

初中数学

小题才王做[®]

恩波教育研究中心 编

巅峰版

七年级下
· 苏科版 ·

本册主编 郑发平 刘 军 朱奎祥
编 委 吴桂余 王永宽 朱金祥
吴小波 杨 平 李 波
张 敏 于 杰 张 杰

Contents

目录

巅峰训练篇

第7章 幂的运算

巅峰训练 1 同底数幂的乘法 幂的乘方与积的乘方	1
巅峰训练 2 同底数幂的除法	3
第 7 章综合练	5

第8章 整式乘法

巅峰训练 3 单项式乘单项式 单项式乘多项式 多项式乘多项式	7
巅峰训练 4 乘法公式	9
第 8 章综合练(1)	11
第 8 章综合练(2)	13

第9章 图形的变换

巅峰训练 5 平移	15
巅峰训练 6 轴对称	17
巅峰训练 7 旋转	19
第 9 章综合练	21

第10章 二元一次方程组

巅峰训练 8 二元一次方程 二元一次方程组的概念 解二元一次方程组 三元一次方程组(1)	23
巅峰训练 9 二元一次方程 二元一次方程组的概念 解二元一次方程组 三元一次方程组(2)	25
巅峰训练 10 用二元一次方程组解决问题(1)	27
巅峰训练 11 用二元一次方程组解决问题(2)	29
第 10 章综合练(1)	31
第 10 章综合练(2)	33

第11章 一元一次不等式

巅峰训练 12 不等式 一元一次不等式的概念	35
巅峰训练 13 解一元一次不等式	37
巅峰训练 14 一元一次不等式组	39
巅峰训练 15 用一元一次不等式解决问题	41
第 11 章综合练(1)	43
第 11 章综合练(2)	45



第12章 定义 命题 证明

巅峰训练 16 定义与命题	47
巅峰训练 17 证明	49
巅峰训练 18 定理(1)	51
巅峰训练 19 定理(2)	53
第12章综合练(1)	55
第12章综合练(2)	57

期末综合练(1)	59
期末综合练(2)	61
期末综合练(3)	63

巅峰专题篇

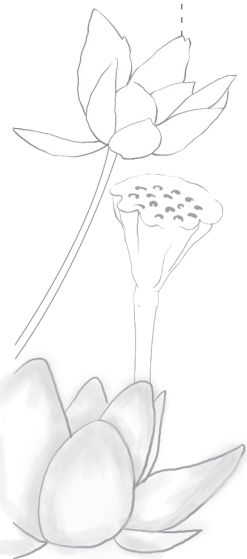
巅峰专题 1 几何作图综合	65
巅峰专题 2 新情境下的应用	67
巅峰专题 3 新定义下的探究	70

期末压轴篇

期末压轴 1 2025年南京市玄武区期末压轴题	73
期末压轴 2 2025年南京市秦淮区期末压轴题	74
期末压轴 3 2025年南京市联合体期末压轴题	75
期末压轴 4 2025年苏州市吴江区、吴中区、相城区期末压轴题	76
期末压轴 5 2025年苏州市昆山市、常熟市、太仓市、张家港市期末压轴题	77
期末压轴 6 2025年无锡市滨湖区期末压轴题	78
期末压轴 7 2025年常州市期末压轴题	79
期末压轴 8 2025年镇江市期末压轴题	80
期末压轴 9 2025年镇江市丹徒区期末压轴题	81
期末压轴 10 2025年南通市期末压轴题	82
期末压轴 11 2025年盐城市盐都区期末压轴题	83
期末压轴 12 2025年泰州市姜堰区、海陵区期末压轴题	84
期末压轴 13 2025年泰州市泰兴市、兴化市期末压轴题	85
期末压轴 14 2025年扬州市江都区期末压轴题	86
期末压轴 15 2025年扬州市宝应县、高邮市期末压轴题	87
期末压轴 16 2025年徐州市期末压轴题	88
期末压轴 17 2025年宿迁市宿城区期末压轴题	89
期末压轴 18 2025年宿迁市沭阳县期末压轴题	90
期末压轴 19 2025年淮安市涟水县期末压轴题	91
期末压轴 20 2025年连云港市期末压轴题	92

答案全解精析(另册)

附:做题小帮手·巅峰指南

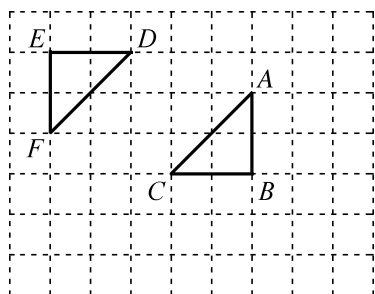


第9章 图形的变换

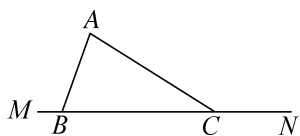
巅峰训练5 平移



1. (2025·南京市玄武区期中)如图,在正方形网格中有两个等腰直角三角形,其顶点都在格点上,把 $\triangle DEF$ 先向右平移 x 格,再向下平移 y 格,就能与 $\triangle ABC$ 拼合成一个四边形,那么 $x+y$ 的值是 ()



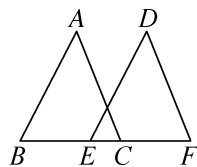
- A. 有一个确定的值
B. 有两个不同的值
C. 有三个不同的值
D. 有无数个不同的值
2. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,边 BC 在直线 MN 上,且 $BC=7$.将 $\triangle ABC$ 沿直线 MN 平移得到 $\triangle DEF$,点 B 的对应点为 E .若平移的距离为3,则 CE 的长为 ()



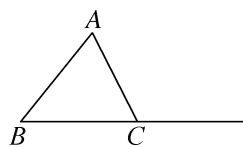
- A. 3 B. 4 C. 10 D. 4 或 10
3. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $BC=6$ cm,将 $\triangle ABC$ 以每秒1 cm的速度沿 BC 向右平移,得到 $\triangle DEF$.设平移时间为 t s($t < 6$),若在 B, E, C 三个点中,一个点到另外两个点的距离存在2倍的关系,则给出下列三人的判断.甲:“有两种情况, t 的值为2或3.”乙:

“有三种情况, t 的值为2或3或4.”丙:“有四种情况, t 的值为2或3或4或5.”其中正确的是 ()

- A. 甲 B. 乙
C. 丙 D. 无法判断



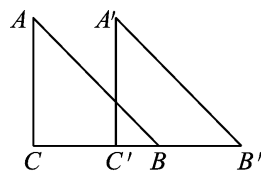
(第3题)



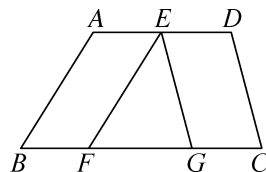
(第4题)

4. 如图,在锐角三角形 ABC 中, $\angle BAC=60^\circ$,将 $\triangle ABC$ 沿着射线 BC 方向平移得到 $\triangle A'B'C'$ (平移后点 A, B, C 的对应点分别是 A', B', C'),连接 CA' .若在整个平移过程中, $\angle ACA'$ 和 $\angle CA'B'$ 的度数之间存在2倍关系,则 $\angle ACA'$ 的度数不可能为 ()
- A. 20° B. 40°
C. 80° D. 120°

5. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ, AC=BC=4$,现将 $\triangle ABC$ 沿 CB 方向平移到 $\triangle A'B'C'$ 的位置.若平移的距离为3,则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle A'B'C'$ 重叠部分的面积为_____.



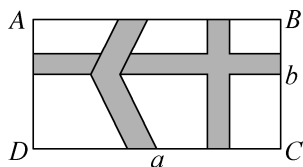
(第5题)



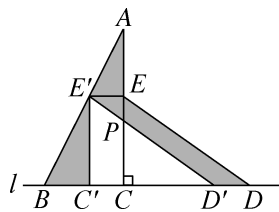
(第6题)

6. 如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC, BC > AD$,将 AB, CD 分别平移到 EF 和 EG 的位置.若 $AD=4, BC=7$,则 FG 的长为_____.

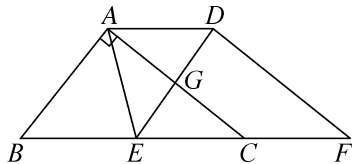
7. 如图,某公园形如长方形 $ABCD$,长为 a ,宽为 b .该公园中有 3 条宽均为 c 的小路,其余部分均种上小草,则该公园种植小草的面积为_____.



8. 如图,直线 l 上摆放着两个大小相同的 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DEC$, $\angle ACB = \angle DCE = 90^\circ$, $\angle BAC = \angle EDC = 30^\circ$. 将 $\triangle DEC$ 沿直线 l 向左平移得到 $\triangle D'E'C'$,使点 E' 落在边 AB 上, $E'D'$ 与 AC 交于点 P . 现有下列结论: ① $\angle CPD' = 60^\circ$; ② $AB \perp E'D'$; ③ $\triangle PEE'$ 和 $\triangle PCD'$ 的周长之和大于 $\triangle ABC$ 的周长; ④ 图中阴影部分的面积之和等于 $\triangle ABC$ 的面积. 其中正确的是_____ (填序号).



9. 如图,在直角三角形 ABC 中, $\angle BAC = 90^\circ$, 将 $\triangle ABC$ 沿直线 BC 向右平移 2 cm 得到 $\triangle DEF$, 连接 AD, AE , 给出以下结论: ① $AB \parallel DE$; ② $EC = 2$ cm; ③ $\angle B = \angle ADE$; ④ $AG = CG$; ⑤ $BE = AD$. 其中正确的结论有_____ (填序号).



10. (2024 · 徐州市期末) 在所给的方格纸中,用无刻度的直尺分别按要求画图.
- (1) 在图 1 中, 已知点 A, B, C 均在格点上, 将 $\triangle ABC$ 向右平移 2 格, 再向上平移

1 格, 得到 $\triangle A'B'C'$, 画出 $\triangle A'B'C'$.

- (2) 在图 2 中, 已知点 D, E, F, G 均在格点上, DE 与 FG 交于点 O , $\angle DOF = \alpha$, 画出 $\triangle DEM$, 使其同时满足下列条件:

- ① 点 M 在格点上;
② $\triangle DEM$ 的一个角等于 α .

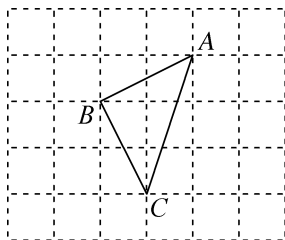


图 1

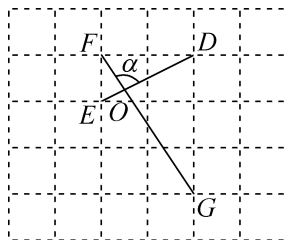


图 2



11. 如图 1, 直线 $CB \parallel OA$, $\angle B = \angle A = 108^\circ$, 点 E, F 在边 BC 上, 且满足 $\angle FOC = \angle AOC$, 并且 OE 平分 $\angle BOF$.

- (1) 求 $\angle EOC$ 的度数.
(2) 如图 1, 若 $\angle OEB = \angle BOF$, 求出 $\angle COA$ 的度数.
(3) 如图 2, 若平移 AC , 在平移过程中, $\angle OEB + \angle OCA$ 是否为定值? 若是定值, 求出此定值; 若不是, 请说明理由.

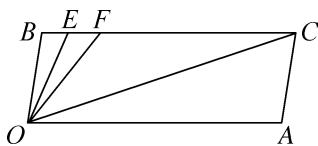


图 1

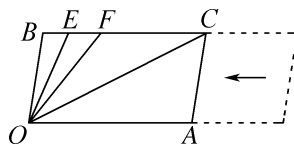
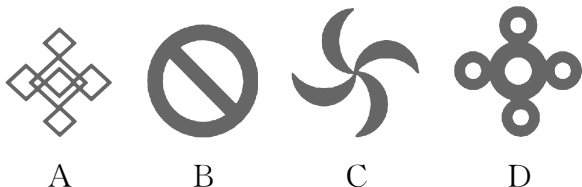
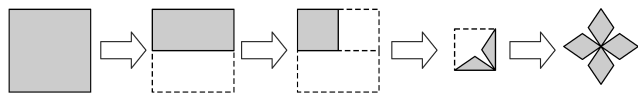


图 2

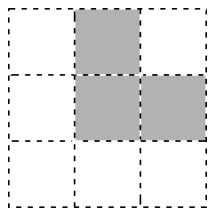
巅峰训练 6 轴对称



- 有下列说法：①关于一条直线对称的两个图形一定能重合；②两个能重合的图形一定关于某条直线对称；③一个轴对称图形不一定只有一条对称轴；④两个轴对称图形的对应点一定在对称轴的两侧. 其中正确说法的个数为 ()
A. 1 B. 2 C. 3 D. 4
- 剪纸是我国的民间艺术,方法有很多种.下面是一种剪纸方法的图示,先将纸折叠,然后再剪,展开即得到图案.选项中的四个图案,不能用上述方法剪出的是 ()

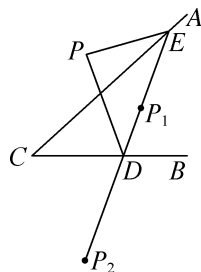


- (2025·徐州市邳州市期中)如图,在 3×3 正方形网格中,已有三个小正方形被涂黑,将剩余的白色小正方形再任意涂黑一个,则所得黑色图案是轴对称图形的情况有 ()

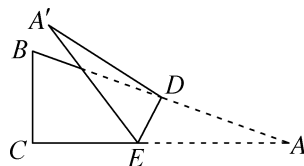


- A. 6种 B. 5种 C. 4种 D. 2种
- 如图, P 是 $\angle ACB$ 外一点, D, E 分别是 $\angle ACB$ 两边上的点,点 P 关于 CA 的对称

点 P_1 恰好落在线段 ED 上,点 P 关于 CB 的对称点 P_2 恰好落在 ED 的延长线上.若 $PE=3, PD=4, ED=5$,则线段 P_1P_2 的长为 ()



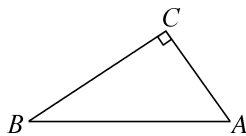
- A. 4 B. 5 C. 6 D. 7
- 小明从镜子里看到镜子对面电子钟示数的影像如图所示,这时的时刻应是_____.



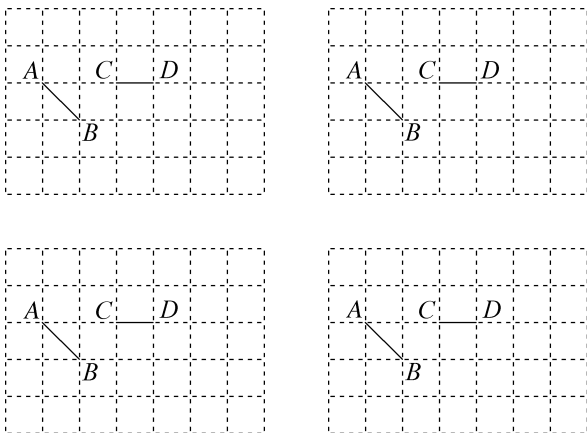
(第5题)

(第6题)

- 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, D 是 AB 的中点, E 是边 AC 上一动点,将 $\triangle ADE$ 沿 DE 翻折,使点 A 落在点 A' 处,当 $A'E \parallel BC$ 时, $\angle AED=$ _____.
- (2025·无锡市宜兴市月考)如图,在直角三角形 ABC 中, $\angle ACB=90^\circ, AC=3, BC=4, AB=5$,用无刻度的直尺和圆规完成下列作图,并完成填空.
 - 作边 AB 的中点 D ;
 - 作 $\angle ABC$ 的平分线 BE ,交边 AC 于点 E ;
 - 作点 C 关于直线 BE 的对称点 F ;
 - DF 的长为_____.



8. 如图,方格纸上画有 AB 和 CD 两条线段,请仅用无刻度的直尺在图中添上一条线段,使图中的 3 条线段组成一个轴对称图形(画出 4 种,不写作法).



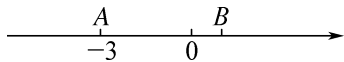
9. 如图, A, B 是数轴上两点,点 A 表示的数是 -3 ,点 B 在点 A 的右侧,且到点 A 的距离是 4.

(1) 点 B 表示的数是_____.

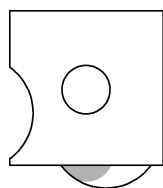
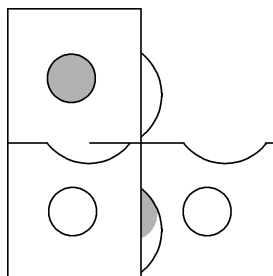
(2) C, D, M, N 是数轴上不同于 A, B 的四点,把数轴对折,使 A, B 两点重合,此时, C, D 两点也重合.

①若点 D 在原点的右侧,到原点的距离为 6,求点 C 表示的数;

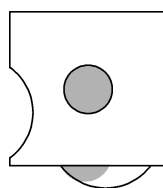
②若点 M, N 在原点的两侧,点 M 到点 A 的距离是 100,当 A, B 两点重合时,点 M 到点 B, N 的距离相等,求点 N 表示的数.



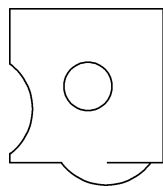
10. 下列选项中有一张纸片会与如图所示的纸片紧密拼凑成正方形纸片,且正方形上的阴影区域会形成一个轴对称图形,则此纸片为 ()



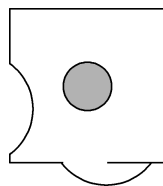
A



B



C

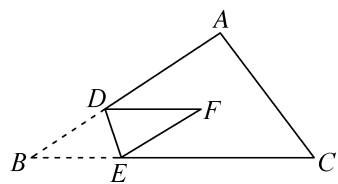


D

11. 如图,有一张三角形纸片 ABC , $\angle B = 30^\circ$, $\angle C = 50^\circ$, D 是边 AB 上的固定点 ($BD < \frac{1}{2}AB$),请在边 BC 上找一点 E ,将纸片沿 DE 折叠 (DE 为折痕),点 B 落在点 F 处,使 EF 与 $\triangle ABC$ 的一边平行,并求出此时 $\angle BEF$ 的度数.



巅峰讲坛



巅峰训练 7 旋转



1. 图1和图2中所有的小正方形大小相等,将图1的正方形放在图2中①②③④的某一位置,使它与原来7个小正方形组成的图形是中心对称图形,这个位置是 ()

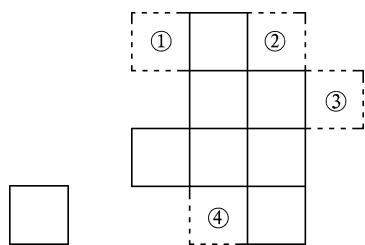


图1

图2

- A. ① B. ② C. ③ D. ④
2. 将一副三角板按如图1的位置摆放,其中含 30° 角的直角三角板的直角边与含 45° 角的直角三角板的斜边重合,含 30° 角的直角三角板直角顶点与含 45° 角的直角三角板的锐角顶点 O 重合.现将含 30° 角的直角三角板绕点 O 顺时针旋转至如图2的位置,此时 $\angle 1=20^\circ$,则 $\angle 2$ 的大小为 ()

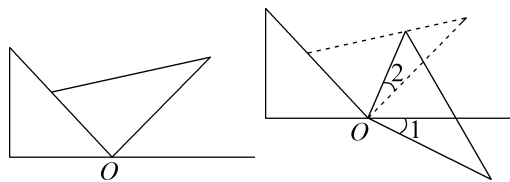
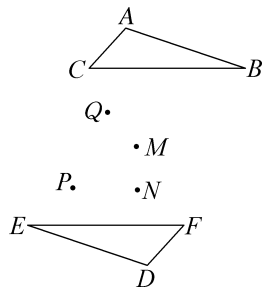


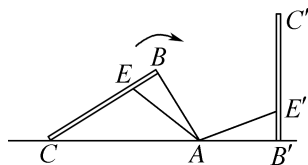
图1

图2

- A. 30° B. 25° C. 20° D. 15°
3. 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 关于某点成中心对称,则其对称中心是 ()
- A. 点 P B. 点 Q C. 点 M D. 点 N

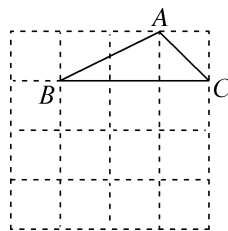


(第3题)

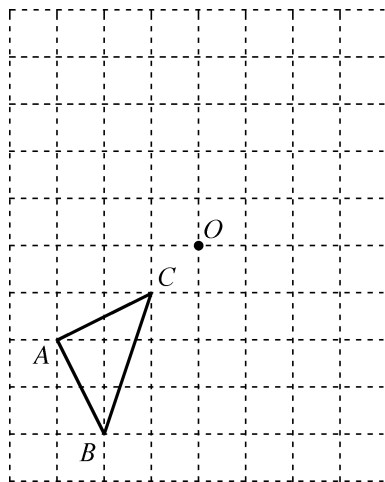


(第4题)

4. 如图,教室内地面有个倾斜的畚箕,箕面 AB 与水平地面的夹角 $\angle CAB$ 为 62° ,小明将它扶起(将畚箕绕点 A 顺时针旋转)后平放在地面,箕面 AB 绕点 A 旋转的度数为_____.
5. 如图,在 4×4 的方格纸中,画格点三角形(顶点均在格点上) $A_1B_1C_1$,使其与 $\triangle ABC$ 关于方格纸中的一个格点成中心对称,这样的 $\triangle A_1B_1C_1$ 有_____个.



6. 如图, $\triangle ABC$ 的三个顶点都在边长为1个单位长度的正方形网格的格点上, O 为 $\triangle ABC$ 外一点.
- (1) 将 $\triangle ABC$ 向右平移4个单位长度得到 $\triangle A_1B_1C_1$,作出平移后的图形;
- (2) 将 $\triangle ABC$ 绕点 O 顺时针旋转 180° 得到 $\triangle A_2B_2C_2$,作出旋转后的图形;
- (3) $\triangle A_2B_2C_2$ 可以看作是 $\triangle A_1B_1C_1$ 经过什么变换得到的?





7. 【问题提出】在学习数轴知识时,数学小组的同学们遇到了这样的问题,请你帮他们解决:若将数轴折叠,使-2与4对应的点重合.

(1) 此时,-3对应的点与_____对应的点重合.

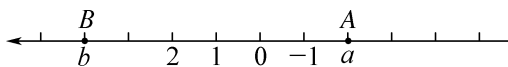
(2) 若数轴上 M, N 两点之间的距离为 2 024,且 M, N 两点经过上述方法折叠后互相重合,求 M, N 两点表示的数.

【反思生疑】解决这个问题后,小寻同学提出了这样的问题:既然数轴可以折叠,那可不可以把数轴旋转一下呢?于是,同学们将数轴绕原点旋转 180° ,得到了如图所示的“新数轴”.

晓晓同学说:一般规定水平向右为数轴的正方向,但是如果规定水平向左为正方向,也可以帮助我们解决问题.我们就叫这个数轴为“新数轴”吧!我来考考大家:

(3) 在这个“新数轴”上, $a = \underline{\hspace{2cm}}$, $b = \underline{\hspace{2cm}}$,点 A 与点 B 之间的距离为_____.

(4) 在这个“新数轴”上,若点 P 从点 A 出发,以每秒 2 个单位长度的速度向左移动,经过多少秒,点 P 与点 A 的距离是点 P 与点 B 的距离的 2 倍? 此时,点 P 在“新数轴”上表示的数是多少?



8. 如图,有一副直角三角板如图 1 所示放置,其中 $\angle D = 45^\circ$, $\angle DPB = 45^\circ$, $\angle C = 30^\circ$, $\angle CPA = 60^\circ$, PA, PB 与直线 MN 重合,且三角板 PAC , 三角板 PBD 均可以绕点 P 逆时针旋转.

(1) 在图 1 中, $\angle DPC = \underline{\hspace{2cm}}$.

(2) ①如图 2,若三角板 PBD 保持不动,三角板 PAC 绕点 P 逆时针旋转,转速为 $10^\circ/s$,转动一周三角板 PAC 就停止转动,在旋转的过程中,当旋转时间为多少时, $PC \parallel DB$?

②如图 3,在图 1 基础上,若三角板 PAC 的边 PA 从 PN 处开始绕点 P 逆时针旋转,转速为 $3^\circ/s$,同时三角板 PBD 的边 PB 从 PM 处开始绕点 P 逆时针旋转,转速为 $2^\circ/s$,当 PC 转到与原 PA 位置重合时,两三角板都停止转动,在旋转过程中,当 $\angle CPD = \angle BPM$ 时,旋转的时间是多少?

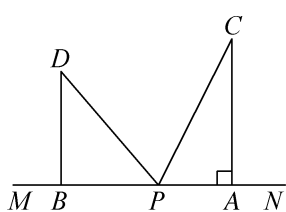


图 1

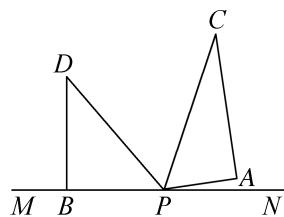


图 2

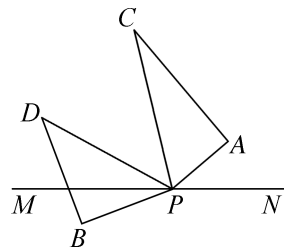
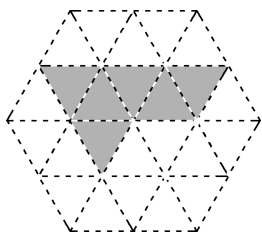


图 3

第9章综合练

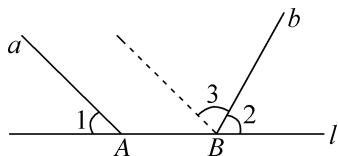
一、选择题

1. 如图,在小正三角形组成的网格中,已有6个小正三角形涂黑,还需涂黑 n 个小正三角形,使它们与原来涂黑的小正三角形组成的新图案恰有三条对称轴,则 n 的最小值为 ()

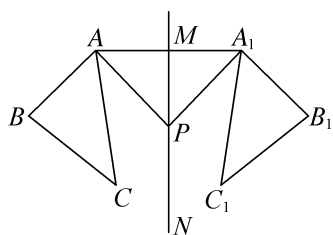


- A. 10 B. 6 C. 3 D. 2
2. 对数轴上的点 P 进行如下操作:先把点 P 表示的数乘 $\frac{1}{3}$,再把所得数对应的点向右平移 1 个单位长度,得到点 P 的对应点 P' . 已知点 E 经过上述操作后得到的对应点 E' 与点 E 重合,则点 E 表示的数是 ()
- A. 2.5 B. 3 C. 1.5 D. 0.5

3. 如图,射线 a, b 分别与直线 l 交于点 A, B . 现将射线 a 沿直线 l 向右平移过点 B ,若 $\angle 1=40^\circ, \angle 2=70^\circ$,则 $\angle 3$ 的度数为 ()
- A. 70° B. 60° C. 90° D. 80°



(第3题)



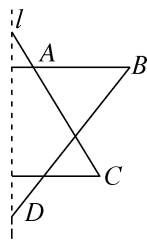
(第4题)

4. 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于直线 MN 对称, P 为 MN 上任意一点(点 P 不在 AA_1 上),下列结论中错误的是 ()
- A. $AP=A_1P$
- B. $\triangle ABC$ 与 $\triangle A_1B_1C_1$ 面积相等

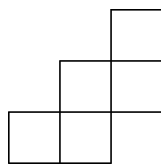
- C. MN 垂直平分 AA_1
- D. 直线 AB, A_1B_1 的交点不一定在 MN 上

二、填空题

5. 如图,已知一个图案的一半,其中虚线 l 是这个图案的对称轴,那么这个图案的形状是_____.

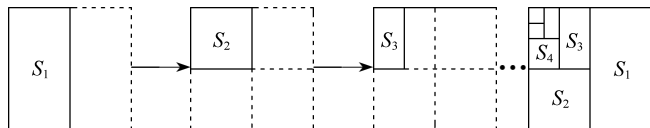


(第5题)

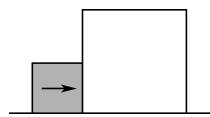


(第6题)

6. 如图是由五个形状、大小都相同的正方形组成的图形,如果去掉其中一个正方形,使得剩下的图形是一个中心对称图形,那么不同的去法有_____种.
7. 将边长为 1 的正方形纸片按如图所示方法进行对折,第 1 次对折后得到的图形面积为 S_1 ,第 2 次对折后得到的图形面积为 S_2, \dots ,第 n 次对折后得到的图形面积为 S_n ,则 $S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_{2025} =$ _____.

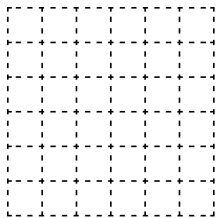


8. 大正方形的边长为 4 cm,小正方形的边长为 2 cm,起始状态如图所示,现把小正方形以 1 cm/s 的速度向右沿直线平移,同时大正方形以 1 cm/s 的速度向左沿直线平移,设平移的时间为 t s,两个正方形重叠部分的面积为 S cm^2 . 当 $S=2$ 时,平移的时间为_____.

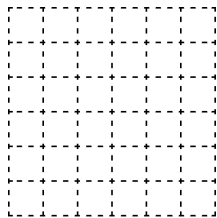


三、解答题

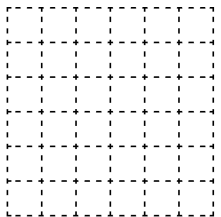
9. 如图,将边长为2的正方形剪成四个全等的直角三角形,用这四个直角三角形拼成符合要求的四边形,请在下列网格中画出你拼成的四边形(注:①网格中每个小正方形的边长为1;②所拼的图形不得与原图形相同;③四边形的各顶点都在格点上).



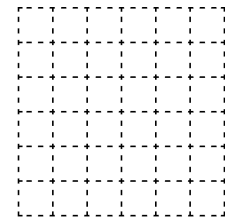
是轴对称图形
不是中心对称图形



是中心对称图形
不是轴对称图形



既是轴对称图形
又是中心对称图形



既不是轴对称图形
又不是中心对称图形

10. 如图1, O 为直线 AB 上一点,过点 O 在直线 AB 的上方作射线 OC , 使 $\angle AOC = 60^\circ$. 将一块直角三角板的直角顶点放在点 O 处,一边 OM 在射线 OB 上,另一边 ON 在直线 AB 的下方,其中 $\angle MON = 90^\circ$, $\angle OMN = 30^\circ$, $\angle ONM = 60^\circ$.



巅峰讲坛

- 将图1中的三角板绕点 O 顺时针旋转至图2,使一边 OM 在 $\angle BOC$ 的内部,且恰好平分 $\angle BOC$,求 $\angle CON$ 的度数.
- 将图1中的三角板绕点 O 按每秒 10° 的速度沿顺时针方向旋转一周,在旋转的过程中,第 _____ s 时,边 MN 恰好与射线 OC 平行;第 _____ s 时,直线 ON 恰好平分锐角 $\angle AOC$.
- 将图1中的三角板绕点 O 顺时针旋转至图3,使 ON 在 $\angle AOC$ 的内部,请探

究 $\angle AOM$ 与 $\angle NOC$ 之间的数量关系,并说明理由.

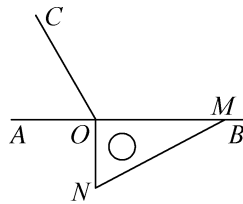


图1

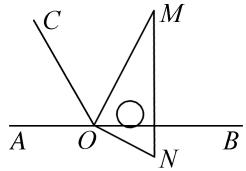


图2

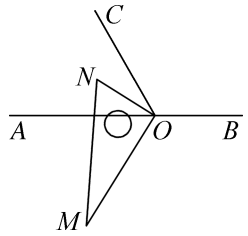


图3

11. 利用折纸可以作出角平分线,如图1, OC 即为 $\angle AOB$ 的平分线. 如图2、图3,折叠长方形纸片, OC, OD 均是折痕,折叠后,点 A 落在点 A' 处,点 B 落在点 B' 处,连接 OA' .
- 如图2,若点 B' 恰好落在 OA' 上,且 $\angle AOC = 32^\circ$,求 $\angle BOD$ 的度数.
 - 如图3,当点 B' 在 $\angle COA'$ 的内部时,若 $\angle AOC = 44^\circ$, $\angle BOD = 61^\circ$,求 $\angle A'OB'$ 的度数.

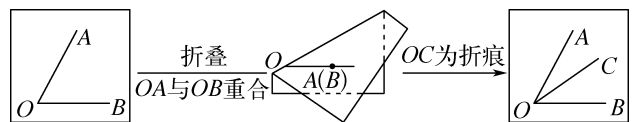


图1

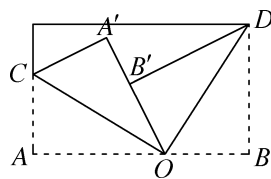


图2

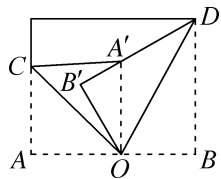
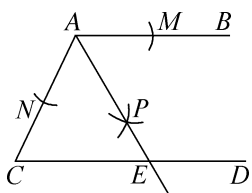


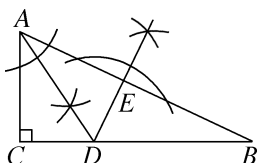
图3

巅峰专题 1 几何作图综合

1. 如图, $AB \parallel CD$, 以点 A 为圆心, 适当长为半径作弧, 分别交 AB, AC 于点 M, N , 再分别以点 M, N 为圆心, 大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径作弧, 两弧相交于点 P , 作射线 AP 交 CD 于点 E . 若 $\angle AEC = 55^\circ$, 则 $\angle C$ 的度数为 ()
 A. 70° B. 75° C. 80° D. 60°

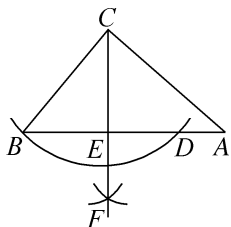


(第 1 题)

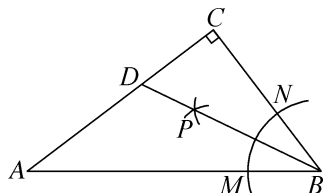


(第 2 题)

2. (2025 · 无锡市期中) 如图, 在直角三角形 ABC 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle B = 20^\circ$. 根据尺规作图的痕迹可知, $\angle ADE$ 的度数为 ()
 A. 70° B. 55° C. 50° D. 60°
3. (2025 · 泰州市期末) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB = m$, 以点 C 为圆心, 以 BC 的长为半径作弧交 BA 于点 D , 再分别以点 B, D 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}BD$ 的长为半径作弧, 两弧交于点 F , 作射线 CF 交 BA 于点 E , 若 $\triangle ABC$ 的面积为 S , 则 $CE =$ _____.
 (用含 S 和 m 的代数式表示)



(第 3 题)



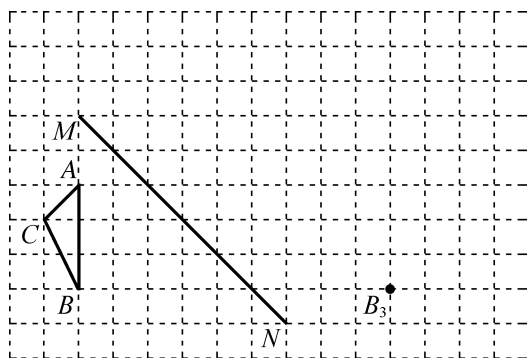
(第 4 题)

4. (2025 · 扬州市模拟) 如图, 在直角三角形 ABC 中, $\angle C = 90^\circ$, 按以下步骤作图: ①以

点 B 为圆心, 以任意长为半径作弧, 分别交 AB, BC 于点 M, N ; ②分别以点 M, N 为圆心, 以大于 $\frac{1}{2}MN$ 的长为半径作弧, 两弧在 $\angle ABC$ 内交于点 P ; ③作射线 BP , 交 AC 于点 D . 若 $S_{\triangle ABD} = 16$, $AB = 8$, 则线段 CD 的长为 _____.

5. (2025 · 连云港市灌云县期中) 如图, 已知 $\triangle ABC$ 的顶点 A, B, C 在格点上, 按下列要求在方格纸中画图.

- 画出将 $\triangle ABC$ 向右平移 1 个单位长度后的图形 $\triangle A_1B_1C_1$;
- 画出 $\triangle A_1B_1C_1$ 关于直线 MN 对称的图形 $\triangle A_2B_2C_2$;
- 如果点 B_3 与点 B_2 关于某点成中心对称, 请标出这个对称中心 O , 并画出 $\triangle A_2B_2C_2$ 关于点 O 成中心对称的图形 $\triangle A_3B_3C_3$.



6. 【实践操作】学习了图形的变换后, 小明同学利用几何软件画出如图 1 所示的箭头 T_1 . 画两条直线 a, b , 作出箭头 T_1 关于直线 a 对称的箭头 T_2 , 再作出箭头 T_2 关于直线 b 对称的箭头 T_3 , 对应点的连线 $MM', M'M''$ 分别与对称轴相交于点 P, Q .

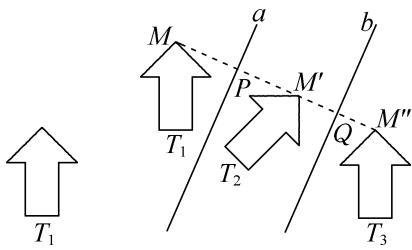


图 1

图 2

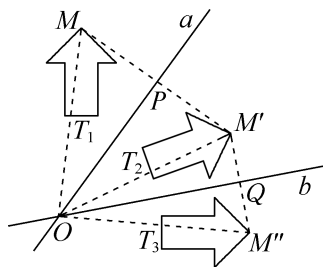


图 3

【问题探究】如图 2, 当直线 a 与直线 b 平行时.

- 箭头 T_3 还可以看作是箭头 T_1 沿着 _____ 方向平移而成的图形, 平移的距离等于线段 _____ 的长度.
- 试说明: $MM' = 2PQ$.

【类比探究】如图 3, 当直线 a 与直线 b 相交于点 O 时.

- 箭头 T_3 可以看作是箭头 T_1 绕着点 _____ 旋转而成的, 旋转角为 _____, $\angle MOM'$ 与 $\angle POQ$ 的数量关系为 _____.

【拓展探究】当直线 a 与直线 b 垂直时.

- 箭头 T_3 与箭头 T_1 的对称关系是 _____.

7. (2025 · 连云港市期中) 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, P 为边 BC 上一点, 请用无刻度的直尺和圆规完成以下作图, 要求: 保留作图痕迹, 不写作法.

(1) 如图 1, 作一条直线 l , 使点 A 关于 l 的对称点为 P .

(2) 如图 2, 过点 P 作直线 MN , 使得 $MN \perp BC$.

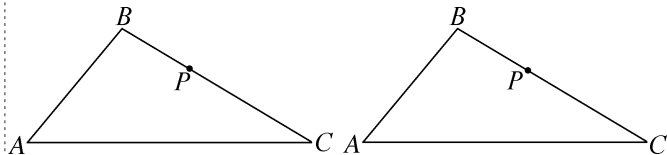


图 1

图 2

8. (2025 · 南京市联合体期中) 已知 $\angle AOB$, 点 M 在 OB 上.

(1) 如图 1, 点 N 在 OA 上, 且 $OM = ON$, 在 $\angle AOB$ 内部作一点 P , 使四边形 $OMP N$ 是轴对称图形.

(2) 如图 2, 点 Q 在 $\angle AOB$ 的内部, 请在图 2 和图 3 中作出两种不同的四边形 $OMP N$, 使四边形 $OMP N$ 为轴对称图形, 且点 N 在 OA 上, 点 P 在 $\angle AOB$ 内部, 点 Q 在四边形 $OMP N$ 的一边上. 要求: 用无刻度的直尺和圆规作图; 保留作图的痕迹, 不写作法.

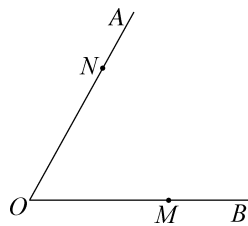


图 1

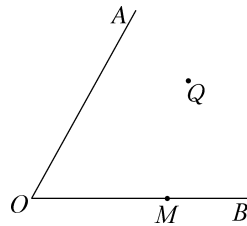


图 2

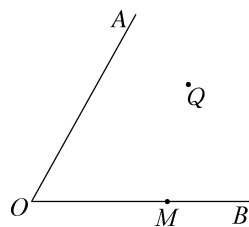
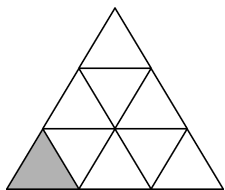


图 3

期末压轴 1 2025 年南京市玄武区期末压轴题

1. 用 9 个大小相同的等边三角形组成如图所示的图形, 其中, 由阴影三角形经过一次轴对称变换能得到的白色三角形的个数为 x , 由阴影三角形经过一次旋转变换能得到的白色三角形的个数为 y , 则 x, y 的值分别是 ()



- A. 5, 6 B. 5, 8 C. 6, 6 D. 6, 8

2. 已知两组数, 第一组: $-\frac{13}{4}, 0.3, \frac{1}{2}, 2.25, -\frac{3}{10}$; 第二组: $\frac{4}{5}, -\frac{1}{6}, 3.2, \frac{13}{6}$. 将第一组中的每一个数与第二组中的每一个数相乘, 则所有乘积的和是_____.

3. 【基础作图】

如图 1, 线段 AB 经过一次轴对称得到线段 $A'B'$, 点 A, B 的对应点分别是 A', B' . 求作: 点 B' (要求: 尺规作图, 保留作图痕迹, 写出必要的文字说明).

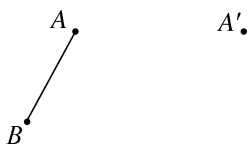


图 1

【变化探究】

已知 $\triangle ABC$ 先经过 1 次轴对称, 再经过 1 次平移得到 $\triangle A'B'C'$.

- (1) 如图 2, $\triangle A'B'C'$ 还可以看作是 $\triangle ABC$ 经过怎样的图形变换得到

的? 现有下列结论: ① 2 次旋转; ② 2 次轴对称; ③ 1 次平移和 1 次旋转; ④ 1 次轴对称和 1 次旋转. 其中正确结论的序号是_____.

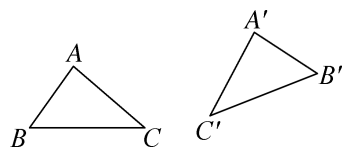


图 2

- (2) 如图 3, 求作: 经过点 P 的对称轴 l (要求: 尺规作图, 保留作图痕迹, 写出必要的文字说明).

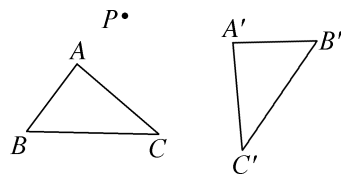


图 3

- (3) 如图 4, 已知 $\triangle ABC$, 若 $AA' = 6$, 且平移的距离为 4, 则点 A 到对称轴的距离 d 的取值范围为_____.

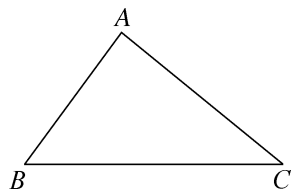
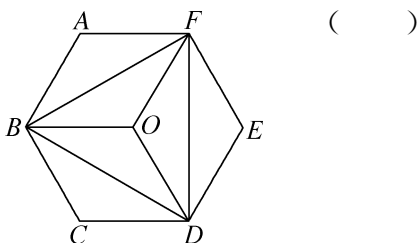


图 4

期末压轴 2 2025 年南京市秦淮区期末压轴题

1. 如图, O 是正六边形 $ABCDEF$ 的对称中心, 图中可以通过一次旋转与 $\triangle ABF$ 重合的三角形 ($\triangle ABF$ 自身除外) 的个数是 ()



A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

2. 若关于 x, y 的二元一次方程 $ax + y = b$ 与 $cx + y = d$ 的部分解分别如表 1、表 2 所示, 则关于 x 的不等式 $ax - b \leq cx - d$ 的解集为_____.



表 1

x	...	-1	0	1	2	...
y	...	-4	-1	2	5	...

表 2

x	...	0	1	2	3	...
y	...	3	2	1	0	...

3. 如图 1, A, B 两地间的公路长为 360 km, 其中有一段长为 10 km 的施工道路 MN , 点 M 距离 A 地 200 km. 甲、乙两辆轿车分别从 A, B 两地出发, 沿该公路相向而行, 乙车比甲车晚出发 20 min. 在非施工道路 (其限速情况如图 2 所示), 甲车始终以 100 km/h 的速度行驶, 乙车始终以 V km/h 的速度行驶; 在施工道路, 两车均以 40 km/h 的速度行驶.



图 1



图 2

- (1) 若 $V = 90$.

① 甲车出发 2 h 时, 甲车行至_____处, 乙车行至_____处 (填“点 M ”“点 N ”或“ MN 的中点”);

② 甲车行至 MN 的中点时, 乙车行驶的时间为_____h.

- (2) 已知两车在点 P 处相遇.

① 若点 P 与点 N 重合, 求 V 的值;

② 若点 P 在非施工道路上 (点 P 不与点 M, N 重合), 直接写出 V 的取值范围.

期末压轴 3 2025 年南京市联合体期末压轴题

- 某商场促销方案规定:单笔消费金额每满 100 元立减 10 元. 例如,单笔消费金额为 208 元时,立减 20 元. 甲在该商场单笔购买 2 件 A 商品,立减了 20 元;乙在该商场单笔购买 2 件 A 商品与 1 件 B 商品,立减了 30 元. 若 B 商品的单价是整数元,则该整数的最小值是 ()
A. 1 B. 99 C. 101 D. 199
- 已知 $2^a=3, 2^b=6, 2^c=12$, 现有下列结论:
① $c=a+2$; ② $a+b=c+1$; ③ $2 < b < 3$. 其中正确结论的序号是_____.
- 在学习了“平行线”和“三角形”的内容后,某兴趣小组探究了如下问题:如图 1,点 E, F 在 AB, CD 之间,且位于 AD 的两侧,连接 AE, EF, DF.

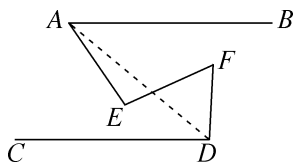


图 1

- (1) 如图 2,若 $AB \parallel CD, \angle A=60^\circ, \angle E=\angle F$, 则 $\angle D=$ _____ $^\circ$.

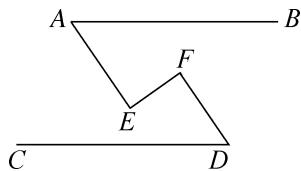


图 2

- (2) 如图 3,若 $AB \parallel CD$, 求证: $\angle A + \angle E = \angle D + \angle F$.

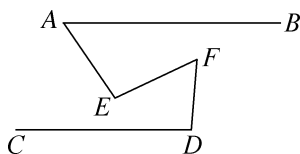


图 3

- (3) 如图 4,若 AB, CD 相交于点 O, $\angle AOC=30^\circ$.

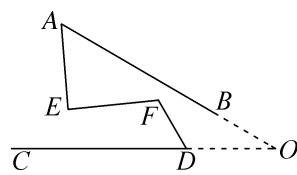


图 4

- 直接写出 $\angle A, \angle FDC, \angle E, \angle F$ 满足的关系;
- 已知 $\angle FDC=60^\circ, \angle E=\alpha, \angle F=\beta$, 若平面内存在一点 P, 连接 PA, PF, $\angle PAE = \frac{1}{3} \angle EAB, \angle PFE = \frac{1}{3} \angle EFD$, 直接写出 $\angle APF$ 的度数 (用含 α, β 的式子表示).