

第9章 图形的变换

本章导读

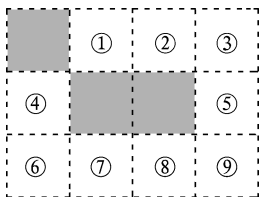
本章在小学学习的基础上,利用对应点、对应线段和对应角研究平移、轴对称、旋转变换前后两个对应图形的性质,要求会识别三种变换,利用三种变换设计图形;会用平移解决面积问题,理解轴对称、轴对称图形和中心对称、中心对称图形的区别与联系;会用直尺和圆规作线段垂直平分线和角平分线.



焦点1 平移

【思维解读】平移是一种重要的变换,它由平移方向与平移距离两个要素组成. 平移变换的主要作用是把分散的线段、角相对集中起来,从而使已知条件集中在一个我们所熟知的基本图形之中. 这样一来,我们就可以利用平移后产生的新的图形的性质对原图形进行研究,从而使问题得以转化. 因此,这种变换是我们在后续的学习过程中,证明几何问题的重要方法.

【例题展示 1】在由相同的小正方形组成的 3×4 的网格中,有 3 个小正方形已经涂黑,请你再涂黑一个小正方形,使涂黑的四个小正方形中,其中两个可以由另外两个平移得到,则还需要涂黑的小正方形的序号是 ()



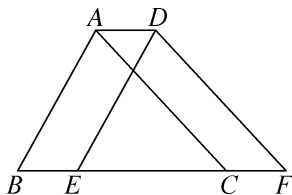
- A. ①或② B. ③或④ C. ⑤或⑥ D. ①或⑨

分析:根据平移的定义解答即可.涂黑①时,可将左上和左下两个黑色正方形向右平移1个单位长度,即可得到右上和右下两个黑色正方形;涂黑⑨时,可将左上和左下两个黑色正方形先向右平移2个单位长度,再向下平移1个单位长度,即可得到右上和右下两个黑色正方形.

答案:D

【超级链接】“巅峰训练5”第1题.

【例题展示2】如图,将 $\triangle ABC$ 沿射线 BC 方向平移2 cm得到 $\triangle DEF$.若 $BF=10$ cm,则 $EC=$ _____ cm.



分析:此题考查平移的性质,关键是根据平移中连接各组对应点的线段平行且相等解答.

由平移可得, $BE=CF=2$ cm.因为 $BF=10$ cm,所以 $EC=BF-BE-CF=6$ cm.

答案:6

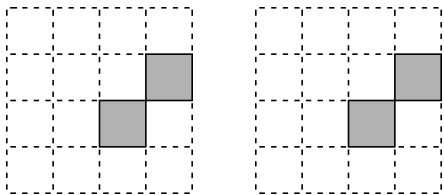
【超级链接】“巅峰训练5”第6,9题;“第9章综合练”第3题.

焦点2 轴对称

【思维解读】“轴对称”的主要内容是从生活中的图形入手,学习轴对称及其基本性质,欣赏、体验轴对称在现实生活中的广泛应用.本章内容是初中数学的重点,也是中考热点问题之一.

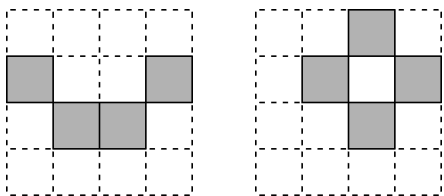
【例题展示1】如图是由16个相同的小正方形拼成的正方形网格,现将其中的两个小正方形涂黑.请你用两种不同的方法分别在

下图中再将两个空白的小正方形涂黑,使它成为轴对称图形.



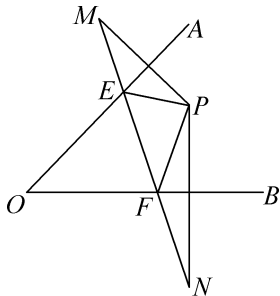
分析:根据轴对称图形的概念作图.如果一个图形沿着一条直线对折后两部分完全重合,这样的图形叫作轴对称图形.这条直线叫作对称轴,以16个相同的小正方形构成的大正方形的对称轴作出图形即可.此题考查了轴对称图形和轴对称的作图方法.轴对称图形要找对称轴,轴对称要找关于对称轴的对应点.

答案:作图如下:



【超级链接】“巅峰训练6”第3,8题.

【例题展示2】如图,点 P 在 $\angle AOB$ 内, M,N 分别是点 P 关于 OA,OB 的对称点,且 MN 分别交 OA,OB 于点 E,F ,连接 PE,PF .若 $\triangle PEF$ 的周长为20,求 MN 的长.



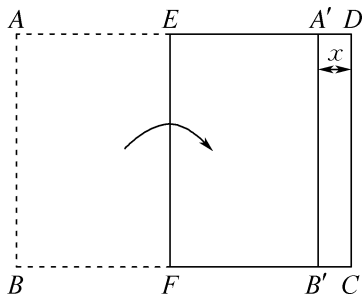
分析:根据轴对称的性质,可知 $EP=EM,PF=FN$,所以线段 MN 的长等

于 $\triangle PEF$ 的周长,再根据 $\triangle PEF$ 的周长为20,即可得出 MN 的长.

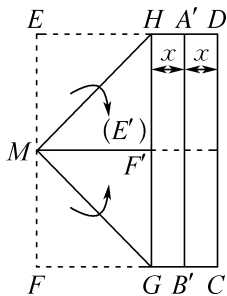
答案:因为 M 是点 P 关于 OA 的对称点,所以 $EP=EM$. 因为 N 是点 P 关于 OB 的对称点,所以 $PF=FN$,所以 $MN=ME+EF+FN=PE+EF+PF$. 因为 $\triangle PEF$ 的周长为20,所以 $MN=20$.

【超级链接】“巅峰训练6”第4题.

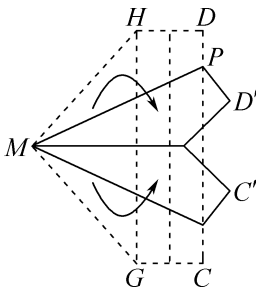
【例题展示3】折纸飞机是我们儿时快乐的回忆. 现有一张长为240 mm、宽为180 mm的白纸,如图,按下面几个步骤折出纸飞机,求 x 的值.(说明:第一步:将白纸沿着 EF 折叠,边 AB 的对应边 $A'B'$ 与边 CD 平行,记它们的距离为 x mm;第二步:将 EM, MF 分别沿着 MH, MG 折叠,使 EM 与 MF 重合,从而获得边 HG ,边 HG 与 $A'B'$ 的距离也为 x mm)



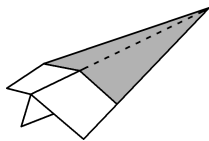
第一步



第二步



第三步



分析:根据折叠的性质构建方程即可解决问题.

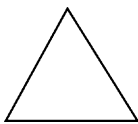
答案:根据题意,可得 $ME=MF=ME'=90$ mm,因此 $2 \times 90 + 2x + x = 240$,所以 $3x = 240 - 180$, $x = 20$.

【超级链接】“巅峰训练 6”第 11 题.

焦点 3 旋转

【思维解读】旋转是几何图形运动变换的基本形式之一,它就是把一个图形绕着一个定点按一定方向旋转某个角度而得到另一个图形.当条件和结论的联系不明显时,通过旋转一定的角度(如 $60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$ 等),使分散的条件集中起来,从而使辅助线的添加显得自然流畅,同时也使解题过程变得简洁.

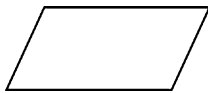
【例题展示 1】下列图形中,既是轴对称图形又是中心对称图形的是 ()



A



B



C



D

分析:本题主要考查了中心对称图形和轴对称图形的定义.如果一个平面图形沿一条直线折叠,直线两旁的部分能够互相重合,这个图形就叫作轴对称图形;把一个图形绕着某一个点旋转 180° ,如果旋转后的图形能够与原来的图形重合,那么这个图形叫作中心对称图形,这个点就是它的对称中心.

答案:B

【超级链接】“巅峰训练 7”第 1 题;“第 9 章综合练”第 6 题.

【例题展示 2】如图,在 6×4 的方格纸中,格点三角形甲经过旋转后得到格点三角形乙,则其旋转中心是 ()

90°), 即 $\angle CBD = \alpha$.

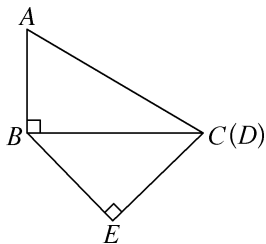


图 1

(1) 如图 1, 当 BC 与 BD 重合时, 求 $\angle ACE$ 和 $\angle ABE$ 的度数.

(2) $\triangle DBE$ 从图 1 位置开始旋转, 在旋转过程中, 若两个三角形有一组边互相平行, 请在下图中画出此时的图形, 并写出相应的 α 的度数.

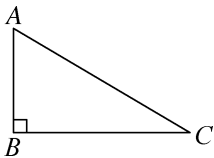


图 2

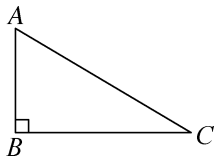


图 3

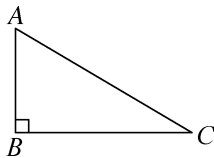


图 4

分析: 本题考查了作图——旋转变换和平行线的性质与判定. (1) 根据角的性质即可解决问题. (2) 分三种情况画图, 根据平行线的性质即可解决问题.

答案: (1) 如题图 1, 当 BC 与 BD 重合时, 因为在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle DBE$ 中, $\angle ACB = 30^\circ$, $\angle BDE = \angle DBE = 45^\circ$, $\angle ABC = \angle E = 90^\circ$, 所以 $\angle ACE = \angle ACB + \angle BDE = 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$, $\angle ABE = \angle ABC + \angle DBE = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$.

(2) 如图 1, 若 $AC \parallel BD$, 则 $\angle CBD = \angle C = 30^\circ$.

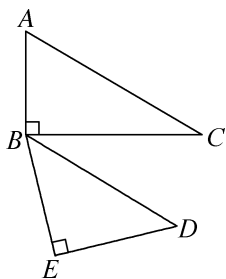


图 1

如图 2, 若 $BC \parallel ED$, 则 $\angle CBD = \angle D = 45^\circ$.

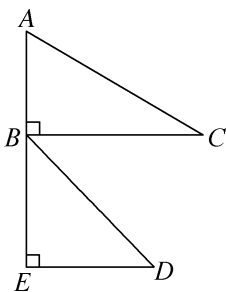


图 2

如图 3, 若 $AC \parallel ED$, 延长 EB 交 AC 于点 F , 则 $\angle BFC = 180^\circ - \angle BED = 90^\circ$, 所以 $\angle FBC = 180^\circ - \angle BFC - \angle ACB = 60^\circ$, 所以 $\angle CBD = 180^\circ - \angle FBC - \angle EBD = 75^\circ$.

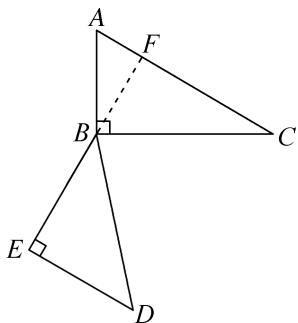


图 3

综上所述, α 的度数为 30° 或 45° 或 75° .

【超级链接】“巅峰训练 7”第 8 题;“第 9 章综合练”第 10 题.