,A 对 B 的支持力 $F_N = mg \cos \theta = \frac{1}{2} mg$,斜面体 A (含滑轮)受重力、地面的支持力、B 对 A 的压力以及两细线对滑轮(A 的一部分)向右下方的压力,故斜面体 A 具有水平向右的加速度,即 B 的加速度不为 0,则 B 在垂直斜面方向上有分加速度,所以 A 对 B 的支持力不等于 $\frac{1}{2} mg$,C、D 错误.

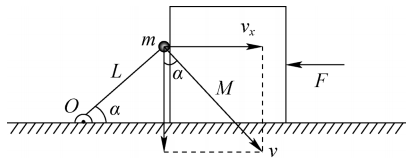
9. B 解析:小王和小张在静水中游泳的速度分别为 v_1 、 v_2 ,水流速度为 $v_{\text{水}}$,设河宽为 d ,小王以最短时间渡河,则小王渡河最短时间 $t_1 = \frac{d}{v_1}$,小张以最短距离渡河,且两人抵达对岸的地点恰好相同,可知此时小张渡河的合速度与 v_2 垂直,设合速度方向与河岸方向成 θ 角,则小张渡河时间 $t_2 = \frac{d}{v_2 \cos \theta}$,题意知 $\frac{t_1}{t_2} = \frac{1}{2}$,联立解得 $\frac{v_1}{v_2} = 2 \cos \theta$;设小王到河对岸时沿河岸的位移为 $x_1 = \frac{d}{v_1} v_{\text{水}}$,小张到河对岸时沿河岸的位移为 $x_2 = \frac{d}{\tan \theta}$,因为 $\sin \theta = \frac{v_2}{v_1}$, $x_1 = x_2$,联立整理得 $v_2 = v_1 \cos \theta$,联立 $\frac{v_1}{v_2} = 2 \cos \theta$,可得 $\cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{2}$,则 $\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sqrt{2}}{1}$,故 B 正确.

10. BC 解析:C 船沿着绳子靠向 A 船的同时还要绕 A 船转动,同理,C 船沿着绳子靠向 B 船的同时还要绕 B 船转动.如图所示,先将 C 船的速度沿着平行 AC 绳子和垂直 AC 绳子方向正交分解,再将 C 船的速度沿着平行 BC 绳子和垂直 BC 绳子方向正交分解.由于绳子不可伸长,故每条船沿着绳子方向的分速度是相等的.由于 C 船的速度方向未知,可能在 AC 与 BC 绳子之间,也可能不在 AC 与 BC 绳子之间,故 C 正确,D 错误.两拖船的速度大小无法比较,由图并结合速度的合成与分解,可知两拖船的速度一定小于 C 船的速度,故 A 错误,B 正确.



11. D 解析:如图所示,设小球速度为 v ,将小球的运动分解,有 $v_x = v \cdot \sin \alpha$, $v_x = v_P$,即小球和正方体分离时刻速率不相等,A 错误;设小球和正方体的质量分别为 m

和 M , 对轻杆、小球和正方体整体受力分析, 受重力、铰链的弹力 T 和支持力, 在水平方向上由牛顿第二定律, 有 $T \cos \alpha = (m + M) \cdot a_x$, 刚分离时加速度的水平分量为 0, 由牛顿第三定律可知杆的弹力为 0, 所以小球只受重力, 此时小球加速度为 g , B 错误, D 正确; 由以上分析可知, 落地时, 小球 Q 的水平速度为 0, 而分离时正方体的速度不为 0, 所以二者分离时, Q 未落地, C 错误。



12. (1) 小球在水平方向先向左做匀减速运动而后向右做匀加速运动, 小球在竖直方向上做自由落体运动. 水平方向 $F = ma_x$, 得 $a_x = \frac{F}{m} = 5 \text{ m/s}^2$,

则小球水平方向的速度为零时距墙面的距离

$$x = \frac{v_0^2}{2a_x} = \frac{10^2}{2 \times 5} \text{ m} = 10 \text{ m}.$$

(2) 水平方向速度减小为零所需的时间 $t_1 = \frac{v_0}{a_x} = 2 \text{ s}$,

从 A 到 B 的时间为 $t = 2t_1 = 4 \text{ s}$,

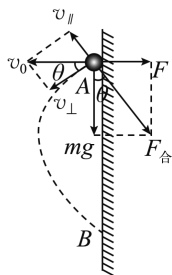
墙面上 A、B 两点间的距离 $y = \frac{1}{2}gt^2 = 80 \text{ m}$.

(3) 小球运动到 B 点的速度最大, $v_x = v_0 = 10 \text{ m/s}$, $v_y = gt = 40 \text{ m/s}$,

到达 B 点的速度 $v_{\max} = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 10\sqrt{17} \text{ m/s}$.

(4) 将运动沿图示方向分解, 当 $v_{\parallel} = 0$ 时, 小球速度最小, 此时 $v_{\min} = v_{\perp} = v_0 \cos \theta$, 根据力的关系知 $\cos \theta = \frac{mg}{\sqrt{F^2 + m^2 g^2}}$,

$$\text{解得 } v_{\min} = \frac{mgv_0}{\sqrt{F^2 + m^2 g^2}} = \frac{10 \times 10}{\sqrt{5^2 + 10^2}} \text{ m/s} = 4\sqrt{5} \text{ m/s}.$$



第三节 实验: 探究平抛运动的特点

题组 4 数据处理 创新实验

1. (1) 自由落体(或匀加速直线) 9.80 (2) 匀速直线 2.02

解析: (1) 竖直方向上, 根据逐差法可知小球的加速度

$$a = \frac{CD - BC}{T^2} = \frac{(34.30 - 24.50) \times 10^{-2}}{\left(\frac{1}{10}\right)^2} \text{ m/s}^2 =$$

9.80 m/s^2 , 加速度约等于重力加速度, 可见小球在竖直方向上的运动为自由落体运动, 加速度为 9.80 m/s^2 .

(2) 根据小球在地面上留下的影子的运动情况反映小球在水平方向上的运动情况, 可知各点到 O' 点的距离即小球在对应时间内水平方向上的位移是均匀增加的, 所以在水平方向上的运动为匀速直线运动, 其速度为 $v = \frac{(20.20 + 20.30 + 20.10) \times 10^{-2}}{\frac{1}{10} \times 3} \text{ m/s} = 2.02 \text{ m/s}$.

2. (1) D (2) ①否 ②0.1 ③ $\frac{2L}{t}$ (3) 见解析

解析: (1) 安装斜槽轨道, 使其末端保持水平, 故 A 正确; 为了保证两小球到达斜槽末端的速度相同, 小球 1 和小球 2 必须从同一高度由静止释放, 故 B 正确; 该装置可以验证平抛运动水平方向做匀速直线运动, 故 C 正确; 小球 1 在空中运动的时间与小球抛出的初速度无关, 所以小球 1 与斜槽的摩擦增大, 在空中运动的时间不变, 故 D 错误.

(2) ①若 a 点为抛出点, 则竖直方向的位移应满足 $y_{ab} : y_{bc} = 1 : 3$, 由图可知 $y_{ab} : y_{bc} = 1 : 2 \neq 1 : 3$, 可知 a 点不是抛出点; ②竖直方向根据 $\Delta y = gt^2$, 可得小球从 a 点运动到 b 点的时间为 $t = \sqrt{\frac{\Delta y}{g}} = \sqrt{\frac{2L - L}{g}} = \sqrt{\frac{0.1}{10}} \text{ s} = 0.1 \text{ s}$; ③小球做平抛运动的水平初速度为 $v_0 = \frac{2L}{t}$.

(3) 水做平抛运动, 水平方向上做匀速直线运动, 竖直方向上做自由落体运动, 则有 $2gh = v_y^2$, 可得竖直分速度大小为 $v_y = \sqrt{2gh}$, 水的速度大小为 $v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$, 可知水流下端的速度较大, 则单位时间内水通过的长度较长, 由于流量不变(单位时间流过管道某一截面的液体的体积), 可知对应的横轴面积较小, 则水流呈现上端粗下端细的现象.

3. (1) AB (2) 1 $\sqrt{5}$ (3) 偏大

解析: (1) 要保证小球做平抛运动, 书桌要调整水平, A 正确; 由于要记录小球的运动轨迹, 必须重复多次, 才能画出几个点, 因此为了保证每次平抛的轨迹相同, 所以要求小球每次都从同一位置由静止释放, B 正确; 本实验测量小球轨迹即可, 所用练习本上表面无需光滑, C 错误; 案板必须竖直放置, 以防止打到案板上的点之间的水平位移差不同, D 错误.

(2) 竖直方向小球做自由落体运动, 有 $\Delta y = h_{BC} - h_{AB} = gT^2$, 水平方向小球做匀速直线运动, 有 $x = v_0 T$, 解得小球离开桌面时的初速度大小 $v_0 = 1 \text{ m/s}$; B 点的竖直分速度 $v_y = \frac{h_{AB} + h_{BC}}{2T} = 2 \text{ m/s}$, 则小球碰撞 B 点前瞬间的

速度大小为 $v_B = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = \sqrt{5} \text{ m/s}$.

(3) 案板没有竖直, 而是向左倾斜一较小角度, 则痕迹 A、B 间的距离偏大, 根据 $\Delta y = h_{BC} - h_{AB} = gT^2$ 可知, 计算得到的 T 值偏小, 根据 $v_0 = \frac{x}{T}$ 可知, 计算的初速度偏大.

4. (1) $x\sqrt{\frac{g}{2y}}$ (2) 2.0 2.8

解析: (1) 根据平抛运动规律可知, 子弹在水平方向做匀速直线运动, 竖直方向做自由落体运动, 则 $y = \frac{1}{2}gt^2$,

$$x = v_0 t, \text{ 联立解得 } v_0 = x\sqrt{\frac{g}{2y}}.$$

(2) 根据匀变速直线运动规律可知, 连续相等的时间间隔内位移之差为 $BC - AB = gT^2$, 代入数据可得第三枪子弹的运动时间比第二枪多 $T = 0.1 \text{ s}$, 子弹出枪口时的初速度为 $v = \frac{\Delta x}{T} = 2.0 \text{ m/s}$; 则子弹落到 B 点时的竖直速度大小 $v_y = \frac{AB + BC}{2T} = 2.0 \text{ m/s}$, 则子弹落到 B 点时的速度大小为 $v_B = \sqrt{v^2 + v_y^2} = 2.8 \text{ m/s}$.

第四节 抛体运动的规律

题组 5 平抛运动规律及其推论的应用

答案速查

1	2	3	4	5	6	7	8
C	C	BD	B	A	D	B	BD

1. C 解析: 由 $H = \frac{1}{2}gt^2$, 可得排球飞行的时间 $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$, 可知仅增加 v_0 , 排球飞行的时间不变, A 错误; 排球落地时的竖直分速度 $v_y = gt = \sqrt{2gH}$, 可知仅增加 v_0 , 排球落地时的竖直分速度不变, B 错误; 排球落地时的速度 $v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + 2gH}$, 可知仅增加 H , 排球落地时的速度增大, C 正确; 设排球落地时的速度与地面的夹角为 θ , 则 $\tan \theta = \frac{v_y}{v_0} = \frac{\sqrt{2gH}}{v_0}$, 可知仅增加 H , $\tan \theta$ 增大, 排球落地时的速度与地面的夹角增大, D 错误.

2. C 解析: 利用逆向思维, 将斜抛运动看为反向的平抛运动, 根据 $h = \frac{1}{2}gt^2$, 解得 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, 可知 $t_A = t_B$, C 正确; 在水平方向上有 $x = vt$, 解得 $v = \frac{x}{t}$, 由于 A 位置水平分位移小一些, 则有水平速度 $v_A < v_B$, D 错误; 竖直方向上有 $v_y^2 = 2gh$, 根据速度分解有 $v_0 = \sqrt{v^2 + v_y^2} = \sqrt{v^2 + 2gh}$, 由于 $v_A < v_B$, 则有 $v_{0A} < v_{0B}$, A 错误; 结合上述分析有 $\tan \theta = \frac{v_y}{v} = \frac{\sqrt{2gh}}{v}$, 由于 $v_A < v_B$, 则有 $\theta_A > \theta_B$, B 错误.

3. BD 解析: 设 OA 间的水平位移为 L , O 点与水平地面的高度为 h , 则有 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, $L = 2v_0 t$, 若只改变小球的初速度大小, 小球仍能击中 A 点, 则有 $L = nv'_0 \cdot 2t (n = 2, 3, 4, \dots)$, 联立解得小球的初速度大小为 $v'_0 = \frac{v_0}{n} (n = 2, 3, 4, \dots)$, B、D 正确.

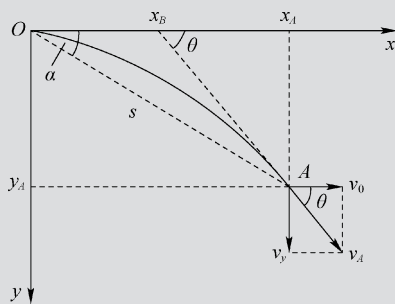
4. B 解析: 由题意可知, A、B 两点的竖直高度为 $h_{AB} = \frac{1}{2}gt_2^2 - \frac{1}{2}gt_1^2 = 15 \text{ m}$, A、B 两点的水平距离为 $x_{AB} = \frac{h_{AB}}{\tan \theta} = 10 \text{ m}$, 则物体的水平分速度为 $v_x = \frac{x_{AB}}{t_2 - t_1} = 10 \text{ m/s}$, 物体在 B 点处的速度与水平方向夹角的正切值为 $\tan \beta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{gt_2}{v_x} = 2$, B 正确.

规律方法 平抛运动的两点推论

1. 如图所示, 做平抛运动的物体在任一时刻 (任意位置处), 设其速度方向与水平方向的夹角为 θ , 位移与水平方向的夹角为 α , 则 $\tan \theta = \frac{v_y}{v_0} = \frac{gt}{v_0}$, $\tan \alpha = \frac{y}{x} = \frac{gt}{2v_0}$, 故 $\tan \theta = 2 \tan \alpha$.

2. 做平抛运动的物体在任意时刻的瞬时速度的反向延长线一定通过水平位移的中点, $\tan \theta = \frac{y_A}{x_A - x_B}$, 又

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_0} = \frac{2 \cdot \frac{v_y}{2} t}{v_0 t} = \frac{2y_A}{x_A}, \text{ 解得 } x_B = \frac{x_A}{2}.$$



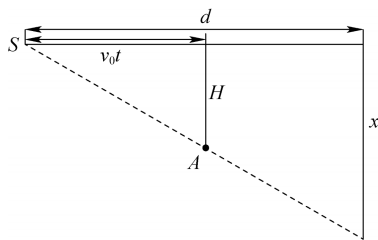
5. A 解析: 网球与地面碰撞后弹起的最大高度为 h , 网球弹起后竖直方向有 $v_{Ny}^2 = 2gh$, 解得 $v_{Ny} = \sqrt{2gh}$, 由题意可得落地时的竖直分速度为 $v_y = 2\sqrt{2gh}$, 网球落到水平地面上的 N 点时速度方向与竖直方向的夹角为 45° , 可得网球抛出时的初速度大小为 $v_0 = 2\sqrt{2gh}$, A 正确; 根据 $v_y^2 = 2gH$, 可得 O 点距水平地面的高度为 $H = 4h$, B 错误; 根据题意, 在 M 点有 $v_0 = v_{My} \tan 60^\circ$, $v_{My} = gt_M$, 可求得网球从 O 点运动到 M 点的时间 $t_M = \frac{2}{3}\sqrt{\frac{6h}{g}}$, C 错误; 网球落地时的竖直分速度 $v_y = 2\sqrt{2gh}$, 根据 $v_y = gt_N$, 解得网球落地的时间 $t_N = 2\sqrt{\frac{2h}{g}}$, 水平方向有 $x = v_0 t_N$, 解得 O、N 两点间的水平距离 $x = 8h$, D 错误.

6. D 解析: 由题可知, 两个石子做平抛运动, 运动时间一样, 则下落的高度 H 一样. 又因为落在抛物线上, 所以是关于 y 轴对称的点上, 可得如下关系 $\frac{3s}{2} - v_0 t = 2v_0 t -$

$\frac{3s}{2}$, 可得 $v_0 t = s$, 即可分别得出落在坑壁上两个石子的坐标分别为 $-\frac{s}{2}$ 和 $\frac{s}{2}$. 由 $y = kx^2$ 可得初始高度为 $\frac{9s^2}{4}$, 落到坑壁的高度可代入抛物线表达式计算求得为 $\frac{s^2}{4}$, 所以利用高度之差可求得 $H = 2s^2$; 平抛运动的运动时间由 $H = \frac{1}{2}gt^2$, 解得 $t = \sqrt{\frac{2H}{g}} = 2s\sqrt{\frac{1}{g}}$, D 正确, A、B 错误; 由以上分析可求出 $v_0 = \frac{s}{t} = \frac{\sqrt{g}}{2}$, 竖直方向上的速度 $v_y = gt = 2s\sqrt{g}$, 由速度的合成可得 $v_1 = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = \sqrt{\frac{g}{4} + 16gs^2}$, C 错误.

7. B 解析: 小球做平抛运动, 水平方向有 $R + R \cdot \cos 45^\circ = v_0 t$, 在 B 处相切, 由几何关系有 $\tan 45^\circ = \frac{v_y}{v_x} = \frac{gt}{v_0}$, 解得 $R = \frac{2 - \sqrt{2}}{g} v_0^2$, 由几何关系可知, P、A 两点的高度差 $h = \frac{v_y^2}{2g} + R \sin 45^\circ$, 解得 $h = \frac{2\sqrt{2} - 1}{2g} v_0^2$, B 正确.

8. BD 解析: 设小球恰好到达墙面与地面的交点处, 水平方向, 有 $d = v_0 t$, 又 $h = \frac{1}{2}gt^2$, 联立可得 $v_0 = d\sqrt{\frac{g}{2h}}$, 由此可知, 若小球抛出的初速度大于 v_0 , 小球先落在墙面上, A 错误, B 正确; 设小球运动到某一点 A, 运动的示意图如图所示, 根据相似三角形关系可知 $\frac{H}{x} = \frac{v_0 t}{d}$, 根据平抛运动规律可知 $H = \frac{1}{2}gt^2$, 联立可得 $x = \frac{gd}{2v_0} t$, 由此可知, 影子的位移 x 与时间 t 成正比, 即小球在做平抛运动时, 墙上小球的影子做匀速直线运动, C 错误, D 正确.



9. (1) 小球到达 C 点时的速度与 AB 正好平行, AB 与 BC 垂直, 则小球到达 C 点时的速度与 BC 垂直, 把小球在 C 点的速度分别沿着水平方向和竖直方向分解, 则有 $\frac{gt_0}{v_1} = \tan 53^\circ$,

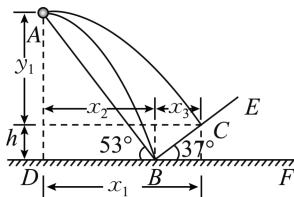
$$\text{解得 } v_1 = \frac{3gt_0}{4},$$

由平抛运动的规律可得 $x_1 = v_1 t_0$, $y_1 = \frac{gt_0^2}{2}$,

A、C 两点间的距离为 $s_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$,

$$\text{综上可得 } x_1 = \frac{3gt_0^2}{4}, s_1 = \frac{\sqrt{13}gt_0^2}{4}.$$

(2) AB 与水平面的夹角为 53° , 斜面 AB 把 $x_1 = \frac{3gt_0^2}{4}$ 分成两部分, 分别设为 x_2, x_3 , 如图所示.



由几何关系可得

$$x_2 = \frac{y_1 + h}{\tan 53^\circ}, x_3 = x_1 - x_2, h = \tan 37^\circ \cdot x_3,$$

$$\text{联立可得 } h = \frac{9gt_0^2}{50},$$

设小球从 A 到 B 的运动时间为 t , 由平抛运动的规律可得

$$y_1 + h = \frac{1}{2}gt^2,$$

$$\text{联立解得 } t = \frac{\sqrt{34}t_0}{5}.$$

(3) 小球从 A 到 D 平均速度为 $\bar{v} = \frac{y_1 + h}{2t_0} = \frac{17gt_0}{50}$,

规定竖直向下为正方向, 由匀加速直线运动规律可得

$$-v_2 \cdot 2t_0 + \frac{1}{2}g(2t_0)^2 = y_1 + h,$$

$$\text{综合解得 } v_2 = \frac{33gt_0}{50}.$$

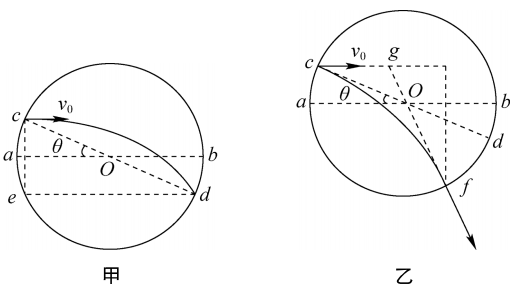


巅峰挑战

10. BD 解析: 根据 $h = \frac{1}{2}gt^2$ 可知, 下落时间一定, 下落高度一定且与 θ 无关, A 错误; 向 B 浇灌时水平位移大, 则初速度大, 则浇灌相同时间, 落到 B 点的水量比 C 点大, B 正确; 根据 $y_A = \frac{1}{2}gt^2$, $t = \sqrt{\frac{2y_A}{g}}$, OB 的最大长度为 $x_{OB} = v_{\max} t$, BB' 最大长度为 $l = 2x_{OB} \sin \theta = 2v_{\max} \sin \theta \sqrt{\frac{2y_A}{g}}$, C 错误; 根据几何关系 $vt = \frac{x_C}{\cos \theta}$, 解得 $v = \frac{x_C}{\cos \theta} \sqrt{\frac{g}{2y_A}}$, D 正确.

11. B 解析: 小球做平抛运动的轨迹如图甲所示, 设小球抛出后经过时间 t 落在 d 点, 根据平抛运动规律有 $y = \frac{1}{2}gt^2$, $x = v_0 t$, 根据几何知识有 $\frac{y}{x} = \tan 37^\circ$, 解得 $x = 0.6 \text{ m}$, $y = 0.45 \text{ m}$, 则圆环的半径为 $R = \frac{x}{2\cos 37^\circ} = 0.375 \text{ m}$, 抛出点 c 距水平直径 ab 的高度为 $h = \frac{y}{2} = 0.225 \text{ m}$, A 错误, B 正确; 若小球从 c 点以不同的速度水平向右抛出, 无论落在 cd 上的何处, 其位移偏转角均为 θ , 则有 $\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{gt'}{v}$, 设速度偏转角为 α , 则有

$\tan \alpha = \frac{v_y}{v} = \frac{gt'}{v}$, 则 $\tan \alpha = 2 \tan \theta$, 则 α 为定值, 可知若小球从 c 点以不同的速度水平向右抛出, 则经过直径 cd 上不同位置时的速度方向相同, D 错误; 若小球从 c 点水平向右抛出并垂直落在圆环上的 f 点, 如图乙所示, 则 f 点速度反向延长线过圆心 O , 由平抛运动的特点可知速度反向延长线过水平位移的中点 g , 由图乙可知 g 点可以为水平位移的中点, 故可能垂直落在圆环上, C 错误。



题组 6 与斜面相关的平抛运动 斜抛、类平抛运动

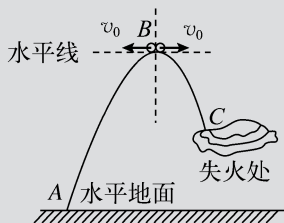
· 答 · 案 · 速 · 查 ·

1	2	3	4	5	6	7	8	9
B	A	B	C	D	D	AC	ABD	AD

1. B 解析: 根据题意, 把初速度与加速度分解到垂直斜面和沿斜面方向上, 由于小球在斜面上经多次弹性碰撞, 则在垂直斜面方向上, 小球做类竖直上抛运动, 初速度不变, 则离斜面的最远距离不变, 每次离开斜面到下一次撞击斜面的时间不变, 沿斜面方向上, 小球做匀加速直线运动, 则运动距离越来越大, B 正确。

2. A 解析: 设水从 A 处运动到 B 点的时间为 t_{AB} , 从 B 点运动到 C 处的时间为 t_{BC} , 竖直方向上有 $h_{AB} = \frac{1}{2} g t_{AB}^2$, $h_{BC} = \frac{1}{2} g t_{BC}^2$, 可得水从 A 处运动到 B 点与从 B 点运动到 C 处的时间之比为 $t_{AB} : t_{BC} = \sqrt{h_{AB}} : \sqrt{h_{BC}} = 3 : 2$, 根据 $\Delta v = gt$ 可得水从 A 处运动到 B 点与从 B 点运动到 C 处的速度变化量大小之比为 $\Delta v_{AB} : \Delta v_{BC} = t_{AB} : t_{BC} = 3 : 2$, 根据 $x = v_0 t$ 可得 $x_{AB} : x_{BC} = t_{AB} : t_{BC} = 3 : 2$, A 正确, B、C 错误; 根据 $v_y = gt$ 可得水在 A 处的竖直分速度大小与在 C 处的竖直分速度大小之比为 $v_{Ay} : v_{Cy} = t_{AB} : t_{BC} = 3 : 2$, 则水在 A 处的速度大小与在 C 处的速度大小之比满足 $v_A : v_C = \sqrt{v_0^2 + v_{Ay}^2} : \sqrt{v_0^2 + v_{Cy}^2} \neq v_{Ay} : v_{Cy} = 3 : 2$, D 错误。

关键点拨 斜抛运动可以看成由两个平抛运动组成, 从抛出点到最高点的过程可以看成反向平抛运动; 从最高点到落点的过程是第二段平抛运动, 如图所示。



3. B 解析: 物块在斜面上做类平抛运动, 沿斜面向下方向做匀加速直线运动, 有 $y = \frac{1}{2} a t^2$, 沿水平方向做匀速直线运动, 有 $x = v_0 t$, 根据牛顿第二定律有 $mg \sin \theta = ma$, 联立解得 $y = \frac{x^2 g \sin \theta}{2 v_0^2}$, 又根据题意可知 $\frac{y_1}{y_2} = 2$, 则 $\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = 2$, 物块离开斜面时, 前、后两次下落的高度之比为 $\frac{h_1}{h_2} = \frac{y_1 \sin \theta_1}{y_2 \sin \theta_2} = \frac{4}{1}$, A 错误, B 正确; 速度变化量的大小为 $\Delta v = g \sin \theta \cdot t$, 可知前、后两次速度变化量的大小之比为 $2 : 1$, C、D 错误。

4. C 解析: 网球被击出后做斜抛运动, 网球在水平方向上做匀速直线运动, 竖直方向做竖直上抛运动, 网球水平方向的速度大小为 $v_x = v_0 \cos 37^\circ = \frac{4}{5} \sqrt{250gh}$, 竖直方向的速度大小为 $v_y = v_0 \sin 37^\circ = \frac{3}{5} \sqrt{250gh}$, 网球被击出后上升的最大高度为 $h_1 = \frac{v_y^2}{2g}$, 联立解得 $h_1 = 45h$, 网球运动的最高点到地面的高度为 $H = h_1 + h = 46h$, A 错误; 网球上升的时间为 $t_1 = \frac{v_y}{g} = \sqrt{\frac{90h}{g}}$, 网球下降的时间为 $t_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}} = \sqrt{\frac{92h}{g}}$, 网球运动的总时间为 $t = t_1 + t_2 = (\sqrt{90} + \sqrt{92}) \sqrt{\frac{h}{g}}$, B 错误; 网球的水平射程为 $x = v_x t$, 联立解得 $x = 4(30 + \sqrt{920})h$, C 正确; 网球落地瞬间的竖直速度为 $v'_y = gt_2 = \sqrt{92gh}$, 则网球落地瞬间的速度大小为 $v = \sqrt{v_x^2 + (v'_y)^2}$, 解得 $v = \sqrt{252gh}$, D 错误。

规律总结 斜抛运动的射高和射程

射高: 当 $v_y = 0$ 时, $v = v_{0x} = v_0 \cos \theta$, 物体到达最高点,

$$h_{\max} = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2g}.$$

$$\text{射程: } x = v_0 \cos \theta \cdot t, t = \frac{2v_0 \sin \theta}{g}, \text{ 即 } x = \frac{2v_0^2 \cos \theta \cdot \sin \theta}{g} = \frac{v_0^2 \cdot \sin 2\theta}{g}.$$

结论: 对于给定的初速度为 v_0 、方向与水平方向成 θ 角斜向上抛出的一小球, 当 $\theta = 45^\circ$ 时, $\sin 2\theta = 1$, x 取得最大值, 即小球的水平射程最远。

5. D 解析: 根据牛顿第二定律 $G - F = ma$, 解得 $a = \frac{g}{3}$, 该物体做类平抛运动, 则 $h = \frac{1}{2} a t^2$, 解得从 M 运动到 N 的时间为 $t = \sqrt{\frac{6h}{g}}$, 故 A 错误; M 与 N 之间的水平距离 $x = v_0 t = v_0 \sqrt{\frac{6h}{g}}$, 故 B 错误; 物体撞击右壁时, 物体运动的时间为 $t' = \frac{L}{v_0}$, 物体竖直方向的速度为 $v_y = at' =$

$\frac{gL}{3v_0}$, 物体撞击壁的速度 $v = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = \sqrt{v_0^2 + \frac{g^2 L^2}{9v_0^2}}$, 根

据几何关系可知, 当 $v_0^2 = \frac{g^2 L^2}{9v_0^2}$, 即当初速度 $v_0 = \sqrt{\frac{gL}{3}}$ 时, 物体撞击壁时速度最小, 故若增大初速度 v_0 , 物体将撞击右壁, 且初速度越大, 物体撞击壁的速度不一定越大, 故 C 错误, D 正确。

6. D 解析: 石块抛出后做斜抛运动, 则 $BC = v_0 \cos 53^\circ t_1 = 16 \text{ m}$, $-AC =$

$v_0 \sin 53^\circ t_1 - \frac{1}{2} g t_1^2 = -12 \text{ m}$, 解得

$v_0 = \frac{8\sqrt{15}}{3} \text{ m/s}$, $t_1 = \frac{2\sqrt{15}}{3} \text{ s}$, 故 A、B 错误; 设 AB 连线与

水平方向的夹角为 α , 则 $\tan \alpha = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{4}$, $\alpha = 37^\circ$, 由于

$\alpha + \theta = 90^\circ$, 则石块的初速度与 AB 连线垂直, 石块垂直于 A、B 连线方向的加速度为 $a = g \cos \alpha$, 石块沿垂直 AB

连线方向的速度为 0 时, 石块与 AB 连线最远, 则石块离

AB 连线最远所用的时间为 $t_2 = \frac{v_0}{a} = \frac{\sqrt{15}}{3} \text{ s}$, 最远距离为

$d = \frac{v_0^2}{2a} = \frac{20}{3} \text{ m}$, 故 C 错误, D 正确。

7. AC 解析: 小球做平抛运动, 水平方向有 $x = v_0 t$, 竖直方向有 $y = \frac{1}{2} g t^2$, $v_y = g t$, 小球落在斜面 Q 点, 有

$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{g t}{2 v_0}$, 小球落在斜面上时的速度与斜面的夹

角为 α , 则 $\tan(\alpha + \theta) = \frac{v_y}{v_0} = \frac{g t}{v_0} = 2 \tan \theta$, 由于斜面足够

长, 把水平抛出时的初速度变为 $2v_0$, 落在斜面上时, 位移与水平方向的夹角不变, 则夹角 α 将不变, B 错误, A

正确; 小球落在斜面上有 $\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{g t}{2 v_0}$, 可得小球在空

中的运动时间为 $t = \frac{2 v_0 \tan \theta}{g}$, 故小球在空中的运动时间

变为原来的 2 倍, C 正确; 小球在空中运动的水平距离为

$x = v_0 t = \frac{2 v_0^2 \tan \theta}{g}$, 故小球在空中运动的水平距离一定

变为原来的 4 倍, D 错误。

8. ABD 解析: 若小球以最小位移到达斜面, 则位移垂

直于斜面, 根据平抛运动规律, 有 $x = v_0 t$, $y = \frac{1}{2} g t^2$, 根

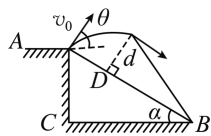
据几何关系, 有 $\tan \theta = \frac{x}{y}$, 联立解得 $t = \frac{2 v_0}{g \tan \theta}$, A 正确;

若小球垂直击中斜面, 则速度垂直于斜面, 根据几何关

系, 有 $\tan \theta = \frac{v_0}{v_y} = \frac{v_0}{g t}$, 解得 $t = \frac{v_0}{g \tan \theta}$, B 正确; 若小球能

击中斜面中点, 根据几何关系, 有 $\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{\frac{1}{2} g t^2}{v_0 t}$, 解

得 $t = \frac{2 v_0 \tan \theta}{g}$, D 正确, C 错误。



9. AD 解析: 第一次垂直斜面抛出时, 将重力加速度 g 分解为垂直斜面方向和沿斜面方向, 则运动时间为 $t_1 =$

$\frac{2 v_0}{g \cos \theta}$, 第二次水平抛出时, 有 $\tan \theta = \frac{\frac{1}{2} g t_2^2}{v_0 t_2}$, 解得 $t_2 =$

$\frac{2 v_0 \tan \theta}{g}$, 则 $t_2 = t_1 \sin \theta$, A 正确, B 错误; 第一次落在斜面

上的位置离抛出点的距离为 $s_1 = \frac{1}{2} g \sin \theta \cdot t_1^2 =$

$\frac{2 v_0^2 \sin \theta}{g \cos^2 \theta}$, 第二次小球落在斜面上的位置离抛出点的距离

为 $s_2 = \frac{v_0 t_2}{\cos \theta} = \frac{2 v_0^2 \sin \theta}{g \cos^2 \theta}$, 则 $s_2 = s_1$, C 错误, D 正确。

10. (1) 起跳后运动员在水平方向上做匀速直线运动, 当竖直方向的分速度减为 0 时, 运动员运动到最高点, 则起跳后运动员在最高点时速度 v 的大小为

$v = v_0 \sin 37^\circ = \frac{3}{5} v_0$.

(2) 将运动员在空中的运动分解为水平方向上的匀速直线运动和竖直方向上的竖直上抛运动, 设运动员在空中运动的时间为 t , 则水平方向的位移为

$x = v_0 \sin 37^\circ \cdot t$,

规定竖直向下为正, 竖直方向的位移为

$y = -v_0 \cos 37^\circ \cdot t + \frac{1}{2} g t^2$,

由几何关系有 $\frac{y}{x} = \tan 37^\circ$,

联立解得运动员在空中运动的时间 $t = \frac{5 v_0}{2 g}$.

另解 1: 将运动员在空中的运动分解为沿坡面方向的运动和垂直坡面方向的运动, 其中垂直坡面方向的加速度为

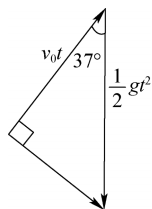
$a_y = g \cos 37^\circ = \frac{4}{5} g$,

解得 $t = 2 \cdot \frac{v_0}{a_y} = \frac{5 v_0}{2 g}$.

另解 2: 将运动员在空中的运动分解为垂直坡面方向的匀速直线运动和竖直方向的自由落体运动, 如图所示, 经过时间 t 后运动员落回着落坡, 有

$\frac{v_0 t}{\frac{1}{2} g t^2} = \cos 37^\circ$,

解得 $t = \frac{5 v_0}{2 g}$.



巅峰挑战

11. D 解析: 将小球的运动分解为沿斜面 and 垂直斜面两个分运动, 可知小球沿斜面方向做初速度为 $v_0 \cos \theta$, 加速度为 $g \sin \theta$ 的匀加速直线运动, 则小球在斜面上的投影做匀加速直线运动, 故 A 错误; 小球垂直斜面方向做初速度为 $v_0 \sin \theta$, 加速度为 $g \cos \theta$ 的匀减速直线运动, B

题组7 平抛运动的临界、极值问题 多物体的抛体运动

◆◆◆◆◆

1	2	3	4	5	6	7
A	A	D	D	BC	BD	ACD

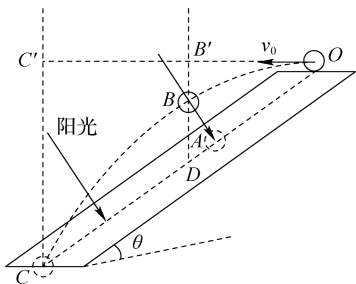
点是运动过程中距离斜面的最远处,则此时小球垂直斜面方向的分速度刚好为0,根据对称性可知, O 到 B 与 B 到 C 的运动时间相等,均为 $t = \frac{v_0 \sin \theta}{g \cos \theta}$,则有 $L_{OA} =$

$$v_0 \cos \theta \cdot t + \frac{1}{2} g \sin \theta \cdot t^2, L_{OC} = v_0 \cos \theta \cdot 2t +$$

$$\frac{1}{2} g \sin \theta \cdot (2t)^2, \text{可得 } L_{AC} = L_{OC} - L_{OA} = v_0 \cos \theta \cdot t +$$

$$\frac{1}{2} g \sin \theta \cdot 3t^2, \text{所以 } \frac{L_{OA}}{L_{AC}} = \frac{v_0 \cos \theta \cdot t + \frac{1}{2} g \sin \theta \cdot t^2}{v_0 \cos \theta \cdot t + \frac{1}{2} g \sin \theta \cdot 3t^2} > \frac{1}{3},$$

故B错误;将小球的运动分解为水平方向的匀速直线运动和竖直方向的自由落体运动,则 $x_{OB'} = v_0 t$,小球从 O 到 C ,有 $x_{OC'} = v_0 \cdot 2t = 2x_{OB'}$,根据几何关系,可知 D 点是 OC 的中点,则 OD 与 DC 长度相等,故C错误;小球在 B 点的速度 $v_B = v_0 \cos \theta + g \sin \theta \cdot t$,整个运动过程的平均速度 $\bar{v} = \frac{L_{OC}}{2t} = v_0 \cos \theta + g \sin \theta \cdot t$,二者相等,故D正确.



12. (1) 时间 $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 1$ s,水炮与着火点之间的水平距离 $x_1 = v_0 t_1 = 10$ m.

(2) 时间 $t_2 = \frac{2v_0 \sin \theta}{g}$,水平距离 $x_2 = v_0 \cos \theta \cdot t_2 = \frac{2v_0^2 \sin \theta \cos \theta}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$,所以当 $\theta = 45^\circ$ 时, x_2 取到最大值,

$x_2 = \frac{v_0^2}{g} = 10$ m,空中的水柱的体积 $V = S v_0 t_2 = \sqrt{2} \text{ m}^3$.

(3) 解法一:以水炮口为坐标原点建立坐标系,包络线方程为 $y = -\frac{gx^2}{2v^2} + \frac{v^2}{2g} = -\frac{x^2}{20} + 5$,代入 $y = 4$ m,解得 $x = \pm \sqrt{20}$ m,所以最远水平距离 $x_3 = \sqrt{20}$ m.

解法二:水平方向: $(v_0 \cos \theta)t = x$,竖直方向: $(v_0 \sin \theta) \cdot t - \frac{1}{2} g t^2 = y$,由以上两式可推导出 $\tan \theta x - \frac{x^2}{20} (\tan^2 \theta + 1) = 4$,看作关于 $\tan \theta$ 的函数, $f(\tan \theta) = -\frac{x^2}{20} \tan^2 \theta + x \tan \theta - \frac{x^2}{20} = 4$,要使该方程有解, $4ac \leq b^2$,解得 $x \leq \sqrt{20}$ m.

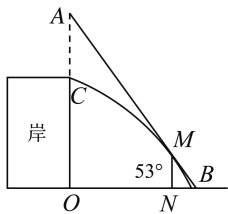
1. A 解析:根据题意,两球从抛出到相遇所用时间 $t = \frac{L}{v_0 \cos 37^\circ} = \frac{5L}{4v_0}$,竖直方向小球2相对小球1以大小为 $v' = v_0 - v_0 \sin 37^\circ = 0.4v_0$ 的速度做匀速运动,则 P 、 Q 两点的高度差 $h = v't = \frac{1}{2}L$,A正确.

2. A 解析: O 点到斜面的距离恒为 $h' = h \cos \theta = 2.0$ m,分析可知,要使小球到达斜面的时间最短,应将小球沿垂直斜面向下的方向抛出,设小球在垂直斜面方向的加速度为 $a_\perp$,根据牛顿第二定律 $mg \cos \theta = ma_\perp$,解得 $a_\perp = 8 \text{ m/s}^2$,方向垂直斜面向下,当小球沿垂直斜面向下的方向抛出时,历时 t_1 到达斜面,到达斜面时速度大小为 v_1 ,根据 $v_1^2 - v^2 = 2a_\perp h'$,解得 $v_1 = 6 \text{ m/s}$,根据 $v_1 = v + a_\perp t_1$,解得 $t_1 = \frac{1}{2}$ s,故A正确.

3. D 解析:从 B 点到 D 点,由竖直方向 $h_1 = \frac{1}{2} g t_2^2$,水平方向 $\frac{3}{2} x = v t_2$,从 B 点到 C 点,在竖直方向 $h_1 - h_2 = \frac{1}{2} g t_1^2$,水平方向 $x = v t_1$,联立解得 $h_1 = 1.8 h_2$,故A错误;若初速度太小,则不能过网,故B错误;球刚好过网又压线(刚好不出界)时,有 $h'_1 - h_2 = \frac{1}{2} g t_3^2$, $x = v t_3$, $h'_1 = \frac{1}{2} g t_4^2$, $2x = v t_4$,联立解得 $h'_1 = \frac{4}{3} h_2$,所以 h_1 必须大于或等于 $\frac{4}{3} h_2$,球才能过网且不出界(h_1 小于 $\frac{4}{3} h_2$ 时,球要么不过网,要么出界),故C错误,D正确.

4. D 解析:以 O 为坐标原点, OB 、 OA 为 x 、 y 轴建立坐标系. AB 直线方程为 $y = -\frac{4}{3}x + 1.8$,青蛙从 C 洞平抛至速度方向与 AB 平行, $\tan 53^\circ = \frac{v_y}{v_x}$,得 $v_y = 4 \text{ m/s}$,又平抛运动在竖直方向上是自由落体运动,则 $v_y = gt$, $t = 0.4$ s,平抛运动下降高度 $h = \frac{1}{2} g t^2 = 0.8$ m,水平位移 $x = v_x t = 1.2$ m,则青蛙在平抛运动过程中过点 $M(1.2, 0.2)$. M 点在 AB 上且曲线在 M 点的切线恰与 AB 平行,故曲线与 AB 相切于 M 点.昆虫从 B 沿 BA 方向爬行距离 $s = v_1 t = 0.2$ m,直角 $\triangle MNB$ 中, $MN = 0.2$ m, $BM = 0.25$ m, $BN = 0.15$ m, $t = 0.4$ s时青蛙和昆虫都在 AB 直线上,相距 $BM - s = 0.05$ m,在青蛙捕食舌头伸长范围内,可以捕食成功,A错误;落水点与 B 点的距离小

于 $NB=0.15\text{ m}$, B 错误;青蛙在 M 点的速度大小 $v_M = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 5\text{ m/s}$, C 错误, D 正确。



5. BC 解析:关闭风机的情况下,小球做平抛运动,则 $H = \frac{1}{2}gt^2$, $H = v_0 t$, 联立解得 $t = \sqrt{\frac{2H}{g}}$, $v_0 = \sqrt{\frac{gH}{2}}$, A 错误;打开风机,小球在竖直方向上做自由落体运动,则小球从抛出到落地所需时间不变, B 正确;打开风机后小球恰好落在抛出点的正下方,则在水平方向上有 $v_x^2 - v_0^2 = 2ax$, $x = 0$, 则 $v_x = v_0$, 在竖直方向上有 $v_y = \sqrt{2gH}$, 故打开风机后小球落地速度 $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \frac{\sqrt{10gH}}{2}$, C 正确;打开风机后小球恰好落在抛出点的正下方,则在水平方向上有 $a_x = \frac{-2v_0}{t} = -g$, 则当小球在水平方向上的速度为 0 时,小球到达右侧最远点,有 $0 = v_0 + a_x t_0$, 解得 $t_0 = \sqrt{\frac{H}{2g}}$, 在竖直方向上有 $y = \frac{1}{2}gt_0^2 = \frac{H}{4}$, D 错误。

6. BD 解析:A 在竖直方向做自由落体运动, B 竖直方向可看作上抛运动,则在竖直方向不可能同时到达相同高度,则不可能在空中相遇,故 A 错误;A 落地过程有 $h = \frac{1}{2}gt_A^2$, $x_A = v_0 t_A$, $x_B = (v_0 \cos 60^\circ)t_A$, $h_B = -(v_0 \sin 60^\circ)t_A + \frac{1}{2}gt_A^2$, A 水平速度大于 B 水平速度,由竖直分析可得,在 A 落地前, A 落地前瞬间, A、B 距离最远,即 $d_{\max} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (h - h_B)^2} = 2\text{ m}$, B 落地过程有 $h = -(v_0 \sin 60^\circ)t_B + \frac{1}{2}gt_B^2$, $x'_B = (v_0 \cos 60^\circ)t_B < x_A$, 解得 $t_B = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{103}}{10}\text{ s}$, 则 B 比 A 滞后时间为 $\Delta t = \left(\frac{\sqrt{3} + \sqrt{103}}{10} - 1\right)\text{ s}$, 故 B、D 正确, C 错误。

7. ACD 解析:两小球竖直位移相同,则运动时间相同,初速度 v_1 、 v_2 大小之比为 $\frac{v_1}{v_2} = \frac{x_1}{x_2} = \frac{R \tan 37^\circ}{R} = \frac{3}{4}$, 故 A 正确;若让两球仍在 OC 竖直面相遇,则 $x_{OA} + x_{OB} = x_{AB}$, 其中 $x_{OA} = v_1 t$, $x_{OB} = v_2 t$, 若 v_1 大小变为原来的两倍,则时间 t 变为原来的一半,要能相遇,则乙球的速度 v_2 要增大为原来的两倍,故 C 正确;甲球落在 D、C 两点时的竖直位移之比为 $\frac{y'_1}{y_1} = \frac{1}{2}$, 根据 $t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$ 可知,甲球

落在 D、C 两点时的时间之比为 $\frac{t'_1}{t_1} = \sqrt{\frac{y'_1}{y_1}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, 甲球落在 D、C 两点时的水平位移之比为 $\frac{x'_1}{x_1} = \frac{1}{2}$, 根据 $v = \frac{x}{t}$ 可知,甲球落在 D、C 两点时的初速度大小之比为 $\frac{v'_1}{v_1} = \frac{x'_1}{x_1} \cdot \frac{t_1}{t'_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 故若 v_1 大小变为 $\frac{\sqrt{2}}{2}v_1$, 则甲球恰能落在斜面的中点 D, 故 B 错误;若要甲球垂直击中圆环 BC, 则击中 BC 时,速度的反向延长线一定过 O 点,且根据平抛运动规律的推论可知 O 点为甲球水平位移的中点,故甲球落点到 A 点的水平距离为 $x'' = 2R \tan 37^\circ = v_1'' t_1''$, 竖直距离为 $y''_1 = \sqrt{R^2 - (R \tan 37^\circ)^2} = \frac{\sqrt{7}R}{4}$, 结合题意在 C 点相碰,有 $x_1 = R \tan 37^\circ = v_1 t_1$, $y_1 = R$, 根据 $h = \frac{1}{2}gt^2$, 解得 $\frac{t''_1}{t_1} = \frac{\sqrt{7}}{2}$, $\frac{v''_1}{v_1} = \frac{4}{\sqrt{7}}$, 所以若要甲球垂直击中圆环 BC, 则 v_1 应变为原来的 $\frac{4}{\sqrt{7}}$ 倍, 故 D 正确。

规律总结 两物体的平抛运动规律

1. 若两物体同时从同一位置抛出,则两物体在运动过程中始终在同一高度。
2. 若两物体同时从不同位置抛出,则两物体在运动过程中,竖直间距始终等于抛出点间的高度差。
3. 若两物体从同一位置先后抛出,则两物体在运动过程中,竖直间距随时间均匀增大。

8. (1) 弹丸做平抛运动,水平方向上有 $x_1 = v_1 t_1$,

竖直方向上有 $h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$,

其中 $x_1 = R + R \cos \theta$, $h_1 = d_1 + R \sin \theta$,

解得 $v_1 = 4\text{ m/s}$ 。

(2) 弹丸做平抛运动,有 $R + R \cos \theta = v_2 t_2$,

弹丸落到 P 点时竖直方向上的分速度大小 $v_{y2} = gt_2$ 。

弹丸击中 P 点时的速度大小

$$v_P = \sqrt{v_2^2 + v_{y2}^2} = \sqrt{v_2^2 + \left(g \frac{R + R \cos \theta}{v_2}\right)^2},$$

结合数学知识可知 $v_P \geq 4\sqrt{6}\text{ m/s}$,

即弹丸落到 P 点的最小速率 $v_{\min} = 4\sqrt{6}\text{ m/s}$ 。

(3) 弹丸做平抛运动,有

$$R + R \cos \alpha = v_3 t_3, d + R \sin \alpha = \frac{1}{2}gt_3^2,$$

$$\text{弹丸垂直击中 Q 点时有 } \tan \alpha = \frac{v_{y3}}{v_3} = \frac{gt_3}{v_3},$$

$$\text{弹丸击中 Q 点时的速度大小 } v = \sqrt{v_3^2 + v_{y3}^2},$$

$$\text{解得 } d = \frac{3}{2}(\tan \alpha - \sin \alpha)\text{ m}, v = \sqrt{\frac{30(1 + \cos \alpha)}{\sin \alpha \cos \alpha}}\text{ m/s}.$$



巅峰挑战

9. AD 解析:设 M 点到 N 点的水平距离为 L, 球 2 整个

运动过程的时间为 t , 有 $H = \frac{1}{2}gt_2^2$, 解得 $t_2 = \sqrt{\frac{2H}{g}}$, 可得 $L = v_2 t_2$, 球 1 与地面碰撞前后竖直方向分速度大小不变、方向相反, 根据对称性可知, 球 1 与地面碰撞后到达的最高点与初始高度相同为 H , 球 1 在水平方向上一直做匀速直线运动, 有 $L = v_1 \cdot t_1$, $t_1 = 3t_2$, 即 $L = 3v_1 t_2$, 联立解得 $\frac{v_1}{v_2} = \frac{1}{3}$, 故 A 正确, B 错误; 设球 1 与地面碰撞时竖直方向的分速度大小为 v_{y1} , 碰撞点到 M 点和 B 点的水平距离分别为 x_1 、 x_2 , 有 $v_{y1}^2 = 2gH$, 设球 1 到达 A 点时竖直方向的分速度大小为 v_{y2} , 将球 1 与地面碰撞后到达最高点时的过程反向来看, 可得 $v_{y2}^2 = 2g(H-h)$, 可得碰撞点到 A 点的时间为 $t_3 = \frac{v_{y1} - v_{y2}}{g}$, 球 2 刚好越过挡板 AB 的时间为 $t' = \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}$, 水平方向的位移关系有 $v_2 t' = x_1 + x_2$, 即 $v_2 \cdot \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}} = v_1 \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}} + v_1 \cdot \frac{\sqrt{2gH} - \sqrt{2g(H-h)}}{g}$, 解得 $h = \frac{3}{4}H$, 故 C 错误, D 正确.

10. (1) A 沙包做斜抛运动, 竖直方向做竖直上抛运动, 则有

$$-v_0 \sin \alpha = v_0 \sin \alpha - gt_1,$$

可知 A、B 两点之间的距离为 $L = v_0 \cos \alpha \cdot t_1$,

$$\text{解得 } L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = 20\sqrt{3} \text{ m}.$$

B 沙包做斜抛运动, 竖直方向做竖直上抛运动, 则有

$$-v_0 \sin \beta = v_0 \sin \beta - gt_2,$$

可知 A、B 两点之间的距离为 $L = v_0 \cos \beta \cdot t_2$,

$$\text{解得 } L = \frac{v_0^2 \sin 2\beta}{g},$$

则有 $\sin 2\alpha = \sin 2\beta$, 其中 $\alpha \neq \beta$,

解得 $2\alpha = 180^\circ - 2\beta$, 则 $\beta = 30^\circ$.

(2) 以 A 为参考系, 则 B 相对 A 做匀速直线运动, 可知当 A 沙包不动时, B 沙包以如图所示的速度 v_{BA} 运动, 则两沙包最近的距离即为图中的 AC,

结合上述抛射角的关系可知 $v_A \perp v_B$,

由于 $v_A = v_B = v_0$, 所以有 $v_{BA} = \sqrt{2}v_0$,

根据几何关系有 $\delta = 45^\circ - \beta = 15^\circ$,

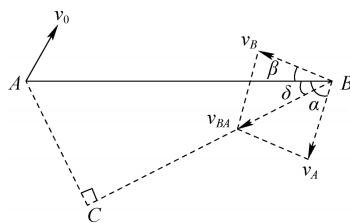
则最近距离 $AC = L \sin 15^\circ$,

根据三角函数关系可知

$$\cos 15^\circ = \cos (45^\circ - 30^\circ) = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4},$$

两沙包运动到它们之间距离最短处所需要的时间为

$$t_{\min} = \frac{L \cos 15^\circ}{v_{BA}} = \frac{3 + \sqrt{3}}{4} \text{ s}.$$



综合提优 2(第三~四节)

答案速查

1	2	3	4	5	6	7	8
B	C	BC	AD	BC	BCD	C	B

1. B 解析: 水流从高处水平流出槽道后做平抛运动, 现制作一个为实际尺寸 $\frac{1}{16}$ 的模型, 可知模型中竖直高度和水平位移应都为原来的 $\frac{1}{16}$, 根据平抛运动规律, 竖直方向上有 $h = \frac{1}{2}gt^2$, $h_{\text{模}} = \frac{1}{16}h_{\text{实}}$, 可知模型中的时间 $t_{\text{模}} = \frac{1}{4}t_{\text{实}}$, 水平方向上有 $x = v_0 t$, $x_{\text{模}} = \frac{1}{16}x_{\text{实}}$, 可知 $v_{0\text{模}} = \frac{1}{4}v_{0\text{实}}$, 故 B 正确.

易错提醒 本题容易错选 D, 主要原因是错误地认为水平速度只与水平距离有关, 根据模型水平尺寸为实际尺寸的 $\frac{1}{16}$, 得出模型中槽道里的水流速度为实际的 $\frac{1}{16}$.

2. C 解析: 猫咪向上运动时有 $h = \frac{1}{2}gt_1^2$, 向下运动时有 $2h = \frac{1}{2}gt_2^2$, 解得 $\frac{t_1}{t_2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$, 在空中的时间为 $t = t_1 + t_2 =$

$\sqrt{\frac{h}{g}}(\sqrt{2} + 2)$, A、D 正确; 水平方向有 $\frac{h}{\tan 30^\circ} = v_x(t_1 + t_2)$, 解得 $v_x = \frac{(2 - \sqrt{2})\sqrt{3gh}}{2}$, B 正确; 猫咪从 B 到 C 的

水平位移为 $x_{BC} = v_x t_2 = (2\sqrt{3} - \sqrt{6})h$, C 错误.

3. BC 解析: 运动员落到斜面上的速度与水平面的夹角为 α , 根据平抛运动的推论, 可知 $\tan \alpha = 2 \tan \theta$, 斜面倾角为 θ 不变, 所以运动员落到斜面上的速度与水平面的夹角 α 也不变, A 错误, B 正确; 根据平抛运动的规律有 $\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{gt}{2v_0}$, 解得运动员在空中运动的时间为 $t = \frac{2v_0 \tan \theta}{g}$, 设运动员从飞出到离斜面最远所用时间为 t_1 ,

有 $t_1 = \frac{v_0 \sin \theta}{g \cos \theta} = \frac{v_0 \tan \theta}{g} = \frac{t}{2}$, C 正确; 离斜面的最远距离 $h = \frac{1}{2}g \cos \theta \cdot t_1^2 = \frac{v_0^2 \cos \theta \cdot \tan^2 \theta}{2g}$, D 错误.

4. AD 解析: 小球在斜面上受到的合力为重力沿斜面向下的分力, 恒定不变, 且合力方向与初速度方向垂直,

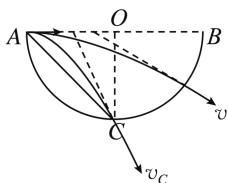
则小球在斜面上做类平抛运动,即匀变速曲线运动,A正确;小球沿初速度方向做匀速直线运动,则有 $v_A = \frac{x}{t} = \frac{4d}{t}$,C错误;小球沿斜面向下做匀加速直线运动,则有 $\Delta y = at^2 = 6d - 2d = 4d$,解得小球的加速度大小为 $a = \frac{4d}{t^2}$,根据牛顿第二定律知 $a = \frac{mg \sin \theta}{m} = \frac{1}{2}g$,可得当地的重力加速度大小为 $g = \frac{8d}{t^2}$,D正确;设小球从A点运动到CD边的时间为 t' ,沿斜面向下有 $24d = \frac{1}{2}a(t')^2$,解得 $t' = \sqrt{\frac{48d}{a}} = 2\sqrt{3}t$,B错误。

5. BC 解析:从A点到B点的斜抛运动可以看作从B点到A点的平抛运动的逆过程,而B点到C点的过程也可以看作平抛运动,二者初速度大小相等,已知B、C两点间的水平距离为A、B两点间水平距离的 n 倍,则根据 $x = v_0 t$,可得B、C两点间的运动时间为A、B两点间运动时间的 n 倍,根据平抛运动的规律可得 $\frac{h_{BC}}{h_{AB}} = \frac{\frac{1}{2}gt_{BC}^2}{\frac{1}{2}gt_{AB}^2} =$

$\frac{t_{BC}^2}{t_{AB}^2} = n^2$,A错误,B正确;根据平抛运动的规律可得

$\frac{v_{yBC}}{v_{yAB}} = \frac{gt_{BC}}{gt_{AB}} = \frac{t_{BC}}{t_{AB}} = n$,C正确,D错误。

6. BCD 解析:两球都做平抛运动,根据平抛运动规律可知,水平方向为匀速直线运动,根据 $x = v_0 t$ 可知,若运动时间相等,初速度越大,对应的水平位移越大,故初速度 v_1 一定小于 v_2 ,故A错误;根据平抛运动规律,竖直方向做自由落体运动,则有 $h = \frac{1}{2}gt^2$,解得 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$,若 a 球下落的高度大于 b 球下落的高度,则 a 球飞行的时间比 b 长,故B正确;根据平抛运动的推论可知,平抛运动瞬时速度反向延长线经过水平位移的中点,作出 b 球撞击到圆弧面CB速度的反向延长线,如图所示,由图可知,速度反向延长线不可能经过O点,即 b 球不可能垂直撞击到圆弧面CB上,故C正确;由几何知识可知,AC面的倾角为 45° ,如图所示,同样依据平抛运动的推论可知, a 球接触斜面前的瞬间,速度与水平方向的夹角大于 45° ,故D正确。



7. C 解析:斜上抛运动在竖直方向上做竖直上抛运动,根据竖直上抛运动的对称性可知,运动时间为 $t = 2\sqrt{\frac{2h}{g}}$,高度越高,运动时间越长,速度变化量为 $\Delta v =$

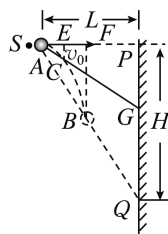
gt ,所以1、2球的竖直高度最大,运动时间最长,速度变化量最大,4球的竖直高度最小,运动时间最短,A、B错误;根据 $h = \frac{v_y^2}{2g}$,可知2、4两球相比,2球的竖直高度大,运动时间长,末速度的竖直分量大,根据 $v_x = \frac{x}{t}$,可知2、4两球相比,2球的水平位移小,运动时间长,末速度的水平分量小,根据 $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$,可知2、4球的末速度大小可能相等,C正确;1、2球的竖直高度相同,运动时间相同,末速度的竖直分量相同,而2球的水平位移小于1球,所以2球的水平分速度小于1球,根据 $\tan \theta = \frac{v_y}{v_x}$,可知,2球的末速度方向与水平方向的夹角更大,D错误。

8. B 解析:由于小球A做竖直上抛运动,小球B做平抛运动,则小球A在水平方向相对于小球B做匀速直线运动,竖直方向也相对于小球B做匀速直线运动,故小球A相对小球B做匀速直线运动,故A错误;设经过时间 t ,两小球间的水平距离为 $d_x = L - v_2 t$,竖直距离为 $d_y = v_1 t$,所以两个小球之间的距离为 $d = \sqrt{d_x^2 + d_y^2} = \sqrt{125t^2 - 250t + 625} = \sqrt{125(t-1)^2 + 500}$,根据数学知识可知,当 $t = 1$ s时,两个小球之间的距离有最小值, $d = 10\sqrt{5}$ m,故B正确;当 $d = \sqrt{125t^2 - 250t + 625} = 25$ m,解得 $t = 0$ 或 $t = 2$ s,故C错误;由以上分析,只有小球A相对于小球B的运动沿水平方向时,两个小球才能相碰,所以在两个小球初速度不为0的前提下,通过调整两个小球初速度大小不能使两个小球相碰,故D错误。

9. (1) 自由落体运动 (2) (d) (3) 2.5

解析:(1) 本实验中A球做平抛运动,B球做自由落体运动,同一时刻两球处于同一高度,说明竖直方向运动情况相同,所以A球竖直方向的分运动是自由落体运动。

(2) 方法一:设经过时间 t 照相机拍摄一次,从抛出开始经时间 t 后到达C点,经时间 $2t$ 后经过B点,如图所示:



根据几何关系有 $\frac{CE}{GP} = \frac{AE}{AP}, \frac{BF}{QP} = \frac{AF}{AP}$,水平方向做匀速运

动,所以 $\frac{AE}{AF} = \frac{1}{2}$,竖直方向做自由落体运动,所以 $\frac{CE}{BF} =$

$\frac{\frac{1}{2}gt^2}{\frac{1}{2}g(2t)^2} = \frac{1}{4}$,解得 $\frac{PG}{PQ} = \frac{1}{2}$,即 $PG = GQ$,所以小球的

影像P在屏上移动情况应当是等间距的。

方法二:设经过时间 t ,小球的水平位移为 x ,竖直方向的

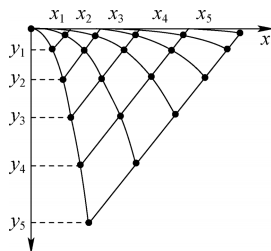
答案速查

1	2	3	4	5
AD	B	D	BD	C

1. AD 解析: 小鱼在运动过程中只受重力作用, 则小鱼在水平方向上做匀速直线运动, 即 v_x 为定值, 则有水平位移 $x = v_x t$, 故 A 正确, C 错误; 小鱼在竖直方向上做竖直上抛运动, 则 $y = v_{y0}t - \frac{1}{2}gt^2$, $v_y = v_{y0} - gt$, 且在最高点时竖直方向的速度为 0, 故 B 错误, D 正确.

2. B 解析: 由题意知枪口与 P 点等高, 子弹和小积木在竖直方向上均做自由落体运动, 当子弹击中积木时子弹和积木的运动时间相同, 根据 $h = \frac{1}{2}gt^2$, 可知下落高度相同, 所以子弹将击中 P 点; 又由于初始状态子弹到 P 点的水平距离为 L, 子弹在水平方向上做匀速直线运动, 故有 $t = \frac{L}{v}$, B 正确.

3. D 解析: 设罐子在 O 点沿水平方向做初速度为 v_0 、加速度为 a 的匀加速运动, 开始时刻漏出的沙子做初速度为 v_0 的平抛运动, 经时间 t 到达 A 点, 其水平位移 $x_1 = v_0 t$, 竖直位移 $y = \frac{1}{2}gt^2$. 罐子经时间 t 加速后到达 B 点, 位移为 $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$, 此刻罐子中沙子刚要落下, 两处沙子的水平位移差为 $\frac{1}{2}at^2$, 竖直位移差为 $\frac{1}{2}gt^2$. 沙子漏出后做平抛运动, 任选时间间隔 t 前后漏出的沙子, 在时间 t 内, 竖直位移差始终为 gt^2 , 水平位移差始终为 at^2 , 如图甲所示, 故水平位移差与竖直位移差的比值一定, 故沙子在空中连线的倾角是一定的, D 正确.



甲

另解 1: 特殊值法. 装沙子的罐子在水平方向上做匀加速直线运动, 与此同时沙子连续漏出, 可建立小球模型, 在不同时刻漏出的水平速度是不同的, 一旦从罐中漏出, 小球独立做平抛运动. 以在不同时刻漏出的四颗小球 A、B、C、D 为例分析全过程情况. 不妨假设初速度为 1 m/s, 加速度为 2 m/s², 小球时间间隔为 1 s, 总时间为 3 s 时, $x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$, $v = v_0 + at$, 可得 $AB = 2$ m, $AC = 6$ m, $AD = 12$ m, $v_A = 1$ m/s, $v_B = 3$ m/s, $v_C = 5$ m/s,

位移为 y , 影子的位移为 H , 则有 $\frac{x}{y} = \frac{v_0 t}{\frac{1}{2}gt^2} = \frac{L}{H}$, 解得

$H = \frac{gL}{2v_0}t$, 所以小球的影像 P 在屏上移动位移与时间成正比, 匀速下落, 应当是等间距的.

(3) 由以上解析可知影子在竖直方向上做匀速运动, 由

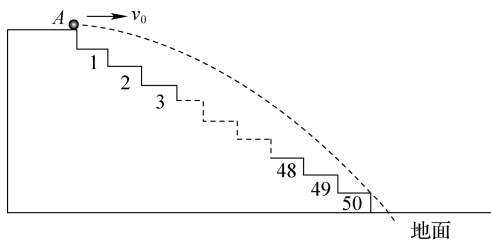
(2) 可知 $H = \frac{gL}{2v_0}t$, 解得 $v_Q = \frac{H}{t} = \frac{gL}{2v_0} = 2.5$ m/s.

10. (1) 小球做平抛运动, 轨迹如图甲所示. 可知小球刚好直接落到地面时需擦过第 50 级台阶的最右端, 由平抛运动规律, 有

$$50h = \frac{1}{2}gt_1^2, 50s = v_{0\min}t_1,$$

联立解得 $v_{0\min} = 5\sqrt{6}$ m/s,

故要使小球直接落到地面, 初速度 v_0 的范围为 $v_0 \geq 5\sqrt{6}$ m/s.



甲

(2) 若 $v_0 = 8$ m/s, 设小球会落到第 n 级台阶上, 由平抛运动规律, 有

$$nh = \frac{1}{2}gt_2^2, ns = v_0 t_2,$$

联立解得 $n = \frac{64}{3}$,

n 向上取整后得 $n = 22$, 故小球会落在第 22 级台阶上.

(3) 设小球的初速度方向与水平方向的夹角为 θ , 如图乙所示, 则在竖直方向上, 有

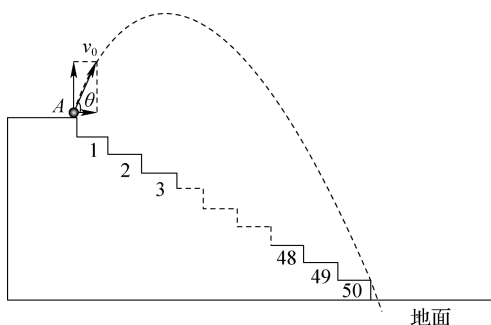
$$50h = -v_0 t \sin \theta + \frac{1}{2}gt^2,$$

水平方向上, 有

$$50s = v_0 t \cos \theta,$$

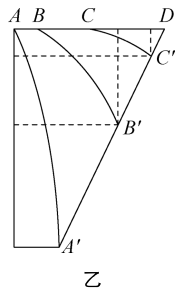
$$\text{联立解得 } v_0^2 = \frac{1500}{5\cos 2\theta + 5\sqrt{3}\sin 2\theta + 5} = \frac{1500}{10\sin(2\theta + 30^\circ) + 5},$$

由数学知识可知当 $\theta = 30^\circ$ 时, 抛出时的初速度最小, 最小值为 $v'_{0\min} = 10$ m/s.



乙

$v_D = 7 \text{ m/s}$. 小球在竖直方向上做自由落体运动, 有 $y_A = \frac{1}{2} \times 10 \times 3^2 \text{ m} = 45 \text{ m}$, $y_B = \frac{1}{2} \times 10 \times 2^2 \text{ m} = 20 \text{ m}$, $y_C = \frac{1}{2} \times 10 \times 1^2 \text{ m} = 5 \text{ m}$, $y_D = 0$, 小球在水平方向上做匀速直线运动, $x_A = 1 \times 3 \text{ m} = 3 \text{ m}$, $x_B = 2 \text{ m} + 3 \times 2 \text{ m} = 8 \text{ m}$, $x_C = 6 \text{ m} + 5 \times 1 \text{ m} = 11 \text{ m}$, 故坐标值分别为 $A'(3, 45)$ 、 $B'(8, 20)$ 、 $C'(11, 5)$ 、 $D(12, 0)$, 如图乙所示, 可知连线的倾角一定, 是一条倾斜的直线, D 正确.



另解 2: 参考系法. 把罐子作为参考系, 则每粒沙子均相对于罐子在水平方向上做匀加速直线运动, 在竖直方向上做自由落体运动, 两个方向的合运动为斜向左下的匀加速直线运动, D 正确.

易错提醒 本题容易错选 B 和 C, 尤其是选项 C, 可能是受教材中飞机匀速飞行过程中投弹问题的影响. 一飞机匀速飞行过程中炸弹在空中排成一条竖直的直线, 错误地认为: 若在飞机加速飞行过程中投弹, 炸弹排成的是一条曲线(抛物线).

4. BD 解析: 将初速度分解为沿 PQ 方向的分速度 v_1 和垂直 PQ 方向的分速度 v_2 , 则有 $v_1 = v_0 \cos 60^\circ = 10 \text{ m/s}$, $v_2 = v_0 \sin 60^\circ = 10\sqrt{3} \text{ m/s}$, 将重力加速度分解为沿 PQ 方向的分加速度 a_1 和垂直 PQ 方向的分加速度 a_2 , 则有 $a_1 = g \cdot \sin 30^\circ = 5 \text{ m/s}^2$, $a_2 = g \cos 30^\circ = 5\sqrt{3} \text{ m/s}^2$, 垂直 PQ 方向根据对称性可得重物运动时间为 $t = 2 \cdot \frac{v_2}{a_2} = 4 \text{ s}$, 重物离 PQ 连线的最远距离为 $d_{\max} = \frac{v_2^2}{2a_2} = 10\sqrt{3} \text{ m}$, A、C 错误; 重物落地时竖直分速度大小为 $v_y = -v_0 \sin 30^\circ + gt = 30 \text{ m/s}$, 则落地速度与水平方向夹角的正切值为 $\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{v_y}{v_0 \cos 30^\circ} = \sqrt{3}$, 可得 $\theta = 60^\circ$, B 正确; 从抛出到最高点所用时间为 $t_1 = \frac{v_0 \sin 30^\circ}{g} = 1 \text{ s}$, 则从最高点到落地所用时间为 $t_2 = t - t_1 = 3 \text{ s}$, 轨迹最高点与落点的高度差为 $h = \frac{1}{2} gt_2^2 = 45 \text{ m}$, D 正确.

5. C 解析: 设出水孔到水桶中心的水平距离为 x , 则 $h = \frac{1}{2} gt_1^2$, $x = v_0 t_1$, 落到桶底 A 点时 $2h = \frac{1}{2} gt_2^2$, $x + \frac{D}{2} = v_0 t_2$, 解得 $v_0 = \frac{(\sqrt{2}+1)D}{2} \sqrt{\frac{g}{2h}}$, 故 C 正确.

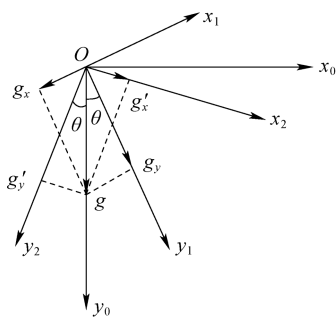
6. (1) ABD (2) 自由落体 A 球相邻两位置水平距离相等 (3) 10 (4) $\frac{|x_2 - 2x_1|}{y_2 - 2y_1}$

解析: (1) 用频闪照相记录平抛小球在不同时刻的位置, 选择体积小、质量大的小球可以减小空气阻力的影响, A 正确; 本实验需要借助重垂线确定竖直方向, B 正确; 实验过程先打开频闪仪, 再水平抛出小球, C 错误, D 正确.

(2) 根据任意时刻 A、B 两球的竖直高度相同, 可以判断出 A 球竖直方向做自由落体运动; 根据 A 球相邻两位置水平距离相等, 可以判断 A 球水平方向做匀速直线运动.

(3) 小球从高度为 0.8 m 的桌面水平抛出, 根据运动学公式 $h = \frac{1}{2} gt^2$, 解得 $t = 0.4 \text{ s}$, 频闪仪每秒频闪 25 次, 频闪周期 $T = \frac{1}{25} \text{ s} = 0.04 \text{ s}$, 故最多可以得到小球在空中运动的位置个数为 $\frac{t}{T} = 10$.

(4) 如图所示, x_0 、 y_0 分别表示水平和竖直方向, 设重垂线方向 y_0 与 y 轴间的夹角为 θ , 建立坐标系存在两种情况, 如图所示, 当建立的坐标系为 x_1Oy_1 时, 则 x 轴方向小球做匀减速运动, 根据逐差法计算加速度, 有 $x_2 - 2x_1 = -g \sin \theta (2T)^2$, y 轴方向有 $y_2 - 2y_1 = g \cos \theta (2T)^2$, 联立解得 $\tan \theta = \frac{2x_1 - x_2}{y_2 - 2y_1}$. 当建立的坐标系为 x_2Oy_2 时, 则 x 轴方向小球做匀加速运动, 根据逐差法计算加速度, 有 $x_2 - 2x_1 = g \sin \theta (2T)^2$, y 轴方向有 $y_2 - 2y_1 = g \cos \theta (2T)^2$, 解得 $\tan \theta = \frac{x_2 - 2x_1}{y_2 - 2y_1}$. 综上所述, 重垂线方向与 y 轴间夹角的正切值为 $\tan \theta = \frac{|x_2 - 2x_1|}{y_2 - 2y_1}$.



7. (1) 水在空中做平抛运动, 由平抛运动规律得, 竖直方向, 有 $h = \frac{1}{2} gt^2$,

解得水从管口到水面的运动时间 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$.

(2) 由平抛运动规律得, 水平方向, 有 $d = v_0 t$,

解得水从管口排出时的速度大小 $v_0 = d \sqrt{\frac{g}{2h}}$.

(3) 管口单位时间内流出水的体积为

$$Q = S v_0 = S d \sqrt{\frac{g}{2h}}.$$

第六章 圆周运动

第一节 圆周运动

题组8 圆周运动的传动和周期性问题



1	2	3	4	5	6	7	8
B	D	A	BD	D	AB	C	B

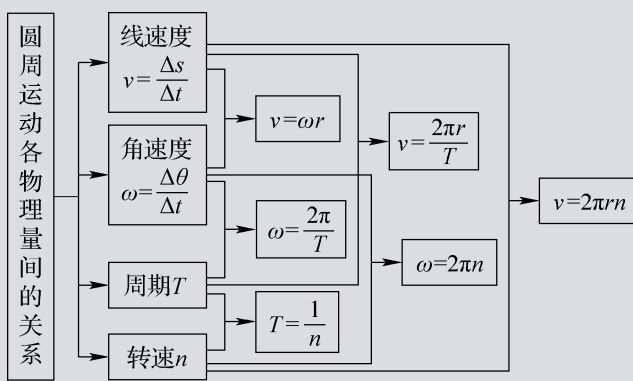
1. B 解析:磁头在内圈磁道与外圈磁道为同轴转动,角速度 ω 相等,由于外圈磁道的转动半径大于内圈磁道的转动半径,根据 $v=r\omega$,知线速度不等,A错误;每秒最多可以从一个盘面上读取 n 个字节,每个扇区可以记录 b 个字节,则一个扇区通过磁头所用时间约为 $\frac{b}{n}$,则计算机

读完整个硬盘的时间至少为 $\frac{mab}{n}$,B正确,C错误;每一个

扇区所占的圆心角为 $\frac{2\pi}{a}$,则磁盘转动的角速度为 $\omega =$

$$\frac{\theta}{t} = \frac{a}{b} = \frac{2\pi n}{ab}, \text{D 错误.}$$

规律总结 描述圆周运动的物理量之间的关系



2. D 解析:A、B通过齿轮咬合,线速度相等,有 $v_A = v_B$,A、C通过轴承联动,角速度相等,有 $\omega_A = \omega_C$,A、B、C点的半径之比为5:3:1,根据 $v = \omega r$,可得 $v_A : v_C = r_A : r_C = 5 : 1$,所以 $v_A : v_B : v_C = 5 : 5 : 1$;根据 $\omega = \frac{v}{r}$,可得 $\omega_A : \omega_B = r_B : r_A = 3 : 5$,所以 $\omega_A : \omega_B : \omega_C = 3 : 5 : 3$,A、B错误.根据 $T = \frac{2\pi}{\omega}$,可得 $T_A : T_B : T_C = 5 : 3 : 5$;根据 $n = \frac{1}{T}$,可得 $n_A : n_B : n_C = 3 : 5 : 3$,D正确,C错误.

规律总结 在处理传动装置中各物理量间的关系时,关键是确定其相同的量(线速度或角速度),再由描述圆周运动的各物理量间的关系,确定其他各量间的关系.

3. A 解析:由题意可知,滚轮在A处时,因滚轮边缘与从动轮N和主动轮M接触点的线速度大小相等,主动

轮M的半径大于从动轮N的半径,由 $v = \omega r$ 可知,N的角速度大于M的角速度,A正确,B错误;滚轮在B处,因滚轮边缘与从动轮N和主动轮M接触点的线速度大小相等,N的转动半径大于M的转动半径,由 $v = \omega r$ 可知,N转动角速度小于M转动角速度,由 $T = \frac{2\pi}{\omega}$ 可知,N转动周期大于M转动周期,C错误;由 $\omega = 2\pi n$ 和 $v = \omega r$,可得 $n = \frac{v}{2\pi r}$,因滚轮边缘与从动轮N和主动轮M接触点的线速度大小一直相等,滚轮从A到B,N的转动半径一直变大,则N的转速一直变小,D错误.

4. BD 解析:由图乙可知,相邻两次开始接收到信号的时间间隔等于圆盘转动的周期,即0.8s,A错误;圆盘转动的角速度为 $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2.5\pi \text{ rad/s}$,B正确;由题图乙可知,接收信号的持续时间变短,速度增大,说明a、b同步移动的方向沿半径向外,C错误;第一次和第二次接收到信号时,a、b所在位置对应的圆盘线速度之差为 $\Delta v = \frac{0.002 \text{ m}}{\Delta t_2} - \frac{0.002 \text{ m}}{\Delta t_1} = 0.5 \text{ m/s}$,根据 $\Delta v = \omega \Delta r$,得两个位置对应的半径差,即两位置间距为 $\Delta r = \frac{1}{5\pi} \text{ m}$,a、b同步移动的速度大小约为 $v = \frac{\Delta r}{T} = \frac{1}{4\pi} \text{ m/s}$,D正确.

5. D 解析:设轮2和轮3边缘的线速度分别为 v_2 、 v_3 ,皮带传动的两个轮子边缘上的点的线速度大小相等,则 $v_a = v_3$, $v_2 = v_c$,轮2和轮3同轴转动,则 $\omega_2 = \omega_3$,根据 $v = \omega r$,可知 $v_3 = \frac{1}{3}v_2$,故线速度之比为 $\frac{v_a}{v_c} = \frac{1}{3}$,A错误;

角速度之比为 $\frac{\omega_a}{\omega_c} = \frac{r_1}{r_c} = \frac{v_a}{v_c} \cdot \frac{r_4}{r_1} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$,B错误;

根据 $\omega = 2\pi n$,可知转速之比为 $\frac{n_a}{n_c} = \frac{\omega_a}{\omega_c} = \frac{1}{6}$,C错误;根据 $T = \frac{1}{n}$,可知周期之比为 $\frac{T_a}{T_c} = \frac{n_c}{n_a} = \frac{6}{1}$,D正确.

6. AB 解析:圆盘转两圈过程中 $2 \times 2\pi R = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} g t^2$,得 $t = 4\sqrt{\frac{\pi R}{g}}$,A正确;圆盘转两圈时,小球C的速度,即圆盘边缘线速度为 $v = \frac{1}{2} g t = 2\sqrt{\pi R g}$,圆盘角速度,即小球A的角速度为 $\omega = \frac{v}{R} = 2\sqrt{\frac{\pi g}{R}}$,B正确,C错误;圆盘转两圈时,小球B的线速度大小为 $v_B = \omega \cdot 2R = 4\sqrt{\pi R g}$,D错误.

7. C 解析:车轮上有3根辐条,则相邻两个辐条夹角为 $\frac{2\pi}{3}$,如果改变一幅画面后,车轮刚好转过 $\frac{2\pi}{3}$ 或 $\frac{2\pi}{3}$ 的整数倍,则会感觉车轮不转动,而当车轮转过的角度小于 $\frac{\pi}{3}$

时,则会感觉车轮正转,当车轮转过的角度大于 $\frac{\pi}{3}$ 时,则会感觉车轮倒转,故 A 错误;当感觉车轮不转动时,说明在 $\frac{1}{24}$ s 内,每根辐条转过的角度应满足 $\theta=k \cdot \frac{2\pi}{3}$ ($k=1,2,3,\dots$),此时车轮转速 $n=\frac{\omega}{2\pi}=\frac{\theta}{2\pi t}=\frac{24 \cdot k \cdot \frac{2\pi}{3}}{2\pi}=8k$ r/s ($k=1,2,3,\dots$),故 B 错误;当看到画面上有 6 根辐条时,说明在 $\frac{1}{24}$ s 内,每根辐条转过的角度应为 $\frac{\pi}{3}$ 的奇数倍,则有 $\theta=(2k+1) \cdot \frac{\pi}{3}$ ($k=0,1,2,\dots$),此时车轮角速度为 $\omega=\frac{\theta}{t}=8(2k+1)\pi$ rad/s ($k=0,1,2,\dots$),则车速为 $v=\omega r=4(2k+1)\pi$ m/s ($k=0,1,2,\dots$),当 $k=1$ 时,可得 $v=12\pi$ m/s,故 C 正确,D 错误。

巅峰挑战

8. B 解析: M 、 N 两转盘靠摩擦传动,故 $\frac{\omega_M}{\omega_N}=\frac{R}{r}=\frac{2}{1}$,小球抛出做平抛运动,若小球能落到 C 点,则根据平抛运动的规律知 $h=\frac{1}{2}gt^2$, $x=v_0t$,若 N 盘转过一周的整数倍,有 $t=\frac{2n\pi}{\omega_N}$ ($n=1,2,3,\dots$), $x=r+2R=5r$ 时,小球可落到 C 点,若 N 盘转过半周的奇数倍,有 $t=\frac{(2n-1)\pi}{\omega_N}$ ($n=1,2,3,\dots$), $x=r$,即 $\frac{4\pi n}{\omega_M}=\frac{5r}{v_0}$ ($n=1,2,3,\dots$),或者 $\frac{(4n-2)\pi}{\omega_M}=\frac{r}{v_0}$ ($n=1,2,3,\dots$);若 M 盘转动的角速度 $\omega=\frac{2\pi v_0}{r}$,则 $x=r$, $n=1$, $t=\frac{r}{v_0}$, $h=\frac{1}{2}gt^2=\frac{gr^2}{2v_0^2}$,若小球抛出时到 O' 的高度为 $\frac{gr^2}{2v_0^2}$,由以上分析知 $x=r$,即满足 $\frac{(4n-2)\pi}{\omega_M}=\frac{r}{v_0}$ ($n=1,2,3,\dots$) 即可,故 A 错误,B 正确。由以上分析知,只要 M 盘转动的角速度满足 $\frac{4\pi n}{\omega_M}=\frac{5r}{v_0}$ ($n=1,2,3,\dots$) 或者 $\frac{(4n-2)\pi}{\omega_M}=\frac{r}{v_0}$ ($n=1,2,3,\dots$),均可落到 C 点,C 错误;由以上分析可知,要想到达 C 点,除了考虑高度,还要考虑初速度,D 错误。

第二节 向心力

题组 9 向心力的探究与应用

答案速查

1	2	3	4	5	6	7	8
A	D	D	AC	B	B	AD	AC

1. A 解析:当转盘匀速转动时,物块 P 所受的重力和

支持力平衡,摩擦力提供其做匀速圆周运动的向心力,故摩擦力方向为 c, A 正确,B 错误;当转盘加速转动时,物块 P 做加速圆周运动,不仅有沿 c 方向指向圆心的向心力,还有指向 a 方向的切向力,使线速度大小增大,故摩擦力可能沿 b 方向,不可能沿 a 方向,C 错误;当转盘减速转动时,物块 P 做减速圆周运动,不仅有沿 c 方向指向圆心的向心力,还有与 a 方向相反的切向力,使线速度大小减小,故摩擦力可能沿 d 方向,不可能沿 b 方向,D 错误。

2. D 解析:小孩运动到最低点时,向心力 $F_n=m\frac{v^2}{L}$,又 $2F\sin\theta-mg=F_n$,解得 $F=\frac{1}{2\sin\theta}\left(mg+\frac{mv^2}{L}\right)$,故 D 正确。

3. D 解析:五位同学都是绕标志杆做圆周运动,角速度相等,故 B 错误;根据向心力表达式 $F_n=m\omega^2r$,可知 F_n 与 m 、 r 有关,但由于 m 未知,最内侧的同学不一定质量最小,所以最内侧同学的向心力不一定最小,不一定最容易被甩出去,故 A、C 错误。做匀速圆周运动的物体由合外力提供向心力,则最外侧同学所受合外力始终水平指向圆心,故 D 正确。

4. AC 解析:根据受力分析可知,两球的向心力均由绳子拉力提供,则两球所需向心力的大小相等,根据 $T=m_a\omega^2r_a=m_b\omega^2r_b$, $m_a=2m_b$,可得 $r_a=\frac{1}{2}r_b$,故 A、C 正确,B 错误;当 ω 增大时,由于 $m_a\omega^2r_a=m_b\omega^2r_b$,可知两球增加的向心力一样多,则需要提供的向心力一样大,绳子拉力一直刚好等于两球所需的向心力,两球仍做圆周运动,不会向外滑动,故 D 错误。

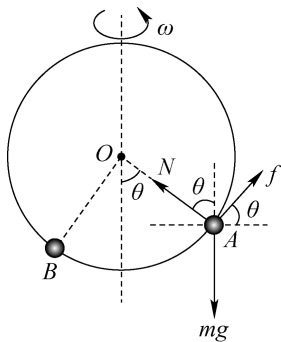
5. B 解析:蛋糕转至左上或右上两侧,且当摩擦力达到最大静摩擦力时,托盘做匀速圆周运动的速率最大,设托盘给蛋糕的最大静摩擦力为 f ,支持力为 N ,对于左上或右上,根据向心力公式,有 $\sqrt{f^2+(mg-N)^2}=m\frac{v^2}{R}$, $f=\mu N$,两式联立,当 $N=\frac{mg}{1+\mu^2}$ 时,速度有最大值,解得 $v_{\max}=\sqrt{\frac{\mu}{1+\mu^2}}gR$, B 正确。

6. B 解析:手套附着在脱水桶内壁上随桶一起做匀速圆周运动,对手套受力分析,在竖直方向上处于平衡状态,由平衡条件,可得手套与桶间的摩擦力大小一定为 $f=mg$, A 错误;水平方向上,由脱水桶对手套的弹力提供其做匀速圆周运动的向心力,根据向心力公式得 $N=m\omega^2r$,假设手套恰好与脱水桶保持相对静止,即手套与脱水桶间的摩擦力为最大静摩擦力,则有 $f_m=\mu N$,联立解得手套与桶间的摩擦力大小可能为 $f=\mu m\omega^2r$, B 正确;根据 $N=m\omega^2r$,可知桶的转速减小,角速度减小,支持力减小,根据公式 $f_m=\mu N$,手套与脱水桶间的最大静摩擦力减小,当 $f_m>mg$,手套就不会沿桶壁向下滑动, C 错误;根据公式 $N=m\omega^2r$,可知桶的转速增大,角速度增大,支持力增大,根据公式 $f_m=\mu N$,可知手套与脱水桶

间的最大静摩擦力增大,即一定有 $f_m > mg$,所以手套一定不会沿桶壁向下或向上滑动,一定与脱水桶保持相对静止,D错误。

7. AD 解析:若小物块 P 恰好没有摩擦力时,只受重力和斜面支持力,且此时可以保持与斜面相对静止,A正确;若转台的角速度取最小值,则小物块 P 应恰好不下滑,水平方向有 $F_{N1} \sin 37^\circ - \mu F_{N1} \cos 37^\circ = m\omega_1^2 L \cos 37^\circ$, 竖直方向有 $F_{N1} \cos 37^\circ + \mu F_{N1} \sin 37^\circ = mg$,解得 $\omega_1 = \frac{5\sqrt{22}}{11} \text{ rad/s}$,B错误;由牛顿第三定律可知,如果小物块 P 恰好不上滑,则有最大角速度和最大压力,水平方向有 $F_{N2} \sin 37^\circ + \mu F_{N2} \cos 37^\circ = m\omega_2^2 L \cos 37^\circ$, 竖直方向有 $F_{N2} \cos 37^\circ = \mu F_{N2} \sin 37^\circ + mg$,解得 $F_{N2} = 20 \text{ N}$, $\omega_2 = 5\sqrt{2} \text{ rad/s}$,C错误,D正确。

8. AC 解析:小球 B 与圆环间恰好没有摩擦力,由支持力和重力的合力提供向心力,有 $mg \tan 37^\circ = m\omega^2 R \sin 37^\circ$,解得 $\omega = \sqrt{\frac{5g}{4R}}$,故 A 正确,B错误;对小球 A 受力分析如图所示,水平方向有 $N \sin \theta - f \cos \theta = m\omega^2 R \sin \theta$, 竖直方向有 $N \cos \theta + f \sin \theta - mg = 0$,联立解得 $f = \frac{1}{5}mg$,故 C 正确;小球 A 的向心力由重力、弹力和摩擦力的合力提供,摩擦力与水平方向的夹角 θ 斜向右上方,而向心力水平向左,可知小球 A 受到的重力和弹力合力必斜向左下方,故 D 错误。



9. (1) C (2) B、C (3) 1:2 (4) 2:9 (5) ①转动半径引起的误差;②质量测量引起的误差;③皮带打滑引起的误差;④弹簧测力套筒的读数引起的误差 (6) $\frac{d}{\Delta t \cdot r}$

解析:(1) 在探究向心力与轨道半径、质量、角速度的关系时,采用的实验方法是控制变量法,C正确。

(2) 要探究向心力与轨道半径的关系时,应控制两小球的质量相等,做圆周运动的角速度相等,半径不相等;则把皮带套在左、右两个塔轮的半径相同的位置,把两个质量相同的小球分别放置在挡板 B、C 位置。

(3) 由于左、右两个塔轮边缘的线速度大小相等,皮带套在左、右两个塔轮的半径之比为 2:1,根据 $v = \omega R$ 可知,放在挡板 A 处的小球与 C 处的小球角速度大小之比为 1:2。

(4) 把两个质量相同的小球分别放在挡板 B 和 C 位置,

则有 $r_B : r_C = 2 : 1$,皮带套在左、右两边塔轮的半径之比为 3:1,则两小球的角速度之比为 $\omega_{左} : \omega_{右} = 1 : 3$,则转动时左、右标尺上露出的红白相间的等分格数之比为 $F_{左} : F_{右} = m\omega_{左}^2 r_B : m\omega_{右}^2 r_C = 2 : 9$ 。

(5) 本实验中产生误差的原因可能有:①转动半径引起的误差;②质量测量引起的误差;③皮带打滑引起的误差;④弹簧测力套筒的读数引起的误差。

(6) 挡光条经过光电门时的线速度大小为 $v = \frac{d}{\Delta t}$,则角速度 $\omega = \frac{v}{r} = \frac{d}{\Delta t \cdot r}$ 。



巅峰挑战

10. C 解析:根据 $F = m \frac{4\pi^2 r}{T^2}$,解得 $T = 2\pi \sqrt{\frac{mr}{F}}$,由于做圆周运动时的向心力大小相等,甲运动员圆周运动的半径 r_1 大于乙运动员圆周运动的半径 r_2 ,可知甲运动员圆周运动的周期大于乙运动员圆周运动的周期,即在做圆周运动时,甲所用的时间比乙的长,故 A 错误;根据 $F = m\omega^2 r$, $r_1 > r_2$,由于做圆周运动时的向心力大小相等,可知甲运动员圆周运动的角速度小于乙运动员圆周运动的角速度,故 B 错误;冲刺时的初速度大小等于圆周运动的线速度大小,根据 $F = m \frac{v^2}{r}$,解得 $v = \sqrt{\frac{Fr}{m}}$, $r_1 > r_2$,由于做圆周运动时的向心力大小相等,可知甲运动员圆周运动的线速度大于乙运动员圆周运动的线速度,设到达终点线时的速度大小为 v_1 ,冲刺匀加速的位移为 x ,则有 $v_1^2 - v^2 = 2ax$,由于冲刺匀加速运动的位移与加速度均相等,可知匀加速的初速度较大的甲运动员到达终点线时的速度较大,故 C 正确;由 A 选项分析可知,甲、乙两名运动员在圆周运动过程所用时间 $t_{甲} > t_{乙}$,而在直线冲刺过程中,位移相等,但甲运动员的初速度较大,则加速阶段时间 $t'_{甲} < t'_{乙}$,到达终点的时间为两个阶段时间之和,由数学知识无法判断 $(t_{甲} + t'_{甲})$ 和 $(t_{乙} + t'_{乙})$ 的大小关系,则乙不一定先到达终点线,故 D 错误。

11. ABD 解析:碰到铁钉 A 前,轻绳的拉力为 4 N,根据牛顿第二定律有 $F_1 = \frac{mv^2}{L_0} = 4 \text{ N}$,第一次碰到铁钉 A 后,轻绳的拉力为 5 N,根据牛顿第二定律有 $F_2 = \frac{mv^2}{L_0 - x_{AB}} = 5 \text{ N}$,联立解得 A、B 间的距离 $x_{AB} = \frac{1}{5}L_0$,A 正确;小球第一次碰到铁钉前的转动半径与第二次碰到铁钉前的转动半径之比为 $r_1 : r_2 = L_0 : (L_0 - x_{AB}) = 5 : 4$,所以从第一次碰到铁钉到第二次碰到铁钉所用时间为 $t_2 = \frac{\pi r_2}{\pi r_1} t_1 = 4 \text{ s}$,可知在 $t = 9 \text{ s}$ 时轻绳第二次碰到铁钉,B 正确;第二次碰到铁钉后,半径变为 $r_3 = L_0 - 2x_{AB} = \frac{3}{5}L_0$,则从第二次碰到铁钉到第三次碰到铁钉所

用时间为 $t_3 = \frac{\pi r_3}{\pi r_2} t_2 = 3 \text{ s}$, 可知在 $t = 12 \text{ s}$ 时轻绳第三次碰到铁钉, 第三次碰到铁钉后, 半径变为 $r_4 = L_0 - 3x_{AB} = \frac{2}{5}L_0$, 则从第三次碰到铁钉到第四次碰到铁钉所用时间为 $t_4 = \frac{\pi r_4}{\pi r_3} t_3 = 2 \text{ s}$, 可知在 $t = 14 \text{ s}$ 时轻绳第四次碰到铁钉, 则在 $t = 13 \text{ s}$ 时轻绳的拉力大小为 $F_3 = \frac{mv^2}{\frac{2}{5}L_0} = \frac{5}{2}F_1 = 10 \text{ N}$, C 错误; 第四次碰到铁钉后, 半径变为 $r_5 = L_0 - 4x_{AB} = \frac{1}{5}L_0$, 则从第四次碰到铁钉到第五次碰到铁钉所用时间为 $t_5 = \frac{\pi r_5}{\pi r_4} t_4 = 1 \text{ s}$, 第五次碰到铁钉后, 半径变为 $r_6 = L_0 - 5x_{AB} = 0$, 可知小球 C 刚好碰到铁钉, 速度立即变为 0, 则从小球 C 开始运动到小球 C 停止, 整个过程持续时间为 $t_{\text{总}} = t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5 = 15 \text{ s}$, D 正确。

第三节 向心加速度

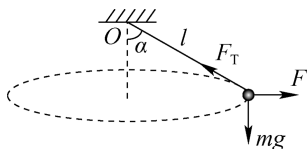
题组 10 圆锥摆模型 圆周运动的动力学问题



1	2	3	4	5	6	7	8
AC	A	B	AD	B	AD	AC	C

1. AC 解析: 根据题意, 由几何关系可知, 无人机运行半径 $R = \sqrt{r^2 - h^2}$, 无人机做匀速圆周运动时角速度为 $\omega = \frac{2\pi}{T}$, 故 A 正确; 无人机做匀速圆周运动时, 合力提供向心力, $F_{\text{合}} = F_n = m \frac{v^2}{R} = \frac{mv^2}{\sqrt{r^2 - h^2}}$, 则所受空气作用力大小为 $F = \sqrt{(mg)^2 + F_n^2} = \sqrt{(mg)^2 + \frac{m^2 v^4}{r^2 - h^2}}$, 故 B 错误; 向心加速度大小为 $a = \omega^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} \sqrt{r^2 - h^2}$, 故 C 正确; 线速度大小为 $v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi \sqrt{r^2 - h^2}}{T}$, 故 D 错误。

2. A 解析: 对小球受力分析, 如图所示, 竖直方向上受力平衡, 由平衡条件有 $mg = F_T \cos \alpha$, 水平方向上由合外力提供向心力, 有 $F_T \sin \alpha - F = m\omega^2 l \sin \alpha$, 联立解得 $g = \omega^2 l \cos \alpha + \frac{F \cos \alpha}{m \sin \alpha}$, A 正确。



3. B 解析: 设小球做圆锥摆运动时, 小球与 O 点的高度

差为 h , 绳与竖直方向的夹角为 θ , 根据牛顿第二定律可得 $mg \tan \theta = m\omega^2 r = m\omega^2 h \tan \theta$, 解得 $\omega = \sqrt{\frac{g}{h}}$, 小球 A、B 在同一水平面内做圆锥摆运动, 可知 h 相同, 小球 A、B 角速度相等, 根据 $v = \omega r$, 由于小球 A、B 做圆周运动的半径不相等, 所以小球 A、B 线速度大小不相等, 故 A 错误, B 正确; 小球 C、D 在不同水平面内做圆锥摆运动, 但是连接 C、D 的绳与竖直方向之间的夹角相同, 根据牛顿第二定律可得 $mg \tan \theta = ma$, 可得 $a = g \tan \theta$, 可知小球 C、D 向心加速度大小相同, 根据 $T \cos \theta = mg$, 可得 $T = \frac{mg}{\cos \theta}$, 可知小球 D 受到绳的拉力等于小球 C 受到绳的拉力, 故 C、D 错误。

4. AD 解析: 对游客与椅子的整体受力分析可知, 受重力、绳子拉力, 这两个力的合力提供向心力, 故 A 正确; 重力和拉力的合力提供向心力, 由矢量三角形知 $\frac{F_A}{F_B} = \frac{m_A g}{\cos 37^\circ} \cdot \frac{\cos 53^\circ}{m_B g} = \frac{3m_A}{4m_B}$, 向心加速度之比为 $\frac{a_A}{a_B} = \frac{g \tan 37^\circ}{g \tan 53^\circ} = \frac{9}{16}$, 故 B、C 错误; 设游客做匀速圆周运动的半径为 r , 根据 $mg \tan \theta = m\omega^2 r$, 可得 $\tan \theta = \frac{\omega^2 r}{g}$, 由此可知, 悬绳与竖直方向的夹角与游客质量无关, 故 D 正确。

5. B 解析: B 到 C 过程中机器人的向心加速度 $a = \frac{v^2}{r} = 0.25 \text{ m/s}^2$, A 错误; 餐盘和水平托盘不发生相对滑动的情况下, 机器人的加速度最大值为 $a_m = \mu g = 1 \text{ m/s}^2$, 到达 D 点之前减速的时间 $t_1 = \frac{v}{a_m} = 1 \text{ s}$, 减速位移 $x_1 = \frac{v}{2} t_1 = 0.5 \text{ m}$, 从 C 到开始减速的时间 $t_2 = \frac{12 - 0.5}{1} \text{ s} = 11.5 \text{ s}$, 则机器人从 C 点到 D 点的最短时间 $t = t_1 + t_2 = 12.5 \text{ s}$, B 正确; 机器人从 A 点由静止匀加速出发, 到 B 点时速率恰好为 1 m/s , 则该过程中的加速度 $a_1 = \frac{v^2}{2x_{AB}} = 0.125 \text{ m/s}^2 < a_m$, 可知 A 到 B 过程中餐盘和水平托盘不会发生相对滑动, C 错误; 若重新设置机器人, 使其在 BC 段以 3 m/s 匀速率通过, 则向心加速度 $a_2 = \frac{(v')^2}{r} = 2.25 \text{ m/s}^2 > a_m$, 可知餐盘与水平托盘间会发生相对滑动, D 错误。

6. AD 解析: 若细线 AB 水平且张力恰为 0, 对小球分析有 $mg \tan 37^\circ = m\omega^2 L \sin 37^\circ$, 解得 $\omega = \frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ rad/s}$, 故 A 正确, B 错误; 当角速度小于 $\frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ rad/s}$ 时, 若该装置转动的角速度增加, 细线 AB 绷紧有弹力, 此时细线 AC 与竖

直方向的夹角不变,当角速度大于 $\frac{5\sqrt{2}}{2} \text{ rad/s}$ 时,若该装置转动的角速度增加一点点,细线 AB 将松弛没有弹力,此时细线 AC 与竖直方向的夹角增大,当细线 AB 再次绷紧有弹力时,该装置转动的角速度增加,细线 AC 与竖直方向的夹角不变,故 C 错误,D 正确。

7. AC 解析:盒子经过最高点 A 时与小球间恰好无作用力,此时对球,由重力提供向心力,有 $mg = m \frac{v^2}{R}$,则该盒子做匀速圆周运动的线速度为 $v = \sqrt{gR}$,A 正确;盒子做匀速圆周运动的周期为 $T = \frac{2\pi R}{v} = 2\pi\sqrt{\frac{R}{g}}$,B 错误;盒子经过最低点 C 时,对球,由支持力与重力的合力提供向心力,有 $N - mg = m \frac{v^2}{R}$,解得 $N = 2mg$,C 正确;盒子经过与圆心 O 等高处的 B 点时,球受到盒子左壁水平向右的弹力 F_x 提供向心力,有 $F_x = m \frac{v^2}{R} = mg$,根据牛顿第三定律,可知小球对盒子左壁的压力大小为 $F_{\text{压}} = F_x = mg$,D 错误。

8. C 解析:根据题意,对题图甲中的小球受力分析,由平衡条件可知,绳子的拉力为 $F = mg$,对题图甲中的滑块受力分析,由于 $2mg \sin 45^\circ = \sqrt{2}mg > F = mg$,可知滑块受到沿斜面向上的摩擦力,如图 1 所示,由平衡条件有 $2mg \sin 45^\circ = mg + f$,解得 $f = (\sqrt{2} - 1)mg$,对滑块与斜面整体受力分析,如图 2 所示,由平衡条件有 $f_1 = F \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}mg$,A、B 错误;根据题意,对题图乙中的小球受力分析,如图 3 所示,由几何关系有 $F' = \frac{mg}{\cos \theta}$, $F_{\text{合}} = mg \tan \theta = F_n$,若 $\theta = 45^\circ$,则有 $F' = \sqrt{2}mg$,对题图乙中的滑块受力分析,则有 $2mg \sin 45^\circ = \sqrt{2}mg = F'$,则滑块恰好不受摩擦力,由于 $\theta \leq 45^\circ$,则有 $F' = \frac{mg}{\cos \theta} \leq \sqrt{2}mg$,对题图乙中滑块受力分析,则有 $2mg \sin 45^\circ = f_2 + F'$,解得 $f_2 = \sqrt{2}mg - \frac{mg}{\cos \theta}$,若题图乙中小球转动角速度越小,则所需向心力减小,即小球的合力减小,则 θ 减小, f_2 变大,故 D 错误,C 正确。

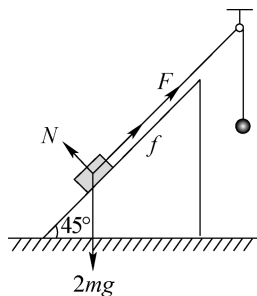


图 1

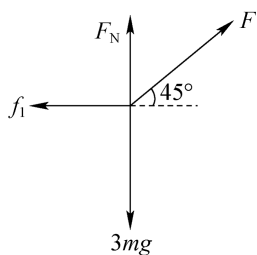


图 2

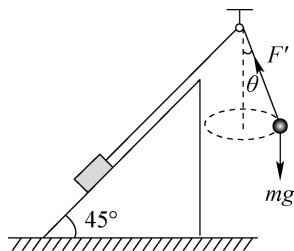


图 3

9. (1) 设细线张力为 T ,对于 A 环有 $m_1 g = T \sin \theta$,当金属环 B 与水平粗糙杆 OM 间没有摩擦力时,细线对金属环 B 的拉力沿 MO 方向的分力恰好提供了金属环 B 所需的向心力,即

$$T \cos \theta = m_2 \omega^2 L,$$

解得 $\omega = 2\sqrt{2} \text{ rad/s}$.

(2) 金属环 B 与水平粗糙杆间的最大静摩擦力为

$$f = \mu(m_2 g + T \sin \theta) = 4 \text{ N},$$

细线对金属环 B 的拉力沿 MO 方向的分力为 $T_{\text{MO}} = T \cos \theta = 8 \text{ N} > f$,所以角速度 $\omega = 0$ 时金属环 B 相对于细杆不能保持静止。

设角速度最小为 ω_1 时金属环 B 恰能相对于细杆保持静止,则有

$$T \cos \theta - f = m_2 \omega_1^2 L,$$

解得 $\omega_1 = 2 \text{ rad/s}$.

设角速度最大为 ω_2 时金属环 B 恰能相对于细杆保持静止,则有

$$T \cos \theta + f = m_2 \omega_2^2 L,$$

解得 $\omega_2 = 2\sqrt{3} \text{ rad/s}$.

所以角速度 ω 的范围为 $2 \text{ rad/s} \leq \omega \leq 2\sqrt{3} \text{ rad/s}$.



巅峰挑战

10. A 解析:设线长为 L ,锥体母线与竖直方向的夹角为 θ ,当角速度为 0 时,小球静止,受重力、支持力和线的拉力而平衡,此时有 $T_1 = mg \cos \theta$,当角速度增大时,线上的拉力增大,小球受到的支持力减小,当支持力减小到 0 时,角速度为 ω_0 ,当小球的角速度小于 ω_0 时,水平方向有 $T \sin \theta - N \cos \theta = m\omega^2 L \sin \theta$,竖直方向有 $T \cos \theta + N \sin \theta = mg$,整理有 $T = m\omega^2 L \sin^2 \theta + mg \cos \theta$. 结合题图乙有 $\frac{T_2 - T_1}{\omega_0^2} = mL \sin^2 \theta$,当小球的角速度大于 ω_0 时,小球将离开锥面,此时线与竖直方向的夹角为 α ,竖直方向有 $T \sin \alpha = m\omega^2 L \sin \alpha$,可得 $T = m\omega^2 L$,此时图像的反向延长线经过原点,结合题图乙有 $\frac{T_2}{\omega_0^2} = mL$,综上所述,

有 $\frac{T_2 - T_1}{\omega_0^2} = mL \sin^2 \theta$, $\frac{T_2}{\omega_0^2} = mL$, $T_1 = mg \cos \theta$,联立解得 $L = \frac{\sqrt{T_2} g}{\sqrt{T_1} \omega_0^2}$,故 A 正确。

11. BC 解析:由 $f = \mu N$,得物块在 A、B、C 处所受摩擦力分别为 $f_A = \mu mg$, $f_B = \mu mg \cos \theta$, $f_C = \mu mg \cos(\theta +$

α),故 A 错误;物块在 A 点的加速度 $a_A = \frac{f_A}{m} = \mu g$,物块最终停留在 B 点,可知 $\mu = \tan \theta$,在 C 点,有 $mg \sin(\theta + \alpha) - \mu mg \cdot \cos(\theta + \alpha) = ma_C$,可解得 $a_C = g \frac{\sin \alpha}{\cos \theta}$,故 B 正确;物块所受摩擦力与转筒的速度无关,若增大圆筒转速,则物块最终仍会停留在 B 点,物块所能达到的最大高度仍为 C 点,故 C 正确;若增大动摩擦因数,物块有可能脱离圆筒,也有可能加速到与圆筒共速,故 D 错误。

综合提优 3(第一~三节)

◆答案速查◆

1	2	3	4	5	6	7	8
C	B	BC	BC	C	C	B	BC

1. C 解析:根据图像丙可知,轮轴角速度随时间变化的关系为 $\omega = \frac{20}{10}t \text{ (rad/s)} = 2t \text{ (rad/s)}$, $t = 2.5 \text{ s}$ 时, P 点的角速度大小为 $\omega = 2 \times 2.5 \text{ rad/s} = 5 \text{ rad/s}$,故 A 错误;根据 $v = \omega r$,可得 $t = 5 \text{ s}$ 时,水斗的速度大小为 $v = 2 \times 5 \times 0.1 \text{ m/s} = 1 \text{ m/s}$,故 B 错误;轮轴边缘 P 点的速率随时间变化的规律为 $v = \omega r = 2t \times 0.1 \text{ (m/s)} = 0.2t \text{ (m/s)}$,故 C 正确;根据 $a = \omega^2 r$,可得 $t = 10 \text{ s}$ 时, P 点的向心加速度大小为 $a = (2 \times 10)^2 \times 0.1 \text{ m/s}^2 = 40 \text{ m/s}^2$,故 D 错误。

2. B 解析:设摆线与竖直方向的夹角为 θ ,对任意做圆锥摆的物体,有 $mg \tan \theta = m \frac{4\pi^2}{T^2} l \sin \theta$,得到圆锥摆的周期 $T = 2\pi \sqrt{\frac{l \cos \theta}{g}} = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g}}$,两球在同一水平面内, h 相同,则两球的周期相等,根据 $\omega = \frac{2\pi}{T}$,可知两球的角速度相等, A、C 错误;根据线速度的公式 $v = \omega r$,可知 $v_A < v_B$, B 正确;根据向心加速度的公式 $a = \omega^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} r$,两球的转动半径 r 不同,向心加速度大小不相等, D 错误。

3. BC 解析:由题图可知 B、C 之间距离比 A、B 之间的距离小,经过的时间相同,故指尖在 B、C 之间运动的速度比在 A、B 之间的小,指尖在 A、B 之间运动的速度大小约为 $v_{AB} = \frac{l_{AB}}{\Delta t}$, $\Delta t = \frac{1}{25} \text{ s} = 0.04 \text{ s}$,解得 $v_{AB} = 8 \text{ m/s}$,故 A 错误, B 正确; B、N 之间距离接近 C、N 的距离,故可知指尖在 A、B 之间运动的速度大小约为 $v_{AB} = \frac{l_{AB}}{\Delta t} = \frac{0.32}{0.04} \text{ m/s} = 8 \text{ m/s}$,可得指尖在 B 点的加速度 $a_{AB} = \frac{v_{AB}^2}{l_{CN}} = 400 \text{ m/s}^2$,故指尖在 A、C 之间运动时向心加速度的最大值约为 400 m/s^2 ,故 C 正确;指尖在 B、C 间运动的加速度等于向心加速度和切向加速度的矢量和,故方向时刻变化,故 D 错误。

4. BC 解析:设人跑动的线速度大小为 v ,则人从 M 跑到 N 的运动时间为 $t = \frac{\pi R}{v}$,人做圆周运动的角速度 $\omega_1 = \frac{v}{R}$,要让人顺利地从 M 跑到 N 不碰到支架,则 $0 \leq (\omega_1 - \omega)t < \frac{\pi}{2}$ 或 $0 \leq (\omega - \omega_1)t < \frac{\pi}{2}$,解得 $\frac{2\omega R}{3} < v < 2\omega R$,故 B、C 正确。

5. C 解析:轻绳 OB 断开前,小球以 A、B 连线中点为圆心做圆周运动,设小球经过最低点的速度大小为 v ,绳长为 L ,小球质量为 m ,轻绳的张力为 F_1 ,由向心力公式,有 $2F_1 \sin 37^\circ - mg = m \frac{v^2}{L \sin 37^\circ}$,轻绳 OB 断开后,小球在水平面内做匀速圆周运动,其圆心在 A 点的正下方,设轻绳的张力为 F_2 ,有 $F_2 \cos 37^\circ = m \frac{v^2}{L \cos 37^\circ}$,且 $F_2 \sin 37^\circ = mg$,联立解得 $F_1 : F_2 = \frac{25}{18}$,故 C 正确。

6. C 解析:若三名儿童均未在锥面上发生滑动,即角速度相等,则有 $F_a = m_a \omega^2 r_a$, $F_b = m_b \omega^2 r_b$, $F_c = m_c \omega^2 r_c$,解得 $F_a : F_b : F_c = 2 : 3 : 8$,故 A 错误;由于“魔盘”绕通过顶点 O 的竖直轴 OO' 转动,可知,过儿童所在位置作竖直轴 OO' 的垂线,垂足为轨迹圆的圆心,儿童所受合力方向指向该垂足,并不指向顶点 O,故 B 错误;若“魔盘”转速缓慢增大且三名儿童均未在锥面上发生滑动,由盘面对儿童的合力提供向心力,角速度增大,所需向心力增大,又儿童所受重力和支持力不变,则 a、b、c 所受摩擦力均增大,故 C 正确;结合上述,合力提供儿童做圆周运动的向心力,由于最大静摩擦力之比为 $f_{a\max} : f_{b\max} : f_{c\max} = \mu m_a g : \mu m_b g : \mu m_c g = 2 : 3 : 4$,可知随角速度的增大, c 先达到最大静摩擦力,即 c 将最先发生滑动,而 a、b 同时达到最大静摩擦力,即之后 a、b 同时发生滑动,故 D 错误。

7. B 解析:当 $\omega = \sqrt{\frac{2g}{R}}$,对 A 球有 $F_{\text{向}} = m\omega^2 R \sin 60^\circ$,解得 $F_{\text{向}} = \sqrt{3}mg$,对小球 A 进行受力分析,可知小球受重力以及细绳的拉力,且拉力大小为 $2mg$,所以此时小球不受金属圆环的作用力,但连接 A 球的细绳有张力,故 A 错误;对 B 球研究,当连接 B 球的细绳恰好被拉直时,有 $mg \tan 60^\circ = m\omega^2 R \sin 60^\circ$,解得 $\omega = \sqrt{\frac{2g}{R}}$,故 B 正确;继续缓慢增大圆环的角速度,由以上的分析可知,金属圆环对 A 球的弹力不为零,又由于竖直方向上 A 球和 B 球所受合力均为零,可知细绳对 A 球的拉力应不断增大,因此 A 球不可能沿金属圆环向上移动,故 C 错误;继续缓慢增大圆环的角速度,连接 B 球的细绳上会有拉力,要维持 B 球竖直方向所受外力的合力为零,金属圆环对 B 球必定有弹力,故 D 错误。

8. BC 解析:子弹做平抛运动,在竖直方向上有 $h =$

$\frac{1}{2}gt^2$, 可得子弹在圆筒中运动的时间 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, 因子弹从右侧射穿圆筒后发现两弹孔在同一竖直线上, 则圆筒转过的角度为 $\theta = (2n-1)\pi$ ($n=1, 2, 3, \dots$), 则角速度为 $\omega = \frac{\theta}{t} = (2n-1) \cdot \pi \sqrt{\frac{g}{2h}}$, 故角速度可能为 $7\pi \sqrt{\frac{g}{2h}}$, 不可能为 $2\pi \sqrt{\frac{g}{2h}}$, B 正确, A 错误. 周期为 $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2}{2n-1} \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$, 同一横排两相邻弹孔间距为 $\frac{2\pi R}{3}$, 当转动小于一个周期, 则 $\frac{2\pi R}{3} = \theta R$, 解得 $\theta = \frac{2\pi}{3}$, 则子弹射出的时间间隔可能为 $\Delta t = \frac{1}{3}T = \frac{2}{3(2n-1)} \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$; 当转动大于一个周期, 则 $\frac{2\pi R}{3} + 2m\pi R = \theta R$, 解得 $\theta = 2m\pi + \frac{2\pi}{3}$ ($m=1, 2, 3, \dots$), 则子弹射出的时间间隔可能为 $\Delta t = mT + \frac{1}{3}T = \left(m + \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{2}{(2n-1)} \sqrt{\frac{2h}{g}}$, 则子弹射出的时间间隔可能为 $\Delta t = \frac{8}{9} \sqrt{\frac{2h}{g}}$, 不可能为 $\Delta t = \frac{8}{15} \sqrt{\frac{h}{g}}$, C 正确, D 错误.

思路点拨 本题重点需要考虑周期性,要抓住以下3点:

(1) 子弹做平抛运动, 水平方向做匀速直线运动, 竖直方向做自由落体运动, 匀速圆周运动具有周期性;
(2) 子弹与圆筒运动时间相等, 根据平抛运动规律求得运动时间, 对于同一竖直线上的两弹孔, 根据时间相等列式求解角速度的可能值; (3) 对于同一横排两相邻弹孔, 先求得圆周运动的周期, 再根据题意分情况计算子弹射出的时间间隔.

9. (1) B (2) ①A 不过坐标原点,加速度传感器到底边距离未知, r 不是传感器做圆周运动的半径,且半径大于 r ②0.1016(0.1015~0.1018均可) $k-d$

$$(3) \quad m \frac{4\pi^2}{T^2} r$$

解析: (1) 根据题图丙可知, 旋转时有沿 y 轴负方向的加速度, 向心加速度指向圆心, 可能是手机平放在手掌上, 屏幕朝上, 让底边对着自己旋转, 故选 B.

(2) ①实验中保持圆盘转速恒定,故 ω 恒定,根据公式 $a_n = R_{\text{圆轨道}} \omega^2$ 可知,可以作出 $a_n - r$ 图像;假设 l 是手机内部加速度传感器到手机底边的长度,加速度传感器到底边距离未知, r 不是传感器做圆周运动的半径,半径大于手机底边到转轴的距离 r ,即 $a_n = (r + l) \omega^2$, $a_n = r \omega^2 + l \omega^2$,故 $a_n - r$ 图像不过坐标原点.

②根据刻度尺的度数规则以及题图戊可知, $d = 10.16 \text{ cm} = 0.1016 \text{ m}$, 考虑到估读, 因此读数在 $0.1015 \sim 0.1018 \text{ m}$ 之间均可; 根据公式 $a_n = k\omega^2$, 可知加速度传感器做圆周运动的半径为 k , 则手机内部加速度传感器到手机底边的长度为 $l = k - d$.

(3) 根据向心力公式, 可得 $F_n = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$.

第四节 生活中的圆周运动

题组 11 水平面内的圆周运动及临界问题

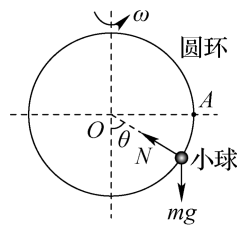


1	2	3	4	5	6	7
AD	B	D	D	BC	B	AD

1. AD 解析: 设球恰好要滑动时角速度为 ω_1 , 则有 $\mu mg = m\omega_1^2 r$, 解得 $\omega_1 = \sqrt{\frac{g\mu}{r}}$, 由于 B 的转动半径大, B 先达到最大静摩擦力, 绳子无拉力时, 需满足 $\omega < \omega_B = \sqrt{\frac{g\mu}{2d}}$, A 正确, B 错误; 设横杆对球 A 无摩擦力时角速度为 ω_0 , 对 A 有 $m\omega_0^2 d = T$ (T 为绳子拉力), 对 B 有 $m\omega_0^2 \cdot 2d = T + \mu mg$, 联立解得 $\omega_0 = \sqrt{\frac{\mu g}{d}}$, C 错误, D 正确。

2. B 解析:由题意分析,竖直方向受力平衡,水平方向做圆周运动,所以麦芽糖一定受重力、细线 AC 的拉力,但是细线 BC 的拉力可能有也可能没有,故 A 错误,B 正确;设细线 AC 与竖直方向的夹角为 θ ,细线 BC 与竖直方向的夹角为 α ,竖直方向满足 $F_{AC} \cos \theta = mg + F_{BC} \cdot \cos \alpha$,水平方向满足 $F_{AC} \sin \theta + F_{BC} \sin \alpha = m\omega^2 r$,可知随着角速度的增大,两细线的拉力均增大,故 C、D 错误。

3. D 解析: 小球在题图所示位置时的受力分析如图所示, 则小球所受合外力提供向心力, 即 $F_{\text{合}} = mg \tan \theta = m\omega^2 r$, $r = R \sin \theta$, 以上两式联立, 解得 $\omega = \sqrt{\frac{g}{R \cos \theta}}$, A、B



错误;若小球在 A 点时,则圆环对小球的支持力提供向心力,圆环对小球的静摩擦力与重力等大反向,即 $N = m\omega^2 R, \mu N \geq mg$, 联立解得 $\omega \geq \sqrt{\frac{g}{\mu R}}$, C 错误, D 正确.

4. D 解析: 两物体随圆盘转动, 角速度相同为 ω , 运动半径为 r , 则两物体转动所需的向心力为 $F_1 = mr\omega^2$, $F_2 = 2mr\omega^2$, 即乙所需要的向心力是甲所需要的向心力的 2 倍, A 错误; 设乙对甲的摩擦力为 f_1 , 圆盘对乙的摩擦力为 f_2 , 根据牛顿第二定律有 $f_1 = F_1$, $f_2 - f_1 = F_2$, 解得 $\frac{f_2}{f_1} = 3$, B 错误; 当甲、乙整体刚好和转盘发生相对滑

动时,有 $\mu_2 \cdot 3mg = 3mr\omega^2$, 解得 $\omega = \sqrt{\frac{\mu_2 g}{r}}$, 此时甲所受摩擦力 $f = mr\omega^2 = \mu_2 mg < \mu_1 mg$, 所以为了保证甲、乙均不发生滑动, 角速度 ω 的最大值为 $\omega = \sqrt{\frac{\mu_2 g}{r}}$, C 错误, D 正确.

5. BC 解析:当圆盘转速增大时,由静摩擦力提供向心力.三个物体的角速度相等,由 $F=m\omega^2 r$ 可知,因为 C 的转动半径最大,质量最大,故 C 所需要的向心力增加最快,最先达到最大静摩擦力,此时 $\mu \cdot 2mg = 2m\omega_1^2 r_C$, 计算得出 $\omega_1 = \sqrt{\frac{\mu g}{2r}} = \sqrt{2.5} \text{ rad/s}$, 当 C 的摩擦力达到最大静摩擦力之后, B、C 间细线开始提供拉力, B 的摩擦力增大,达最大静摩擦力后, A、B 之间细线开始有力的作用,随着角速度增大, A 的摩擦力将减小到零然后反向增大,当 A 与 B 的摩擦力也达到最大时,且 B、C 的拉力大于 A、B 整体的摩擦力时物体将会出现相对滑动,此时 A 与 B 还受到绳的拉力,对 C 可得 $T + \mu \cdot 2mg = 2m\omega_2^2 \cdot 2r$, 对 A、B 整体可得 $T = 2\mu mg$, 计算得出 $\omega_2 = \sqrt{5} \text{ rad/s}$, 当 $\omega > \sqrt{5} \text{ rad/s}$ 时整体会发生滑动,故 A 错误, B、C 正确;在 $\sqrt{2} \text{ rad/s} < \omega < \sqrt{2.5} \text{ rad/s}$ 时, B、C 间的拉力为零,当 $\sqrt{2.5} \text{ rad/s} < \omega < \sqrt{5} \text{ rad/s}$ 时,在 ω 增大的过程中 B、C 间的拉力逐渐增大,故 D 错误.

思路点拨 随圆盘一起水平转动的物体,静摩擦力提供向心力,当所需向心力达到最大静摩擦力时开始滑动;在动摩擦因数相同时,可依据如下规律判断谁先相对滑动:1. 角速度相同的两个物体,转动半径大的先相对滑动;2. 线速度相同的两个物体,转动半径小的先相对滑动;3. 向心加速度先达到 μg 的物体先相对滑动. 以上几种情况的判断都与物体的质量无关.

6. B 解析:在物块随转台由静止开始缓慢加速转动的过程中,在物块离开转台之前摩擦力既提供向心力,又提供沿圆弧切线方向做加速运动的力,所以摩擦力不指向转轴,故 A 正确;当转台的角速度比较小时,物块只受重力、支持力和摩擦力,当细绳恰好要产生拉力时,拉力为 0,静摩擦力达到最大,随着角速度继续增大,细绳上的拉力增大,当物块恰好要离开转台时,支持力、摩擦力为 0,物块所受重力和细绳的拉力的合力充当向心力,有 $mg \tan \theta = m \frac{v^2}{L \sin \theta} = m\omega^2 L \sin \theta$, 解得 $v = \sqrt{gL \sin \theta \tan \theta}$, $\omega = \sqrt{\frac{g}{L \cos \theta}}$, 故 B 错误, C 正确;由以上分析可知,当转台的角速度 $\omega = \sqrt{\frac{g}{L \cos \theta}}$ 时,物块将要离开转台,随着角速度的增加,物块向上运动,细绳与转轴的夹角增大,故 D 正确.

7. AD 解析:当小物块与罐壁间的摩擦力恰好为 0 时,由牛顿第二定律,有 $mg \tan 60^\circ = m\omega^2 R \sin 60^\circ$, 解得 $\omega = \sqrt{\frac{2g}{R}}$, A 正确;当小物块与罐壁间沿切线向上的静摩擦力最大时,由牛顿第二定律及平衡条件,有 $F_N \sin 60^\circ - f_m \cos 60^\circ = m\omega^2 R \sin 60^\circ$, $F_N \cos 60^\circ + f_m \sin 60^\circ = mg$,

$f_m = \mu F_N$, 联立解得 $\omega = \sqrt{\frac{2(\sqrt{3}-\mu)g}{(\sqrt{3}+3\mu)R}}$, 当小物块与罐壁间沿切线向下的静摩擦力最大时,由牛顿第二定律及平衡条件,有 $F_N \sin 60^\circ + f_m \cos 60^\circ = m\omega^2 R \sin 60^\circ$, $F_N \cos 60^\circ = f_m \sin 60^\circ + mg$, $f_m = \mu F_N$, 联立解得 $\omega = \sqrt{\frac{2(\sqrt{3}+\mu)g}{(\sqrt{3}-3\mu)R}}$, 故若匀速转动的角速度 $\sqrt{\frac{2(\sqrt{3}-\mu)g}{(\sqrt{3}+3\mu)R}} < \omega < \sqrt{\frac{2(\sqrt{3}+\mu)g}{(\sqrt{3}-3\mu)R}}$, 则小物块能与罐壁保持相对静止,若匀速转动的角速度 $\sqrt{\frac{2g}{R}} > \omega > \sqrt{\frac{2(\sqrt{3}-\mu)g}{(\sqrt{3}+3\mu)R}}$, 则小物块所受摩擦力沿罐壁切线向上,若匀速转动的角速度 $\sqrt{\frac{2(\sqrt{3}+\mu)g}{(\sqrt{3}-3\mu)R}} > \omega > \sqrt{\frac{2g}{R}}$, 则小物块所受摩擦力沿罐壁切线向下, B、C 错误, D 正确.

8. (1) 当细杆和圆环处于静止状态,对圆环受力分析,如图甲所示,有

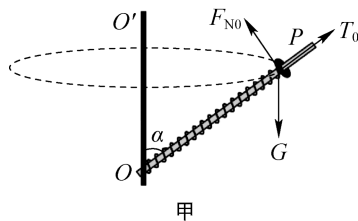
$$T_0 = mg \cos \alpha = 5 \text{ N},$$

根据胡克定律 $F = k \Delta x$, 有

$$\Delta x_0 = \frac{T_0}{k} = 0.05 \text{ m},$$

弹簧弹力沿杆向上,故弹簧处于压缩状态,弹簧此时的长度即为圆环到 O 点的距离,为

$$x_1 = x_0 - \Delta x_0 = 0.05 \text{ m}.$$



(2) 若弹簧处于原长,则圆环仅受重力和支持力,其合力使得圆环沿水平方向做匀速圆周运动,根据牛顿第二定律,有

$$\frac{mg}{\tan \alpha} = m\omega_0^2 r,$$

由几何关系得,圆环此时转动的半径为

$$r = x_0 \sin \alpha,$$

$$\text{联立解得 } \omega_0 = \frac{10\sqrt{6}}{3} \text{ rad/s}.$$

(3) 圆环处于细杆末端 P 时,对圆环受力分析,如图乙所示,圆环受重力和支持力,此时弹簧伸长,则圆环所受弹力沿杆向下. 根据胡克定律,有

$$T = k(L - x_0) = 10 \text{ N},$$

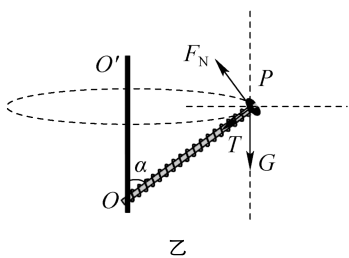
对圆环所受的力进行正交分解,竖直方向受力平衡,水平方向的合力提供向心力,有

$$mg + T \cos \alpha = F_N \sin \alpha, T \sin \alpha + F_N \cos \alpha = m\omega^2 r',$$

由几何关系得,圆环此时转动的半径为

$$r' = L \sin \alpha,$$

联立解得 $\omega = 10 \text{ rad/s}$.



乙

巅峰挑战

9. AB 解析:绳子没有张力之前,对 B 物体进行受力分析,根据牛顿第二定律可得,水平方向 $f \cos \theta - N \sin \theta = 2m\omega^2 r$, 竖直方向有 $f \sin \theta + N \cos \theta = 2mg$, 由以上两式可得,随着 ω 的增大, f 增大, N 减小, A 正确;对 B 物体分析,其将要发生滑动瞬间的临界状态,水平方向有 $\mu N \cos \theta - N \sin \theta = 2m\omega_1^2 r$, 竖直方向有 $\mu N \sin \theta +$

$N \cos \theta = 2mg$, 代入数据解得 $\omega_1 = \frac{\sqrt{5}}{4} \text{ rad/s}$, B 正确;在 ω

逐渐增大的过程中, A 物体先有向外滑动的趋势, 后有向内滑动的趋势, 其所受静摩擦力先沿斜面向上增大, 后沿斜面向上减小, 再变为沿斜面向下增大, C 错误; ω 增大到 A、B 整体将要滑动时, B 有向下滑动的趋势, A 有向上滑动的趋势, 对 A 物体, 水平方向有 $(T - \mu N_A) \cos \theta - N_A \sin \theta = m\omega_2^2 r$, 竖直方向有 $(T - \mu N_A) \sin \theta + N_A \cos \theta = mg$, 对 B 物体, 水平方向有 $(T + \mu N_B) \cos \theta - N_B \sin \theta = 2m\omega_2^2 r$, 竖直方向有 $(T + \mu N_B) \sin \theta + N_B \cos \theta = 2mg$, 联立解得 $\omega_2 = \sqrt{\frac{165}{28}} \text{ rad/s}$, D 错误.

10. D 解析: P、Q 间的距离为 $2l_0$, 而弹簧的原长为 l_0 , 故弹簧的弹力为 $F = kl_0$, 根据合力与分力构成的矢量三角形可知, 静摩擦力沿轨迹切线方向时具有最小值, 与弹簧弹力沿轨迹切线方向的分力平衡, 为 $f_{\min} = F \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}kl_0}{2}$, 此时物块随圆盘转动需要的向心力由弹力沿半径

方向的分力提供, 有 $F_{n1} = m\omega^2 \cdot 2l_0 = F \sin 30^\circ = \frac{kl_0}{2}$, 解

得 $\omega = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{k}{m}}$, A 错误; 当 $\omega = \sqrt{\frac{k}{3m}}$ 时, 可得物块随圆盘

转动需要的向心力为 $F_{n2} = m\omega^2 \cdot 2l_0 = \frac{2kl_0}{3}$, 由力的三角

形可知静摩擦力不等于弹簧的弹力, B 错误; 当 $\omega =$

$\sqrt{\frac{k}{2m}}$ 时, 可得两物块随圆盘转动需要的向心力大小为

$F_{n3} = m\omega^2 \cdot 2l_0 = kl_0$, 由力的三角形可知静摩擦力等于

$kl_0 < \sqrt{3}kl_0$, 此时两物块还未与圆盘发生相对滑动, 两物

块所受的合力大小均为 kl_0 , C 错误; 静摩擦力达到最大时, 恰好最大静摩擦力与弹力垂直, 此时 $F_{n4} = m\omega^2 \cdot$

$2l_0 = \frac{kl_0}{\cos 60^\circ} = 2kl_0$, 解得 $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$, D 正确.

关键点拨 如果除摩擦力以外还有其他力, 如绳两端连接物体随水平面转动, 其中一个物体存在一个恰不向内滑动的临界条件和一个恰不向外滑动的临界条件, 分别为静摩擦力达到最大且静摩擦力的方向沿半径背离圆心和沿半径指向圆心.

题组 12 竖直(倾斜)平面内的圆周运动及临界问题

答案速查

1	2	3	4	5	6	7	8
A	B	C	BCD	C	A	B	CD

1. A 解析: 杯子在最高点, 设速度为 v 时水恰好洒不出来, 则由水的重力提供其做圆周运动的向心力, 由牛顿第二定律, 有 $mg = m \frac{v^2}{r}$, 解得 $v = \sqrt{gr}$, 则在最低点的杯

子的速度大小也为 $v = \sqrt{gr}$, 在最低点, 由牛顿第二定律, 有 $F_N - mg = m \frac{v^2}{r}$, 解得 $F_N = 2mg$, 由牛顿第三定律

可知, 最低点杯子中的水对杯底的压力大小是 $F'_N = 2mg$, 则有 $\frac{F'_N}{mg} = 2$, A 正确.

2. B 解析: 设火车轨道倾角与水平面的夹角为 θ , 火车的质量为 m , 则在火车转弯时重力和支持力的合力提供火车转弯所需的向心力, 有 $mg \tan \theta = m \frac{v_1^2}{R}$, 由此可得,

火车转弯的半径为 $R = \frac{v_1^2}{g \tan \theta}$, 故 A 错误; 当火车速率大

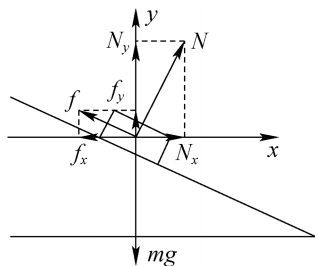
于 v_1 时, 重力和支持力的合力不足以提供火车转弯的向心力, 火车有向外运动的趋势, 轮缘对外轨产生挤压, 外轨给火车一个支持力, 故 B 正确; 设汽车的质量为 m_1 , 可知汽车以速度 v_2 转弯时, 恰好重力和支持力的合力提供

向心力, 设公路的倾角为 α , 则有 $m_1 g \tan \alpha = m_1 \frac{v_2^2}{R_2}$, 由上

式可知, 当汽车质量改变时, 规定的行驶速度 v_2 并不会发生变化, 与质量无关, 而当汽车速率大于 v_2 时, 重力和支持力的合力不足以提供向心力, 此时汽车有向外运动的趋势, 与地面之间产生一个向内的摩擦力, 因此当速度大于 v_2 时汽车不一定发生侧滑而向弯道外侧“漂移”, 除非速度太大, 轮胎与地面之间的静摩擦力变为滑动摩擦力才会发生“漂移”, 故 C、D 错误.

3. C 解析: 对游客受力分析如图所示, 水平方向, 由牛顿第二定律有 $f_x - N_x = m\omega^2 r$, 竖直方向, 由平衡条件有 $f_y + N_y = mg$, 随着“魔盘”转速的缓慢增大, 游客所需的

向心力增大,但必须保证竖直方向受力平衡,因为重力不变,则 f 、 N 两个力只能一个增大一个减小,结合水平方向做圆周运动的特点,可知只能 f 增大, N 减小, A、B 错误;把人受到“魔盘”的支持力和摩擦力看成一个力(合力),即为游客受到“魔盘”的作用力,将其在水平和竖直方向上正交分解,竖直方向的分力与重力等大反向,并保持不变,水平方向的分力即为向心力,随着转速的缓慢增大而增大,所以游客受到“魔盘”的作用力增大, C 正确;游客始终由水平方向的合外力提供向心力,由 $F_{\text{合}} = m\omega^2 r$ 可知,游客受到的合外力大小变大, D 错误。



4. BCD 解析:气嘴灯在最低点能发光,对 P 与触点 A 整体进行分析可知,最小需要提供的向心力为 $F_{\text{向}} = kd$,气嘴灯在最高点能发光,对 P 与触点 A 作为整体进行分析可知,最小需要提供的向心力为 $F'_{\text{向}} = kd + 2mg$,明显 $F'_{\text{向}} > F_{\text{向}}$,得气嘴灯在最高点能发光,在其他位置也一定能发光,故 A 错误, B 正确;当气嘴灯运动到最低点时发光,此时对应车轮做匀速圆周运动的角速度最小,根据受力分析,向心力由弹簧的弹力与重力的合力提供,又因为初始时弹簧弹力大小等于重力大小,所以在最低点是增大的弹力提供向心力,即 $kd = m\omega^2 R$,得 $\omega = \sqrt{\frac{kd}{mR}}$,故 C 正确;当气嘴灯运动到最高点时能发光,则 $kd + 2mg = mR\omega^2$,得 $\omega = \sqrt{\frac{kd + 2mg}{mR}}$,故 D 正确。

5. C 解析: A 球与细绳相连,则恰好能到最高点时有 $mg = m\frac{v_1^2}{L}$,解得 $v_1 = \sqrt{gL} = \sqrt{10} \text{ m/s}$,故 A 正确; B 球与杆相连,则恰好能到最高点的速度大小为 $v_2 = 0$,故 B 正确;对 A 球在最高点时由牛顿第二定律有 $F_A + mg = m\frac{v_3^2}{L}$,代入数据解得 $v_3 = 2\sqrt{3} \text{ m/s}$,对 B 球有两种情况: ①杆对小球 B 为支持力时,则有 $mg - F_{B1} = m\frac{v_4^2}{L}$,代入数据解得 $v_4 = \sqrt{5} \text{ m/s}$, ②杆对小球 B 为拉力时,则有 $mg + F_{B2} = m\frac{v_5^2}{L}$,代入数据解得 $v_5 = \sqrt{15} \text{ m/s}$,则小球 A、B 在最高点的速度大小之比为 $v_3 : v_4 = 2\sqrt{15} : 5$ 或 $v_3 : v_5 = 2 : \sqrt{5}$,故 C 错误, D 正确。

规律总结 两类模型对比

	轻绳模型(最高点无支撑)	轻杆模型(最高点有支撑)
实例	球与绳连接、“水流星”、沿内轨道运动的“过山车”等	球与杆连接、球在光滑管道中运动等
图示		
受力示意图		
力学方程	$mg + F_{\text{弹}} = m\frac{v^2}{R}$	$mg \pm F_{\text{弹}} = m\frac{v^2}{R}$
临界特征	$F_{\text{弹}} = 0$ $mg = m\frac{v_{\text{min}}^2}{R}$ 即 $v_{\text{min}} = \sqrt{gR}$	$v = 0$ 即 $F_{\text{向}} = 0$ $F_{\text{弹}} = mg$
讨论分析	(1) 最高点,若 $v \geq \sqrt{gR}$, $F_{\text{弹}} + mg = m\frac{v^2}{R}$,绳或轨道对球产生弹力 $F_{\text{弹}}$; (2) 若 $v < \sqrt{gR}$,则不能到达最高点,即到达最高点前小球已经脱离了圆轨道	(1) 当 $v = 0$ 时, $F_{\text{弹}} = mg$, $F_{\text{弹}}$ 背离圆心; (2) 当 $0 < v < \sqrt{gR}$ 时, $mg - F_{\text{弹}} = m\frac{v^2}{R}$, $F_{\text{弹}}$ 背离圆心并随 v 的增大而减小; (3) 当 $v = \sqrt{gR}$ 时, $F_{\text{弹}} = 0$; (4) 当 $v > \sqrt{gR}$ 时, $mg + F_{\text{弹}} = m\frac{v^2}{R}$, $F_{\text{弹}}$ 指向圆心并随 v 的增大而增大

6. A 解析:由于小球在 C 点所受合力的方向指向圆心,且此时小球对轨道的压力恰好为 0,表明水平恒力与重力的合力方向与直径 BC 平行,即 B 为圆周运动的等效最低点, C 为圆周运动的等效最高点,类比于一般的圆周运动,可知小球在等效最低点 B 时的速度最大,小球在等效最高点 C 时的速度最小, A 错误, B 正确;根据上述分析可知,小球在 C 点时,水平恒力与重力的合力方向指向圆心,则有 $F = mg \tan \alpha = \frac{3}{4} mg$, C 正确;结合上述分析,在 C 点对小球,由牛顿第二定律有 $\frac{mg}{\cos \alpha} = m\frac{v_C^2}{R}$,解得 $v_C = \sqrt{\frac{5gR}{4}}$, D 正确。

7. B 解析:陀螺在轨道内侧运动到最高点时,由于 $F_{\text{吸}} = 6mg > mg$,可知速度最小值可以为 0,此时轨道弹力大小为 $N = F_{\text{吸}} - mg = 5mg$,故 A 错误;陀螺在轨道内侧运动的过程中,由于陀螺离开轨道只能做近心运动,而在最高点的最小速度可以为 0,所以无论速度取何值,均不会脱离轨道,故 B 正确;当陀螺在轨道外侧运动时,在最低点的弹力刚好为 0 时,则有 $F_{\text{吸}} - mg = 5mg = m\frac{v^2}{R}$,可得 $v = \sqrt{5gR}$,可知要保证陀螺始终不脱离轨道,其速度不能超过 $\sqrt{5gR}$,故 C 错误;若陀螺在轨道外侧运动到与轨道圆心等高处时速度为 $\sqrt{2gR}$,陀螺受到磁吸引力

和轨道弹力处于水平方向,重力处于竖直方向,则合外力的水平分力为 $F_x = m \frac{v^2}{R} = 2mg$, 合外力的竖直分力为 $F_y = mg$, 则所受合外力的大小为 $F_{\text{合}} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{5}mg$, 故 D 错误.

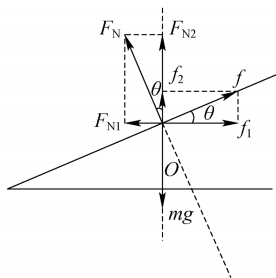
8. CD 解析: 根据题意可知, 小物块做圆周运动, 受重力、支持力和摩擦力, 如图所示, 由图可知 $mg - f_2 = F_{N2}$, 又 $F_{N2} = F_N \cos \theta$, $f_2 = f \sin \theta$, 联立解得 $F_N = \frac{mg - f \sin \theta}{\cos \theta}$, 故 A、B 错误; 由图可知, 小物块做圆周运动的向心力由 f_1 和 F_{N1} 提供, 由牛顿第二定律, 有 $f_1 - F_{N1} = m \frac{v^2}{R}$, 由于 $F_{N1} = F_N \sin \theta$, $f_1 = f \cos \theta$, 联立解得

$$f = \frac{F_N \sin \theta + m \frac{v^2}{R}}{\cos \theta}, \text{ 可得航母的航速越大, 小物块受到的}$$

摩擦力越大, 故 C 正确; 当摩擦力等于最大静摩擦力时, 航母有最大航速, 有 $f = \mu F_N$, 即 $m \frac{v_m^2}{R} = \mu F_N \cos \theta -$

$$F_N \sin \theta, \text{ 又 } F_N = \frac{mg - f \sin \theta}{\cos \theta} = \frac{mg}{\mu \sin \theta + \cos \theta}, \text{ 解得 } v_m =$$

$$\sqrt{\frac{\mu - \tan \theta}{1 + \mu \tan \theta}} gR, \text{ 故 D 正确.}$$



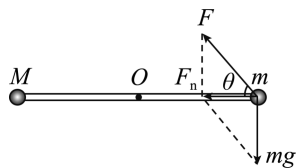
9. (1) 设轻杆转到水平位置时对小球 m 的作用力为 F , 力 F 与水平方向的夹角为 θ , 小球 m 受力分析如图所示, 则

$$F_n = m\omega^2 \frac{L}{2} = \frac{1}{2}mg,$$

向心力为 F 和重力 mg 的合力, 故

$$F = \sqrt{(F_n)^2 + (mg)^2} = \frac{\sqrt{5}}{2}mg, \tan \theta = \frac{mg}{F_n} = 2,$$

轻杆转到水平位置时对小球 m 的作用力 F 大小为 $\frac{\sqrt{5}}{2}mg$, 与水平方向夹角的正切值为 2, 斜向左上方.



(2) 轻杆转到竖直位置时, 规定竖直向下为正方向, 设杆对 M 的作用力为 F_1 , 则 $F_1 + Mg = M\omega^2 \frac{L}{2}$,

$$\text{解得 } F_1 = -\frac{Mg}{2},$$

杆对 M 的作用力大小为 $\frac{Mg}{2}$, 方向竖直向上.

由牛顿第三定律, M 对杆的作用力大小为 $\frac{Mg}{2}$, 方向竖直向下.

轻杆转到竖直位置时, 规定竖直向上为正方向, 设杆对 m 的作用力为 F_2 , 则

$$F_2 - mg = m\omega^2 \frac{L}{2},$$

$$\text{解得 } F_2 = \frac{3}{2}mg,$$

杆对 m 的作用力大小为 $\frac{3}{2}mg$, 方向竖直向上.

由牛顿第三定律, m 对杆的作用力大小为 $\frac{3}{2}mg$, 方向竖直向下.

轻杆转到竖直位置时 (M 在上, m 在下), 水平轴 O 对轻杆的作用力 $F_3 = \frac{3}{2}mg + \frac{1}{2}Mg$, 方向竖直向上.



巅峰挑战

10. D 解析: 当铁球转到最高点时, 轻杆对小球可能是没作用力, 可以是向上的支持力为 $mg - m\omega^2 r$, 可以是向下的拉力 $m\omega^2 r - mg$, 所以支架对地面的压力可以是 Mg , 或 $mg - m\omega^2 r + Mg$, 或 $m\omega^2 r - mg + Mg$, 当铁球转到最低点时, 轻杆对小球只能是向上的拉力 $mg + m\omega^2 r$, 所以支架对地面的压力为 $mg + m\omega^2 r + Mg$, 可见当铁球转到最高点时, 支架对地面的压力不是最大, 当铁球转到最低点时, 支架对地面的压力不可能为零, 故 A、B 错误; 当铁球转到水平最右端时, 轻杆对铁球的作用力和重力合力提供向心力, 设轻杆对铁球的作用力为 F , 由平行四边形定则有 $F = \sqrt{(m\omega^2 l)^2 + (mg)^2}$, 故 C 错误; 若铁球转动到最高点时, 支架对地面的压力刚好为零, 即杆对支架有向上的拉力, 大小为 Mg , 此时杆对小球为向下的拉力, 大小为 Mg , 对小球由牛顿第二定律得 $Mg + mg = m\omega^2 l$, 解得 $\omega = \sqrt{\frac{(M+m)g}{ml}}$, 故 D 正确.

11. AD 解析: 物块随圆盘一起转动过程中, 所需向心力为 $F = m\omega^2 r = \frac{1}{6}mg$, 物块经过 Q 点时, 根据牛顿第二

定律有 $f_Q - mg \sin 30^\circ = F$, 解得 $f_Q = \frac{2}{3}mg$, A 正确. 物块经过 P 点时, 根据牛顿第二定律有 $mg \sin 30^\circ - f_P =$

F , 解得 $f_P = \frac{1}{3}mg$, B 错误. 静摩擦力小于或等于最大静

摩擦力, 即 $f_Q = \frac{2}{3}mg \leq \mu mg \cos 30^\circ$, $f_P = \frac{1}{3}mg \leq$

$\mu mg \cos 30^\circ$, 解得 $\mu \geq \frac{4\sqrt{3}}{9}$, C 错误. 若圆盘的角速度继续

缓慢增大, 当物块经过 Q 点时, 沿斜面向上的静摩擦力和重力沿斜面向下的分力的合力提供向心力, 即静摩擦力等于重力沿斜面向下的分力与向心力之和; 当物块经过 P 点, 且静摩擦力为 0 时, 由牛顿第二定律有

$mg \sin 30^\circ = m\omega_0^2 r$, 解得 $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{2r}}$, 则当角速度增大到 $\omega > \sqrt{\frac{g}{2r}}$ 后, 沿斜面向下的静摩擦力和重力沿斜面向下的分力的合力提供向心力, 即静摩擦力等于重力沿斜面向下的分力与向心力之差, 即在 Q 点时的静摩擦力大, 因此, 若圆盘的角速度继续缓慢增大, 则物块最容易与圆盘发生相对滑动的位置为 Q 点, D 正确。

规律总结 与竖直平面内的圆周运动类似, 斜面上的圆周运动通常也是分析物体在最高点和最低点的受力情况, 通过列牛顿运动定律方程解题。只是在进行受力分析时, 一般需要进行立体图到平面图的转化, 这是解斜面上圆周运动问题的难点。

题组 13 离心现象 圆周运动与平抛运动的结合



1	2	3	4	5	6	7	8
C	D	BD	CD	CD	BC	C	C

1. **C 解析:** 根据圆盘的顺时针旋转状态, 可知液体受到的摩擦力方向应与圆盘旋转方向相反, 即逆时针方向, 接着考虑液体在圆盘上的运动情况, 由于液体具有黏性, 当圆盘旋转时, 液体会做离心运动而向外移动, 同时, 由于液体与圆盘之间的摩擦力, 所以沿切线方向液体和转盘并不会出现相对滑动, 综合以上分析, 可以得出液体在圆盘上留下的痕迹应该是从 P 点开始, 沿着半径方向逐渐向外扩展的轨迹。最后, 根据题目给出的选项, 选择符合这一描述的痕迹示意图, 故 C 正确, A 、 B 、 D 错误。

规律总结 离心现象几种受力不同的情形

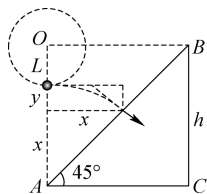
当 $F = m\omega^2 r$ 时, 做匀速圆周运动;
 当 $F = 0$ 时, 沿圆周切线方向飞出;
 当 $F < m\omega^2 r$ 时, 逐渐远离圆心;
 当 $F > m\omega^2 r$ 时, 做近心运动

2. **D 解析:** 小瓶相对于空间站静止时, 受到的地球引力全部用来提供其随空间站绕地球做圆周运动的向心力, 小瓶完全失重, 小瓶中的水与油不会和地面上一样出现分层现象, 手摇离心机小瓶中的水与油能分离的原因是混合物做圆周运动时, 需要的向心力不一样, 由于水和油的密度不同产生了离心现象, 密度较大的水集中于小瓶的底部, 根据题意, 此时小瓶相对于空间站做的是匀速圆周运动, A 、 B 错误; 水对油有指向圆心的作用力, 由牛顿第三定律可知, 水做圆周运动的向心力由瓶底对水的弹力和油对水的作用力的合力提供, C 错误; 小瓶转动的周期为 $T = \frac{t}{n}$, 细线的拉力大小为 $F = m \frac{4\pi^2}{T^2} L = \frac{4\pi^2 n^2 mL}{t^2}$, D 正确。

3. **BD 解析:** 根据题意, 由牛顿第二定律, 有 $mg_{\text{模}} = m(2\pi n)^2 r$, 可得“模拟重力加速度”为 $g_{\text{模}} = 4\pi^2 n^2 r$, “模拟重力加速度”与样品的质量无关, 离心机的转速变为原来的 2 倍, 同一位置的“模拟重力加速度”变为原来的 4 倍, A 错误, B 正确; 实验载荷因为有向外飞出的趋势, 对容器壁产生的压力向外, 所以“模拟重力”的方向背离心机转轴中心, C 错误; 根据牛顿第三定律可知, 一台离心机由静止开始加速转动, 会给空间站施加相反方向的力, 使空间站发生转动, 所以为防止两台离心机转动时对空间站的影响, 两台离心机应按相反方向转动, D 正确。

4. **CD 解析:** 小筷枕受到重力、支持力、摩擦力的作用, 摩擦力提供向心力, A 错误; 由于饮料杯和小筷枕随圆盘转动过程中小筷枕放置于圆盘边缘, 其需要的向心力较大, 所以 $\mu_1 mg = m\omega_{\text{max}}^2 r$, 解得 $\omega_{\text{max}} = 1.5 \text{ rad/s}$, B 错误; 取杯中一小部分饮料为研究对象, 其所受重力与弹力的合力提供向心力, 合力应沿水平方向指向转轴, 所以液面应保持倾斜形态, C 正确; 小筷枕滑到餐桌上做匀减速直线运动, 有 $\mu_2 mg = ma$, $v_0^2 - v^2 = 2ax$, $v_0 = \omega_{\text{max}} r$, 滑离餐桌做平抛运动, 有 $x_1 = vt$, $h = \frac{1}{2}gt^2$, 落地时距离圆盘中心的水平距离为 $s = \sqrt{r^2 + (x + x_1)^2}$, 联立解得 $s = 2\sqrt{2} \text{ m}$, D 正确。

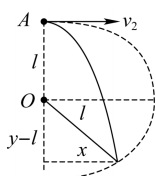
5. **CD 解析:** 小球做平抛运动并垂直撞到斜面上的轨迹如图所示。设小球做平抛运动的水平位移为 x , 竖直位移为 y , 绳长为 L , 根据牛顿第二定律, 有 $T - mg = m \frac{v^2}{L}$, 小球做平抛运动, 有 $x = vt$, $y = \frac{1}{2}gt^2$, 根据平抛运动的推论, 速度的反向延长线经过水平位移的中点, 有 $x = 2y$, 由几何关系可知 $L + y + x = h$, 联立解得 $L = \frac{h}{4}$, $x = \frac{h}{2}$, $y = \frac{h}{4}$, $t = \sqrt{\frac{h}{2g}}$, 故 C 、 D 正确。



6. **BC 解析:** 当圆盘绕其竖直轴以角速度 ω_0 转动时, 由牛顿第二定律得 $F + \mu m_B g = m_B \omega_0^2 R$, $F = \mu m_A g$, 将 $R = 1.2 \text{ m}$, $\mu = 0.2$, $m_A = 0.85 \text{ kg}$, $m_B = 0.15 \text{ kg}$ 代入以上两式可得 $\omega_0 = \frac{10}{3} \text{ rad/s}$, 轻绳拉力大小 $F = 1.7 \text{ N}$, 故 A 错误, B 正确; 轻绳突然断裂, B 物体做平抛运动, 有 $x = \omega_0 R \cdot t$, $h = \frac{1}{2}gt^2$, 所以 B 物体落到水平面的位置到竖直轴的距离为 $s = \sqrt{x^2 + R^2} = 2 \text{ m}$, 故 C 正确; B 物体落地时的速度大小为 $v = \sqrt{(\omega_0 R)^2 + (gt)^2} = 4\sqrt{2} \text{ m/s}$, 故

D 错误.

7. C 解析:要使小球在竖直平面内能够做完整的圆周运动,在最高点时重力应恰好提供向心力,根据牛顿第二定律,可得 $mg = m \frac{v^2}{l}$,解得 $v = \sqrt{gl} = \sqrt{10 \times 0.4} \text{ m/s} = 2 \text{ m/s}$,小球以 4 m/s 的速度水平抛出的瞬间,对小球受力分析,由牛顿第二定律,可得 $T + mg = m \frac{v_1^2}{l}$,解得 $T = 30 \text{ N}$,故 A 正确;由上述分析可知,小球以 2 m/s 的速度水平抛出的瞬间,绳子的张力大小为 0,故 B 正确;小球以 1 m/s 的速度水平抛出的瞬间, $1 \text{ m/s} < v = 2 \text{ m/s}$,此时轻绳处于松弛状态,绳子的张力大小为 0,故 C 错误;当小球以 1 m/s 的速度水平抛出到绳子再次伸直时,小球将做平抛运动,设经时间 t 绳子再次伸直,如图所示,在竖直方向上有 $y = \frac{1}{2}gt^2$,在水平方向上有 $x = v_2t$,由几何关系可得 $l^2 = (y-l)^2 + x^2$,联立并代入数据解得 $t = \frac{\sqrt{3}}{5} \text{ s}$,故 D 正确.



规律方法 平抛运动和圆周运动的综合性问题

平抛运动和圆周运动的综合性问题实质上就是曲线运动中的多过程问题,所以“一拆”“一点”和“一合”为解题思路.何谓“一拆”,就是分析物体的运动过程,将其各个不同的运动拆分开来,各个击破;何谓“一点”,就是找到各个运动的交接点,交接点的瞬时速度的大小和方向将不同的运动连接起来;何谓“一合”,就是找到不同运动的时空关系将其整个运动过程联系起来.

8. C 解析:小球在水平方向上做匀速圆周运动,圆周运动周期为 $T = \frac{2\pi R}{v_0}$,小球在竖直方向上做自由落体运动,小球到达 C 点时,经历时间为 $3T$,则有 $h_{PC} = \frac{1}{2}g(3T)^2$,解得 $h_{PC} = \frac{18g\pi^2 R^2}{v_0^2}$,故 A 错误;小球在水平方向上做匀速圆周运动,由筒壁对小球的支持力提供向心力,则有 $N_1 = m \frac{v_0^2}{R}$,根据牛顿第三定律有 $N_2 = N_1$,解得 $N_2 = \frac{mv_0^2}{R}$,可知小球在 A、B、C 三点时对筒壁的压力大小之比为 $1:1:1$,故 B 错误;小球在竖直方向上做自由落体运动,小球到达 A 点、B 点经历时间分别为 T 、 $2T$,则有 $h_{AB} = \frac{1}{2}g(2T)^2 - \frac{1}{2}gT^2$,结合上述解得 $h_{AB} = \frac{6g\pi^2 R^2}{v_0^2}$,故 C 正确;小球在水平方向上做匀速圆周运动,

由筒壁对小球的支持力提供向心力,则有 $N_1 = m \frac{v_0^2}{R}$,小球所受外力的合力 $F = \sqrt{N_1^2 + (mg)^2} > mg$,故 D 错误.

9. (1) 小物块从 A 到 B 做平抛运动,由平抛运动规律,有 $h_1 = \frac{1}{2}gt_1^2$,

$$\text{解得 } t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = 0.2 \text{ s}.$$

(2) 由(1)可知小物块进入小孔 B 时,竖直方向的分速度为 $v_{yB} = gt_1 = 2 \text{ m/s}$.

小物块正好从小孔 B 进入圆筒,并从小孔 C 离开,说明竖直方向下落的同时,水平方向运动了 $2r$ 的距离,设小物块从 B 到 C 的运动时间为 t ,则有

$$2r = v_A t = 0.20 \text{ m},$$

$$h_2 - h_1 = v_{yB} t + \frac{1}{2}gt^2 = 0.25 \text{ m},$$

$$\text{解得 } v_A = 2 \text{ m/s}, t = 0.1 \text{ s}.$$

(3) 由(2)可知 A 点到 B 点的水平距离为

$$x_0 = v_A \cdot t_1 = 0.4 \text{ m},$$

则圆筒匀速转动时的角速度需满足

$$\omega = \frac{n \cdot 2\pi}{t_1} = 10\pi n \text{ rad/s} (n=1, 2, 3, \dots).$$

从 B 点到 C 点,圆筒要转 $\frac{2k-1}{2}$ ($k=1, 2, 3, \dots$) 圈,才能让小物块正好从 C 点离开,则圆筒匀速转动时的角速度需满足

$$\omega = \frac{(2k-1) \cdot \pi}{t} = 10(2k-1)\pi \text{ rad/s} (k=1, 2, 3, \dots),$$

因此,圆筒匀速转动时的角速度为

$$\omega = 10(2n-1)\pi \text{ rad/s} (n=1, 2, 3, \dots).$$

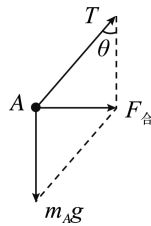


巅峰挑战

10. (1) 对小球 A 受力分析如图所示,由 $F = m\omega^2 r$,得 $m_A g \tan \theta = m_A r_A \omega_A^2$,

$$\text{由几何关系知 } r_A = \frac{L}{2} \sin \theta,$$

$$\text{解得 } \cos \theta = \frac{4}{5}, \text{ 即 } \theta = 37^\circ.$$



(2) 当物块 B 受到的最大静摩擦力 $f_{\max}$ 指向圆心时,转盘角速度 ω_B 最大

$$T + \mu m_B g = m_B R \omega_{B\max}^2, \text{ 解得 } \omega_{B\max} = 4 \text{ rad/s},$$

当物块 B 受到的最大静摩擦力 $f_{\max}$ 背离圆心时,转盘角速度 ω_B 最小,

$$T - \mu m_B g = m_B R \omega_{B\min}^2, \text{ 解得 } \omega_{B\min} = 2 \text{ rad/s},$$

水平转盘角速度 ω_B 的取值范围 $2 \text{ rad/s} \leq \omega_B \leq 4 \text{ rad/s}$,

设沿半径指向圆心为正方向, $f = 0.25\omega^2 - 2.5$,若设沿半径背离圆心为正方向,

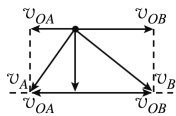
$$f = -0.25\omega^2 + 2.5.$$

(3) 绳断后 A、B 均做平抛运动,设经时间 t ,A 和 B 速度垂直,由平抛运动规律知此时 A、B 竖直方向速度均为

$v_y = gt$, 水平方向 $v_{OA} = r_A \omega_A = 1.5 \text{ m/s}$, $v_{OB} = r_B \omega_{B\max} = 2 \text{ m/s}$, 如图所示, 由几何关系得

$$v_y^2 = v_{OA} \cdot v_{OB}, \text{ 即 } t = \sqrt{\frac{v_{OA} v_{OB}}{g^2}},$$

代入数据解得 $t = \frac{\sqrt{3}}{10} \text{ s}$.



章末综合 · 真题精选



1	2	3	4	5	6	7
C	B	A	A	BD	D	BD

1. C 解析: 根据题述可知, $F \propto r^n$, $T \propto \frac{1}{r}$, 由 $F = mr \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2$, 可得 $r^n = r \cdot r^2$, 即 $n=3$, 故 C 正确.

2. B 解析: 在 BC 段的最大加速度为 $a_1 = 2 \text{ m/s}^2$, 则根据 $a_1 = \frac{v_1^2}{r_1}$, 可得在 BC 段的最大速度为 $v_{1m} = \sqrt{6} \text{ m/s}$, 在

CD 段的最大加速度为 $a_2 = 1 \text{ m/s}^2$, 则根据 $a_2 = \frac{v_2^2}{r_2}$, 可得在 CD 段的最大速度为 $v_{2m} = 2 \text{ m/s} < v_{1m}$, 可知在 BCD 段运动时的速度为 $v = 2 \text{ m/s}$, 在 BCD 段运动的时间为 $t_3 = \frac{\pi r_1 + \pi r_2}{v} = \frac{7\pi}{2} \text{ s}$, AB 段从最大速度 v_m 减速到 v 的时间 $t_1 = \frac{v_m - v}{a_1} = \frac{4-2}{2} \text{ s} = 1 \text{ s}$, 位移 $x_2 = \frac{v_m^2 - v^2}{2a_1} = 3 \text{ m}$, 在

AB 段匀速运动的最长距离为 $l = 8 \text{ m} - 3 \text{ m} = 5 \text{ m}$, 则匀速运动的时间 $t_2 = \frac{l}{v_m} = \frac{5}{4} \text{ s}$, 则从 A 到 D 的最短时间为 $t = t_1 + t_2 + t_3 = \left(\frac{9}{4} + \frac{7\pi}{2} \right) \text{ s}$, 故 B 正确.

3. A 解析: 由题意可知, 当插销刚卡进固定的端盖时, 弹簧的伸长量为 $\Delta x = \frac{l}{2}$, 根据胡克定律, 有 $F = k\Delta x =$

$\frac{kl}{2}$, 插销与卷轴同轴转动, 角速度相同, 对插销, 由弹簧的弹力提供向心力, 有 $F = m\omega^2 r$, 对卷轴, 有 $v = r\omega$, 联立解得 $v = r\sqrt{\frac{k}{2m}}$, 故 A 正确.

4. A 解析: 由于在太空实验室中, 任何物体都处于完全失重状态, 所以圆周运动轨道可以处于任意平面内, A 正确; 由匀速圆周运动规律, 有 $F = mR \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2$, $T = \frac{t}{n}$, 联立解得 $m = \frac{Ft^2}{4\pi^2 n^2 R}$, B 错误; 若误将 $n-1$ 圈记作 n 圈, 则所测得的质量偏小, C 错误; 若测 R 时没有计入小球半径,

则所测得的质量偏大, D 错误.

5. BD 解析: 对小球受力分析, 设弹簧的弹力为 T , 原长为 l_0 , 劲度系数为 k , 弹簧与水平方向的夹角为 θ , 对小球, 在竖直方向, 有 $T \sin \theta = mg$, 又 $T = k \left(\frac{MP}{\cos \theta} - l_0 \right)$, 可知 θ 为定值, T 不变, 则当转速增大后, 小球的高度不变, 弹簧的弹力不变, A 错误, B 正确; 在水平方向, 当转速较小时, 杆对小球的弹力 F_N 背离转轴, 则由牛顿第二定律, 有 $T \cos \theta - F_N = m\omega^2 r$, 即 $F_N = T \cos \theta - m\omega^2 r$, 当转速较大时, F_N 指向转轴, 由牛顿第二定律, 有 $T \cos \theta + F'_N = m(\omega')^2 r$, 即 $F'_N = m(\omega')^2 r - T \cos \theta$, 则因 $\omega' > \omega$, 根据牛顿第三定律可知, 小球对杆的压力不一定变大, C 错误; 根据 $F_{\text{合}} = m\omega^2 r$, 可知因角速度变大, 则小球所受合外力变大, D 正确.

6. D 解析: 与台面相对静止的陶屑做匀速圆周运动, 静摩擦力提供向心力, 当静摩擦力为最大静摩擦力时, 根据牛顿第二定律, 有 $\mu mg = m\omega^2 r$, 解得 $r = \frac{\mu g}{\omega^2}$, 因与台面相对静止的这些陶屑的角速度相同, 可知能与台面相对静止的陶屑离转轴的距离与陶屑的质量无关, 故 A、B 错误; 离转轴最远的陶屑其受到的静摩擦力为最大静摩擦力, 由以上分析可知最大的运动半径为 $R = \frac{\mu g}{\omega^2}$, μ 与 ω 均一定, 故 R 为定值, 即陶屑只能分布在一定半径的圆内, 故 D 正确, C 错误.

7. BD 解析: 根据平抛运动的规律, 有 $h = \frac{1}{2} g t^2$, $R = vt$, 解得 $R = v \sqrt{\frac{2h}{g}}$, 可知若 $h_1 = h_2$, 则 $v_1 : v_2 = R_1 :$

R_2 , 若 $v_1 = v_2$, 则 $h_1 : h_2 = R_1^2 : R_2^2$, A 错误, B 正确; 若 $\omega_1 = \omega_2$, 则喷水嘴各转动一周的时间相同, 因 $v_1 = v_2$, 出水口的横截面积相同, 可知单位时间喷出水的质量相同, 喷水嘴各转动一周喷出的水量相同, 但因内圈上的花盆总数量较小, 可知落入每个花盆的水量较多, C 错误; 设出水口的横截面积为 S_0 , 出水速度为 v , 若 $\omega_1 = \omega_2$, 则喷水嘴各转动一周的时间相等, 因 h 相等, 则水落地的时间相等, 即 $t = \frac{R}{v}$ 相等, 在圆周上单位时间内单位长度的水

量为 $Q_0 = \frac{v \Delta t S_0}{\omega R \Delta t} = \frac{R S_0}{\omega R t} = \frac{S_0}{\omega t} = \frac{S_0}{\omega \sqrt{\frac{2h}{g}}}$ 相等, 即喷水嘴

各转动一周落入每个花盆中的水量相同, D 正确.

8. (1) 转椅做匀速圆周运动, 设此时轻绳的拉力为 T , 转椅的质量为 m , 对转椅受力分析, 可知轻绳拉力沿切线方向的分力与转椅受到雪地的滑动摩擦力平衡, 沿径向方向的分力提供转椅做圆周运动的向心力, 可得 $T \cos \alpha = m\omega_1^2 r_1$, $T \sin \alpha = \mu mg$,

联立解得 $\tan \alpha = \frac{\mu g}{\omega_1^2 r_1}$.

(2) 设此时轻绳的拉力为 T' , 沿 $A_1 B$ 和垂直 $A_1 B$ 竖直

向上的分力分别为

$$T_1 = T' \sin \theta, T_2 = T' \cos \theta,$$

对转椅,根据牛顿第二定律,有

$$T_1 \cos \beta = m\omega_2^2 r_2,$$

沿切线方向,有

$$T_1 \sin \beta = f = \mu F_N,$$

竖直方向,有

$$F_N + T_2 = mg,$$

$$\text{联立解得 } \omega_2 = \sqrt{\frac{\mu g \sin \theta \cos \beta}{(\sin \theta \sin \beta + \mu \cos \theta) r_2}}.$$

阶段温习(第五章)



1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
B	BC	C	C	A	C	D	AC	BD	C

1. B 解析:由图甲可知,无人机水平方向加速度 $a = \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = 0.75 \text{ m/s}^2$, $0 \sim 1 \text{ s}$ 内无人机的水平位移为 $x = \frac{1}{2} a t_1^2 = 0.375 \text{ m}$, $0 \sim 1 \text{ s}$ 内无人机的竖直位移为 $y =$

$v_y t_1 = 1.5 \text{ m}$, $0 \sim 1 \text{ s}$ 内无人机的位移为 $s = \sqrt{x^2 + y^2} \approx 1.55 \text{ m}$,故 A 错误;无人机的加速度一直不变,故 1 s 末无人机的加速度大小为 0.75 m/s^2 ,故 B 正确; 1 s 末无人机的水平方向速度大小为 $v_x = a t_1 = 0.75 \text{ m/s}$, 1 s 末无人机的速度大小为 $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \frac{3\sqrt{5}}{4} \text{ m/s}$,故 C 错误;

因无人机具有 x 轴正方向的加速度,故合力沿 x 轴正方向,轨迹的弯曲方向指向合力方向,无人机的运动轨迹是图乙中的抛物线 Q,故 D 错误.

2. BC 解析:图 1 中,小球与立方体在分离之前,小球在立方体上的接触点位置不断下移,实际上观察到的是小球在与立方体接触过程中做圆周运动,将小球的线速度 v_A 沿水平方向与竖直方向分解,水平方向的分速度等于立方体的速度,则有 $v_A \sin \alpha = v$,解得 $v_A = \frac{v}{\sin \alpha}$,故 A 错误,B 正确;图 2 中,立方体向右运动过程中,立方体与杆的接触位置不断发生变化,实际上观察到的是立方体接触过程中向右运动,将立方体的速度 v 沿杆与垂直于杆方向分解,垂直于杆方向的分速度等于杆上接触点做圆周运动的线速度 v_1 ,则有 $v \sin \alpha = v_1$,小球与杆上接触点做圆周运动的角速度相等,则有 $\omega = \frac{v_1}{b} = \frac{v'}{L}$,解得

$$v'_A = \frac{Lv}{b} \sin^2 \alpha, \text{故 C 正确,D 错误.}$$

3. C 解析:欲使船到达正对岸,则船的速度应斜向上指向上游,使得合速度垂直河岸,此时应有 $v_1 < v_2$,合速度大小为船到达对岸时的速度,与 v_2 的大小关系不确定,

A 错误;若 $v_1 > v_2$,合速度方向不可能垂直于河岸,即不可能垂直渡河,当合速度的方向与船的速度方向垂直时,渡河位移最短,设此时合速度的方向与河岸的夹角为 θ ,

有 $\sin \theta = \frac{v_2}{v_1}$,则渡河的最小位移 $x = \frac{d}{\sin \theta} = \frac{dv_1}{v_2}$,B 错误;

若 $v_2 > v_1$,船渡河的位移最短时,船渡河的时间为 $t = \frac{d}{\sqrt{v_2^2 - v_1^2}}$,C 正确;欲使船的渡河时间最短,则船的速度

方向垂直河岸,渡河的最短时间为 $t = \frac{d}{v_2}$,D 错误.

4. C 解析:平抛物体在竖直方向上做自由落体运动,根据 $h = \frac{1}{2} g t^2$,解得 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$,由于甲、乙两排污管离水面的高度之比为 $4:1$,则甲、乙两管中的污水排出后,在空中的运动时间之比为 $2:1$,A 错误;平抛运动在水平方向

向上做匀速直线运动,根据 $x = v_0 t$,解得 $v_0 = x \sqrt{\frac{g}{2h}}$,由

于排污管离水面的高度之比为 $4:1$,落点 A 和 B 离排污口的水平距离之比为 $3:4$,则可得水平速度之比为 $3:8$,B 错误;由于流量指单位时间内排出的污水体积,甲、

乙两根排污管相同,设其横截面积为 S ,则 $Q = \frac{S v_0 \Delta t}{\Delta t} =$

$S v_0$,可知流量之比等于初速度之比,结合上述可知甲、乙两管的流量 Q_1 、 Q_2 之比为 $3:8$,C 正确;在空中的污水体积 $V = Q t$,由于 $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$,解得 $V = Q \sqrt{\frac{2h}{g}}$,结合上述分析可知,排污稳定时,甲、乙两管在空中的污水体积之比为 $3:4$,D 错误.

5. A 解析:小物块到达斜面之前做平抛运动,水平方向为匀速直线运动,有 $x = v_0 t$, $v_x = v_0$,竖直方向为自由落体运动,有 $y = \frac{1}{2} g t^2$, $v_y = g t$,物块落到斜面之后,受到

重力和支持力作用,合力沿斜面向下,设斜面倾角为 α ,根据牛顿第二定律可知 $a = g \sin \alpha$,根据平行四边形定则,将加速度分解为水平方向和竖直方向,有 $a_x = g \sin \alpha \cdot \cos \alpha$, $a_y = g \sin \alpha \cdot \sin \alpha$,水平方向做匀加速直线运动,竖直方向继续做匀加速直线运动,位移—时间图像的切线斜率表示速度,水平速度先是不变,后逐渐变大,A 正确;水平速度先不变,后逐渐变大,所以速度—时间图像先是平行于时间轴,后是向上倾斜的直线,B 错误;位移—时间图像的切线斜率表示速度,竖直方向的速度一直增大,所以斜率一直变大,C 错误;竖直方向的加速度先是 g ,后小于 g ,速度—时间图像的切线斜率表示加速度,后一阶段的斜率应小于前一阶段的斜率,D 错误.

6. C 解析:经过时间 t ,则有 $\angle OAB = \omega t$,AM 的长度为 $L_{AM} = \frac{h}{\cos \omega t}$,则 AB 杆上的 M 点绕 A 点转动的线速度为 $v = \frac{\omega h}{\cos \omega t}$,将小环 M 的速度沿 AB 杆方向和垂直于 AB

杆方向分解,垂直于AB杆上分速度等于M点绕A点的线速度,则小环M的速度大小为 $v' = \frac{v}{\cos \omega t}$,联立解得 $v' = \frac{\omega h}{\cos^2 \omega t}$,可知随着时间的增加,小环M向C端运动的速度增大,所以小环做加速运动,故C正确。

7. D 解析:由矢量合成法则可知,该吉祥物水平抛出时的初速度 $v_0 = \sqrt{u^2 + v^2}$,A错误;经过时间 t ,该吉祥物下落的高度 $h = \frac{1}{2}gt^2$,由于队员乙是在空中接住该吉祥物的,该吉祥物下落的高度并非其抛出时距离船板的高度,B错误;经过时间 t ,对于停留在岸边的观察者来说,该吉祥物的水平射程为 $x = t\sqrt{u^2 + v^2}$,D正确,C错误。

8. AC 解析:运动员落在斜坡上时位移偏向角 θ 的正切值与速度偏向角 α 的正切值满足的关系为 $\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{\frac{1}{2}gt^2}{vt} = \frac{gt}{2v} = \frac{v_y}{2v} = \frac{1}{2}\tan \alpha$,所以运动员落在斜坡上的瞬时速度方向仅与倾角 θ 有关,与初速度大小无关,若运动员的初速度变小,运动员落在斜坡上的瞬时速度方向与水平方向的夹角不变,且根据三角函数知识可知 $\alpha \neq 2\theta$,C正确,D错误;运动员在空中运动的时间为 $t = \frac{2v \tan \theta}{g}$,若初速度 v 增大1倍,则运动员在空中运动的时间增大1倍,A正确;运动员在a处的速度在垂直于斜坡方向上的分量为 $v_1 = v \sin \theta$,运动员做平抛运动时,重力加速度在垂直于斜坡方向上的分量为 $g_1 = g \cos \theta$,运动员在垂直于斜坡方向上做类竖直上抛运动,所以运动员在空中离坡面的最大距离为 $s = \frac{v_1^2}{2g_1} = \frac{v^2 \sin^2 \theta}{2g \cos \theta}$,若初速度 v 增大1倍,则运动员在空中离坡面的最大距离增大3倍,B错误。

9. BD 解析:设撞向A点的速度大小为 v_1 ,从A点反弹的速度大小为 v_2 ,从O点运动到A点逆向看成从A点运动到O点,将小球在空中的运动分解为垂直斜面 and 沿斜面的两个分运动,垂直斜面方向上有 $t_1 = \frac{2v_1}{g \cos \theta}$,沿斜面方向有 $x_1 = \frac{1}{2}g \sin \theta \cdot t_1^2 = \frac{2h}{\sin \theta}$,同理,小球从A点运动到B点过程,垂直斜面方向上有 $t_2 = \frac{2v_2}{g \cos \theta}$,沿斜面方向有 $x_2 = \frac{1}{2}g \sin \theta \cdot t_2^2 = \frac{h}{\sin \theta}$,联立解得 $t_1 = \sqrt{2}t_2$,小球由O点运动到A点和由A点运动到B点的时间之比为 $t_1 : t_2 = \sqrt{2} : 1$,小球撞向A点的速度与从A点反弹的速度之比为 $v_1 : v_2 = t_1 : t_2 = \sqrt{2} : 1$,故B、D正确。

10. C 解析:因为表演者从右边斜坡顶点沿斜面方向滑出,则在水平方向和竖直方向上的分速度为 $v_x = v_y = 10 \text{ m/s}$,表演者将做斜抛运动,根据斜抛运动的对称性,

当表演者下落到与斜坡顶点等高时,速度方向与左边斜坡的斜面平行,此时距左边斜坡的斜面最远,在竖直方向上,可得运动时间为 $t = \frac{2v_y}{g} = 2 \text{ s}$,在水平方向上的位移为 $x = v_x t = 20 \text{ m}$,则表演者距左边斜坡的斜面的最远距离为 $s_m = (x - 15 \text{ m}) \cdot \sin 45^\circ = \frac{5}{2}\sqrt{2} \text{ m}$,故A错误,C正确;表演者下落到与左边斜坡顶点等高时,速度方向沿斜面向下,继续下落到斜坡的斜面上时,速度方向改变,故B错误;表演者上升到最高点时,在竖直方向上,有 $h_1 = \frac{v_y^2}{2g} = 5 \text{ m}$,在水平方向,有 $x_1 = v_x \cdot \frac{t}{2} = 10 \text{ m}$,设下降的高度为 h_2 ,则 $h_2 = \frac{1}{2}gt_2^2$, $x_2 = v_x t_2$, $\frac{h_2 - h_1}{x_2 - (15 \text{ m} - x_1)} = \tan 45^\circ$,联立解得 $h_2 = 20 \text{ m}$,所以表演者上升和下降的高度之比为 $\frac{h_1}{h_2} = \frac{5 \text{ m}}{20 \text{ m}} = \frac{1}{4}$,故D错误。

11. (1) 对小球分析,根据牛顿第二定律有

$$mg \tan \theta = ma,$$

$$\text{解得 } a = 7.5 \text{ m/s}^2,$$

对整体分析,根据牛顿第二定律有

$$F - \mu Mg = Ma,$$

$$\text{解得 } F = 51 \text{ N}.$$

(2) ①根据速度—位移公式有 $v_0^2 = 2aL$,碰到挡板后,小球做平抛运动,根据速度的合成有 $v = \sqrt{v_0^2 + (gt)^2}$,水平方向有 $\frac{h}{\tan \theta} + x_{AB} = v_0 t$,

$$\text{联立解得 } v = \sqrt{15L + \frac{15}{4L}} \text{ (m/s)},$$

易知当 $15L = \frac{15}{4L}$,即 $L = 0.5 \text{ m}$ 时 v 有最小值,

$$\text{解得 } v_0 = \sqrt{7.5} \text{ m/s}, v_{\min} = \sqrt{15} \text{ m/s},$$

假设当P恰落到B点,有 $t_0 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0.3 \text{ s}$, $v_{0B} =$

$$\frac{h}{\tan \theta} + x_{AB} \\ t = 2.5 \text{ m/s} < \sqrt{7.5} \text{ m/s},$$

上述最小值可以取到,故 $v_{\min} = \sqrt{15} \text{ m/s}$;

$$\text{②当P恰落到A点时有 } v_{0A} = \frac{h}{\tan \theta} = 2 \text{ m/s},$$

当 $0 < v_0 \leq 2 \text{ m/s}$,即 $0 < L \leq \frac{4}{15} \text{ m}$ 时,

$$\frac{\frac{1}{2}gt^2}{v_0 t} = \tan \theta,$$

$$\text{解得 } t = \frac{3}{20}\sqrt{15L} \text{ s};$$

当 $2 \text{ m/s} < v_0 \leq 2.5 \text{ m/s}$,即 $\frac{4}{15} \text{ m} < L \leq \frac{5}{12} \text{ m}$ 时

$$\text{解得 } t = 0.3 \text{ s},$$

当 $v_0 > 2.5 \text{ m/s}$,

$$\text{即 } L > \frac{5}{12} \text{ m 时, 有 } t = \frac{\frac{h}{\tan \theta} + x_{AB}}{v_0} = \frac{3}{4\sqrt{15}L} (\text{s}).$$

第七章 万有引力与宇宙航行

第一节 行星的运动

题组 14 开普勒行星运动定律的应用

· 答 · 案 · 速 · 查 ·

1	2	3	4	5	6	7
C	BD	C	A	C	AB	D

1. C 解析: 对任意一个行星来说, 它与太阳的连线在相等时间内扫过的面积相等, 行星运动过程中在近日点的速率最大, 在远日点的速率最小, A 错误; 所有的行星围绕太阳运动的轨道都是椭圆, 所以行星运动的方向总是沿椭圆轨道的切线方向, 行星运动的方向与它和太阳连线不一定垂直, B、D 错误; 开普勒第三定律 $\frac{a^3}{T^2} = k$, k 只与中心天体有关, 所以月亮围绕地球运动的 k 值与人造卫星围绕地球运动的 k 值相同, C 正确.

规律总结 开普勒行星运动定律的三点说明

- (1) 行星绕太阳的运动通常按圆轨道处理.
- (2) 开普勒行星运动定律也适用于其他天体, 例如月球、卫星绕地球的运动.
- (3) 开普勒第三定律 $\frac{a^3}{T^2} = k$ 中, k 值只与中心天体的质量有关, 不同中心天体的 k 值一般不同.

2. BD 解析: 地球自西向东自转, 故飞船先经过 B 点再经过 A 点, A 错误; 由题图可知, 投影点并不在赤道上, 可知飞船的轨道平面与赤道平面不平行, B 正确; 地球转

过 $\frac{\pi}{8}$ 角度的时间为 $t = \frac{\pi}{2\pi} T = 1.5 \text{ h}$, 即飞船绕地球一圈, 地球自转 1.5 h , 可知飞船的运行周期约为 $T' = 1.5 \text{ h}$, C 错误; 根据开普勒第三定律, 有 $\frac{r^3}{(T')^2} = \frac{(R')^3}{T^2}$, 解得 $r =$

$$R' \cdot \sqrt[3]{\frac{(T')^2}{T^2}} = 6.6R \cdot \sqrt[3]{\frac{1.5^2}{24^2}} \approx 1.04R, \text{ D 正确.}$$

3. C 解析: 根据题意, OP、OA 及 PA 段曲线所围成的面积占整个椭圆面积的 $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{k}\right) = \frac{k-2}{2k}$, 设卫星沿顺时针方向从 P 点运动到 A 点的时间为 t_1 , 从 A 点运动到 Q 点的时间为 t_2 , 根据开普勒第二定律可知 $\frac{t_1}{t_2} = \frac{k-2}{2}$, 由于 PA 曲线和 AQ 曲线长度相等, 则卫星沿顺时针方向从 P 点运动到 A 点的平均速率和从 A 点运动到 Q 点的

平均速率之比为 $\frac{v_1}{v_2} = \frac{t_2}{t_1} = \frac{2}{k-2}$, C 正确.

4. A 解析: 设地球半径为 R_0 , 近地圆轨道周期为 T_0 , 200 km 轨道可近似为近地轨道, 半长轴为地球半径, 根据开普勒第三定律, 可得 $\frac{R_0^3}{T_0^2} = \frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{T_2^2}$, 解得“4 h 椭圆停泊轨道”半长轴为 $a_1 \approx 1.9R_0$, “12 h 大椭圆轨道”半长轴为 $a_2 = 4R_0$, 所以“4 h 椭圆停泊轨道”的远地点到地面距离为 $h_1 = 2a_1 - 2R_0 \approx 1.8R_0$, “12 h 大椭圆轨道”的远地点到地面距离为 $h_2 = 2a_2 - 2R_0 = 6R_0$, 则有 $h_1 : h_2 \approx 1 : 3$, 故 A 正确.

5. C 解析: 设水星的运动半径为 R_1 , 周期为 T_1 , 地球的运动半径为 R_2 , 周期为 T_2 , 根据开普勒第三定律, 有 $\frac{R_1^3}{T_1^2} = \frac{R_2^3}{T_2^2}$, 又 $\frac{T_1}{T_2} = \frac{1}{k}$, 由几何关系可知, 当水星和 FAST 连线与水星的运行轨道相切时, $\sin \theta$ 取得最大值, 则 $\sin \theta$ 的最大值为 $\sin \theta = \frac{R_1}{R_2} = \sqrt[3]{\frac{1}{k^2}}$, 故 C 正确.

6. AB 解析: $0 \sim t_0$, A、B 卫星转过的角度关系为 $\frac{2\pi}{T_A} t_0 - \frac{2\pi}{T_B} t_0 = 2\pi$, 又 $T_A = \frac{7}{8} t_0$, 解得 $T_B = 7t_0$, 故 A 正确; 根据开普勒第三定律有 $\frac{r_A^3}{T_A^2} = \frac{r_B^3}{T_B^2}$, 可得 $\frac{r_A}{r_B} = \frac{1}{4}$, 故 B 正确; 根据向心加速度 $a = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r$, 可得 $\frac{a_A}{a_B} = \frac{16}{1}$, 故 C 错误; 根据 $v = \frac{2\pi r}{T}$, 可得 $\frac{v_A}{v_B} = \frac{2}{1}$, 根据扇形面积公式 $S = \frac{1}{2} l r = \frac{1}{2} v r \Delta t$, A、B 两颗卫星的轨道半径在单位时间内扫过的面积之比 $\frac{S_A}{S_B} = \frac{1}{2}$, 故 D 错误.

7. D 解析: 设“天关”卫星周期为 T_0 , 则它运动到地球另一侧经过的时间 $\Delta t = mT_0 + \frac{T_0}{2} = (2m+1)\frac{T_0}{2}$, $m=0, 1, 2, \dots$, 设高轨卫星周期为 T , “天关”卫星再次从其下方经过时, 经过的时间 $\Delta t' = nT + \frac{T}{2} = (2n+1)\frac{T}{2}$, $n=0, 1, 2, \dots$, 由于“天关”卫星轨道更低, 周期更短, 则 $T > T_0$, 它再从高轨卫星下方经过时, 满足 $\Delta t = \Delta t'$, 即 $(2m+1)\frac{T_0}{2} = (2n+1)\frac{T}{2}$, $m > n$, 设高轨卫星的轨道半径为 r , 由开普勒第三定律, 则 $r = \sqrt[3]{\left(\frac{T}{T_0}\right)^2} \cdot r_0 = \sqrt[3]{\left(\frac{2m+1}{2n+1}\right)^2} \cdot r_0$, 其中 m, n 取整且 $m > n$, D 正确.



巅峰挑战

8. C 解析: 由题图可知, “嫦娥”六号绕月球运行的周期 $T = 14\Delta t$, 由开普勒第二定律可知, “嫦娥”六号与椭圆的焦点 O 的连线在相等的时间内扫过的面积相等, 设经过

时间 t , “嫦娥”六号与椭圆的焦点 O 的连线扫过的面积为 S , 则 $S \propto t$, 设“嫦娥”六号从 A 运动到 C 过程所用最短时间为 t_1 , “嫦娥”六号与椭圆的焦点 O 的连线扫过的面积为 S_1 , 则 $\frac{S_1}{S_{\text{椭圆}}} = \frac{t_1}{T}$, 其中 $S_1 = \frac{1}{4} S_{\text{椭圆}} - S_{\triangle OEC}$, 根据数学知识可知 $OE = c = \sqrt{a^2 - b^2}$, $S_{\triangle OEC} = \frac{1}{2} bc$, 又 $S_{\text{椭圆}} = \pi ab$, $a = \sqrt{2} b$, 联立求得 $t_1 = \left(\frac{7}{2} - \frac{7\sqrt{2}}{2\pi} \right) \Delta t$, 故 C 正确。

第二节 万有引力定律

题组 15 万有引力的计算



1	2	3	4	5	6
D	A	B	A	A	BD

1. D 解析: 海水在 A 处时, 设海水的质量为 m , 到月球的距离为 r , 月球的质量为 M , 地球半径为 R , 则月球和太阳对海水的万有引力分别为 $F_{\text{月}A} = G \frac{Mm}{r^2}$, $F_{\text{太}A} = G \frac{m_{\text{太}} m}{(r_{\text{太}} + 2R)^2} = G \frac{2.7 \times 10^7 Mm}{(390r + 2R)^2} \approx \frac{3 \times 10^4}{169} G \frac{Mm}{r^2}$, 所以 $F_{\text{太}A} > F_{\text{月}A}$, 故 A 错误; 海水在 B 处时, 月球和太阳对海水的万有引力分别为 $F_{\text{月}B} = G \frac{Mm}{(r + 2R)^2} \approx G \frac{Mm}{r^2}$, $F_{\text{太}B} = G \frac{m_{\text{太}} m}{r_{\text{太}}^2} = G \frac{2.7 \times 10^7 Mm}{(390r)^2} = \frac{3 \times 10^4}{169} G \frac{Mm}{r^2}$, 所以 $F_{\text{太}B} > F_{\text{月}B}$, 故 B 错误; 根据 $F_{\text{月}} = G \frac{Mm}{r^2}$, 可知海水在 A 点比 B 点距离月球更近, 则万有引力大, 故 C 错误; 海水在 A 处与在 B 处所受的太阳的引力近似不变, 在 A 处受到的月球的引力大, 所以太阳和月球引力的合力较小, 即同一质量的海水在 A 点受到太阳和月球引力的合力比 B 处小, 故 D 正确。

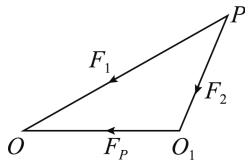
2. A 解析: 设月球质量为 $M_{\text{月}}$, 地球质量为 M , 苹果质量为 m , 地球半径为 r , 则月球受到的万有引力为 $F_{\text{月}} = \frac{GMM_{\text{月}}}{(60r)^2}$, 苹果受到的万有引力为 $F = \frac{GMm}{r^2}$, 由于月球质量和苹果质量之间的关系未知, 故二者之间万有引力的关系无法确定, B 错误; 根据牛顿第二定律, 有 $\frac{GMM_{\text{月}}}{(60r)^2} = M_{\text{月}} a_{\text{月}}$, $\frac{GMm}{r^2} = ma$, 整理可以得到 $a_{\text{月}} = \frac{1}{60^2} a$, A 正确; 在地球表面处有 $G \frac{Mm'}{r_{\text{地}}^2} = m' g_{\text{地}}$, 在月球表面处有 $G \frac{M_{\text{月}} m'}{r_{\text{月}}^2} = m' g_{\text{月}}$, 由于地球、月球本身的半径大小、质量大小关系未知, 故无法求出月球表面和地球表面重力加速度的关系, C 错误; 由上述分析可知, 无法求出月球表

面和地球表面重力加速度的关系, 故无法求出苹果在月球表面受到的引力与其在地球表面受到的引力之间的关系, D 错误。

3. B 解析: 在质量为 M 且均匀分布的半径为 R 的球内挖去半径为 $r = \frac{1}{4} R$ 的球, 根据质量与体积的关系可知被挖去部分的质量为 $M' = \frac{r^3}{R^3} M = \frac{M}{64}$, 故 D 正确; 未挖去空腔的球体对 A 的万有引力为 $F = \frac{GMm}{(2R)^2} = \frac{GMm}{4R^2}$, 挖去的球体对 A 的万有引力为 $F' = \frac{GM'm}{\left(\frac{R}{2} + R\right)^2} = \frac{GMm}{144R^2}$, 剩余

部分对 A 的万有引力为 $F'' = F - F' = \frac{35GMm}{144R^2}$, 方向在 OA 连线上, 故 A 正确, B 错误; 在空腔中任取一点 P , 令 $OP = r_1$, $O_1P = r_2$, 则 P 点受到的引力如图所示, 即合力

为 $\vec{F}_P = \vec{F}_1 - \vec{F}_2$, 其中 $F_1 = \frac{G\rho \cdot \frac{4}{3}\pi r_1^3 m}{r_1^2} = G\rho \cdot \frac{4}{3}\pi r_1 m$, $F_2 = \frac{G\rho \cdot \frac{4}{3}\pi r_2^3 m}{r_2^2} = G\rho \cdot \frac{4}{3}\pi r_2 m$, 可得 $F_P = Gm\rho \cdot \frac{4}{3}\pi r_{O_1O}$, 可知小球在空腔内的任何位置受到剩余部分对它的万有引力是相同的, 故 C 正确。



规律总结 割补法适用的条件

- (1) 形状的要求: 大球内挖掉小球, 其他形状的物体的情境不可用此法。
- (2) 质量分布的要求: 残缺球的质量分布要均匀。
- (3) 三心的位置关系: 大球球心、小球球心、第三个球的球心(或质点), 若三心共线, 则三力共线, 遵循代数运算法则; 若三心不共线, 则三力不共线, 遵循矢量运算法则。

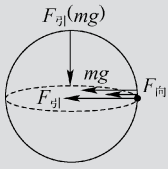
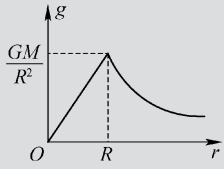
4. A 解析: 设南极处的重力加速度为 g_0 , 小球落回手中的时间为 t_0 , 赤道处的重力加速度为 g , 地球半径为 R , 小球落回手中的时间为 t , 由小球竖直上抛到达最高点得 $v_0 = g \cdot \frac{t}{2}$, 所以 $\frac{g_0}{g} = \frac{t}{t_0} = \frac{1}{k}$, 在赤道, 由万有引力提供重力, 有 $\frac{GMm}{R^2} = mg_0$, 在赤道, 由万有引力提供小球的重力和小球随地球自转的向心力, 有 $\frac{GMm}{R^2} = mg + m\omega^2 R$, 又 $\rho = \frac{M}{V}$, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$, 联立解得 $\omega = 2\sqrt{\frac{(1-k)\pi G\rho}{3}}$, 故 A 正确。

规律总结 万有引力与重力的关系可分为:

1. 天上(空中):万有引力与重力无区别;
2. 人间(在地球上):重力只是万有引力的一个分力(注意分析两极—重力与万有引力相同、赤道—重力与地球对物体的支持力大小相等);
3. 地下:利用均匀球壳对球壳内任意质点的引力为零处理即要求质点在地球下某点的引力,只要以该点到地心的距离为球心的球表面处的引力.

5. A 解析:设地球的密度为 ρ , 当 $x \geq R$ 时, 地球可被看成位于球心处的质点, 则由万有引力定律, 有 $\frac{GMm}{x^2} = mg$, 由于地球的质量为 $M = \frac{4}{3}\pi\rho R^3$, 所以重力加速度为 $g = \frac{4\pi GR^3\rho}{3x^2}$, 根据题意可知, 质量分布均匀的球壳对壳内物体的引力为 0, 故在深度为 $R-x$ 的位置, 受到地球的万有引力即为半径等于 x 的球体在其表面产生的万有引力, 则 $g' = \frac{GM'}{x^2} = \frac{G\rho \cdot \frac{4}{3}\pi x^3}{x^2} = \frac{4\pi Gx\rho}{3}$, 当 $x < R$ 时, g 与 x 成正比, 当 $x \geq R$ 时, g 与 x 的平方成反比, 故 A 正确.

规律总结 不同位置处重力加速度的比较

地面	地下	天上
		
两极(或不计自转) 赤道	$g = \frac{GM}{R^2}$ $\frac{GM}{R^3}(R-h)$	$g = \frac{GM}{r^2}$ $\frac{GM}{(R+h)^2}$

6. BD 解析:列车在隧道中 A 点受到地球指向地心的万有引力与垂直于隧道向上的支持力, 如图所示, 则有 $F_{\text{合}} = G \frac{Mm}{R^2} \sin \theta$, $G \frac{Mm}{R^2} = mg$, $\sin \theta = \frac{\sqrt{R^2-h^2}}{R}$, 解得 $F_{\text{合}} = mg \frac{\sqrt{R^2-h^2}}{R} = \frac{1}{2}mg$, A 错误; 由于质量均匀分布的球壳对球内物体引力为 0, 则在 P 点有 $G \frac{M_p m}{(\sqrt{x^2+h^2})^2} = mg_P$, 由于质量均匀分布, 则有 $\frac{M_p}{\frac{4}{3}\pi(\sqrt{x^2+h^2})^3} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3}$, 解得 $g_P = \frac{\sqrt{x^2+h^2}}{R}g < g$, B 正确; 令 $\angle POO' = \alpha$, 列车在 P 点时有 $G \frac{M_p m}{(\sqrt{x^2+h^2})^2} \sin \alpha =$

ma , $\sin \alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2+h^2}}$, 解得 $a = \frac{x}{R}g$, C 错误, D 正确.



巅峰挑战

7. (1) 根据“填补法”, 若将挖去的小孔补上, 则在球壳中心 O 处的物体受球壳的引力为 0, 则挖去小孔后剩余部分对物体的引力与挖去的部分对物体的引力等大反向, 而挖去部分的质量为

$$m_0 = \pi r^2 \sigma_0,$$

根据万有引力定律, 可得球壳对位于球心 O 处的质量为 m 的物体的万有引力为

$$F = G \frac{mm_0}{R^2} = G \frac{\pi r^2 \sigma_0 m}{R^2}.$$

(2) ①如果将近地表的球形空腔填满密度为 ρ 的岩石, 则该地区重力加速度便回到正常值, 填充后的球形区域产生的附加引力为

$$\frac{GMm}{r^2} = m\Delta g,$$

式中的 m 是 Q 点的质量, M 是填充后球形区域的质量, $M = \rho V$, r 是球形空腔中心 O 至 Q 点的距离, 则 $r = \sqrt{d^2+x^2}$, Δg 在数值上等于由球形空腔所引起的 Q 点处重力加速度改变的大小. 由上述分析可知 x 值越小, 则 Δg 越大, 故反常的最大值出现在 P 点.

②Q 点处重力加速度改变的方向沿 OQ 方向, 重力加速度反常 $\Delta g'$ 是这一改变在竖直方向上的投影, 有

$$\Delta g' = \frac{d}{r} \Delta g,$$

$$\text{联立解得 } \Delta g' = \frac{G\rho Vd}{(d^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

第三节 万有引力理论的成就

题组 16 天体质量与密度 环绕问题



1	2	3	4	5	6	7
A	C	C	D	C	D	BC

1. A 解析:对于近地卫星, 由万有引力提供向心力, 而轨道半径为地球半径, 有 $G \frac{Mm}{R^2} = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 R$, 而地球的质量为 $M = \rho_{\text{地}} \cdot \frac{4}{3}\pi R^3$, 联立可得 $\rho_{\text{地}} = \frac{3\pi}{GT^2}$, 同理可得对月球的近地卫星, 也满足 $\rho_{\text{月}} = \frac{3\pi}{GT_1^2}$, 已知地球的密度 $\rho_{\text{地}}$, 月球的密度 $\rho_{\text{月}}$, 近地卫星的周期 T , 联立可求出近月卫星的周期 T_1 , 故 A 正确, B、C、D 错误.

2. C 解析:对行星有 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$, 整理有 $T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}$, 由于行星 B 的轨道半径大于行星 A 的轨道半

径,所以行星 B 的周期大于行星 A 的周期,即周期大于 4.617 0 d,故 A 错误;对行星有 $G \frac{Mm}{r^2} = ma$,整理有 $a = \frac{GM}{r^2}$,由于行星 C 的轨道半径大于行星 A 的轨道半径,所以行星 C 的加速度大小小于行星 A 的加速度大小,故 B 错误;对行星 A 有 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$,整理有 $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$,由于行星 A 的轨道半径、引力常量 G 以及周期已知,所以仙女座厄普西仑星的质量可求,故 C 正确;仙女座厄普西仑星的密度 $\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3\pi r^3}{GT^2 R^3}$,由于仙女座厄普西仑星的半径未知,所以其密度无法求出,故 D 错误。

3. C 解析: 根据星体受到的万有引力提供向心力,有 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$,可得 $M = \frac{v^2 r}{G}$, A、B 错误;该黑洞的密度为 $\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3M}{4\pi R^3}$,根据题意 $\frac{M}{R} = \frac{c^2}{2G}$,又 $M = \frac{v^2 r}{G}$,

联立解得 $\rho = \frac{3c^6}{32\pi G v^4 r^2}$, C 正确, D 错误。

规律方法 中心天体质量和密度常用的估算方法

1. 利用天体表面的重力加速度 g 和天体半径 R 进行估算

(1) 由 $G \frac{Mm}{R^2} = mg$ 得天体质量 $M = \frac{gR^2}{G}$ 。

(2) 天体密度 $\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3g}{4\pi GR}$ 。

(3) $GM = gR^2$ 称为“黄金代换”公式。

2. 利用卫星绕天体做匀速圆周运动的周期 T 和半径 r 进行估算

(1) 由 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$ 得天体的质量 $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$ 。

(2) 若已知天体的半径 R ,则天体的密度 $\rho = \frac{M}{V} = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3\pi r^3}{GT^2 R^3}$ 。

(3) 卫星绕天体表面运行时,可认为轨道半径 r 等于天体半径 R ,则天体密度 $\rho = \frac{3\pi}{GT^2}$,可见,只要测出卫星环绕天体表面运动的周期 T ,就可估算出中心天体的密度。

4. D 解析: 小球以某一初速度竖直向上抛出,测得小球相邻两次经过抛出点上方 h 处的时间间隔为 t ,由运动学规律可得 $\frac{v_0^2}{2g} - h = \frac{1}{2} g \left(\frac{t}{2}\right)^2$,解得 $t^2 = -\frac{8}{g} h + \frac{4v_0^2}{g^2}$,结合题图可知 $-\frac{8}{g} = -\frac{a}{b}$,解得 $g = \frac{8b}{a}$,由 $G \frac{Mm}{R^2} = mg$,知 $M = \frac{8bR^2}{Ga}$, D 正确。

5. C 解析: 木卫二围绕的中心天体是木星,月球围绕的

中心天体是地球,根据题意无法求出周期 T 与 T_0 之比,故 A 错误;根据题意可得,木卫二的轨道半径为 $r_2 = nr$,根据万有引力提供向心力 $G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} R$,可得 $R =$

$\sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$,木卫一、木卫二、木卫三做圆周运动的周期之比为 $1:2:4$,可得 $r_1:r_2:r_3 = 1:\sqrt[3]{4}:\sqrt[3]{16}$,木卫一的轨道半径为 $r_1 = \frac{nr}{\sqrt[3]{4}}$,故 B 错误;对木卫二和月球,根据

万有引力提供向心力分别有 $G \frac{M_{\text{木}} m}{(nr)^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} nr$,

$G \frac{M_{\text{地}} m}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T_0^2} r$,联立可得地球质量与木星质量之比

为 $\frac{M_{\text{地}}}{M_{\text{木}}} = \frac{T^2}{n^3 T_0^2}$,故 C 正确;木卫一与木卫三的向心力分别

为 $F_1 = G \frac{M_{\text{木}} m_1}{r_1^2}$, $F_3 = G \frac{M_{\text{木}} m_3}{r_3^2}$,由于不知道木卫一与木卫三的质量关系,故无法比较木卫一与木卫三的向心力的关系,故 D 错误。

6. D 解析: 探测器进入椭圆形火星停泊轨道时半长轴 $a = \frac{2R+2h}{2} = R+h$,假设某飞船沿圆轨道绕火星飞行,

周期也为 T ,根据开普勒第三定律知 $\frac{a^3}{T^2} = k$ (k 为常量),

飞船绕火星飞行的半径为 $R+h$,故 B 错误;设火星质量为 M ,飞船和“天问一号”探测器的质量为 m ,由万有引力提供向心力,有 $\frac{GMm}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$,解得 $M =$

$\frac{4\pi^2 (R+h)^3}{GT^2}$,而 m 无法求出,故 A、C 错误;将火星看作

质量分布均匀的球体,有 $M = \rho V$, $V = \frac{4}{3}\pi R^3$,联立解得

$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3\pi}{GT^2} \left(1 + \frac{h}{R}\right)^3$,故 D 正确。

7. BC 解析: 若发光带是该行星的组成部分,则其角速度与行星自转角速度相同,应有 $v = r\omega$, v 与 r 应成正比,与题图乙不符,因此发光带不是该行星的组成部分, A 错误;设发光带是环绕该行星的卫星群,由万有引力提供向

心力,则有 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$,得该行星的质量为 $M = \frac{v^2 r}{G}$,

又 $v^2 - \frac{1}{r}$ 图像的斜率为 $k = \frac{v^2}{r} = v^2 r$,联立解得 $M = \frac{k}{G}$, B

正确;当 $r = R$ 时,有 $mg = m \frac{v_0^2}{R}$,得行星表面的重力加速

度为 $g = \frac{v_0^2}{R} = \frac{v_0^2 R}{R^2} = \frac{k}{R^2}$, C 正确;该行星的平均密度为

$\rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{3k}{4\pi GR^3}$, D 错误。

8. (1) 根据万有引力提供向心力,有

$$G \frac{Mm}{R^2} = m\omega^2 R,$$

$$\text{又 } \rho = \frac{M}{\frac{4}{3}\pi R^3},$$

$$\text{可得月球的密度 } \rho = \frac{3\omega^2}{4\pi G}.$$

在 A 点时的竖直分速度为

$$v_{Ay} = v \tan 37^\circ = \frac{3}{4}v,$$

在 C 点时的竖直分速度为

$$v_{Cy} = v \tan 53^\circ = \frac{4}{3}v,$$

取竖直向上为正,则从 A 点到 C 点由运动学公式,有

$$-v_{Cy} = v_{Ay} - gt,$$

$$\text{解得 } g = \frac{25v}{12t}.$$

(2) 在月球表面,万有引力近似等于重力,有

$$G \frac{Mm}{R^2} = mg = m\omega^2 R,$$

$$\text{可得 } R = \frac{g}{\omega^2},$$

宇宙飞船绕月球表面做匀速圆周运动的线速度为

$$v_0 = \omega R = \frac{g}{\omega} = \frac{25v}{12\omega t},$$

$$\text{则月球的质量 } M = \rho \cdot \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{g^3}{G\omega^4} = \frac{15\,625v^3}{1\,728Gt^3\omega^4}.$$

巅峰挑战

9. A 解析:卫星一、卫星二轨道的半长轴分别为 $a_1 =$

$$\frac{2R+h_1}{2}, a_2 = \frac{2R+h_2}{2}, \text{由开普勒第三定律得 } \frac{T_1}{T_2} = \sqrt{\frac{a_1^3}{a_2^3}} =$$

$$k, \text{整理得 } R = \frac{h_1 - k^{\frac{2}{3}}h_2}{2(k^{\frac{2}{3}} - 1)}, \text{星球表面的重力加速度为 } g_c,$$

根据万有引力提供重力得 $G \frac{Mm}{R^2} = mg_c$, 星球质量的表

$$\text{达式为 } M = \frac{4\pi}{3}\rho R^3, \text{联立解得 } \rho = \frac{3g_c}{4\pi GR} =$$

$$\frac{3g_c(1-k^{\frac{2}{3}})}{2\pi G(h_2k^{\frac{2}{3}}-h_1)}, \text{故 A 正确.}$$

题组 17 双星与多星问题

答案速查

1	2	3	4	5
D	BC	B	B	AD

1. D 解析:设两星球的距离为 L , 做圆周运动的半径分别为 r_A 和 r_B , 根据向心力公式, 有 $G \frac{m_A m_B}{L^2} = m_A \omega^2 r_A$,

$$G \frac{m_A m_B}{L^2} = m_B \omega^2 r_B, \text{可得 } \frac{r_A}{r_B} = \frac{m_B}{m_A}, \text{可知质量越大, 轨道半}$$

径越小, 由于 $m_A < m_B$, 所以 $r_A > r_B$, 所以距离 O 点远的是星球 A, A 错误; 根据 $v = \omega r$, 可知半径越大, 线速度越

大, 所以 $v_A > v_B$, B 错误; 根据向心力公式, 有 $G \frac{m_A m_B}{L^2} =$

$$m_A \omega^2 r_A, G \frac{m_A m_B}{L^2} = m_B \omega^2 r_B, r_A + r_B = L, \text{联立可得 } \omega =$$

$$\sqrt{G \frac{(m_A + m_B)}{L^3}}, \text{可知若双星之间的距离增大, 转动稳定}$$

后, 双星匀速转动的角速度均变小, C 错误; 根据 $\omega = \frac{2\pi}{T}$,

$$\text{及 } \omega = \sqrt{G \frac{(m_A + m_B)}{L^3}}, \text{可得 } \frac{L^3}{T^2} = G \frac{(m_A + m_B)}{4\pi^2}, \text{可知星}$$

球 A 和星球 B 中心距离的三次方与星球 A 转动周期的二次方的比值是定值, D 正确.

2. BC 解析: 根据题意可知其中任意两颗星对第三颗星的合力指向圆心, 则这两颗星对第三颗星的万有引力等大, 由于这两颗星到第三颗星的距离相同, 故这两颗星的质量相同, 同理可得三颗星的质量一定相同, A 错误; 轨道半径等于等边三角形外接圆的半径, 为 $r = \frac{\sqrt{3}}{3}l$, 设三

颗星的质量为 m , 根据牛顿第二定律, 有 $2 \frac{Gm^2}{l^2} \cos 30^\circ =$

$$m \frac{4\pi^2}{T^2} r, \text{解得 } m = \frac{4\pi^2 l^3}{3GT^2}, \text{B 正确; 线速度大小为 } v =$$

$$\frac{2\pi r}{T} = \frac{2\sqrt{3}\pi l}{3T}, \text{C 正确; 任意一颗星所受的向心力大小为}$$

$$F_n = m \frac{4\pi^2}{T^2} r = \frac{16\sqrt{3}\pi^4 l^4}{9GT^4}, \text{D 错误.}$$

3. B 解析: 根据题意, 设 $AB = CD = a$, 由几何关系可知, 图甲中对角线上两颗星的距离为 $r_1 = \sqrt{2}a$, 图甲中每颗星受力情况如图 1 所示, 由万有引力公式 $F = \frac{GMm}{r^2}$,

$$\text{可得 } F_1 = \frac{Gmm}{a^2}, F_2 = \frac{Gmm}{(\sqrt{2}a)^2}, \text{则每颗星所受合力为}$$

$$F_{\text{合1}} = \sqrt{2F_1^2 + F_2^2} = \frac{(2\sqrt{2}+1)Gm^2}{2a^2}, \text{由合力提供向心力}$$

$$\text{有 } F_{\text{合1}} = m \frac{4\pi^2}{T_1^2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}a, \text{解得 } T_1 = 2\pi a \sqrt{\frac{2a}{(4+\sqrt{2})Gm}}, \text{根}$$

据题意, 由几何关系可知, 图乙中, 三角形顶点上的星体间的距离为 $r_2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}a$, 图乙中三角形顶点上的星受力情

$$\text{况如图 2 所示, 由万有引力公式 } F = \frac{GMm}{r^2}, \text{可得 } F_3 =$$

$$\frac{Gmm}{\left(\frac{2\sqrt{3}}{3}a\right)^2} = \frac{3Gm^2}{4a^2}, F_4 = \frac{Gm^2}{\left(\frac{2}{3}a\right)^2} = \frac{9Gm^2}{4a^2}, \text{则三角形顶点}$$

$$\text{上的星所受合力为 } F_{\text{合2}} = 2F_3 \cos 30^\circ + F_4 =$$

$\frac{(3\sqrt{3}+9)Gm^2}{4a^2}$,由合力提供向心力有 $F_{\text{合}2} = m \frac{4\pi^2}{T_2^2} \times \frac{2}{3}a$,解得 $T_2 = \frac{4\pi a}{3} \sqrt{\frac{2a}{(\sqrt{3}+3)Gm}}$,故 $\frac{T_1}{T_2} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{\sqrt{3}+3}{\sqrt{2}+4}}$,故 B 正确.

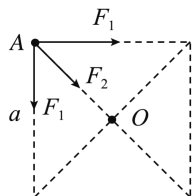


图 1

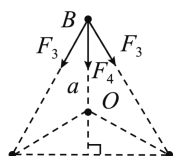


图 2

4. B 解析:第一种形式下,左边星体受到中间星体和右边星体两个万有引力作用,它们的合力充当向心力,则 $G \frac{mm}{R^2} + G \frac{mm}{(2R)^2} = m \frac{4\pi^2}{T_1^2} R$,解得 $T_1 = 4\pi R \sqrt{\frac{R}{5Gm}}$;第二种形式下,三颗星体之间的距离均为 R ,由几何关系知,三颗星体做圆周运动的半径为 $R' = \frac{\sqrt{3}}{3}R$,任一星体所受的合力充当向心力,即有 $F_{\text{合}} = 2G \frac{mm}{R^2} \cdot \cos 30^\circ = m \frac{4\pi^2}{T_2^2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{3}R$,解得 $T_2 = 2\pi R \sqrt{\frac{R}{3Gm}}$,则 $\frac{T_1}{T_2} = 2\sqrt{\frac{3}{5}}$,故 B 正确.

模型总结 三星模型

情景导图		
运动特点	转动方向、周期、角速度、线速度大小均相同,圆周运动半径相等	
受力特点	各星所受万有引力的合力提供圆周运动的向心力	
解题规律	$\frac{Gm^2}{r^2} + \frac{Gm^2}{(2r)^2} = ma_{\text{向}}$	$\frac{2Gm^2}{L^2} \cdot \cos 30^\circ = ma_{\text{向}}$
解题关键	两边星体绕中间星体做半径相同的圆周运动	$r = \frac{L}{2\cos 30^\circ}$

5. AD 解析:由万有引力提供向心力有 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T_1^2} r$,解得题图甲中月球绕地球运动的周期为 $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$,若地月系统是一个双星系统,设地月双星轨道中 O 点到地心的距离为 r_1 ,到月球球心的距离为 r_2 ,则 $G \frac{Mm}{r^2} = M \frac{4\pi^2}{T_2^2} r_1, G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T_2^2} r_2, r = r_1 + r_2$,可得 $r_1 = \frac{m}{M+m}r$, $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G(M+m)}} < T_1$,即题图甲中月球绕地球运动的周期大于题图乙中月球绕 O 点运动的周期,A 正确,C

错误;设地球的半径为 R ,故地球的密度为 $\rho = \frac{M}{V} = \frac{4\pi^2 r^3}{GT_1^2} = \frac{3\pi r^3}{GT_1^2 R^3}$,B 错误;题图甲中,若把部分月壤运回到地球,设部分月壤的质量为 Δm ,则 $(m - \Delta m) \frac{4\pi^2}{T_1^2} r < G \frac{(M + \Delta m)(m - \Delta m)}{r^2}$,即此时月球做圆周运动所需的向心力小于月球与地球间的万有引力,月球做近心运动,月球绕地球做圆周运动的轨道半径将变小,D 正确.

模型总结 双星模型

情景导图	
运动特点	转动方向、周期、角速度相同,运动半径一般不等
受力特点	两星间的万有引力提供两星做圆周运动的向心力
解题规律	$\frac{Gm_1 m_2}{L^2} = m_1 \omega^2 r_1, \frac{Gm_1 m_2}{L^2} = m_2 \omega^2 r_2$
解题关键	$m_1 r_1 = m_2 r_2, r_1 + r_2 = L$

6. (1) 设处于 L_1 点的小物体质量为 m_0 ,则小物体所受向心力由两天体的万有引力的合力来提供,可得

$$\frac{GMm_0}{R_1^2} - \frac{Gmm_0}{(L-R_1)^2} = m_0 a_{\text{向}},$$

$$\text{解得 } a_{\text{向}} = \frac{GM}{R_1^2} - \frac{Gm}{(L-R_1)^2}.$$

(2) 设处于 L_2 点的小物体质量为 m_0 ,则小物体所受向心力由两天体的万有引力的合力来提供,可得

$$\frac{GMm_0}{R_2^2} + \frac{Gmm_0}{(R_2-L)^2} = m_0 \frac{v^2}{R_2},$$

$$\text{解得 } v = \sqrt{\frac{GM}{R_2} + \frac{GmR_2}{(R_2-L)^2}}.$$

(3) 中心天体对环绕天体的引力为 $F_1 = G \frac{Mm}{L^2}$,中心天体对两卫星的引力之和为

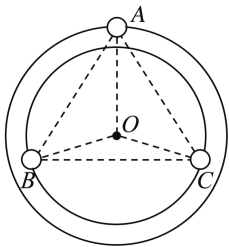
$$F_2 = G \frac{Mm_0}{R_1^2} + G \frac{Mm_0}{R_2^2} = GMm_0 \left(\frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} \right),$$

设处于 L_2 点的小物体与环绕天体相距 x ,由于 x 远小于 L ,所以有 $\frac{1}{R_1^2} + \frac{1}{R_2^2} = \frac{1}{(L-x)^2} + \frac{1}{(L+x)^2} = \frac{2}{L^2}$,

则中心天体对环绕天体的引力与它对两卫星的引力之和的比值为 $\frac{F_1}{F_2} = \frac{m}{2m_0}$.

7. C 解析:由于三颗星保持相对静止,一起绕着某点做圆周运动,三星角速度与周期相等,根据对称性,B、C 轨道半径相等,作出三星运动轨迹,如图所示,对 A 星体有

$2G \frac{(\sqrt{3}+1)m^2}{l^2} \cos 30^\circ = m\omega^2 R_A$, 对 B、C 星体, 两星体各自所受引力的合力大小相等, 设为 F , 根据余弦定理有 $F^2 = \left[G \frac{(\sqrt{3}+1)m^2}{l^2} \right]^2 + \left[G \frac{(\sqrt{3}+1)m^2}{l^2} \right]^2 - 2G \frac{(\sqrt{3}+1)m^2}{l^2} \cdot G \frac{(\sqrt{3}+1)m^2}{l^2} \cos 120^\circ$, 对 B、C 星体, 两星体各自做圆周运动, B、C 轨道半径相等, 令为 $R_B = R_C = R_0$, 则有 $F = (\sqrt{3}+1)m\omega^2 R_0$, 解得 $\frac{R_A}{R_0} = \sqrt{2}$, 可知三颗星 A、B、C 的半径大小之比为 $\sqrt{2}:1:1$, 故 A 错误; 三颗星 A、B、C 的角速度相等, 故三颗星 A、B、C 的角速度大小之比为 $1:1:1$, 故 B 错误; 距离 l 均不变, 对 A 星体有 $2G \frac{(\sqrt{3}+1)m^2}{l^2} \cos 30^\circ = m \frac{4\pi^2}{T^2} R_A$, 若 A、B、C 的质量均变为原来的 3 倍, 根据对称性可知, 三星圆周运动的圆心不变, 即轨道半径不变, 则有 $2G \frac{9 \times (\sqrt{3}+1)m^2}{l^2} \cos 30^\circ = 3m \frac{4\pi^2}{T_1^2} R_A$, 解得 $T_1 = \frac{\sqrt{3}}{3} T$, 故 C 正确; 若 A、B、C 的质量不变, 距离均变为 $2l$, 根据对称性可知, 三星圆周运动的圆心不变, 即轨道半径均变为先前的 2 倍, 则对 A 星有 $2G \frac{(\sqrt{3}+1)m^2}{(2l)^2} \cos 30^\circ = m \frac{4\pi^2}{T_2^2} \cdot 2R_A$, 解得 $T_2 = 2\sqrt{2} T$, 即若 A、B、C 的质量不变, 距离均变为 $2l$, 则周期变为 $2\sqrt{2} T$, 故 D 错误.



综合提优 4 (第一~三节)



1	2	3	4	5	6	7	8
C	C	AD	B	A	B	D	BC

- C 解析:** 设 P、Q 两点到太阳中心的距离分别为 r_1 、 r_2 , 根据开普勒第二定律可得 $r_1 v_1 = r_2 v_2$, 所以 $r_2 = \frac{v_1}{v_2} \cdot r_1$, 根据开普勒第三定律变式有 $\frac{T^2}{(2t)^2} = \frac{r_2^3}{\left(\frac{r_1+r_2}{2}\right)^3}$, 解得火星的公转周期 $T = 4t \sqrt{\frac{2v_1^3}{(v_1+v_2)^3}}$, 故 C 正确.
- C 解析:** 设地球半径为 R , 卫星的轨道高度为 h , 由

万有引力提供向心力有 $\frac{GMm}{(R+h)^2} = m \frac{v^2}{R+h}$, 又 $M = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3$, 联立得 $\frac{1}{v^2} = \frac{3}{4\pi G R^3 \rho} h + \frac{3}{4\pi G R^2 \rho}$, 所以 $k = \frac{3}{4\pi G R^3 \rho}$, $b = \frac{3}{4\pi G R^2 \rho}$, 求得地球的半径 $R = \frac{b}{k}$, 故 A 错误; 对在地球表面附近绕地球做匀速圆周运动的物体, 有 $g = \frac{v_0^2}{R}$, 结合题图可得 $\frac{1}{v_0^2} = b$, 求得地球表面附近的重力加速度 $g = \frac{k}{b^2}$, 故 B 错误; 地球表面的物体所受重力等于万有引力, 即 $mg = G \frac{Mm}{R^2}$, 可得 $M = \frac{gR^2}{G} = \frac{1}{kG}$, 故 C 正确; 由上述分析可得 $\rho = \frac{3k^2}{4\pi G b^3}$, 故 D 错误.

3. AD 解析: 根据万有引力定律公式 $F = \frac{GMm}{r^2}$, 可知未挖去球形空腔时, 整个球体对 A、D 两点的小球的万有引力相等, 挖去空腔的球形质量对 A 点的引力较大, 根据割补的思想可知, 小球在 D 处所受的万有引力大于在 A 处所受的万有引力, 故 A 正确, C 错误; 根据万有引力定律有 $F_{\text{整}} = \frac{GMm}{R^2}$, $F_{\text{空}} = \frac{GM'm}{\left(\frac{R}{2}\right)^2}$, 由于密度相等, 则 $M' = \frac{1}{8} M$, 解得小球放在 A 处, 所受的万有引力大小为 $F' = F_{\text{整}} - F_{\text{空}} = \frac{GMm}{2R^2}$, 故 B 错误; 根据半径关系可知, 未挖去球形空腔时, 小球在 D 处所受的万有引力方向与 $O'D$ 的夹角为 30° , 挖去空腔后, 夹角大于 30° , 故 D 正确.

4. B 解析: 甲图中, 任一颗行星轨道半径 $r_1 = L_1 \sin 60^\circ \times \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} L_1$, 任意两星间的万有引力, $F = G \frac{m^2}{L_1^2}$, 任一颗行星 $F_{\text{合}} = 2F \cos 30^\circ = \sqrt{3} F$, 由牛顿第二定律可得 $F_{\text{合}} = m \left(\frac{2\pi}{T_1} \right)^2 r_1$, 解得 $T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{L_1^3}{3Gm}}$, 乙图中, 任一颗行星轨道半径 $r_2 = L_2 \sin 60^\circ \times \frac{2}{3} = \frac{\sqrt{3}}{3} L_2$, 每颗星受到的万有引力的合力为 $F'_{\text{合}} = \frac{GMm}{\left(\frac{\sqrt{3}}{3} L_2\right)^2} + \frac{2Gm^2}{L_2^2} \cos 30^\circ$, 又 $M = \sqrt{3} m$, 得 $F'_{\text{合}} = \frac{4\sqrt{3} Gm^2}{L_2^2}$, 由万有引力提供向心力得 $F'_{\text{合}} = m \left(\frac{2\pi}{T_2} \right)^2 r_2$, 解得 $T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{L_2^3}{12Gm}}$, 又 $L_2 = 2L_1$, 联立解得 $T_1 : T_2 = 1 : \sqrt{2}$, 故 B 正确.

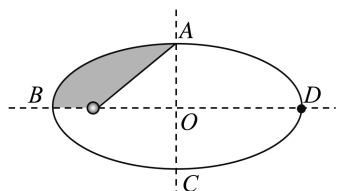
5. A 解析: 设地球自转角速度为 ω , 地球半径为 R , 地球对质量为 m 的物体的吸引力为 $F_{\text{引}}$, 当物体以相对于

地面的速度 v 自西向东转动时有 $m \frac{(v+\omega R)^2}{R} = F_{引} - F_{N1}$, 物体以相对于地面的速度 v 自东向西转动时有 $m \frac{(v-\omega R)^2}{R} = F_{引} - F_{N2}$, 由题意可知 $\Delta N = m \frac{(v+\omega R)^2}{R} - m \frac{(v-\omega R)^2}{R}$, 整理可得 $\omega = \frac{\Delta N}{4mv}$, 又 $\omega = \frac{2\pi}{T}$, 故地球自转周期 $T = \frac{8\pi mv}{\Delta N}$, 故 A 正确.

6. B 解析: 根据 $G \frac{m^2}{L^2} + G \frac{m^2}{(2L)^2} = m \frac{v^2}{L} = m \frac{4\pi^2}{T^2} L$, 解得 $v = \sqrt{\frac{5Gm}{4L}}$, $T = 4\pi\sqrt{\frac{L^3}{5Gm}}$, A 错误, B 正确; 中央星以及另外一个环绕星对环绕星的万有引力之和提供环绕星做圆周运动的全部向心力, C 错误; 根据 $T = 4\pi\sqrt{\frac{L^3}{5Gm}}$, 如果环绕半径变为原来的 4 倍, 周期将变为原来的 8 倍, D 错误.

7. D 解析: 设地球质量为 $M_{地}$, 月球质量为 $M_{月}$, 飞船质量为 $M_{船}$, 月球到地球的距离为 r_1 , 飞船绕月球做圆周运动, 有 $G \frac{M_{月} M_{船}}{r^2} = M_{船} \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r$, 飞船质量 $M_{船}$ 被约掉, 不能求出登月飞船的质量, A 错误; 月球绕地球做圆周运动, 有 $G \frac{M_{地} M_{月}}{r_1^2} = M_{月} \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 r_1$, 得 $M_{地} = \frac{4\pi^2 r_1^3}{GT_0^2}$, 因月球到地球的距离 r_1 未知, 故无法求出地球的质量, B 错误; 设由图示位置到地、月、飞船再次共线, 所用时间为 t , 则 $\frac{t}{T} - \frac{t}{T_0} = \frac{1}{2}$, 解得 $t = \frac{T_0 T}{2(T_0 - T)}$, C 错误, D 正确.

8. BC 解析: 根据开普勒第二定律, 在 B 点和 D 点分别取一小段微元, 可知 $v_B r_1 \Delta t = v_D r_2 \Delta t$, 而 $r_1 = a - \sqrt{a^2 - b^2}$, $r_2 = a + \sqrt{a^2 - b^2}$, 所以 $\frac{v_B}{v_D} = \frac{r_2}{r_1} = \frac{a + \sqrt{a^2 - b^2}}{a - \sqrt{a^2 - b^2}}$, 故 A 错误; 地球只有在 B 点和 D 点才是太阳对地球的引力提供向心力, 故 B 正确; 根据开普勒第三定律可得 $\frac{a^3}{T^2} = k$, $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$, 且 $\frac{r^3}{T^2} = k$, 可知 $k = \frac{GM}{4\pi^2}$, 可得太阳的质量为 $M = \frac{4\pi^2 a^3}{GT^2}$, 故 C 正确; 如图所示, 阴影部分的面积为 $S_1 = \frac{1}{4} \pi ab - \frac{1}{2} b \sqrt{a^2 - b^2}$, 根据开普勒第二定律可知, 地球从 A 运动到 B 所用时间为 $t = \frac{S_1}{\pi ab} T = \frac{\pi ab - 2b \sqrt{a^2 - b^2}}{4\pi ab} T$, 故 D 错误.



9. (1) 石块做平抛运动, 水平初速度 $v_0 = 3 \text{ m/s}$, 水平位移为 $x = 3 \text{ m}$, 竖直位移为 $y = 4.9 \text{ m}$, 设石块运动时间为 t , 地球表面的重力加速度大小为 g , 由平抛运动规律, 有 $x = v_0 t$, $y = \frac{1}{2} g t^2$,

联立解得 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$.

(2) 月球绕地球公转的周期 $T = 2.4 \times 10^6 \text{ s}$, 轨道半径 $r = 60 \times 6.4 \times 10^6 \text{ m}$, 设月球绕地球公转的向心加速度为 a , 由向心加速度公式有 $a = \frac{4\pi^2}{T^2} r$,

则 g 与月球的向心加速度大小 a 的比值 $k_1 = \frac{g}{a} = 3750$.

(3) 设地球的质量为 M , 石块的质量为 m , 月球的质量为 m' , 地球的半径为 R , 在地球表面上万有引力近似等于重力, 有 $G \frac{Mm}{R^2} = mg'$,

对月球, 由万有引力提供向心力, 有 $G \frac{Mm'}{r^2} = m' a'$,

联立解得 $k_2 = \frac{g'}{a'} = \frac{r^2}{R^2} = 3600$,

$\frac{k_2}{k_1} = 0.96$, 可以证明地球对小石块的力与地球对月球的力都是万有引力.

10. (1) ①对于双星系统, 根据万有引力提供向心力, 有

$$G \frac{M_0^2}{L^2} = M_0 \omega^2 \frac{L}{2},$$

$$\text{可得 } \omega = \sqrt{\frac{2GM_0}{L^3}}.$$

②设暗物质的质量为 m , 则

$$G \frac{M_0^2}{L^2} + G \frac{\rho \cdot \frac{4}{3} \pi \left(\frac{L}{2}\right)^3 M_0}{\left(\frac{L}{2}\right)^2} = M_0 (\omega')^2 \frac{L}{2},$$

$$\text{由上式解得 } \omega' = \sqrt{1 + \frac{2\rho\pi L^3}{3M_0}}.$$

(2) 设球体 $r = R$ 内物质的密度为 ρ , 则 $M = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho$, 当 $r = R$ 时, 根据 $G \frac{Mm}{R^2} = m \omega^2 R$, 可得 $\frac{4}{3} \pi G \rho = \omega^2$, 设暗物质密度为 $k\rho$, 则

$$G \frac{\frac{4}{3} \pi R^3 \rho \cdot m}{(nR)^2} + G \frac{\frac{4}{3} \pi k\rho(nR)^3 \cdot m}{(nR)^2} - G \frac{\frac{4}{3} \pi k\rho R^3 \cdot m}{(nR)^2} = m \omega_1^2 nR,$$

由题图可知 $\omega_1 = \frac{1}{n} \omega$,

$$\text{解得 } k = \frac{n-1}{n^3-1} = \frac{1}{n^2+n+1},$$

即该区域 $r = nR$ 内暗物质密度是球体 $r = R$ 内物质密度的 $\frac{1}{n^2+n+1}$ 倍.

第四节 宇宙航行

题组 18 宇宙速度 近地卫星、同步卫星和赤道上物体的对比

· 答 · 案 · 速 · 查 ·

1	2	3	4	5	6
C	AB	A	BD	B	C

1. C 解析: 根据万有引力提供向心力有 $\frac{GMm}{r^2} =$

$mr \frac{4\pi^2}{T^2}$, 解得 $M = \frac{4\pi^2 r^3}{GT^2}$, 由图可知 A、B 的质量分别为

$M_A = \frac{4\pi^2 R_A^3}{GT_0^2}$, $M_B = \frac{4\pi^2 R_B^3}{GT_0^2}$, 第一宇宙速度满足 $\frac{GMm}{R^2} =$

$m \frac{v^2}{R}$, 即 $v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$, 解得 $\frac{v_A}{v_B} = \sqrt{\frac{M_A R_B}{R_A M_B}} = \frac{1}{3}$, 故 C 正确.

2. AB 解析: 卫星绕地球做匀速圆周运动, 根据万有引力提供向心力, 可得 $\frac{GMm}{(R+h)^2} = m \frac{v^2}{R+h}$, $\frac{GMm_1}{(2R)^2} =$

$m_1 \frac{v_1^2}{2R} = m_1 a_1$, $\frac{GMm_2}{R^2} = m_2 \frac{v_2^2}{R} = m_2 a_2$, 可得 $v_1 =$

$\sqrt{\frac{R+h}{2R}} v$, $v_2 = \sqrt{\frac{R+h}{R}} v$, $a_2 = 4a_1$, A、B 正确, D 错误; 赤道

道上随地球自转的物体与同步卫星的角速度相等, 根据 $v = \omega(R+h)$, $v_3 = \omega R$, 可得 $v_3 = \frac{R}{R+h} v$, C 错误.

3. A 解析: 地球和火星的公转视为匀速圆周运动, 有 $\frac{GMm}{r^2} = \frac{4\pi^2 mr}{T^2}$, 解得 $T_{\text{地}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 r_{\text{地}}^3}{GM}}$, $T_{\text{火}} = \sqrt{\frac{4\pi^2 r_{\text{火}}^3}{GM}}$, 由于火星轨道半径大于地球轨道半径, 故 $T_{\text{火}} > T_{\text{地}}$, A 正

确; 由万有引力提供向心力, 有 $\frac{GMm}{r^2} = ma$, 解得 $a_{\text{地}} =$

$\frac{GM}{r_{\text{地}}^2}$, $a_{\text{火}} = \frac{GM}{r_{\text{火}}^2}$, 由于火星轨道半径大于地球轨道半径, 故 $a_{\text{火}} < a_{\text{地}}$, B 错误; 在地表万有引力近似等于重力, 有

$\frac{Gmm_{\text{物}}}{R^2} = m_{\text{物}} g$, 解得 $g_{\text{地}} = \frac{Gm_{\text{地}}}{R_{\text{地}}^2}$, $g_{\text{火}} = \frac{Gm_{\text{火}}}{R_{\text{火}}^2}$, 代入表中

数据得 $g_{\text{地}} > g_{\text{火}}$, C 错误; 第一宇宙速度为 $v = \sqrt{gR}$, 代入表中数据得 $v_{\text{地}} > v_{\text{火}}$, D 错误.

规律总结 物理量随轨道半径变化的规律

$$\left. \begin{array}{l} \text{变化规律} \\ G \frac{Mm}{r^2} = \\ (r = R_{\text{地}} + h) \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \frac{mv^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \rightarrow v \propto \frac{1}{\sqrt{r}} \\ m\omega^2 r \rightarrow \omega = \sqrt{\frac{GM}{r^3}} \rightarrow \omega \propto \frac{1}{\sqrt{r^3}} \\ m \frac{4\pi^2}{T^2} r \rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}} \rightarrow T \propto \sqrt{r^3} \\ ma \rightarrow a = \frac{GM}{r^2} \rightarrow a \propto \frac{1}{r^2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{越} \\ \text{高} \\ \text{越} \\ \text{慢} \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} mg = \frac{GMm}{R_{\text{地}}^2} (\text{近地时}) \rightarrow GM = gR_{\text{地}}^2 (\text{黄金代换式}) \end{array} \right.$$

4. BD 解析: “鹊桥二号”中继卫星仍然处于地球引力的束缚之内, 其发射速度介于第一宇宙速度和第二宇宙速度之间, A 错误, B 正确; 根据题图可知, “鹊桥二号”中继卫星除了受到地球的万有引力之外, 还受到月球的万有引力作用, C 错误; 由于“鹊桥二号”中继卫星围绕 L_2 点做匀速圆周运动, 由所受引力的合力提供向心力, 则合力方向指向圆心, 根据题图可知, “鹊桥二号”中继卫星所受地球与月球万有引力的合力方向偏向地月连线, 为了确保合力方向指向圆心, 其运行时需要较小的动力做微调才能使合力方向指向圆心, 维持在该轨道上的匀速圆周运动, D 正确.

规律总结 宇宙速度的理解与计算

1. 第一宇宙速度的推导

方法一: 由 $G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{v_1^2}{R}$ 得

$$v_1 = \sqrt{\frac{GM}{R}} = \frac{6.67 \times 10^{-11} \times 5.98 \times 10^{24}}{6.4 \times 10^6} \text{ m/s} \approx 7.9 \times 10^3 \text{ m/s}.$$

方法二: 由 $mg = \frac{mv_1^2}{R}$ 得

$$v_1 = \sqrt{gR} = \sqrt{9.8 \times 6.4 \times 10^6} \text{ m/s} \approx 7.9 \times 10^3 \text{ m/s}.$$

第一宇宙速度是发射人造卫星的最小速度, 也是人造卫星的最大环绕速度, 此时它的运行周期最短, $T_{\text{min}} =$

$$2\pi\sqrt{\frac{R}{g}} \approx 5075 \text{ s} \approx 85 \text{ min}.$$

2. 宇宙速度与运动轨迹的关系

(1) $v_{\text{发}} = 7.9 \text{ km/s}$ 时, 卫星绕地球做匀速圆周运动.

(2) $7.9 \text{ km/s} < v_{\text{发}} < 11.2 \text{ km/s}$, 卫星绕地球运动的轨迹为椭圆.

(3) $11.2 \text{ km/s} \leq v_{\text{发}} < 16.7 \text{ km/s}$, 卫星绕太阳做椭圆运动.

(4) $v_{\text{发}} \geq 16.7 \text{ km/s}$, 卫星将挣脱太阳引力的束缚, 飞到太阳系以外的空间.

5. B 解析: a 和 c 的角速度和周期相等, 根据 $v = \omega r$, 可知 $v_c > v_a$, 根据 $a = \omega^2 r$, 可知 $a_c > a_a$, 对卫星 b 和 c , 根

据 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r} = m \frac{4\pi^2}{T^2} r = ma$, 可得 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, $T =$

$$2\pi\sqrt{\frac{r^3}{GM}}, a = \frac{GM}{r^2}, \text{ 可知 } v_b > v_c, T_c > T_b, a_b > a_c, \text{ 则线}$$

速度的大小关系为 $v_b > v_c > v_a$, 周期关系为 $T_a = T_c > T_b$, 向心加速度的关系 $a_b > a_c > a_a$, A、C 错误, B 正确; 同步卫星 c 没有脱离地球的引力, 则其发射速度要小于 11.2 km/s , D 错误.

6. C 解析: 宇航员在“太空电梯”中绕地心随地球一起自转, 所以宇航员所受的合力提供向心力, 宇航员所受合力不为零, 所以不处于平衡状态, 故 A 错误; 对静止卫星

由万有引力定律及向心力公式得 $G \frac{Mm'}{(R+H)^2} =$

$m' \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 (R+H)$, 对比上式可得, 当 $h=H$ 时, 对宇航员满足 $G \frac{Mm}{(R+h)^2} = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 (R+h)$, 即当 $h=H$ 时, 万有引力等于宇航员做圆周运动的向心力, 故 B 错误; 对于绕地卫星, 根据万有引力定律及向心力公式可得 $G \frac{Mm}{r^2} = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 r$, 当 $r=H$ 时, 卫星为静止卫星, 卫星周期与地球自转周期 T 相等, 当 $r>H$ 时, 卫星周期大于地球自转周期 T , 当 $r<H$ 时, 卫星周期小于地球自转周期 T . 宇航员在“太空电梯”中不论距地面多高, 绕地做圆周运动的周期始终等于地球自转周期 T , 始终满足所受合力提供向心力 $F_{\text{合}} = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 (R+h)$, 所以可得, 当 $h>H$ 时, 万有引力不足以提供向心力, 宇航员受到向下的压力, 由牛顿第二定律得 $G \frac{Mm}{(R+h)^2} + F_1 = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 (R+h)$, 其中 $G \frac{Mm}{R^2} = mg$, 联立以上两式得 $F_1 = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 (h+R) - \frac{gR^2m}{(h+R)^2}$, 当 $h<H$ 时, 万有引力大于所需向心力, 宇航员受到向上的支持力, 由牛顿第二定律得 $G \frac{Mm}{(R+h)^2} - F_2 = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 (R+h)$, 其中 $G \frac{Mm}{R^2} = mg$, 联立以上两式得 $F_2 = \frac{gR^2m}{(h+R)^2} - m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 (h+R)$, 故 C 正确, D 错误.

7. (1) 静止卫星在轨道上, 万有引力提供向心力, 则有

$$\frac{GMm}{r^2} = mr \frac{4\pi^2}{T^2},$$

A 房间所在位置的加速度为 $\frac{GMm}{\left(\frac{r}{2}\right)^2} = ma$,

A 房间所在位置的向心加速度为

$$a_{\text{向}} = \frac{r}{2} \cdot \frac{4\pi^2}{T^2} = \frac{2\pi^2 r}{T^2},$$

A 房间所在位置的重力加速度为 $g = a - a_{\text{向}}$,

小球受重力 mg 和弹簧拉力 F , 则有 $F = mg$,

联立解得 $F = \frac{14\pi^2 mr}{T^2}$ (方向从地心指向 A 房间).

(2) 小卫星在 B 房间时的线速度为 $v_1 = \frac{3r}{2} \cdot \frac{2\pi}{T} = \frac{3\pi r}{T}$,

小卫星在与 B 卫星等高的轨道上运行时 $\frac{GMm}{\left(\frac{3r}{2}\right)^2} = \frac{mv_2^2}{\frac{3r}{2}}$,

又因为 $\frac{GMm}{r^2} = mr \frac{4\pi^2}{T^2}$,

联立解得 $v_2 = \frac{2\sqrt{6}\pi r}{3T}$,

由于 $v_2 < v_1$, 因此从 B 房间窗口发射一颗小卫星, 要让这颗小卫星能在与 B 点等高的圆轨道上绕地心与地球

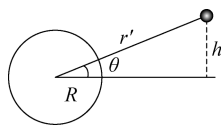
自转同向运行, 应给这颗卫星减速; 速度变化量大小为

$$\Delta v = v_1 - v_2 = \frac{(9-2\sqrt{6})\pi r}{3T}.$$



巅峰挑战

8. D 解析: 第一宇宙速度是航天器最小发射速度, 也是航天器最大运行速度, 卫星 FZ01 线速度小于第一宇宙速度, 故 A 错误; 由题图乙可知, 地球自转一圈, 卫星运动 3 圈, 卫星 FZ01 的周期是地球自转周期的 $\frac{1}{3}$, 故 B 错误; 对地球同步卫星, 根据万有引力提供向心力, 有 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{4\pi^2}{T^2} r$, $T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$, 卫星 FZ01 的周期为 $T' = 2\pi \sqrt{\frac{(r')^3}{GM}} = \frac{T}{3}$, 则卫星 FZ01 的轨道半径与同步卫星的轨道半径关系为 $r' = \frac{r}{\sqrt[3]{9}} \approx \frac{r}{2}$, 故 C 错误; 卫星 FZ01 纬度最高时 $\theta = 30^\circ$, 卫星离地球球心所在水平面的高度为 $h = r' \sin 30^\circ = \frac{r}{2} \sin 30^\circ = \frac{r}{4}$, 同步卫星轨道半径约为 $r = 42\,400\text{ km}$, 地球半径约为 $R = 6\,400\text{ km}$, 则 $r \approx 6.6R$, 因此 $h = \frac{r}{4} > R$, 即卫星高度大于北极点的高度, 卫星 FZ01 可以记录到北极点的气候变化, 同理, 卫星 FZ01 可以记录到南极点的气候变化, 故 D 正确.



题组 19 卫星的对接、追及、变轨问题



1	2	3	4	5	6	7	8
B	C	D	C	B	AD	AC	BC

1. B 解析: 由飞船与核心舱一起绕地球做匀速圆周运动, 两对接口始终在地球半径的延长线上可知, 飞船与核心舱的角速度相同, B 正确; 由 $v = \omega r$ 可知, 由于飞船与核心舱的轨道半径不同, 则两者线速度大小不相等, A 错误; 由 $a = \omega^2 r$ 可知, 由于飞船与核心舱的轨道半径不同, 则两者向心加速度大小不相等, C 错误; 由 $F_n = m\omega^2 r$ 可知, 由于飞船与核心舱的轨道半径不同且两者质量关系未知, 则无法确定向心力大小关系, D 错误.

2. C 解析: 探测器在椭圆轨道 B 点做离心运动, 所以在椭圆轨道 B 点的速度小于火星轨道的公转速度, A 错误; 地球的公转周期 $T_1 = 1$ 年, 设探测器在椭圆轨道运动的周期为 T_2 , 则根据开普勒第三定律得 $\frac{T_1^2}{R^3} =$

$\frac{T_2^2}{\left(\frac{R+1.5R}{2}\right)^3}$, 则探测器由 A 点发射之后, 大约经过 $t =$

$\frac{T_2}{2} = 0.7$ 年后抵达火星附近的 B 点, 同理可求得火星的

周期约为 $T_3 = 1.84$ 年, 设地球和火星相邻两次相距最近的

的时间间隔为 Δt , 由题意知 $\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_3}\right) \Delta t = 1$, 解得 $\Delta t =$

2.2 年, B 错误, C 正确; 根据 $a = G \frac{M}{r^2}$, 可知探测器在椭圆轨道 A 点的加速度大于在 B 点的加速度, D 错误。

规律归纳 两类变轨对比

两类变轨	离心运动	近心运动
变轨起因	飞行器速度突然增大	飞行器速度突然减小
受力分析	$G \frac{Mm}{r^2} < m \frac{v^2}{r}$	$G \frac{Mm}{r^2} > m \frac{v^2}{r}$
变轨结果	变为椭圆轨道运动或在较大半径圆轨道上运动	变为椭圆轨道运动或在较小半径圆轨道上运动

3. D 解析: 将中轨道卫星设为 a, 静止卫星设为 b, 两卫星做匀速圆周运动的半径分别为 r_a, r_b , 根据图甲和图乙

可得 $r_a + r_b = 9.6R, r_b - r_a = 3.6R$, 解得 $r_a = 3R, r_b = 6.6R$, 故 A 错误; 由万有引力定律及牛顿第二定律得

$\frac{GMm}{r_a^2} = ma, \frac{GMm}{R^2} = mg$, 解得中轨道卫星的加速度为

$a = \frac{1}{9}g$, 故 B 错误; 设卫星 a、b 的运行周期分别为 $T_a、$

T_b , 由图乙可知每隔时间 T, 两卫星距离最近, 即每隔时间 T, 卫星 a 就比卫星 b 多转了一周, 则有 $\frac{2\pi}{T_a}T - \frac{2\pi}{T_b}T =$

2π , 根据开普勒第三定律有 $\frac{r_a^3}{T_a^2} = \frac{r_b^3}{T_b^2}$, 联立解得 $T_a =$

$\frac{2}{3}T, T_b = 2T$, 由于 $T_b = 24$ h, 所以 $T = 12$ h, 故 C 错误,

D 正确。

规律总结 卫星或天体的追及问题

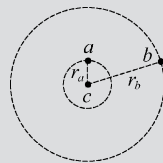
某星体的两颗卫星之间的距离有最近和最远之分, 但它们都处在同一条直线上, 由于它们的轨道不是重合的, 因此在最近和最远的相遇问题上不能通过位移或弧长相等来处理, 而是通过卫星运动的圆心角来衡量, 若它们初始位置在同一直线上, 实际上内轨道所转过的圆心角与外轨道所转过的圆心角之差为 π 的整数倍时, 就是出现最近或最远的时刻。

1. 相距最近

两卫星的运转方向相同, 且位于和中心连线的半径上同侧时, 两卫星相距最近, 两卫星的运动关系应满足 $(\omega_a - \omega_b)t = 2n\pi (n=1, 2, 3, \dots)$ 。

2. 相距最远

当两卫星位于和中心连线的半径上两侧时, 两卫星相距最远, 两卫星的运动关系应满足 $(\omega_a - \omega_b)t' = (2n-1)\pi (n=1, 2, 3, \dots)$ 。



4. C 解析: 由题图可知, 飞船在 LEO 轨道的半长轴小于空间站的轨道半径, 根据开普勒第三定律 $\frac{a^3}{T^2} = k$, 可知

飞船在 LEO 轨道的运行周期小于空间站周期, A 错误; 飞船在 M 点进入转移轨道做离心运动, 需要点火加速, B

错误; 根据牛顿第二定律, 有 $G \frac{Mm}{r^2} = ma$, 可得 $a = \frac{GM}{r^2}$,

飞船在转移轨道运行经过 M 点的加速度大于 N 点的加速度, C 正确; 根据开普勒第二定律, 可知飞船在转移轨道 N 点的速度小于飞船在转移轨道 M 点的速度, 不是逐渐增大, D 错误。

5. B 解析: 如果飞船在轨道 III 加速, 则飞船将做离心运动变轨到更高的轨道, 不可能与“天和”核心舱完成对接,

A 错误; 根据牛顿第二定律, 有 $\frac{GMm}{r^2} = ma$, 可得 $a =$

$\frac{GM}{r^2}$, 可知在轨道 II 和轨道 I 上经过 A 点时的加速度相

同, B 正确; 根据开普勒第三定律, 有 $\frac{r_1^3}{T_1^2} = \frac{\left(\frac{r_1+r_2}{2}\right)^3}{T_2^2}$, 解

得在轨道 II 和轨道 I 上运行的周期之比为 $\frac{T_2}{T_1} =$

$\frac{\sqrt{(r_1+r_2)^3}}{\sqrt{8r_1^3}}$, C 错误; 根据牛顿第二定律, 有 $\frac{GMm}{r^2} =$

$m \frac{v^2}{r}$, 可得 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, 则在轨道 III 和轨道 I 上的线速度

大小之比为 $\sqrt{r_1} : \sqrt{r_2}$, D 错误。

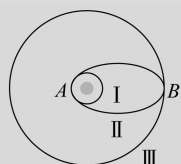
规律总结 卫星(航天器)的变轨及对接问题

(1) 为了节省能量, 在赤道上顺着地球自转方向发射卫星到圆轨道 I 上。

(2) 在 A 点点火加速, 由于速度变大, 万有引力不足以提供向心力, 卫星做离心运动进入椭圆轨道 II。

(3) 在 B 点(远地点)再次点火加速进入圆轨道 III。

(4) 要想实现对接, 可使飞船在比空间站半径较小的轨道上加速, 飞船将进入较高的空间站轨道, 逐渐靠近空间站后, 两者速度接近时实现对接。



6. AD 解析:根据开普勒第三定律可知,对于行星Ⅱ、行星Ⅲ分别有 $\frac{T_2^2}{a^3}=k, \frac{T_3^2}{r_3^3}=k$,由于 $a=r_3$,所以 $T_2=T_3$,即行星Ⅱ和行星Ⅲ的周期相等,假设 Δt 为一个周期,它们与中心天体的连线扫过的面积分别为椭圆的面积和圆的面积,根据几何关系可知,椭圆的面积小于圆的面积,故A正确,B错误;行星Ⅱ与行星Ⅲ在P点时距离中心天体的距离相等,根据牛顿第二定律有 $G\frac{Mm}{r^2}=ma$,可得 $a=\frac{GM}{r^2}$,即二者的加速度大小相等,故C错误;根据万有引力提供向心力可得 $G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{v^2}{r}$,因此有 $v_1=\sqrt{\frac{GM}{r_1}}>v_3=\sqrt{\frac{GM}{r_3}}$,当行星从Ⅰ变轨到Ⅱ时,运行半径增大,需要在B点加速,因此有 $v_1<v_{2B}$,行星在轨道Ⅱ上从B点到E点,与中心天体的距离增大了,因此有 $v_{2B}>v_{2E}$,行星在E点的速度 v_{2E} 小于行星在E点能够绕中心天体做匀速圆周运动所需的速度 v_E ,由于 $r_E>r_3$,根据万有引力定律可得 $v_E<v_3$,所以有 $v_{2E}<v_3<v_1<v_{2B}$,故D正确。

7. AC 解析:根据变轨原理,飞船在圆轨道Ⅰ的A点需加速做离心运动进入椭圆轨道Ⅱ,故飞船在椭圆轨道Ⅱ经过A点的速度大于飞船在圆轨道Ⅰ经过A点的速度,A正确;第一宇宙速度为7.9 km/s,是最大环绕速度,故飞船在椭圆轨道Ⅱ经过A点的速度大于7.9 km/s,但小于11.2 km/s即第二宇宙速度,否则就会脱离地球束缚,B错误;在椭圆轨道Ⅱ上飞船与地心连线单位时间内扫过的面积都相等,在A点附近,因为飞船在椭圆轨道Ⅱ经过A点的速度大于飞船在圆轨道Ⅰ经过A点的速度,则单位时间内在轨道Ⅰ上飞船与地心连线单位时间内扫过的面积小于在轨道Ⅱ上飞船与地心连线单位时间内扫过的面积,C正确;根据万有引力与重力的关系,有 $G\frac{Mm}{R^2}=mg$,根据万有引力提供向心力,有 $G\frac{Mm}{(R+h)^2}=m\frac{4\pi^2}{T^2}(R+h)$,解得飞船在轨道Ⅲ的周期为 $T=\frac{2\pi(R+h)}{R}\sqrt{\frac{R+h}{g}}$,根据开普勒第三定律 $\frac{a^3}{T^2}=k$,轨道Ⅱ的半轴长小于轨道Ⅲ的半径,故飞船在轨道Ⅱ的周期小于在轨道Ⅲ的周期,飞船沿轨道Ⅱ由A点运动到B点的时间为 $t=\frac{1}{2}T_{\text{Ⅱ}}<\frac{1}{2}T=\frac{\pi(R+h)}{R}\sqrt{\frac{R+h}{g}}$,D错误。

8. BC 解析:卫星第一次从地球轨道转移到转移轨道时,需反向喷气加速,万有引力不足以提供向心力,故卫星将做离心运动,从而进入转移轨道.要从转移轨道C点进入火星轨道时,需反向喷气加速,因为若未加速或减速,则卫星在C点所受万有引力大于所需向心力,卫星将做近心运动,无法进入火星轨道,所以应加速才可以保

证卫星进入火星轨道,则两次变轨均需要加速,且两次点火时喷气方向都应与运动方向相反,故A错误;对地球,根据万有引力提供向心力有 $G\frac{Mm}{r^2}=m\frac{4\pi^2}{T_1^2}r$,变形得

$$\frac{r^3}{T_1^2}=\frac{GM}{4\pi^2}, \text{ 设“天问一号”在转移轨道上的运行周期为}$$

$$T_2, \text{ 根据开普勒第三定律有 } \frac{r^3}{T_1^2}=\frac{\left(\frac{r+R}{2}\right)^3}{T_2^2}, \text{ 联立得 } T_2=$$

$$2\sqrt{\frac{\pi^2(r+R)^3}{8GM}}, \text{ 所以两次点火之间的时间间隔为 } t=$$

$$\frac{T_2}{2}=\sqrt{\frac{\pi^2(r+R)^3}{8GM}}, \text{ 故B正确;因“天问一号”在转移轨道}$$

上运行的轨道半长轴大于 r ,所以 $T_2>1$ 年,即 $t=\frac{T_2}{2}>$

6个月,故C正确;因“天问一号”在转移轨道上运行的轨道半长轴小于 R ,所以“天问一号”在转移轨道上的运行周期小于火星的运行周期,“天问一号”由B点运动到C点、火星由A点运动到C点所需时间均为各自周期的一半,如果火星运动到A点,地球恰好在B点时发射探测器,那么探测器沿轨迹BC运动到C点时,不会与火星相遇,故D错误。

9. (1) 设卫星乙绕地球运动的周期为 T' ,由开普勒第三定律,有

$$\frac{(r_{\text{甲}})^3}{T^2}=\frac{(r_{\text{乙}})^3}{(T')^2},$$

$$\text{解得 } T'=\frac{\sqrt[4]{2}}{2}T.$$

(2) 如图所示,由于地球遮挡,甲、乙卫星之间通讯信号会周期性中断,设在一个通讯周期内,甲、乙卫星通信中断的时间为 t ,有

$$(\omega_{\text{乙}}-\omega_{\text{甲}})t=2\theta, \text{ 而 } \omega_{\text{乙}}=\frac{2\pi}{T'}, \omega_{\text{甲}}=\frac{2\pi}{T}, \text{ 有}$$

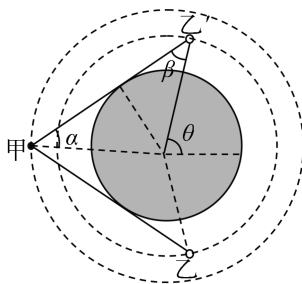
$$\left(\frac{2\pi}{T'}-\frac{2\pi}{T}\right)t=2\theta,$$

$$\text{由几何知识可知 } \sin\alpha=\frac{R_0}{2R_0}=\frac{1}{2}, \sin\beta=\frac{R_0}{\sqrt{2}R_0}=\frac{\sqrt{2}}{2},$$

$$\text{所以 } \alpha=\frac{\pi}{6}, \beta=\frac{\pi}{4},$$

$$\text{由几何关系知 } \theta=\alpha+\beta, 2\theta=\frac{5\pi}{6},$$

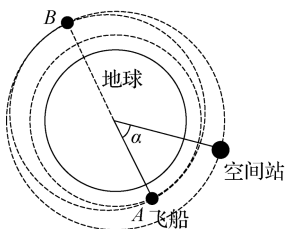
$$\text{综上可得 } t=\frac{5\sqrt[4]{2}}{12(2-\sqrt{2})}T.$$



10. A 解析:卫星从低轨道变轨到高轨道需要在变轨处点火加速;对于地球轨道与转移轨道相切处,由于转移轨道相切处的速度较大,则在相同的很短的 Δt 时间内,卫星与太阳连线扫过的面积大于地球与太阳连线扫过的面积,根据开普勒第二定律可知,在单位时间内有 $S_1 < S_2$,对于火星轨道与转移轨道相切处,由于火星轨道相切处的速度较大,则在相同的很短的 Δt 时间内,火星与太阳连线扫过的面积大于卫星与太阳连线扫过的面积,根据开普勒第二定律可知,在单位时间内有 $S < S_2$,则有 $S_1 < S < S_2$,故 A 正确.

11. B 解析:若飞船以最短的时间到达空间站,则飞船第一次加速变轨至椭圆轨道,并在椭圆轨道远地点与空间站对接,变轨图如图所示.设近地点为 A,远地点为 B,飞船在此椭圆轨道运动的周期为 T_1 ,空间站绕地球运动的周期为 T_2 ,因此从近地点到远地点的过程飞船和空间站飞行的时间都为 $\frac{T_1}{2}$;由题意可知空间站绕地球运动的轨道半径 $R_2 = 6\,800\text{ km}$,近地点到地心的距离为 $6\,400\text{ km}$,则椭圆轨道的半长轴 $R_1 = \frac{6\,400 + 6\,800}{2}\text{ km} = 6\,600\text{ km}$,根据

开普勒第三定律,可得 $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3}$,因此有 $\alpha = 180^\circ - \frac{T_1}{T_2} \cdot 360^\circ = 180^\circ \cdot \left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right) = 180^\circ \cdot \left(1 - \sqrt{\left(\frac{R_1}{R_2}\right)^3}\right) \approx 7.9^\circ$,故 B 正确.



第五节 相对论时空观与牛顿力学的局限性

题组 20 相对论的理解与相关计算



1	2	3	4
C	A	B	AD

1. C 解析:根据光速不变原理,不论光源与观察者之间做怎样的相对运动,光速都等于 c ,教室相对于飞船向左运动,则光到前壁的路程变短,光先到达前壁,A、D 错误;根据爱因斯坦的相对论,可知太空飞船上的观察者看到教室中的时钟变慢,即观测到飞船上的时间进程比教室快,教室的长度变短,小于 10 m ,B 错误,C 正确.

2. A 解析:根据相对论尺缩效应可知,在运动方向上,人的宽度要减小,在垂直于运动方向上,人的高度不变,

则与坐在列车内乘客的观测结果相比,地面上静止的观察者观测车内同一站立的乘客体型变瘦,身高不变,故 A 正确.

3. B 解析:根据狭义相对论可知,沿相对运动方向的长度缩短,所以地球上的观测者测得该飞船的长度小于 30 m ,飞船上的人测量飞船的长度等于 30 m ,所以 A 错误,B 正确;根据光速不变原理,飞船上和地球上测量光的速度都等于 c ,C、D 错误.

4. AD 解析:当乙掠过木杆时,在乙看来,木杆不仅在下落,而且木杆的 B 端还在朝乙运动,因此,在甲看来同时发生的两个事件,在乙看来首先在 B 端发生,故乙看到木杆的 B 端比 A 端先落地,A 正确,B、C 错误;根据尺缩效应可知,乙看到的木杆长度比甲看到的木杆长度更短,D 正确.



巅峰挑战

5. (1) 火箭上的人相对火箭静止,所以火箭上的人测得火箭的长度应为 30 m .

(2) 观察者测得火箭的长度应为

$$l = l_0 \sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2} = 30 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2} \text{ m} = 18 \text{ m}.$$

(3) 火箭上有一只完好的手表走过了 3 min ,则地面上的人认为它走过这 3 min “实际”上花的时间为

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} = \frac{3}{\sqrt{1 - \left(\frac{4}{5}\right)^2}} \text{ min} = 5 \text{ min}.$$

章末综合 · 真题精选



1	2	3	4	5	6	7	8	9
C	D	A	B	C	C	BD	B	A

1. C 解析:设地球半径为 R ,由题知,地球表面的重力加速度为 g ,则有 $mg = G \frac{M_{\text{地}} m}{R^2}$,月球绕地球公转,由万有引力提供向心力,有 $G \frac{M_{\text{地}} m_{\text{月}}}{r^2} = m_{\text{月}} \frac{4\pi^2}{T^2} r$, $r = 60R$,联

立解得 $T = 120\pi \sqrt{\frac{r}{g}}$,故 C 正确.

2. D 解析:设月球绕地球运动的轨道半径为 r_1 ,地球绕太阳运动的轨道半径为 r_2 ,由万有引力提供向心力,有 $G \frac{M_{\text{地}} m}{r_1^2} = m \frac{4\pi^2}{T_1^2} r_1$,可得 $G \frac{m_{\text{地}} m_{\text{月}}}{r_1^2} = m_{\text{月}} \frac{4\pi^2}{T_1^2} r_1$,
 $G \frac{m_{\text{地}} m_{\text{日}}}{r_2^2} = m_{\text{地}} \frac{4\pi^2}{T_2^2} r_2$,由几何关系可知 $\frac{r_1}{r_2} = \frac{R_{\text{月}}}{R_{\text{日}}} = \frac{R_{\text{地}}}{k R_{\text{日}}}$,

又 $\rho = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi R^3}$,联立可得 $\frac{\rho_{\text{地}}}{\rho_{\text{日}}} = \frac{1}{k^3} \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2$,故 D 正确.

3. A 解析: a 、 b 、 c 三个天体角速度相同, 由于 $m \ll M$, 则对 a 天体有 $G \frac{MM}{(2r)^2} = M\omega^2 r$, 解得 $\omega = \sqrt{\frac{GM}{4r^3}}$, 故 D 错误; 设 c 与 a 、 b 的连线与 a 、 b 连线中垂线的夹角为 α , 对 c 天体有 $2G \frac{Mm}{\left(\frac{r}{\sin \alpha}\right)^2} \cos \alpha = m\omega^2 \frac{r}{\tan \alpha}$, 解得 $\alpha = 30^\circ$, 则 c

的轨道半径为 $r_c = \frac{r}{\tan 30^\circ} = \sqrt{3}r$, 由 $v = \omega r$, 可知 c 的线速度大小为 a 的 $\sqrt{3}$ 倍, 故 A 正确; 由 $a = \omega^2 r$, 可知 c 的向心加速度大小是 b 的 $\sqrt{3}$ 倍, 故 B 错误; c 在一个周期内运动的路程为 $s = 2\pi r_c = 2\sqrt{3}\pi r$, 故 C 错误.

4. B 解析: 冻结轨道和捕获轨道的中心天体是月球, 根据开普勒第三定律, 得 $\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3}$, 整理得 $T_2 = T_1 \sqrt{\frac{a_2^3}{a_1^3}} = 288 \text{ h}$, A 错误; 根据开普勒第二定律, 可知近月点的速度大于远月点的速度, B 正确; 在近月点从捕获轨道变轨到冻结轨道, “鹊桥二号”进行近月制动, 捕获轨道近月点的速度大于在冻结轨道运行时近月点的速度, C 错误; “鹊桥二号”在两轨道的近月点所受的万有引力相同, 根据牛顿第二定律可知, 近月点的加速度等于在冻结轨道运行时近月点的加速度, D 错误.

5. C 解析: 在地球表面万有引力近似等于重力, 有 $G \frac{Mm}{R^2} = mg$, 解得 $GM = gR^2$, 根据题意可知, 卫星的运行周期为 $T' = \frac{T}{n}$, 根据牛顿第二定律, 由万有引力提供卫星运动的向心力, 则有 $G \frac{Mm}{(R+h)^2} = m \frac{4\pi^2}{(T')^2} (R+h)$, 联立解得 $h = \sqrt[3]{\frac{gR^2 T^2}{4n^2 \pi^2}} - R$, 故 C 正确.

6. C 解析: 因发射的卫星要能变轨到绕太阳转动, 则发射速度要大于第二宇宙速度, 即发射速度介于 11.2 km/s 与 16.7 km/s 之间, A 错误; 因 P 点转移到 Q 点的转移轨道的半长轴大于地球公转轨道半径, 则其周期大于地球公转周期 (1 年), 则从 P 点转移到 Q 点的时间为轨道周期的一半, 应大于 6 个月, B 错误; 因在环绕火星的停泊轨道的半长轴小于调相轨道的半长轴, 则由开普勒第三定律可知, 卫星在环绕火星的停泊轨道运行的周期比在调相轨道上的小, C 正确; 卫星从 Q 点变轨时要加速, 即在地火转移轨道 Q 点的速度小于火星轨道的速度, 而由 $G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{v^2}{r}$, 可得 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$, 可知火星轨道的速度小于地球轨道的速度, 因此卫星在 Q 点的速度小于地球绕太阳的速度, D 错误.

7. BD 解析: 返回舱在该绕月轨道上运动时由万有引力提供向心力, 且返回舱绕月运行的轨道为圆轨道, 半径近似为月球半径, 则有 $G \frac{M_{\text{月}} m}{r_{\text{月}}^2} = m \frac{v_{\text{月}}^2}{r_{\text{月}}}$, 在月球表面万有

引力近似等于重力, 有 $G \frac{M_{\text{月}} m}{r_{\text{月}}^2} = mg_{\text{月}}$, 联立解得 $v_{\text{月}} = \sqrt{g_{\text{月}} r_{\text{月}}}$, 由于第一宇宙速度为近地卫星的环绕速度, 同理可得 $v_{\text{地}} = \sqrt{g_{\text{地}} r_{\text{地}}}$, 代入题中数据可得 $v_{\text{月}} = \frac{\sqrt{6}}{12} v_{\text{地}}$, A 错误, B 正确; 根据线速度和周期的关系有 $T = \frac{2\pi r}{v}$, 由以上分析可得 $T_{\text{月}} = \sqrt{\frac{3}{2}} T_{\text{地}}$, C 错误, D 正确.

8. B 解析: 火星和地球均绕太阳运动, 由于火星与地球的轨道半径之比约为 $3:2$, 根据开普勒第三定律有 $\frac{r_{\text{火}}^3}{r_{\text{地}}^3} = \frac{T_{\text{火}}^2}{T_{\text{地}}^2}$, 可得 $\frac{T_{\text{火}}}{T_{\text{地}}} = \sqrt{\frac{r_{\text{火}}^3}{r_{\text{地}}^3}} = \frac{3\sqrt{6}}{4}$, A 错误; 火星和地球绕太阳做匀速圆周运动, 速度大小均不变, 当火星与地球相距最远时, 由于两者的速度方向相反, 故此时两者的相对速度最大, B 正确; 在星球表面根据万有引力定律有 $G \frac{Mm}{r^2} = mg$, 由于不知道火星和地球的质量关系, 故无法得出火星和地球表面的自由落体加速度大小之比, C 错误; 火星和地球绕太阳做匀速圆周运动, 有 $\omega_{\text{火}} = \frac{2\pi}{T_{\text{火}}}$, $\omega_{\text{地}} = \frac{2\pi}{T_{\text{地}}}$, 要发生下一次“火星冲日”, 有 $\left(\frac{2\pi}{T_{\text{地}}} - \frac{2\pi}{T_{\text{火}}}\right)t = 2\pi$, 得 $t = \frac{T_{\text{火}} T_{\text{地}}}{T_{\text{火}} - T_{\text{地}}} > T_{\text{地}}$, 可知下一次“火星冲日”将出现在 2023 年 12 月 8 日之后, D 错误.

9. A 解析: 在 P 点变轨前后空间站所受到的万有引力不变, 根据牛顿第二定律可知空间站变轨前、后在 P 点的加速度相同, A 正确; 因为变轨后其半长轴大于原轨道半径, 根据开普勒第三定律可知空间站变轨后的运动周期比变轨前的大, B 错误; 变轨后在 P 点因反冲运动相当于瞬间获得竖直向下的速度, 原水平向左的圆周运动速度不变, 因此合速度变大, C 错误; 由于空间站变轨后在 P 点的速度比变轨前的大, 而比在近地点的速度小, 则空间站变轨前的速度比变轨后在近地点的小, D 错误.

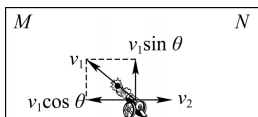
阶段温习 (第五~第六章)



1	2	3	4	5	6	7	8
C	C	C	B	AC	B	D	C

1. C 解析: 设弹丸相对炮车的发射速度大小为 v_1 , 炮车向右运动的速度大小为 v_2 , 由题可知, 弹丸打到上顶板的距离为一定值, 设为 d , 如图所示, 将 v_1 分解, 可知弹丸在竖直方向上做匀减速运动, 故竖直方向的初速度越大, 运动的时间越短, 即 $\sin \theta = 1$, 解得 $\theta = 90^\circ$, 故弹丸打到上顶板的时间与炮车的速度无关, A、B 错误, C 正确; 弹丸在竖直方向上做竖直上抛运动, 而在水平方向上与

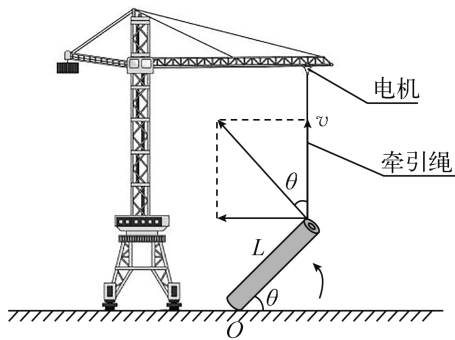
炮车有相同的速度,故弹丸的合运动是斜上抛运动,此时对应的时间最短,D错误。



2. C 解析:设喷水口横截面积为 S ,则有 $h = \frac{1}{2}gt^2$, $R = vt$,在圆周上单位时间内单位长度的水量 $Q = \frac{v\Delta t S}{\omega R \Delta t} = \frac{vS}{\omega vt} = \frac{S}{\omega \sqrt{\frac{2h}{g}}}$,由题意知 $h_a = 2h_b$, $Q_a = Q_b$,联立解得 $\frac{\omega_a}{\omega_b} = \frac{\sqrt{2}}{2}$,故 C 正确。

3. C 解析:弹珠在水平方向做匀速直线运动,竖直方向做自由落体运动,当 v_2 垂直竖直墙壁射出时,弹珠运动时间最短, $t_{\min} = \frac{L}{v_2}$, y 的最小值为 $y_{\min} = \frac{1}{2}gt_{\min}^2 = \frac{gL^2}{2v_2^2}$,故 C 正确,D 错误;由于 $v_2 > v_1$,则弹珠水平方向的合速度可以垂直竖直墙壁,合速度大小为 $v = \sqrt{v_2^2 - v_1^2}$,此时 x 的最小值为 L ,故 A、B 错误。

4. B 解析:钢管顶端做圆周运动,速度方向与杆垂直,如图所示,电机水平移动速度为 $v_{\text{水}} = v \tan \theta$,钢管顶端的速度为 $v_{\text{合}} = \frac{v}{\cos \theta}$,故 B 正确,C、D 错误;根据 $v_{\text{合}} = \frac{v}{\cos \theta} = \omega L$,可知 θ 增大,则 ω 增大,故 A 错误。



5. AC 解析:未安装尾翼时 $\mu mg = m \frac{v_1^2}{r_1}$,安装尾翼后 $\mu(mg + F_N) = m \frac{v_2^2}{r_2}$,解得 $m = 1\,275\text{ kg}$, $\mu = \frac{25}{36}$,A 正确,B 错误;未安装尾翼时,由 $\mu mg = m \frac{v_1^2}{r_1}$ 可知,若提高汽车转弯速度,则其转弯时的最小半径需增大,C 正确;安装与未安装尾翼时,车均以相应最小半径转弯时,其向心加速度大小为 $a = \frac{v^2}{r}$,安装与未安装尾翼相比,转弯的最小半径不同,所以向心加速度不同,D 错误。

6. B 解析:抛出时,可以把小球的运动看成是半径为 ρ_0 的圆周运动,由牛顿第二定律,有 $mg \cos \theta = m \frac{v^2}{\rho_0}$,可得 $v = \sqrt{\rho_0 g \cos \theta}$,A 错误,B 正确;在斜抛运动最高点,小球

的速度为 $v_t = v \cos \theta$,可以把小球的运动看成是半径为 ρ 的圆周运动,又小球只受重力,由牛顿第二定律,有 $mg = \frac{mv_t^2}{\rho}$,联立可得 $\rho = \rho_0 \cos^3 \theta$,C、D 错误。

7. D 解析:根据向心力公式 $F_n = m\omega^2 r$ 可知,在角速度相同的情况下半径越大,向心力越大,所以最外边的细沙随着角速度的增大最先发生滑动,因为圆盘表面上的细沙有 $\frac{8}{9}$ 被甩掉,即 $\frac{8}{9}$ 面积上的细沙发生滑动,剩下 $\frac{1}{9}$ 的未滑动,设未滑动的半径为 r ,则 $\pi r^2 = \frac{1}{9} \pi R^2$,解得 $r = \frac{1}{3}R$.在最低点,由牛顿第二定律,有 $mg(\mu \cos \theta - \sin \theta) = m\omega^2 r$,解得 $\omega = \sqrt{\frac{3g(\mu \cos \theta - \sin \theta)}{R}}$,故 D 正确。

8. C 解析:小球通过桌面的时间 $t = \frac{2R}{v} = \frac{T}{2}$,故小球运动到正对面时桌面刚好转过半圈,因而痕迹是封闭的,B、D 错误;由于玻璃圆桌和小球均在运动,而小球在桌面留下的痕迹其实是小球相对圆桌的运动轨迹,取桌面为参考系,刚出发时,小球相对桌面有指向圆心的速度,同时还有沿桌边切线方向的速度,因此小球出发时应当相对桌面“斜着”走,轨迹不可能是个圆,故 C 正确,A 错误。

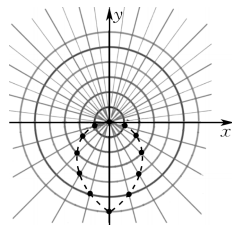
思路点拨 做某些复杂的选择題,有时可以采用某些特殊方法,比如本题需要面对图像问题,不需要分析完整的图像痕迹是怎样的,只要找到一些特殊点加以分析,或者抓住关键点就可以排除错误选项,得出答案。

另解 1: 本题也可以根据轨迹方程来判断。

以桌面为参考系,根据小球速度的特点,前 $\frac{T}{4}$ 内,小球同时参与了两个分运动:向着圆心的匀速直线运动和匀速圆周运动.其合运动为半径随时间均匀减小的近心运动.轨迹方程为 $x^2 + y^2 = (R - vt)^2$;第 $\frac{T}{4}$ 末到达圆桌中心,随后的 $\frac{T}{4}$ 内的运动与刚才的过程相反,小球远离圆心,合运动为离心运动,轨迹方程为 $x^2 + y^2 = (vt)^2$.第 $\frac{T}{2}$ 末,刚好与入射时圆桌边缘的出发点重合,随后飞离圆桌,故应选 C。

另解 2: 本题还可以采用描点法。

以圆桌为参考系,在圆桌上画若干个等间距的同心圆,再以圆心为起点向外画若干条直线,且相邻夹角相等.间隔数与同心圆间隔数相等,描出对应的交点连线即为所求轨迹.如图所示。



9. (1) AC (2) 1.25 -2.5 -0.312 5

解析: (1) 通过调节使斜槽末端保持水平, 以保证小球做平抛运动, 故 A 正确; 挡板高度不一定要等间距变化, 故 B 错误; 不改变挡片 P 的位置, 使小球从斜槽上相同位置静止释放, 以保证小球到达底端时速度相同, 故 C 正确; 将坐标纸上确定的点用平滑的曲线依次连接, 故 D 错误.

(2) 小球做平抛运动, 由图可知 a 到 b 与 b 到 c 的水平位移相同, 时间间隔相等, 设为 T. 竖直方向有 $\Delta y = 2l - l = gT^2$, 解得 $T = 0.05 \text{ s}$, 水平方向有 $v_0 = \frac{2l}{T} = \frac{2 \times 2.5 \text{ cm}}{0.05 \text{ s}} = 1.0 \text{ m/s}$, 小球在 b 点时竖直方向的分速度 $v_y = \frac{3l}{2T} = \frac{3 \times 2.5 \text{ cm}}{2 \times 0.05 \text{ s}} = 0.75 \text{ m/s}$, 小球在 b 点的速度 $v_b = \sqrt{v_0^2 + v_y^2} = 1.25 \text{ m/s}$. 小球运动到 b 点的时间为 $t = \frac{v_y}{g} = \frac{0.75}{10} \text{ s} = 0.075 \text{ s}$, 小球运动到 b 点时, 竖直方向的位移为 $y' = \frac{1}{2}gt^2$, 解得 $y' = 0.028125 \text{ m} = 2.8125 \text{ cm}$, 小球运动到 b 点时, 水平方向的位移为 $x' = v_0 t$, 解得 $x' = 1 \times 0.075 \text{ m} = 7.5 \text{ cm}$, 若以 a 点为坐标原点, 则抛出点的横坐标为 $x = 2 \times 2.5 \text{ cm} - 7.5 \text{ cm} = -2.5 \text{ cm}$, 抛出点的纵坐标为 $y = 2.5 \text{ cm} - 2.8125 \text{ cm} = -0.3125 \text{ cm}$.

10. (1) 对 A、B 整体, 根据力的平衡条件, 有

$$N = (m_A + m_B)g, T_{PB} = f,$$

对小球 B, 根据力的平衡条件, 有

$$T_{AB} \cos \theta = m_B g, T_{AB} \sin \theta = T_{PB},$$

联立解得 $N = 10 \text{ N}, f = 3 \text{ N}$.

(2) 设细线 BP 中的张力为 T, 细线 AB 中的张力为 T', 对 A, 由牛顿第二定律, 有

$$T' \sin \theta = m_A \omega_0^2 (d + L \sin \theta),$$

对 B, 由牛顿第二定律, 有

$$T - T' \sin \theta = m_B \omega_0^2 d, T' \cos \theta = m_B g,$$

联立解得 $\omega_0 = \sqrt{10} \text{ rad/s}, T = 3.8 \text{ N}$.

(3) 小环 A 受到的最大静摩擦力为

$$f_m = \mu N = 6 \text{ N},$$

当 $\omega \leq \sqrt{10} \text{ rad/s}$ 时, 小环 A 受到的摩擦力方向水平向左, 由牛顿第二定律, 有

$$m_B g \tan \theta - f = m_A \omega^2 (d + L \sin \theta),$$

即 $f = m_B g \tan \theta - m_A \omega^2 (d + L \sin \theta) = 3 - 0.3\omega^2 \text{ (N)}$.

设转动的角速度为 ω_2 时, 小环 A 受到方向水平向右的最大静摩擦力, 由牛顿第二定律, 有

$$m_B g \tan \theta + f_m = m_A \omega_2^2 (d + L \sin \theta),$$

解得 $\omega_2 = \sqrt{30} \text{ rad/s}$,

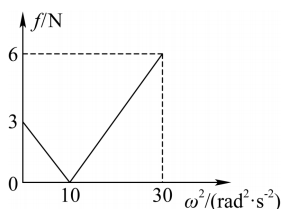
当 $\sqrt{10} \text{ rad/s} < \omega \leq \sqrt{30} \text{ rad/s}$ 时, 有

$$f = m_A \omega^2 (d + L \sin \theta) - m_B g \tan \theta = 0.3\omega^2 - 3 \text{ (N)}.$$

综上可得

$$f = \begin{cases} 3 - 0.3\omega^2 & (\text{单位: N}, \omega \leq \sqrt{10} \text{ rad/s}) \\ 0.3\omega^2 - 3 & (\text{单位: N}, \sqrt{10} \text{ rad/s} < \omega \leq \sqrt{30} \text{ rad/s}) \end{cases}$$

故 $f - \omega^2$ 关系图像如图所示.



第八章 机械能守恒定律

第一节 功与功率

题组 21 功的计算

· 答 · 案 · 速 · 查 ·

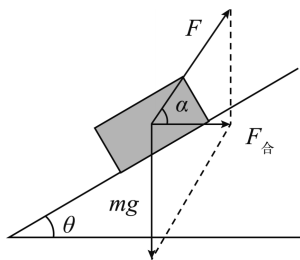
1	2	3	4	5	6	7
D	A	A	C	C	C	C

1. D **解析:** 车对人的合力大小为 ma , 方向水平向右, 根据牛顿第三定律, 可知人对车的合力大小为 ma , 方向水平向左, 人对车做负功, 则有 $W = -maL$, D 正确.

一题多解 本题还可以从“人与车保持相对静止”加以分析, 即说明两者间是一对静摩擦力, 做的功一定是一正一负且绝对值相等, 又因为车对人的合力大小为 ma , 方向水平向右, 做正功为 $W = maL$, 则人对车做负功, 为 $W' = -maL$.

2. A **解析:** 由图可知, 小车和细沙的总质量随上升距离均匀减小, 结合题图可知 $m = 10 - 0.1h$, 根据牛顿第二定律得 $F - mg = ma$, 可得 $F = 120 - 1.2h$, 故拉力与位移满足线性关系, 因此可用平均力求解变力做功. 当 $h = 0$ 时, $F_1 = 120 \text{ N}$, 当 $h = 20 \text{ m}$ 时 $F_2 = 96 \text{ N}$, 则在提升的整个过程中, 拉力对小车做的功为 $W = \bar{F}h = \frac{F_1 + F_2}{2}h$, 解得 $W = 2160 \text{ J}$, 故 A 正确.

3. A **解析:** 由牛顿第二定律, 砖块受到的合力 $F_{\text{合}} = ma$, 方向水平向前, 所以人对砖块的作用力 (支持力和静摩擦力的合力) $F = m\sqrt{a^2 + g^2}$, F 与水平方向成 α 角, 如图所示, $F \cos \alpha = F_{\text{合}} = ma$, 所以工人对砖块做的功为 $W = FL \cos \alpha = maL$, 故 A 正确.



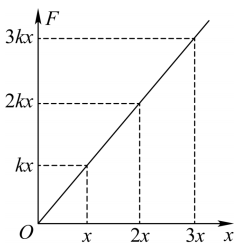
4. C **解析:** 题图甲中, 若 F 大小不变, 则物块从 A 到 C 过程中, 力 F 做的功为 $W = Fs = F(\overline{OA} - \overline{OC})$, A 错误; 题图乙中, $F - x$ 图像与坐标轴围成的面积表示功, 则全过程中 F 做的总功为 $W = 15 \times 6 \text{ J} + (-3) \times 6 \text{ J} = 72 \text{ J}$, B 错误; 题图丙中, 由微元法可得小球从 A 运动到 B 过程

中克服空气阻力做的功为 $W = f \cdot \frac{2\pi R}{4} = \frac{1}{2} \pi R f$, C 正确; 题图丁中, F 始终保持水平, 若 F 为恒力时, 将小球从 P 拉到 Q 所做的功为 $W = Fl \sin \theta$, 而缓慢将小球从 P 拉到 Q , F 沿水平方向为变力, D 错误。

5. C 解析: 物块在完全滑上台面前, 摩擦力由 0 均匀增大到 μmg , 完全滑上平台后物块所受摩擦力恒定不变, 故整个过程中物块克服摩擦力所做的功为 $W = \frac{0 + \mu mg}{2} \cdot$

$L + \mu mg(s - L) = \mu mg\left(s - \frac{L}{2}\right)$, 故 C 正确。

6. C 解析: 作出弹簧的 $F-x$ 图像如图所示, 从 O 运动到 x_1 , 弹簧的弹力向左, 物体的位移方向向右, 故弹簧弹力做负功, A 错误; 由图像可知, 物块从 O 运动到 x_1 , 弹簧弹力做的功为 $W_1 = \frac{1}{2} kx^2$, 从



x_1 运动到 x_2 , 弹簧弹力做的功为 $W_2 = \frac{kx + 2kx}{2} x =$

$\frac{3}{2} kx^2$, B 错误; 物块从 x_2 运动到 x_3 , 弹簧弹力做的功为

$W_3 = \frac{3kx + 2kx}{2} x = \frac{5}{2} kx^2$, 则 $W_2 : W_3 = 3 : 5$, C 正确; 物块运动过程中, 摩擦力一直做负功, 故物块由 x_1 向右运动到 x_2 与物块由 x_1 向右运动到 x_3 后再返回到 x_2 , 摩擦力做的功不同, D 错误。

7. C 解析: 取向左为正, 弹簧压缩, 物块 P 受力向右, 为负方向, 物块 Q 受力向左, 为正方向, 因此 S_1 对应 P , S_2 对应 Q , 两物块所受合力大小相等, 根据牛顿第二定律, 有 $a_0 = \frac{F}{m_Q}$, $\frac{1}{2} a_0 = \frac{F}{m}$, 解得 $m_Q = \frac{1}{2} m$, A 错误; $a-t$ 图像面积表示速度变化量, 由对称性可知, $0 \sim t_0$ 和 $t_0 \sim 2t_0$ 内图像面积相等, 则 t_0 时刻物块 Q 的速度为 $\frac{S_2}{2}$, B 错误;

$0 \sim t_0$ 内 P 的速度变化量为 $\frac{1}{2} S_1$, 故 t_0 时刻 P 的速度为 $v_P = v_0 - \frac{1}{2} S_1$, C 正确; $0 \sim t_0$ 内物块 Q 加速度增大, 弹簧压缩量增大, $t_0 \sim 2t_0$ 内物块 Q 加速度减小, 弹簧逐渐恢复原长, 在 $0 \sim 2t_0$ 内弹簧对 Q 的作用力方向始终向左, Q 向左运动, 故弹簧对 Q 始终做正功, D 错误。

思路点拨 本题解题的关键是需要理解 $a-t$ 图像面积等于速度变化量, 两物块所受合力总是等大反向, 加速度变化对应弹力的变化, 因此整个 $a-t$ 图像反映了先是弹簧被压缩后又逐渐恢复原长的过程。

8. AD 解析: 设弹簧劲度系数为 k , F 未作用时, 弹簧压缩量为 x_0 , 整体受到总的重力和弹力而平衡, 即 $kx_0 =$

$(m_A + m_B)g$, $t=0$ 时, 假设 A 、 B 恰好分离, 对 A 有 $kx_0 - m_A g = m_A a$, 对 B 有 $F - m_B g > m_B a$, 解得 $F > 60 \text{ N}$. 由题图乙可知 $t=0$ 时, $F=30 \text{ N} < 60 \text{ N}$, 所以 A 、 B 先以共同加速度运动, 设整体加速度为大小为 a , 由牛顿第二定律有 $F + kx_0 - (m_A + m_B)g = (m_A + m_B)a$, 由图乙可知 0 时刻 $F_0 = 30 \text{ N}$, 联立解得 A 、 B 整体共同运动的加速度 $a = 10 \text{ m/s}^2$, $t=0.2 \text{ s}$ 时 F 发生突变, 共同匀加速位移为 $x = \frac{1}{2} at^2 = 0.2 \text{ m}$, 故 A 正确; 由图乙可知 A 、 B

分离出现在 0.2 s 时刻, 且分离瞬间 A 、 B 之间弹力为零, 对 A 有 $k(x_0 - x) - m_A g = m_A a$, 解得 $k = 50 \text{ N/m}$, 故 B 错误; A 、 B 分离时整体速度 $v = at = 2 \text{ m/s}$, 物块 A 仍在加速, 因此 A 的最大速度超过 2 m/s , 故 C 错误; 分离瞬间对 B , 设拉力为 F_1 , 由牛顿第二定律有 $F_1 - m_B g = m_B a$, 联立以上解得 $F_1 = 40 \text{ N}$, 根据胡克定律, F 随上升位移 x 线性变化, $0 \sim 0.2 \text{ m}$ 内 F 对位移 x 的平均作用力为 $\bar{F} = \frac{F_0 + F_1}{2} = 35 \text{ N}$, 做功 $W = \bar{F}x = 7 \text{ J}$, 故 D 正确。

题组 22 功率 机车启动的两种方式

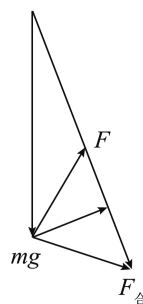
答案速查

1	2	3	4	5	6
D	C	B	BC	C	BD

1. D 解析: 小球 A 的加速度 $a_A = g \sin \theta$, 小球 A 沿斜面方向的位移为 $s_A = \frac{h}{\sin \theta}$, 则 A 球到达斜面底部的速度大小 $v_A = \sqrt{2a_A s_A} = \sqrt{2gh}$, B 球落地的速度大小 $v_B = \sqrt{2gh}$, A 、 B 落地时速度大小相等, 但速度方向不同, A 错误; 两球均做初速度为 0 的匀变速直线运动, 运动时间 $t = \frac{\Delta v}{a}$, 两球落地时速度大小相等, 由于 $a_A < a_B$, 可得 $t_A > t_B$, 整个过程中 A 、 B 所受重力做的功相同, 根据平均功率 $\bar{P} = \frac{W}{t}$, 可以得出 B 球重力的平均功率大于 A 球重力的平均功率, B 错误; 重力的瞬时功率等于重力乘以重力方向上的分速度, 则 $P_A = mgv \sin \theta$, $P_B = mgv$, 故 $P_A < P_B$, C 错误, D 正确。

2. C 解析: 由于杆以角速度 ω 匀速转动, 合外力指向圆心, 根据力的合成与分解, 判断杆对小球作用力的方向不是沿着杆, 大小可能小于重力, 所以 A、B 错误; 根据力矩平衡有 $F \cdot \frac{L}{2} \cdot \sin 60^\circ =$

$mgL \cos 60^\circ$, 解得 $F = \frac{2\sqrt{3}mg}{3}$, 速度大小为 $v = \omega \cdot \frac{L}{2}$, 分析可知, 力与速度的夹角 $\theta = 30^\circ$, 所以拉



根据力矩平衡有 $F \cdot \frac{L}{2} \cdot \sin 60^\circ =$

$mgL \cos 60^\circ$, 解得 $F = \frac{2\sqrt{3}mg}{3}$, 速度大小

巅峰挑战

8. AD 解析: 设弹簧劲度系数为 k , F 未作用时, 弹簧压缩量为 x_0 , 整体受到总的重力和弹力而平衡, 即 $kx_0 =$