

# 初中数学

# 小题才王做<sup>®</sup>

恩波教育研究中心 编

## 提优版

七年级下  
· 苏科版 ·

本册主编 张 杰 郑发平 渠东剑  
编 委 吴小波 杨 平 李 波  
王永宽 朱奎祥 朱松林

# Contents 目录

## 课时训练篇

### 第7章 幂的运算

课时训练 1	同底数幂的乘法	1
课时训练 2	幂的乘方与积的乘方(1)	3
课时训练 3	幂的乘方与积的乘方(2)	5
课时训练 4	同底数幂的除法(1)	7
课时训练 5	同底数幂的除法(2)	9
课时训练 6	同底数幂的除法(3)	11
提优专题 1	幂的大小比较	13

### 第8章 整式乘法

课时训练 7	单项式乘单项式	14
课时训练 8	单项式乘多项式	16
课时训练 9	多项式乘多项式	18
课时训练 10	乘法公式(1)	20
课时训练 11	乘法公式(2)	22
课时训练 12	乘法公式(3)	24

### 第9章 图形的变换

课时训练 13	平移(1)	26
课时训练 14	平移(2)	28
课时训练 15	轴对称(1)	30
课时训练 16	轴对称(2)	32
课时训练 17	轴对称(3)	34
课时训练 18	轴对称(4)	36
课时训练 19	旋转(1)	38
课时训练 20	旋转(2)	40
课时训练 21	旋转(3)	42
提优专题 2	几何作图基础	44
综合与实践	设计美丽的图案	46

### 第10章 二元一次方程组

课时训练 22	二元一次方程	47
课时训练 23	二元一次方程组的概念	49
课时训练 24	解二元一次方程组(1)	51
课时训练 25	解二元一次方程组(2)	53
提优专题 3	解含字母系数的二元一次方程(组)	55
课时训练 26	*三元一次方程组	56
课时训练 27	用二元一次方程组解决问题(1)	58
课时训练 28	用二元一次方程组解决问题(2)	60
课时训练 29	用二元一次方程组解决问题(3)	62
综合与实践	膳食结构与热量平衡	64

### 第11章 一元一次不等式

课时训练 30	不等式(1)	65
课时训练 31	不等式(2)	67
课时训练 32	一元一次不等式的概念	69
课时训练 33	解一元一次不等式(1)	71
课时训练 34	解一元一次不等式(2)	73
课时训练 35	一元一次不等式组(1)	75
课时训练 36	一元一次不等式组(2)	77
提优专题 4	解含字母系数的一元一次不等式(组)	79
课时训练 37	用一元一次不等式解决问题(1)	80
课时训练 38	用一元一次不等式解决问题(2)	82
综合与实践	生活中的不等式	84

### 第12章 定义 命题 证明

课时训练 39	定义	86
课时训练 40	命题	88
课时训练 41	证明	90
课时训练 42	定理(1)	92
课时训练 43	定理(2)	94
课时训练 44	定理(3)	96
提优专题 5	三角形内、外角平分线的夹角问题	98

## 专题强化篇

专题强化 1	数与形视角看整式乘法	100
专题强化 2	图形的三种变换	102
专题强化 3	方程(组)与不等式(组)的综合运用	105
专题强化 4	让推理能力不断进阶	107

## 阶段检测篇

(见活页)

第7章检测卷	1
第8章检测卷	3
第9章检测卷	5
第10章检测卷	7
第11章检测卷	9
第12章检测卷	11
期中检测卷	13
期末检测卷	15

答案全解精析(另册)

附:提优小帮手·期末加油站

# Index 索引

## 第 7 章 幂的运算

- 提优点 1 同底数幂的乘法 ..... P1T1, T3
- 提优点 2 幂的个位上数字的规律 ..... P2T5
- 提优点 3 幂的乘方与积的乘方 ..... P3T13, P5T3
- 提优点 4 同底数幂的除法 ..... P7T9, P8T6
- 提优点 5 零指数幂、负整数指数幂 ..... P9T10, P10T9
- 提优点 6 科学记数法 ..... P11T2, P12T8
- 提优点 7 幂的大小比较 ..... P4T2, P10T4

## 第 8 章 整式乘法

- 提优点 1 整式的乘法 ..... P15T7, P17T7, P18T9
- 提优点 2 完全平方公式 ..... P20T11, P21T2
- 提优点 3 平方差公式 ..... P22T9, P23T4
- 提优点 4 化简求值 ..... P18T10, P20T12, P24T10
- 提优点 5 简便计算 ..... P19T9, P20T10
- 提优点 6 整式中的数与形 ..... P14T8, P17T9, P21T9
- 提优点 7 转化思想 ..... P19T6, P25T5
- 提优点 8 整式大小的比较 ..... P19T3, P21T6
- 提优点 9 整除问题 ..... P16T10, P22T11, P24T4

## 第 9 章 图形的变换

- 提优点 1 图形的平移 ..... P26T3, P28T4
- 提优点 2 轴对称中的折叠交换 ..... P31T3, P34T4
- 提优点 3 轴对称中的线段与角 ... P34T5, P35T1, P37T6
- 提优点 4 图形的旋转 ..... P38T2, P40T4
- 提优点 5 中心对称及中心对称图形 ..... P42T2, P43T6

- 提优点 6 平移、轴对称、旋转的作图 ..... P26T6, P34T8, P40T6

## 第 10 章 二元一次方程组

- 提优点 1 二元一次方程 ..... P47T6, P48T4
- 提优点 2 二元一次方程组 ..... P49T5, P50T6
- 提优点 3 代入法解二元一次方程组 ..... P51T8, P52T6
- 提优点 4 加减法解二元一次方程组 ..... P53T5, T9
- 提优点 5 三元一次方程组 ..... P56T9, P57T2
- 提优点 6 用二元一次方程组解决问题  
..... P58T5, P60T4, P62T6
- 提优点 7 整体思想 ..... P52T7, P53T9(3), P54T6

## 第 11 章 一元一次不等式

- 提优点 1 生活中的不等式 ..... P65T13, P66T8
- 提优点 2 不等式的性质 ..... P67T5, T6, P68T8
- 提优点 3 不等式的解集 ..... P69T2, P70T3
- 提优点 4 解一元一次不等式 ..... P71T10, P73T10
- 提优点 5 一元一次不等式组 ..... P75T1, P77 基础 T4
- 提优点 6 用一元一次不等式解决问题 ..... P80T4, P83T3

## 第 12 章 定义 命题 证明

- 提优点 1 定义 ..... P86T1, P87T3
- 提优点 2 命题 ..... P88T7, P89T5
- 提优点 3 证明 ..... P90T7, P91T3
- 提优点 4 三角形内角和定理及其推论 ... P92T3, P93T4
- 提优点 5 多边形的内、外角和 ..... P94T6, P95T8
- 提优点 6 反证法 ..... P96T7, P97T4

# 第9章 图形的变换

## 课时训练 13 平移(1)

(时间:25 min)

### 基础巩固

- (2025 泰州市期末)下列生活现象中,属于平移的是 ( )
  - 汽车轮胎在地上滚动
  - 对折一张纸
  - 拉开抽屉
  - 时钟上分针的运动

- 在  $6 \times 6$  的网格中,将图 1 中的图形  $N$  平移后位置如图 2 所示,则图形  $N$  的平移方法是 ( )

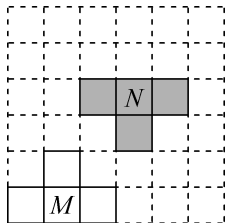


图 1

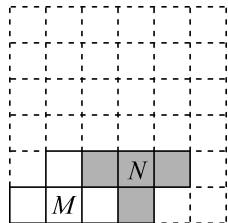
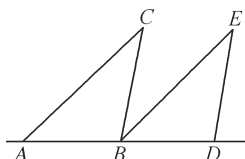


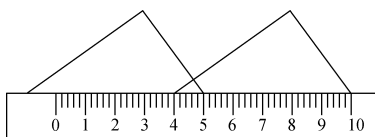
图 2

- 向下平移 1 格
  - 向上平移 1 格
  - 向上平移 2 格
  - 向下平移 2 格
- 如图,将三角形纸板  $ABC$  沿直线  $AB$  向右平行移动,使点  $A$  到达点  $B$  的位置.若  $\angle CAB = 45^\circ$ ,  $\angle ABC = 100^\circ$ ,则  $\angle CBE$  的度数为 ( )

- $25^\circ$
- $30^\circ$
- $35^\circ$
- $40^\circ$



(第 3 题)

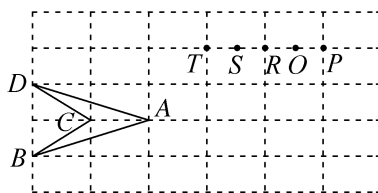


(第 4 题)

- (2025 无锡市梁溪区期中)如图,把三角形纸板的斜边紧靠直尺平移,一个顶点从刻度“5”平移到刻度“10”,则该顶点平移的距

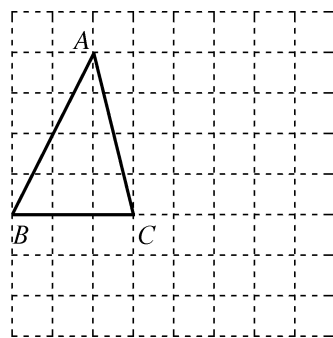
离为 \_\_\_\_\_ cm.

- 如图,箭头  $ABCD$  在网格中作平行移动,当点  $A$  移动到点  $P$  的位置时,点  $C$  移动到的位置为点 \_\_\_\_\_.



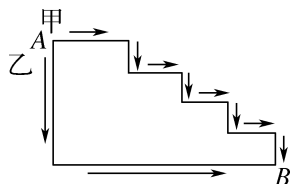
- (2025 盐城市建湖县期中)在正方形网格中,每个小正方形的边长均为 1 个单位长度,  $\triangle ABC$  顶点的位置如图所示.

- 将  $\triangle ABC$  先向右平移 5 个单位长度,再向下平移 3 个单位长度,点  $A, B, C$  的对应点分别是  $D, E, F$ ,请画出平移后的  $\triangle DEF$ .
- 如果  $P$  是线段  $AB$  的中点,画出平移后点  $P$  的对应点  $Q$  的位置(利用网格点和直尺作图).

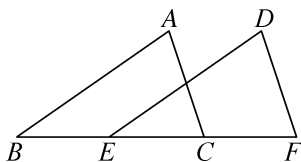


**拓展提优**

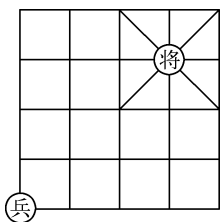
1. 如图,甲、乙两只蚂蚁以相同的速度沿两条不同的路径,同时从点A处出发爬到点B处,则 ( )



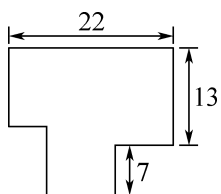
- A. 甲和乙同时到      B. 甲比乙先到  
C. 乙比甲先到      D. 无法确定
2. 如图,  $\triangle ABC$  经过平移得到  $\triangle DEF$ , 若  $\angle DEF = 35^\circ$ ,  $\angle ACB = 70^\circ$ , 则  $\angle A$  的度数是 ( )



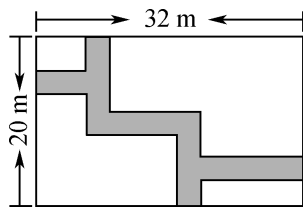
- A.  $55^\circ$     B.  $65^\circ$     C.  $75^\circ$     D.  $85^\circ$
3. 在象棋中,“兵”在过河后,可以向左、向右或向前移动,但是永远不能向后移动. 如图,“兵”已经过河了,可以向右、向前移动,那么“兵”从现在的位置走到“将”的位置,且要使距离之和最短,行走的方法有 ( )



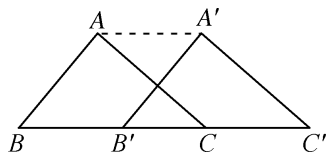
- A. 16 种                      B. 20 种  
C. 24 种                      D. 32 种
4. 如图是某零件的平面示意图(单位:mm), 每一个转角处都是直角, 则该零件的平面示意图的周长是 \_\_\_\_\_ mm.



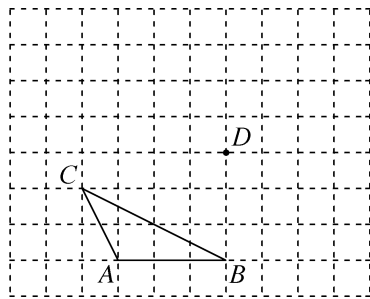
5. 如图,某住宅小区内有一长方形地块,想在长方形地块内修筑等宽的道路(图中阴影部分),余下部分绿化. 若道路的宽为 2 m, 则绿化的面积为 \_\_\_\_\_  $m^2$ .



6. 如图,已知  $\triangle ABC$  的面积为 16,  $BC$  的长为 8, 现将  $\triangle ABC$  沿边  $BC$  向右平移  $m$  个单位长度到  $\triangle A'B'C'$  的位置. 若平行四边形  $ABB'A'$  的面积为 32, 求  $m$  的值.



7. 在如图所示的正方形网格中, 每个小正方形的边长均为 1 个单位长度,  $\triangle ABC$  的顶点都在正方形网格的格点(网格线的交点)上, 将  $\triangle ABC$  经过一次平移得到  $\triangle DEF$ ,  $D, E, F$  分别是点  $A, B, C$  的对应点.



- (1) 画出平移后的  $\triangle DEF$ .  
(2) 在格点上找一点  $P$  (不与点  $A$  重合), 使  $\triangle PBC$  的面积等于  $\triangle ABC$  的面积. 满足这样条件的点  $P$  共 \_\_\_\_\_ 个.  
(3) 平移过程中, 线段  $AC$  扫过的图形面积是 \_\_\_\_\_.

## 课时训练 14 平移(2)

(时间:30 min)

## 基础巩固

1. 在平移作图的过程中,有下列说法:

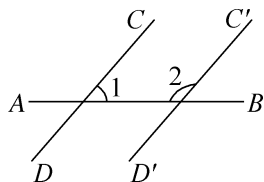
①先确定平移的方向,再确定平移后的对应点,最后连接这些对应点,便可以得到平移后的图形;②经过平移,图形上的每个点都移动了相同的距离;③平移图形只需要确定平移的方向就可以了. 其中正确的有

( )

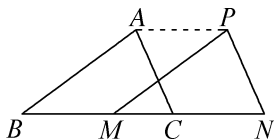
A. 3个 B. 2个 C. 1个 D. 0个

2. (2025 扬州市高邮市期中)如图,将线段  $CD$  平移至  $C'D'$ ,若  $\angle 2 = 130^\circ$ ,则  $\angle 1$  的度数是

( )

A.  $130^\circ$  B.  $90^\circ$  C.  $65^\circ$  D.  $50^\circ$ 

(第2题)



(第3题)

3. 如图,  $\triangle ABC$  以  $2 \text{ cm/s}$  的速度沿着射线  $BC$  向右平移,平移  $2 \text{ s}$  后所得图形是  $\triangle PMN$ . 如果  $AP = 2MC$ ,那么  $BC$  的长是

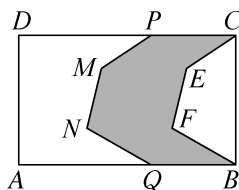
( )

A.  $4 \text{ cm}$  B.  $6 \text{ cm}$ C.  $8 \text{ cm}$  D.  $9 \text{ cm}$ 

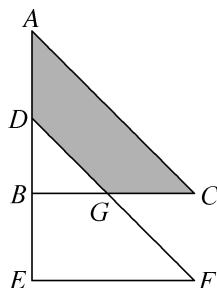
4. 如图,在长方形  $ABCD$  中,  $AB = 5$ ,  $BC = 3$ ,在长方形内任意取两点  $E, F$ ,连接  $CE, EF, FB$ ,得到折线  $C-E-F-B$ ,  $P$  是边  $CD$  上一点,  $CP = 2$ . 现将折线  $C-E-F-B$  沿  $CD$  方向向左平移,得到折线  $P-M-N-Q$ ,则折线  $C-E-F-B$  扫过的区域(阴影部分)的面积是

( )

A. 4 B. 6 C. 8 D. 10



(第4题)

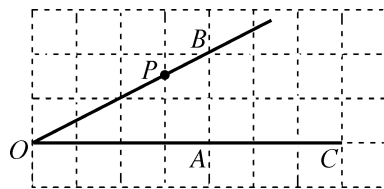


(第5题)

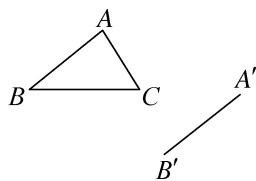
5. 如图,在  $\triangle ABC$  中,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $BC = 7$ . 把  $\triangle ABC$  向下平移至  $\triangle DEF$  处,  $AD = CG = 4$ ,则图中阴影部分的面积为

6. 如图,在边长为 1 的小正方形组成的网格中,点  $A, B, O$  均在格点(网格线的交点)上,  $P$  为射线  $OB$  与网格线的交点. 平移线段  $OP$ ,使点  $O$  与点  $A$  重合,记点  $P$  的对应点为  $P'$ ,连接  $PP'$ .

(1) 根据题意,补全图形.

(2) 若不增加其他条件,则图中与  $\angle AOB$  相等的角有

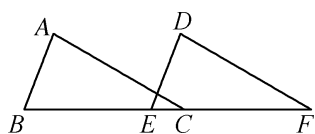
7. 如图,  $\triangle ABC$  的边  $AB$  平移到了  $A'B'$  的位置,作出平移后的三角形,并写出作图方法.



## 拓展提优

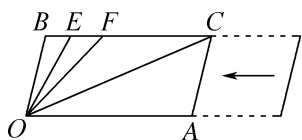
1. 如图,在  $\triangle ABC$  中,  $BC = 5$ ,  $\angle A = 80^\circ$ ,  $\angle B = 70^\circ$ ,将  $\triangle ABC$  沿  $BC$  方向平移,得

到 $\triangle DEF$ . 若  $CF=4$ , 则下列结论中错误的是 ( )

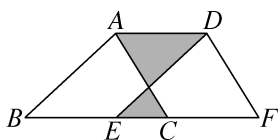


- A.  $BE=4$
- B.  $\angle F=30^\circ$
- C.  $AB \parallel DE$
- D.  $DF=5$

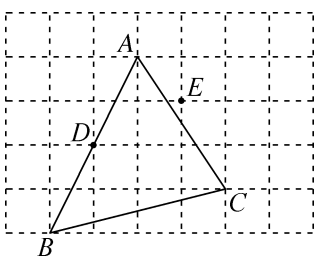
2. 如图,  $CB \parallel OA$ ,  $\angle B = \angle A = 100^\circ$ , 点  $E, F$  在  $CB$  上, 且满足  $OE$  平分  $\angle BOF$ ,  $\angle FOC = \angle AOC$ . 若平移  $AC$ , 当  $\angle OCA$  的度数为 \_\_\_\_\_ 时, 可以使  $\angle OEB = \angle OCA$ .



3. (2025 扬州市期末) 如图,  $\triangle ABC$  的边长  $AB=4$  cm,  $BC=6$  cm,  $AC=3$  cm, 将  $\triangle ABC$  沿  $BC$  方向平移  $a$  cm ( $a < 6$ ), 得到  $\triangle DEF$ , 连接  $AD$ , 则阴影部分的周长为 \_\_\_\_\_ cm.



4. 在正方形网格中, 每个小正方形的边长均为 1 个单位长度,  $\triangle ABC$  的三个顶点都在格点上, 位置如图所示. 现将  $\triangle ABC$  平移, 使  $AB$  的中点  $D$  平移到点  $E$  的位置, 点  $A, B, C$  的对应点分别是  $F, G, H$ .



- (1) 请画出平移后的  $\triangle FGH$ .
- (2) 连接  $BG, AF$ , 这两条线段之间的关系是 \_\_\_\_\_.
- (3) 点  $M$  在正方形网格的格点上, 若

$S_{\triangle MBC} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$ , 则图中的格点  $M$  共有 \_\_\_\_\_ 个.

5. 在  $5 \times 6$  的网格中, 每个小正方形的边长均为 1 个单位长度. 如图 1, 将线段  $A_1A_2$  向右平移 1 个单位长度到  $B_1B_2$ , 得到封闭图形  $A_1A_2B_2B_1$  (阴影部分); 如图 2, 将折线  $A_1-A_2-A_3$  向右平移 1 个单位长度到  $B_1-B_2-B_3$ , 得到封闭图形  $A_1A_2A_3B_3B_2B_1$  (阴影部分).

(1) 在图 3 中, 画出将折线  $A_1-A_2-A_3-A_4$  向右平移 1 个单位长度后得到的图形, 并用阴影画出由这两条折线所围成的封闭图形.

(2) 设上述三个图形中, 长方形  $ABCD$  除去阴影部分后剩余部分的面积分别为  $S_1, S_2, S_3$ , 则  $S_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $S_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ,  $S_3 = \underline{\hspace{2cm}}$ .

(3) 如图 4, 在一块长方形草地上, 有一条弯曲的柏油小路 (小路任何地方的水平宽度都是 1 个单位长度), 请你猜想草地部分的面积是 \_\_\_\_\_ (用含  $a, b$  的代数式表示).

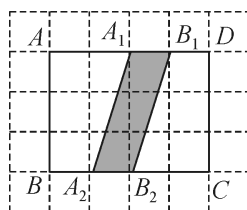


图 1

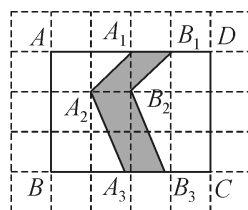


图 2

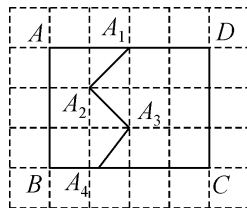


图 3

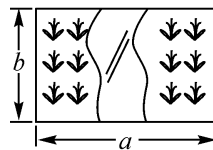


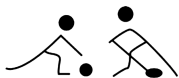
图 4

## 课时训练 15 轴对称(1)

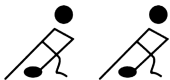
(时间:30 min)

## 基础巩固

1. 下列四个选项中,左、右两个图形成轴对称的是 ( )



A



B

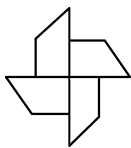


C

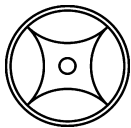


D

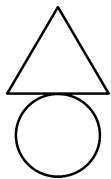
2. 下列图形中,有且只有一条对称轴的是 ( )



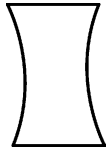
A



B



C



D

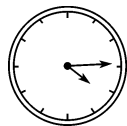
3. 如图是小华通过镜子看到的身后墙上的钟,你认为实际时间最接近8点的是 ( )



A



B



C

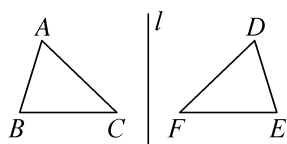


D

4. 小强站在镜子前,从镜子中看到镜子对面墙上挂着的电子钟,其读数如图所示,则电子钟的实际时刻是\_\_\_\_\_.



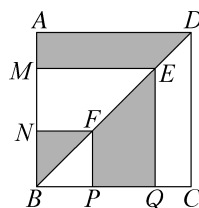
(第4题)



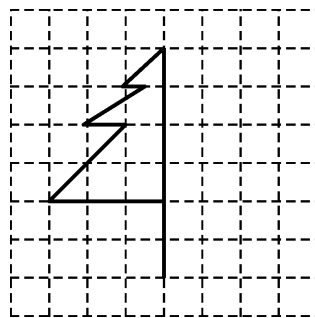
(第5题)

5. 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 关于直线 $l$ 对称,若 $\angle A=60^\circ$ , $\angle B=80^\circ$ ,则 $\angle F=$ \_\_\_\_\_.

6. 如图,正方形 $ABCD$ 的边长为 $a$ , $E,F$ 分别是对角线 $BD$ 上的两点,过点 $E,F$ 分别作 $AD,AB$ 的平行线,则图中阴影部分的面积之和为\_\_\_\_\_.

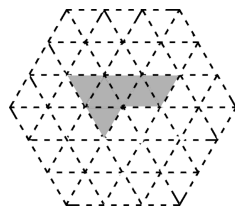


7. 如图是方格纸中画出的树的一半,请画出以树干为对称轴的对称图形.



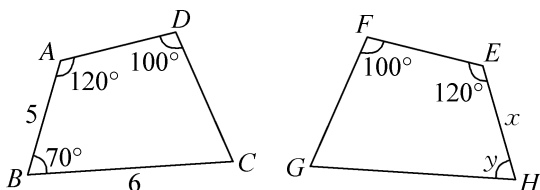
## 拓展提优

1. 如图,在由小正三角形组成的网格中,已有6个小正三角形被涂黑,还需涂黑 $n$ 个小正三角形,使它们与原来被涂黑的小正三角形组成的图案恰有3条对称轴,则 $n$ 的最小值为 ( )

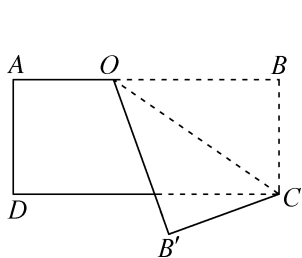


A. 10    B. 6    C. 3    D. 2

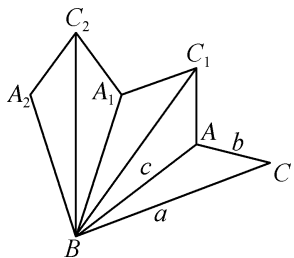
2. 如图,若两个四边形关于某条直线对称,根据图中提供的条件,则 $x=$ \_\_\_\_\_, $y=$ \_\_\_\_\_.



3. 如图,把一张长方形纸条按如图所示的方式折叠后,量得 $\angle AOB' = 110^\circ$ ,则 $\angle B'OC =$ \_\_\_\_\_.

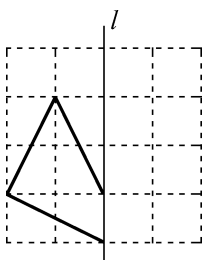


(第3题)

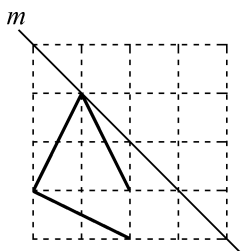


(第4题)

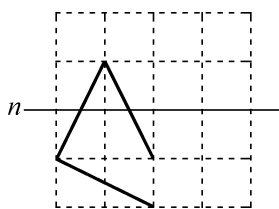
4. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC < 20^\circ$ ,三边长分别为 $a, b, c$ .将 $\triangle ABC$ 沿直线 $BA$ 翻折,得到 $\triangle ABC_1$ ;然后将 $\triangle ABC_1$ 沿直线 $BC_1$ 翻折,得到 $\triangle A_1BC_1$ ;再将 $\triangle A_1BC_1$ 沿直线 $BA_1$ 翻折,得到 $\triangle A_1BC_2 \dots$ 翻折4次后,所得图形 $A_2BCAC_1A_1C_2$ 的周长为 $a + c + 5b$ ,则翻折11次后,所得图形的周长为\_\_\_\_\_ (结果用含 $a, b, c$ 的代数式表示).
5. 如图,在方格纸中画出关于已知直线 $l, m, n, p$ 对称的图形.



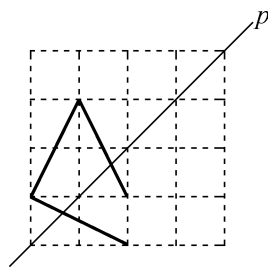
(1)



(2)



(3)



(4)

6. 【问题初探】如图1,打台球时,选择适当的方向击打白球,白球反弹后击打红球,红球会直接入袋,此时, $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$ , $\angle 1 = \angle 2$ .
- (1) 若 $\angle 1 = 60^\circ$ ,则 $\angle 3 =$ \_\_\_\_\_.
- (2)  $\angle ADE$ 的余角是\_\_\_\_\_.

【学科融合】如图2,物理学中把经过入射点 $O$ 并垂直于反射面的直线 $ON$ 叫作法线,入射光线与法线的夹角 $i$ 叫作入射角,反射光线与法线的夹角 $r$ 叫作反射角.在反射现象中,反射光线、入射光线和法线都在同一平面内;反射光线、入射光线分别位于法线两侧;反射角与入射角关于法线轴对称.

【数学推理】(3) 如图3,有两块平面镜 $OM, ON$ ,且 $OM \perp ON$ ,入射光线 $AB$ 经过两次反射,得到反射光线 $CD$ .因为入射角与反射角关于法线轴对称,所以入射角等于反射角,进而可以推得他们的余角也相等,即 $\angle 1 = \angle 2$ , $\angle 3 = \angle 4$ .在这样的条件下,试说明: $AB \parallel CD$ .

【尝试探究】(4) 两块平面镜 $OM, ON$ ,且 $\angle MON = \alpha$ ,入射光线 $AB$ 经过两次反射,得到反射光线 $CD$ .如图4,光线 $AB$ 与 $CD$ 相交于点 $E$ ,则 $\angle BEC =$ \_\_\_\_\_ (用含有字母 $\alpha$ 的式子表示).

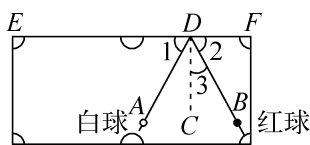


图1

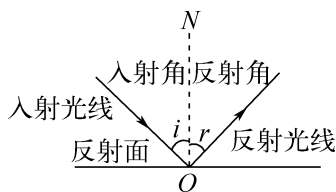


图2

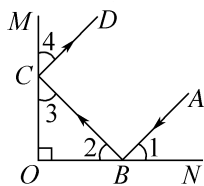


图3

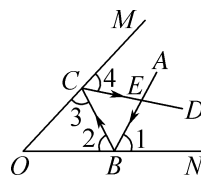


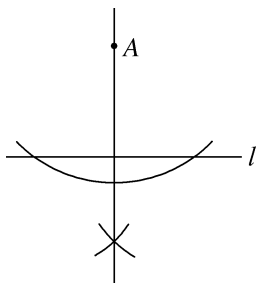
图4

## 课时训练 16 轴对称(2)

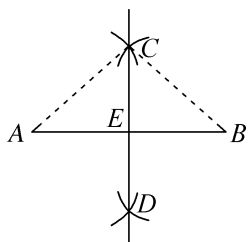
(时间:30 min)

## 基础巩固

1. 如图所示的作图痕迹是 ( )
- A. 线段的垂直平分线  
B. 作一个角的平分线  
C. 过一点作已知直线的垂线  
D. 作一个角等于已知角

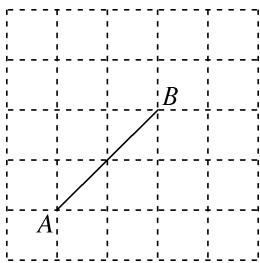


(第1题)



(第3题)

2. 直角三角形三边垂直平分线的交点位于三角形的 ( )
- A. 内部  
B. 外部  
C. 斜边中点  
D. 不能确定
3. 如图是求作线段  $AB$  中点的作图痕迹, 则下列结论不一定成立的是 ( )
- A.  $\angle B = 45^\circ$   
B.  $AE = EB$   
C.  $AC = BC$   
D.  $AB \perp CD$
4. 在如图所示的方格纸中, 每个小方格都是边长为 1 的正方形, 点  $A, B$  均在格点上. 若点  $C$  在格点上, 使  $AC = BC$ , 则满足条件的点  $C$  有 \_\_\_\_\_ 个.



5. (2025 连云港市赣榆区期中) 如图, 已知  $P$  为  $\triangle ABC$  边  $BC$  上一点, 请用直尺和圆规

作出满足下列条件的直线. (保留作图痕迹, 不写作法)

- (1) 如图 1, 作一条直线  $l$ , 使得点  $A$  关于  $l$  的对称点为  $P$ .
- (2) 如图 2, 作一条过点  $B$  的直线  $m$ , 使得点  $P$  关于  $m$  的对称点落在边  $AB$  上.

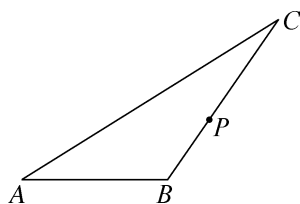


图 1

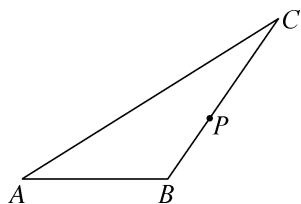
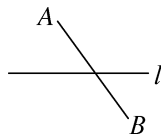
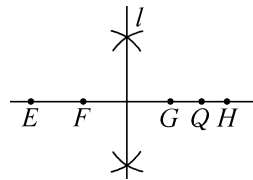


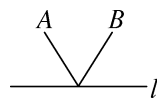
图 2

## 拓展提优

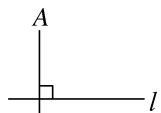
1. 如图, 点  $E, F, G, Q, H$  在同一条直线上, 且  $EF = GH$ , 按如图所示的方法所作的直线  $l$  为线段  $FG$  的垂直平分线, 下列说法正确的是 ( )
- A.  $l$  是线段  $EH$  的垂直平分线  
B.  $l$  是线段  $EQ$  的垂直平分线  
C.  $l$  是线段  $FH$  的垂直平分线  
D.  $EH$  是  $l$  的垂直平分线
2. 下列作图中, 是作点  $A$  关于直线  $l$  的对称点  $B$  的是 ( )



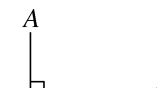
A



B

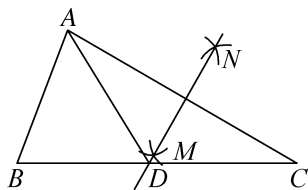


C

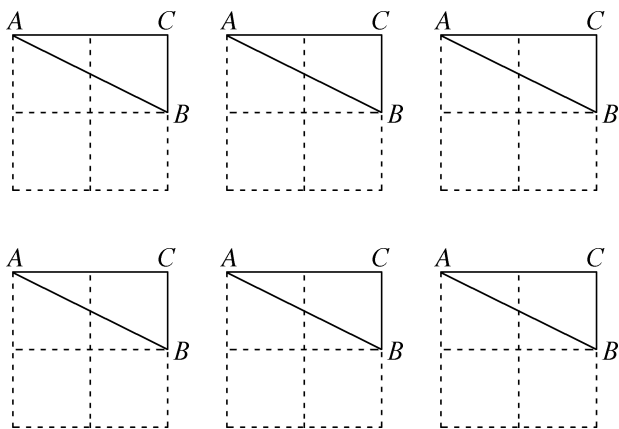


D

3. 如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=70^\circ$ , $\angle C=34^\circ$ ,  
分别以点A和点C为圆心,大于 $\frac{1}{2}AC$ 的  
长为半径画弧,分别在AC的两侧相交于  
点M,N,作直线MN,交BC于点D,连接  
AD,则 $\angle BAD$ 的度数为 ( )



- A.  $52^\circ$                       B.  $42^\circ$   
C.  $32^\circ$                       D.  $22^\circ$
4. 如图,在 $2 \times 2$ 的正方形网格中,有一个以  
格点为顶点的 $\triangle ABC$ ,请找出网格中所有  
与 $\triangle ABC$ 成轴对称且以格点为顶点的三  
角形,这样的三角形共有\_\_\_\_\_个,请在  
下面所给的网格中一一画出,并将所画三  
角形涂上阴影(所给的六个格纸未必  
全用).



5. (2025 无锡市江阴市月考)(1) 如图 1,在  
 $\angle AOB$ 中, $P$ 为 $OB$ 上一点, $Q$ 为 $OA$ 上  
一点,按下列要求作图:①连接 $PQ$ ,用无刻  
度直尺和圆规作线段 $PQ$ 的垂直平分线,  
交 $PQ$ 于点 $C$ ,交 $OB$ 于点 $D$ ;②过点 $D$ 作  
 $OA$ 的垂线,交 $OA$ 于点 $E$ .
- (2) ①如图 2,利用网格图直接画出 $\triangle ABC$   
关于直线 $l$ 对称的图形 $\triangle A'B'C'$ .  
② $\triangle ABC$ 的面积为\_\_\_\_\_.

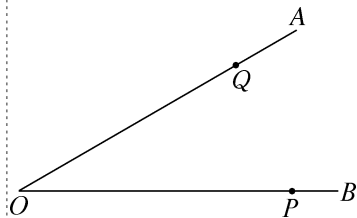


图 1

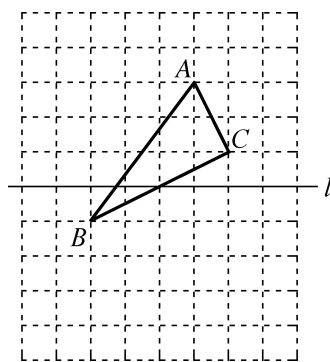


图 2

6. 我们曾学过“两点之间线段最短”,利用这一  
知识点也可以解决两条线段之和最小的相  
关问题.如图 1,已知点A,B在直线 $l$ 的同  
一侧,在直线 $l$ 上求作一点 $P$ ,使得 $PA +$   
 $PB$ 的值最小,我们只要作点B关于 $l$ 的对  
称点 $B'$ (如图 2),根据对称性可知, $PB =$   
 $PB'$ ,因此,求 $AP + BP$ 的最小值就相当  
于求 $AP + PB'$ 的最小值,显然,当点A,  
 $P, B'$ 在同一直线上时, $AP + PB'$ 的值最  
小,因此连接 $AB'$ , $AB'$ 与直线 $l$ 的交点就  
是要求的点 $P$ .

探究:四边形 $ABCD$ 是长方形台球桌的台  
面,有白、黑两球分别位于点 $E, F$ 的位置.

- (1) 如图 3,怎样击打白球 $E$ ,能使它先碰  
撞台边 $CD$ ,经反弹后再击中黑球 $F$ ?  
(画出白球 $E$ 经过的路线)
- (2) 如图 4,怎样击打白球 $E$ ,使它能先碰  
撞台边 $CD$ ,经反弹后又碰撞台边 $AB$ ,  
然后再击中黑球 $F$ ?(画出白球 $E$ 经  
过的路线)

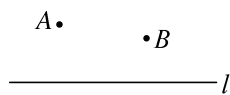


图 1

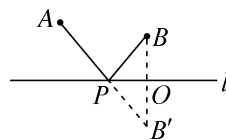


图 2

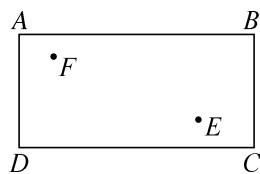


图 3

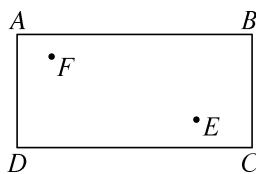


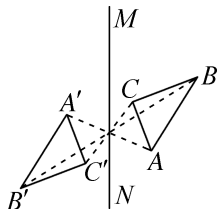
图 4

## 课时训练 17 轴对称(3)

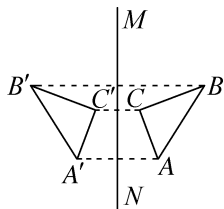
(时间:20 min)

## 基础巩固

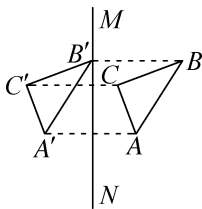
1. 下列四个选项是四位同学作 $\triangle ABC$ 关于直线 $MN$ 对称的图形,其中正确的是 ( )



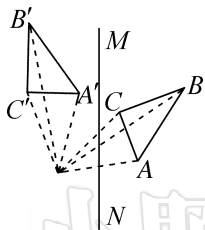
A



B



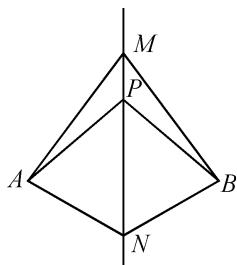
C



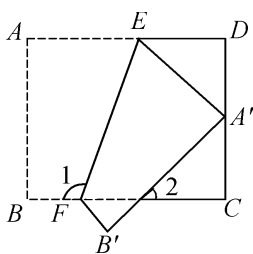
D

2. 如图,直线 $MN$ 是四边形 $AMBN$ 的对称轴, $P$ 是直线 $MN$ 上的点,则下列判断错误的是 ( )

- A.  $AM=BM$   
B.  $AP=BP$   
C.  $\angle MAP=\angle MBP$   
D.  $\angle ANM=\angle BNM$



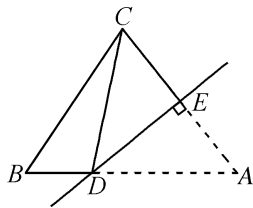
(第2题)



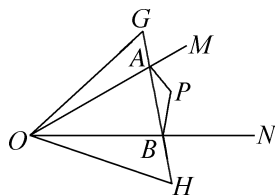
(第3题)

3. 如图,把长方形纸片 $ABCD$ 沿 $EF$ 折叠后,点 $A$ 落在边 $CD$ 上的点 $A'$ 处,点 $B$ 落在点 $B'$ 处.若 $\angle 2=40^\circ$ ,则 $\angle 1$ 的度数为 ( )
- A.  $115^\circ$                       B.  $120^\circ$   
C.  $130^\circ$                       D.  $140^\circ$

4. 如图,将 $\triangle ABC$ 沿直线 $DE$ 折叠,使点 $A$ 与点 $C$ 重合.已知 $\angle B=60^\circ$ , $\angle A=50^\circ$ ,则 $\angle BCD$ 的度数为\_\_\_\_\_.

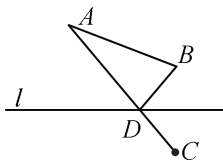


(第4题)

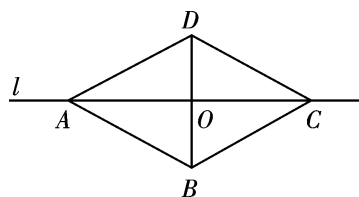


(第5题)

5. 如图, $\angle MON$ 内有一点 $P$ , $G$ 是点 $P$ 关于 $OM$ 的对称点, $H$ 是点 $P$ 关于 $ON$ 的对称点, $GH$ 分别交 $OM,ON$ 于点 $A,B$ .若 $\angle MON=35^\circ$ ,则 $\angle GOH=$ \_\_\_\_\_.
6. 如图,点 $A,B$ 在直线 $l$ 的同侧, $AB=4$  cm, $C$ 是点 $B$ 关于直线 $l$ 的对称点, $AC$ 交直线 $l$ 于点 $D$ , $AC=5$  cm.连接 $BD$ ,则 $\triangle ABD$ 的周长为\_\_\_\_\_ cm.



(第6题)

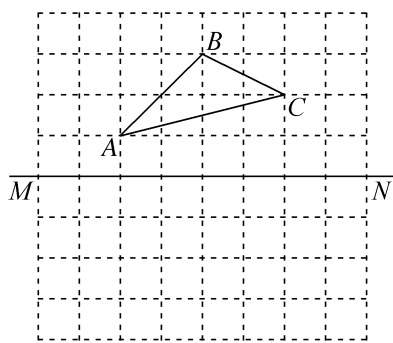


(第7题)

7. 如图,直线 $l$ 是四边形 $ABCD$ 的对称轴, $AB=CD$ .现给出下列结论:① $AD=CD$ ;② $AB\parallel CD$ ;③ $AC\perp BD$ ;④ $AC=BD$ .其中正确的结论有\_\_\_\_\_ (填序号).
8. 如图,在由边长均为1的小正方形构成的 $8\times 8$ 的网格中,点 $A,B,C,M,N$ 均在格点上(小正方形的顶点称为格点).请利用网格按要求作图.

- (1) 画出 $\triangle ABC$ 关于直线 $MN$ 对称的 $\triangle A'B'C'$ .
- (2) 在线段 $MN$ 上找一点 $P$ ,使得 $\angle APM=$

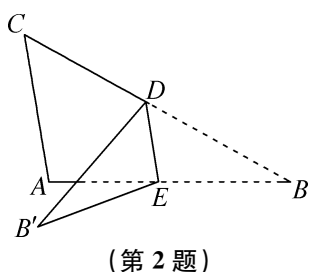
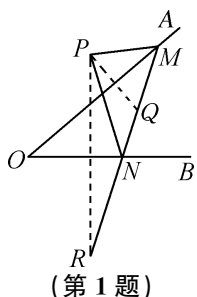
$\angle CPN$  (保留必要的作图痕迹, 并标出点  $P$  的位置).



**拓展提优**

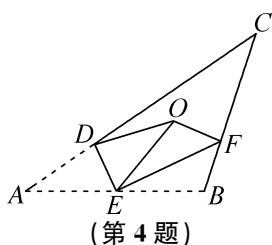
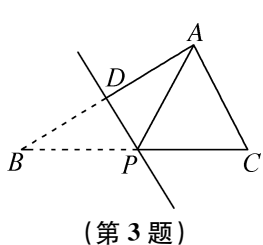
1. 如图,  $P$  是  $\angle AOB$  外的一点,  $M, N$  分别是  $\angle AOB$  两边上的点, 点  $P$  关于  $OA$  的对称点  $Q$  恰好落在线段  $MN$  上, 点  $P$  关于  $OB$  的对称点  $R$  恰好落在  $MN$  的延长线上. 若  $PM=2.5$  cm,  $PN=3$  cm,  $MN=4$  cm, 则线段  $QR$  的长为 ( )

- A. 4.5 cm
- B. 5.5 cm
- C. 6.5 cm
- D. 7 cm



2. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $DE \parallel AC$ ,  $\angle C = 51^\circ$ ,  $\angle B = 29^\circ$ . 现将  $\triangle ABC$  沿  $DE$  折叠, 点  $B$  的对应点是  $B'$ , 则  $\angle BEB'$  的度数为 \_\_\_\_\_.

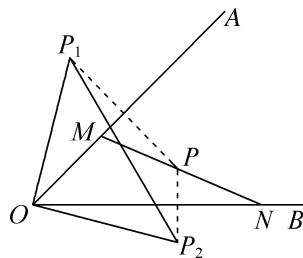
3. 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC > \angle B$ ,  $\angle C = 50^\circ$ . 现将  $\angle B$  折叠, 使点  $B$  与点  $A$  重合, 折痕  $PD$  分别交  $AB, BC$  于点  $D, P$ . 当  $\triangle APC$  中有两个角相等时,  $\angle B$  的度数为 \_\_\_\_\_.



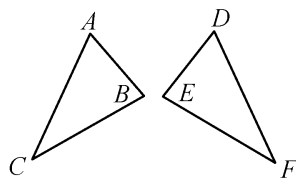
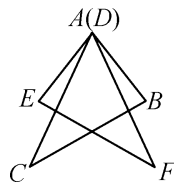
4. 如图, 将  $\triangle ABC$  分别沿  $DE, EF$  翻折, 顶点

$A, B$  均落在点  $O$  处, 且  $EA$  与  $EB$  重合于线段  $EO$ . 若  $\angle CDO + \angle CFO = 108^\circ$ , 则  $\angle C$  的度数为 \_\_\_\_\_.

5. 如图,  $\angle AOB = 45^\circ$ , 点  $M, N$  分别在射线  $OA, OB$  上,  $MN = 5$ ,  $\triangle OMN$  的面积为 10,  $P$  是直线  $MN$  上的动点, 点  $P$  关于  $OA$  的对称点为  $P_1$ , 关于  $OB$  的对称点为  $P_2$ , 则  $\triangle OP_1P_2$  面积的最小值为 \_\_\_\_\_.



6. 如图,  $\triangle ABC$  与  $\triangle DEF$  关于直线  $l$  对称, 请仅用无刻度的直尺, 在下面两个图中分别作出直线  $l$ .



7. (2025 宿迁市泗洪县期中) 如图, 四边形  $ABCD$  和四边形  $A'B'C'D'$  关于直线  $l$  成轴对称.

- (1) 在图 1 中用直尺和圆规作出对称轴  $l$  (保留作图痕迹, 不写作法).
- (2) 猜想: 延长线段  $AB$  与  $A'B'$ , 交点  $P$  \_\_\_\_\_ 对称轴  $l$  上 (填“在”或“不在”).
- (3) 如果只有一把无刻度的直尺, 请你在图 2 中作出对称轴  $l$ .

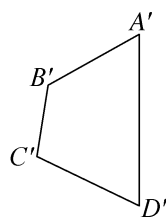
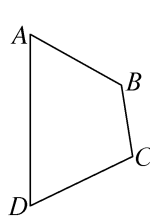
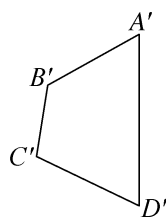
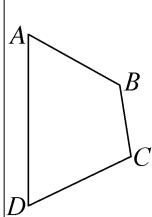


图 1

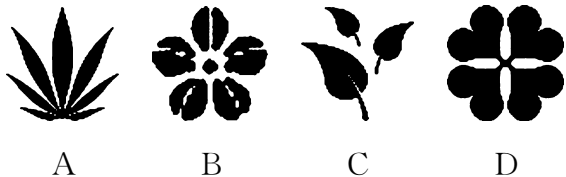
图 2

## 课时训练 18 轴对称(4)

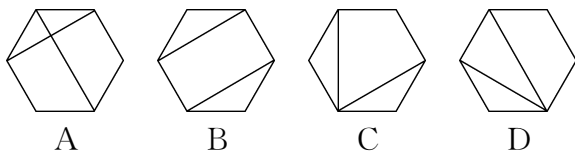
(时间:15 min)

## 基础巩固

1. 下列植物叶子的图案中,不能看作轴对称图形的是 ( )

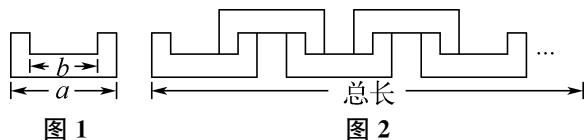


2. 下图均由正六边形与两条对角线组成,其中不是轴对称图形的是 ( )

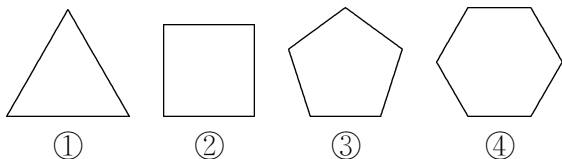


3. 轴对称图形的对称轴 ( )
- A. 有 1 条                      B. 有 2 条
- C. 有 3 条                      D. 至少有 1 条

4. 如图 1 所示的图形是一个轴对称图形,且每个角都是直角,其尺寸如图所示,小明按图 2 所示方法玩拼图游戏,两两相扣,相互间不留空隙,那么小明用 9 个这样的图形拼出来的图形的总长度是 \_\_\_\_\_ (结果用含  $a, b$  代数式表示).

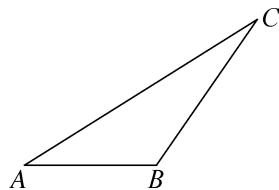


5. 如图,请画出各个正多边形(各边相等,每个内角相等)的所有对称轴,并完成表格.

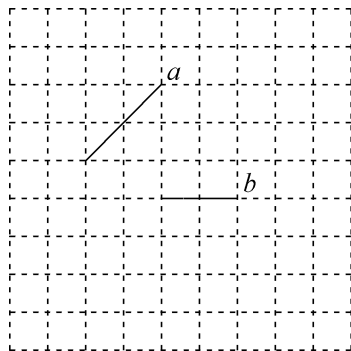


正多边形的边数	3	4	5	6	...	$n$
对称轴的条数					...	

6. (2025 盐城市阜宁县期中)如图,用无刻度直尺和圆规作  $\angle ABC$  的平分线  $BD$ ,交  $AC$  于点  $D$ . (不写作法,保留作图痕迹)

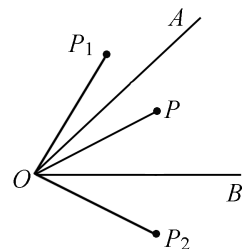


7. 如图,在正方形网格中有 2 条线段  $a, b$ ,请再画出 1 条线段,使图中的 3 条线段组成一个轴对称图形.想一想,符合题意的线段共有几条?



## 拓展提优

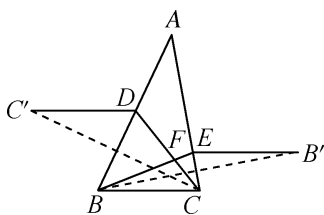
1. 如图,已知  $P$  是  $\angle AOB$  内一点,分别作点  $P$  关于直线  $OA, OB$  的对称点  $P_1, P_2$ ,连接  $OP_1, OP_2$ ,下列结论正确的是 ( )



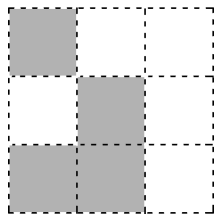
- A.  $OP_1 \perp OP_2$
- B.  $OP_1 = OP_2$
- C.  $OP_1 \perp OP_2$  且  $OP_1 = OP_2$
- D.  $OP_1 \neq OP_2$
2. 如图,在  $\triangle ABC$  中,点  $C, C'$  关于  $AB$  对称,点  $B, B'$  关于  $AC$  对称,点  $D, E$  分别在

$AB, AC$  上, 且  $C'D \parallel BC \parallel B'E$ ,  $BE, CD$  交于点  $F$ . 若  $\angle BFD = \alpha, \angle A = \beta$ , 则  $\alpha$  与  $\beta$  之间的关系为 ( )

- A.  $2\beta + \alpha = 180^\circ$       B.  $\alpha = 2\beta$   
 C.  $\alpha = \frac{5}{2}\beta$                   D.  $\alpha = 180^\circ - \frac{5}{2}\beta$



(第2题)



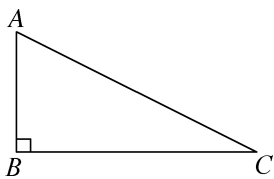
(第3题)

3. 如图, 在  $3 \times 3$  的正方形网格中, 阴影部分是由 4 张小正方形纸片组成的图案. 若只将其中 1 张纸片移动到网格中其他小正方形的位置上, 使得到的新图案(阴影部分)成为一个轴对称图形, 则共有 \_\_\_\_\_ 种移法.

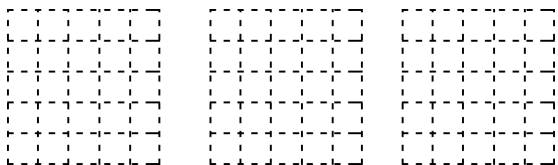
4. (2025 无锡市江阴市期末) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle B = 90^\circ$ .

(1) 在  $AC$  上作一点  $D$ , 使得  $AD = AB$ ; 在  $BC$  上作一点  $E$ , 使得  $\triangle ABE$  与  $\triangle ADE$  关于直线  $AE$  对称(请用无刻度的直尺与圆规作图, 不写作法, 保留作图痕迹).

(2) 在 (1) 的条件下, 请猜想  $\angle BAC$  与  $\angle DEC$  的数量关系, 并说明理由.



5. 请在如图所示的方格纸中, 把任意 5 个方格涂成阴影, 使这 5 个方格构成一个轴对称图形(图形不能重复, 至少设计 3 个).



6. 如图 1, 要在一条笔直的路边  $l$  上建一个燃气站, 在  $l$  同侧的  $A, B$  两个城镇分别铺设管道输送燃气, 试确定燃气站的位置, 使铺设管道的路线最短.

(1) 如图 2, 作出点  $A$  关于  $l$  的对称点  $A'$ , 线段  $A'B$  与直线  $l$  的交点  $C$  的位置即为所求, 即在点  $C$  处建燃气站, 所得路线  $AC - CB$  是最短的, 为了证明点  $C$  的位置使得路线最短, 不妨在直线  $l$  上另外任取一点  $C'$ , 连接  $AC', BC'$ , 试说明:  $AC + CB < AC' + C'B$ .

(2) 如果在  $A, B$  两个城镇之间规划一个生态保护区(如图 3), 试确定燃气站的位置, 使铺设管道的路线最短. 燃气管道不能穿过该区域, 请给出铺设管道的方案(不需说明理由).

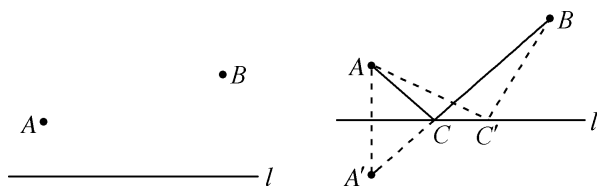


图 1

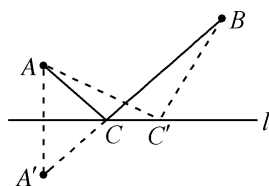


图 2

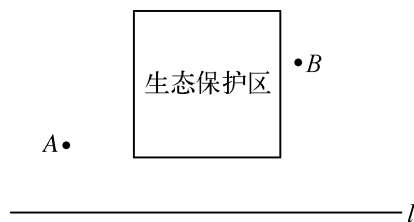


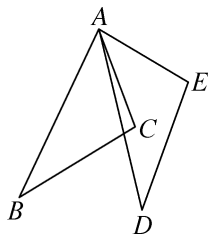
图 3

## 课时训练 19 旋转(1)

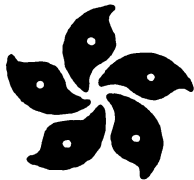
(时间:20 min)

## 基础巩固

1. 下列现象属于旋转的是 ( )
- A. 摩托车在急刹车时向前滑动  
B. 飞机起飞后冲向空中的过程  
C. 幸运大转盘转动的过程  
D. 笔直的铁轨上飞驰而过的火车
2. 如图,  $\triangle ADE$  是由  $\triangle ABC$  旋转后得到的, 下列说法正确的是 ( )
- A. 旋转中心不是点  $A$   
B.  $BC \neq DE$   
C. 旋转方向是顺时针  
D.  $\angle BAD = \angle CAE$

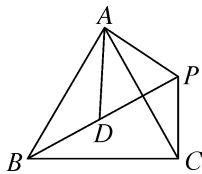


(第2题)

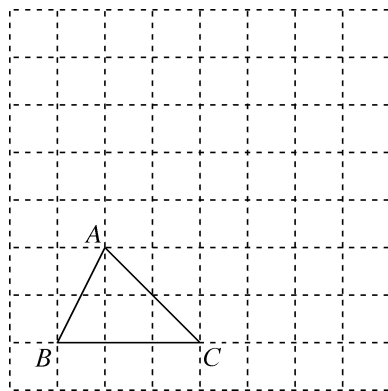


(第3题)

3. 若将如图所示的图案绕中心旋转  $n^\circ$  后能与原来的图案互相重合, 则  $n$  的最小值为 ( )
- A. 45    B. 60    C. 72    D. 144
4. 时钟的时针在不停地旋转, 从上午 6:00 到上午 9:00, 时针旋转的角度是  $^\circ$ , 从上午 9:00 到上午 10:00, 时针旋转的角度是  $^\circ$ .
5. 如图,  $\triangle ABC$  为等边三角形,  $D$  是  $\triangle ABC$  内一点. 若将  $\triangle ABD$  经过一次逆时针旋转后到  $\triangle ACP$  的位置, 则旋转中心是点  $_____$ , 旋转角的度数为  $_____$ ,  $\triangle ADP$  是  $_____$  三角形.

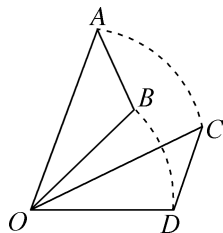


6. 如图, 方格纸中的每个小方格都是边长为 1 个单位长度的正方形, 每个小正方形的顶点叫作格点,  $\triangle ABC$  的顶点均在格点上, 将  $\triangle ABC$  绕点  $C$  按顺时针方向旋转  $90^\circ$  后得到  $\triangle A_1B_1C$ .

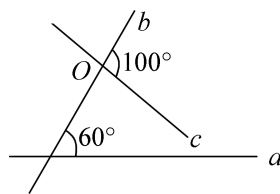
(1) 画出  $\triangle A_1B_1C$ .(2)  $AC$  与  $A_1C$  的位置关系是  $_____$ .

## 拓展提优

1. 如图, 将  $\triangle ABO$  绕点  $O$  旋转得到  $\triangle CDO$ , 若  $AB=2, OA=4, OB=3, \angle A=40^\circ$ . 现有下列说法: ①点  $B$  的对应点是  $D$ ; ②  $OD=2$ ; ③  $OC=4$ ; ④  $\angle C=40^\circ$ ; ⑤ 旋转中心是点  $O$ ; ⑥ 旋转角为  $40^\circ$ . 其中正确的是 ( )
- A. ①③④⑤    B. ①②③⑤  
C. ③④⑤⑥    D. ①②③④⑤⑥



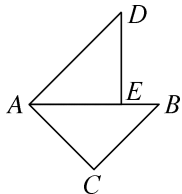
(第1题)



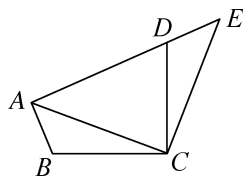
(第2题)

2. 如图, 在同一平面上直线  $a, c$  与直线  $b$  相交. 当直线  $c$  绕点  $O$  旋转某一角度时与直线  $a$  垂直, 则旋转的最小度数是 ( )
- A.  $60^\circ$     B.  $50^\circ$     C.  $40^\circ$     D.  $30^\circ$

3. 如图,  $\triangle ABC$  与  $\triangle ADE$  都是等腰直角三角形,  $\angle C$  和  $\angle AED$  都是直角, 点  $E$  在边  $AB$  上. 如果  $\triangle ABC$  经旋转后能与  $\triangle ADE$  重合, 那么旋转中心是点 \_\_\_\_\_, 旋转的度数是 \_\_\_\_\_.



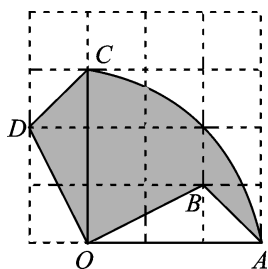
(第3题)



(第4题)

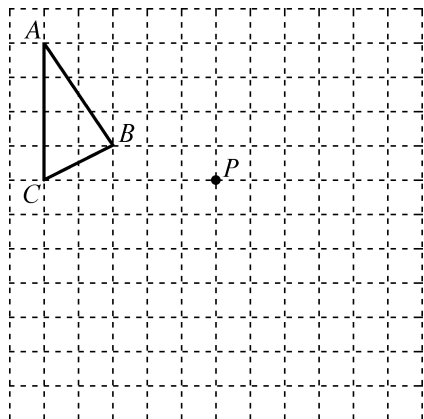
4. 如图, 将  $\triangle ABC$  绕点  $C$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle EDC$ . 若点  $A, D, E$  在同一条直线上,  $\angle ACB = 30^\circ$ , 则  $\angle ADC$  的度数是 \_\_\_\_\_.

5. 如图, 在  $4 \times 4$  的正方形网格中, 每个小正方形的边长均为 1. 将  $\triangle AOB$  绕点  $O$  逆时针旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle COD$ , 则旋转过程中形成的阴影部分的面积为 \_\_\_\_\_.



6. (2025 盐城市东台市期中)  $\triangle ABC$  在网格中的位置如图所示, 其中每个小正方形的边长为 1 个单位长度.

- 将  $\triangle ABC$  先向右平移 2 个单位长度, 再向下平移 4 个单位长度, 得到  $\triangle A_1B_1C_1$ , 请画出  $\triangle A_1B_1C_1$ .
- 画出  $\triangle A_1B_1C_1$  绕点  $P$  逆时针旋转  $180^\circ$  之后得到的  $\triangle A_2B_2C_2$ .
- 求  $\triangle A_2B_2C_2$  的面积.



7. 一副直角三角板  $ACB$  和  $DCE$  按如图 1 所示的方式放置, 顶点  $C$  重合, 点  $C, B, E$  在同一条直线上,  $\angle ACB = \angle CDE = 90^\circ$ ,  $\angle DCE = 30^\circ$ ,  $\angle A = 45^\circ$ . 将三角板  $DCE$  绕点  $C$  以每秒  $4^\circ$  的速度逆时针旋转  $t$  s ( $0 < t < 30$ ), 使边  $CA$  恰好平分  $\angle DCE$  (如图 2).

- 求  $t$  的值.
- 在图 2 的基础上, 若三角板  $ACB$  也开始绕点  $C$  以每秒  $9^\circ$  的速度逆时针旋转, 当边  $CB, CE$  第一次重合时, 求三角板  $ACB$  旋转的时间.
- 在图 2 的基础上, 若三角板  $ACB$  也开始绕点  $C$  以每秒  $1^\circ$  的速度逆时针旋转, 当  $\angle ECB = 2\angle DCA + \angle ECA$  时, 求三角板  $ACB$  旋转的时间, 并判断此时  $CD$  与  $AB$  的位置关系.

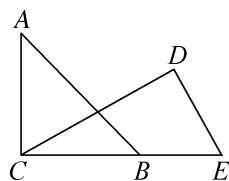


图 1

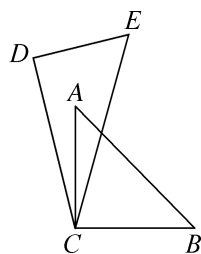
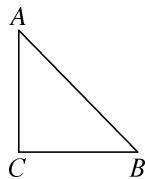


图 2



备用图

## 课时训练 20 旋转(2)

(时间:20 min)

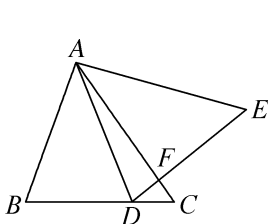
## 基础巩固

1. 在图形旋转中,下列说法错误的是 ( )

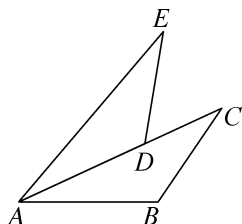
- A. 图形上各点的旋转角度相同  
 B. 对应点到旋转中心距离相等  
 C. 由旋转得到的图形也一定可以由平移得到  
 D. 旋转不改变图形的大小、形状

2. 如图,在  $\triangle ABC$  中,  $\angle BAC = 55^\circ$ , 将  $\triangle ABC$  绕点  $A$  逆时针旋转  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 55^\circ$ ), 得到  $\triangle ADE$ ,  $DE$  交  $AC$  于点  $F$ . 当  $\alpha = 40^\circ$  时, 点  $D$  恰好落在边  $BC$  上, 此时  $\angle AFE$  的度数为 ( )

- A.  $80^\circ$     B.  $85^\circ$     C.  $90^\circ$     D.  $95^\circ$



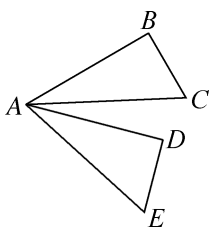
(第2题)



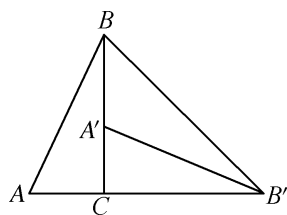
(第3题)

3. (2025 淮安市期末) 如图, 将  $\triangle ABC$  绕点  $A$  逆时针方向旋转到  $\triangle ADE$  的位置, 点  $B$  落在边  $AC$  上的点  $D$  处. 若  $AB = 3$ ,  $AE = 5$ , 则  $CD =$  \_\_\_\_\_.

4. 如图, 将  $\triangle ABC$  绕点  $A$  顺时针旋转  $45^\circ$  得到  $\triangle ADE$ , 其中点  $B, C$  的对应点分别为点  $D, E$ . 若  $\angle CAD = 15^\circ$ , 则  $\angle BAE$  的度数为 \_\_\_\_\_.

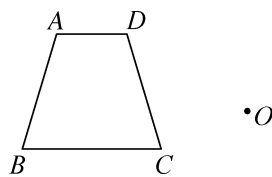


(第4题)



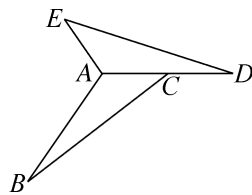
(第5题)

5. 如图, 将直角三角形  $ABC$  绕直角顶点  $C$  顺时针旋转  $90^\circ$  得到  $\triangle A'B'C$ , 连接  $BB'$ . 若  $\angle A'B'B = 20^\circ$ , 则  $\angle A$  的度数是 \_\_\_\_\_.
6. 如图, 画出四边形  $ABCD$  绕点  $O$  按顺时针方向旋转  $120^\circ$  所得到的图形.



7. (2025 苏州市姑苏区期中) 如图, 在  $\triangle ABC$  中,  $\angle B = 22^\circ$ ,  $\angle ACB = 45^\circ$ ,  $AB = 6$  cm,  $\triangle ABC$  逆时针旋转一定角度后与  $\triangle ADE$  重合, 且  $C$  恰好成为边  $AD$  的中点.

- (1) 指出旋转中心, 并求出旋转的度数.  
 (2) 求  $AE$  的长.



## 拓展提优

1. 将一副三角板按如图 1 所示的位置摆放, 其中含  $30^\circ$  角的直角三角板的直角边与等腰直角三角板的斜边重合, 含  $30^\circ$  角的直角三角板的直角顶点与等腰直角三角板的锐角顶点重合于点  $O$ . 现将含  $30^\circ$  角的直角三角板绕点  $O$  顺时针旋转至如图 2 所示的位置, 此时  $\angle 1 = 20^\circ$ , 则  $\angle 2$  的度数为 ( )

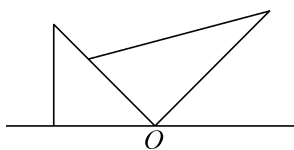


图 1

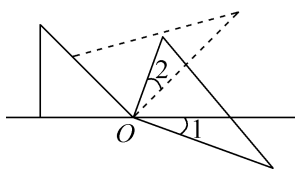
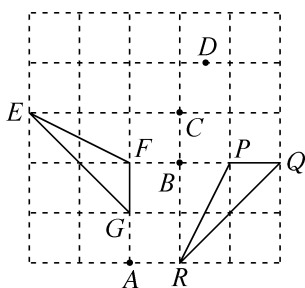


图 2

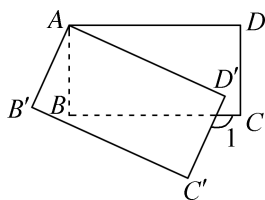
- A.  $30^\circ$     B.  $25^\circ$     C.  $20^\circ$     D.  $15^\circ$

2. 如图,在正方形网格中, $\triangle EFG$ 绕某一点旋转某一角度得到 $\triangle RPQ$ ,则旋转中心是

- ( )  
A. 点 A                      B. 点 B  
C. 点 C                      D. 点 D



(第 2 题)



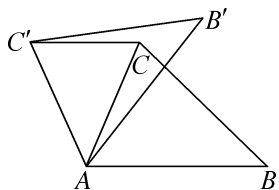
(第 3 题)

3. 如图,将矩形  $ABCD$  绕点  $A$  顺时针旋转到矩形  $AB'C'D'$  的位置,旋转角为  $\alpha$  ( $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ ). 若  $\angle 1 = 112^\circ$ , 则  $\angle \alpha$  的度数是 ( )

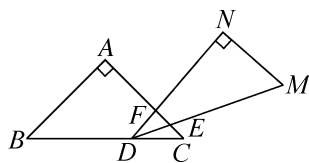
- A.  $68^\circ$     B.  $20^\circ$     C.  $28^\circ$     D.  $22^\circ$

4. 如图,在  $\triangle ABC$  中,  $\angle CAB = 65^\circ$ , 将  $\triangle ABC$  在平面内绕点  $A$  旋转到  $\triangle AB'C'$  的位置,使  $CC' \parallel AB$ , 则旋转角的度数为

- ( )  
A.  $35^\circ$     B.  $40^\circ$     C.  $50^\circ$     D.  $65^\circ$



(第 4 题)



(第 5 题)

5. 一副三角板如图所示放置在一起,最小锐角的顶点  $D$  恰好放在等腰直角三角形的斜边上,  $AC$  与  $DM, DN$  分别交于点  $E, F$ . 把  $\triangle DMN$  绕点  $D$  旋转到一定位置,使得  $DE = DF$ , 则  $\angle BDN$  的度数为 \_\_\_\_\_.

6. 一副直角三角板如图 1 所示放置,其中  $\angle D = 45^\circ, \angle C = 30^\circ$ ,  $PA, PB$  与直线  $MN$  重合,且三角板  $PAC$ , 三角板  $PBD$  均可以绕点  $P$  逆时针旋转.

- (1) 在图 1 中,  $\angle DPC =$  \_\_\_\_\_.
- (2) 如图 2, 若三角板  $PBD$  保持不动, 三角板  $PAC$  绕点  $P$  逆时针旋转, 转速为  $10^\circ/s$ , 转动一周后三角板  $PAC$  停止转动, 则在旋转的过程中, 当旋转时间为多少时,  $PC \parallel DB$ ?
- (3) 如图 3, 在图 1 的基础上, 若三角板  $PAC$  的边  $PA$  从  $PN$  处开始绕点  $P$  逆时针旋转, 转速为  $3^\circ/s$ . 同时三角板  $PBD$  的边  $PB$  从  $PM$  处开始绕点  $P$  逆时针旋转, 转速为  $2^\circ/s$ , 当边  $PC$  转到与射线  $PN$  重合时, 两块三角板都停止转动, 则在旋转过程中, 当  $\angle CPD = \angle BPM$  时, 旋转的时间是多少?

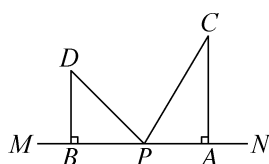


图 1

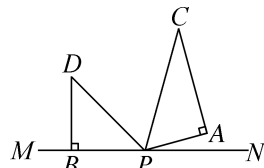


图 2

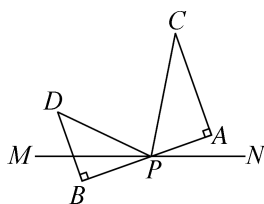


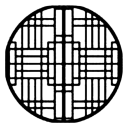
图 3

## 课时训练 21 旋转(3)

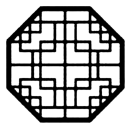
(时间:20 min)

## 基础巩固

1. (2025 扬州市中考)窗棂是中国传统木构建筑的重要元素,既散发着古典之韵,又展现了几何之美.下列窗棂图案中,是轴对称图形但不是中心对称图形的是 ( )



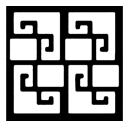
A



B

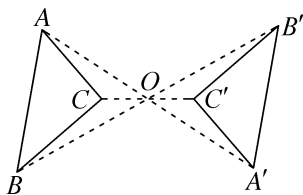


C

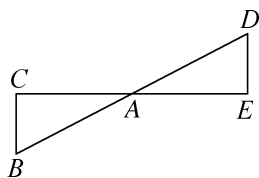


D

2. 如图,  $\triangle ABC$  与  $\triangle A'B'C'$  关于点  $O$  成中心对称,则下列结论不成立的是 ( )
- A. 点  $A$  与点  $A'$  是对称点  
 B.  $BO=B'O$   
 C.  $AB \parallel A'B'$   
 D.  $\angle ACB = \angle C'A'B'$



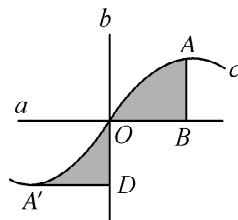
(第2题)



(第3题)

3. 如图,已知  $\triangle ABC$  与  $\triangle ADE$  关于点  $A$  成中心对称.若  $AC = 5$  cm,则  $CE$  的长为 \_\_\_\_\_ cm.
4. 若两个图形关于某点成中心对称,给出下列说法:①这两个图形一定能重合;②对称点的连线一定经过对称中心;③对称点与对称中心的连线所成的角都是  $180^\circ$ ;④一定存在某条直线,使得沿该直线折叠后两个图形能互相重合.其中正确的是 \_\_\_\_\_ (填序号).

5. 如图,直线  $a, b$  垂直相交于点  $O$ ,曲线  $c$  关于点  $O$  成中心对称,点  $A$  的对称点是  $A'$ ,  $AB \perp a$  于点  $B$ ,  $A'D \perp b$  于点  $D$ .若  $OB = 3$ ,  $OD = 2$ ,则阴影部分的面积之和为 \_\_\_\_\_.



6. 阅读下面的操作过程,回答后面的问题.
- 在一次数学实践探究活动中,李小明同学过  $AB, CD$  的中点画直线  $EF$ ,把长方形  $ABCD$  分割成  $a, b$  两部分,如图 1 所示;王小刚同学过  $A, C$  两点画直线  $AC$ ,把长方形  $ABCD$  分割成  $c, d$  两部分,如图 2 所示.
- (1)  $a, b, c, d$  的面积关系是  $S_a$  \_\_\_\_\_  $S_b$  \_\_\_\_\_  $S_c$  \_\_\_\_\_  $S_d$ .
- (2) 根据这两位同学的分割原理,你能探索出多少种分割方法?请写出你的推理结果或猜想,并任意画出其中一种.
- (3) 由上述的实验操作过程,你能发现什么规律?

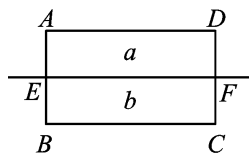


图 1

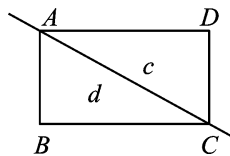


图 2

## 拓展提优

1. 小明将如图 1 所示的 4 张牌中的 3 张旋转

180°后得到图2,那么没有动的牌是( )

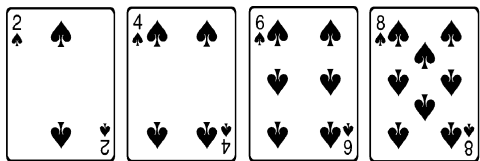


图1

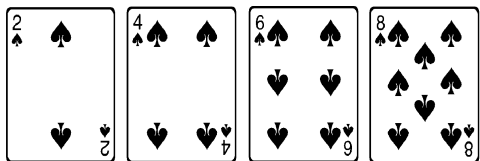
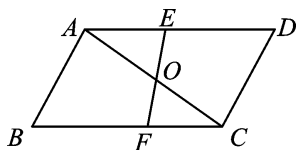
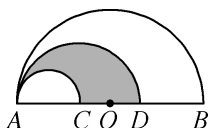


图2

- A. 黑桃2                      B. 黑桃4  
C. 黑桃6                      D. 黑桃8
2. 如图,  $\triangle ABC$  与  $\triangle CDA$  关于点  $O$  成中心对称, 过点  $O$  作直线  $EF$  分别交  $AD, BC$  于点  $E, F$ , 现有下列结论: ①  $E$  和  $F, B$  和  $D$  都是关于中心  $O$  对称的对称点; ② 直线  $BD$  必经过点  $O$ ; ③ 四边形  $ABCD$  是中心对称图形; ④ 四边形  $DEOC$  与四边形  $BFOA$  的面积必相等; ⑤  $\triangle AOE$  与  $\triangle COF$  成中心对称. 其中正确的个数为 ( )
- A. 1      B. 2      C. 3      D. 5

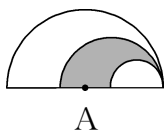


(第2题)

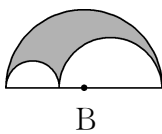


(第3题)

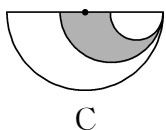
3. 如图是由三个半圆组成的图形, 点  $O$  是最大半圆的圆心, 且  $AC=CD=DB$ , 则与此图形关于点  $O$  成中心对称的图形是下图中的 ( )



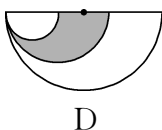
A



B

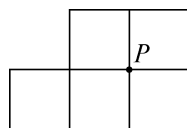


C

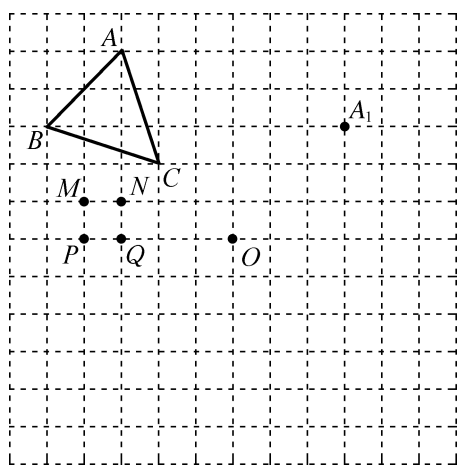


D

4. 如图是由五个边长均为1的小正方形拼成的图形,  $P$  是其中四个小正方形的公共顶点. 将该图形沿着过点  $P$  的某条直线剪一刀, 把它剪成了面积相等的两部分, 请画出这条直线  $l$ .



5. (2025 徐州市沛县期末) 如图, 在由边长为1个单位长度的小正方形组成的网格中,  $\triangle ABC$  的顶点均为格点(网格线的交点).
- (1) 平移  $\triangle ABC$  到  $\triangle A_1B_1C_1$ , 其中点  $A$  的对应点为  $A_1$ , 请画出  $\triangle A_1B_1C_1$ .
- (2) 以点  $O$  为旋转中心, 将  $\triangle A_1B_1C_1$  旋转  $180^\circ$  得到  $\triangle A_2B_2C_2$ , 请画出  $\triangle A_2B_2C_2$ .
- (3) 已知  $\triangle A_2B_2C_2$  与  $\triangle ABC$  关于某点成中心对称, 则该点为\_\_\_\_\_.



6. 图1、图2、图3均是由边长为1的正三角形构成的网格, 每个网格图中有5个正三角形已涂上阴影. 请在余下空白正三角形中, 按下列要求涂上阴影.
- (1) 在图1中涂上一个阴影正三角形, 使得阴影部分图形是中心对称图形, 但不是轴对称图形.
- (2) 在图2中涂上两个阴影正三角形, 使得阴影部分图形是轴对称图形, 但不是中心对称图形.
- (3) 在图3中涂上三个阴影正三角形, 使得阴影部分图形既是中心对称图形, 又是轴对称图形.

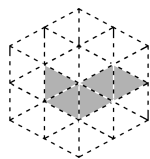


图1

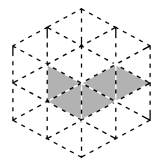


图2

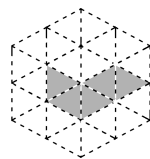


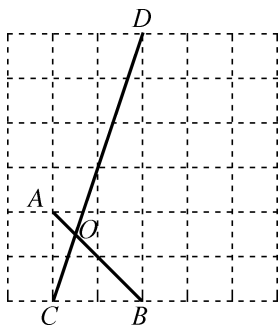
图3

## 提优专题 2 几何作图基础

(时间:25 min)

1. (2025 镇江市丹徒区期末)如图,在边长为 1 的正方形网格中,点  $A, B, C, D$  都在格点上,  $AB$  与  $CD$  相交于点  $O$ .

- (1) 线段  $AB$  经过平移后得到线段  $DE$  (点  $A, B$  分别与点  $D, E$  对应), 请在图中画出线段  $DE$ .
- (2) 图中除  $\angle AOD$  外, 与  $\angle BOC$  相等的角是 \_\_\_\_\_, 理由是 \_\_\_\_\_.
- (3) 连接  $AD$  和  $BE$ ,  $AB$  平移到  $DE$  所扫过的面积为 \_\_\_\_\_.



2. (2025 无锡市锡山区期中)(1)如图 1, 在正方形网格中, 每个小正方形的边长都为 1, 网格中有一个  $\triangle ABC$ , 该三角形的三个顶点均在格点上.

- ①  $\triangle ABC$  的面积为 \_\_\_\_\_.
- ② 在图 1 中作出  $\triangle ABC$  关于直线  $l$  对称的  $\triangle A_1B_1C_1$ .
- ③ 若点  $P$  为直线  $l$  上的一点, 请在图 1 中标出使  $PA + PB$  的值最小时点  $P$  的位置.

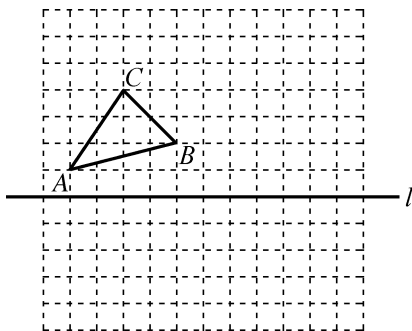


图 1

(2) 如图 2, 在  $3 \times 3$  的正方形网格中, 点  $A, B$  在格点(网格线的交点)上.

- ① 请在网格中找出一个格点  $C$ , 使  $\triangle ABC$  成为轴对称图形, 画出  $\triangle ABC$ .
- ② 符合条件的格点  $C$  有 \_\_\_\_\_ 个.

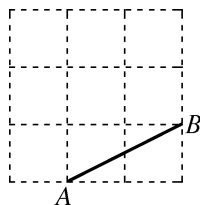
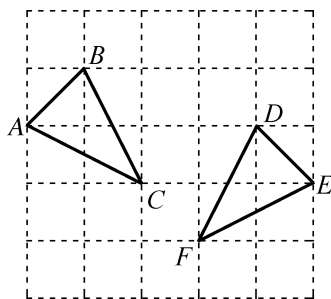


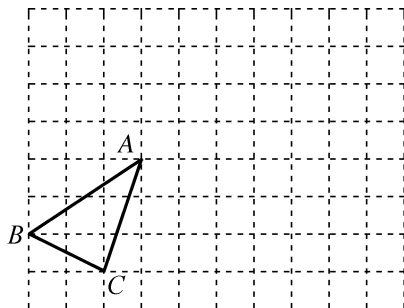
图 2

3. 如图, 在  $5 \times 5$  的方格网中, 所有标出的点均为格点,  $\triangle ABC$  旋转得到  $\triangle DEF$ , 标出旋转中心点  $P$ .



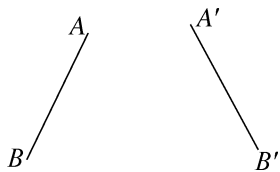
4. (2025 徐州市期中)如图, 在由边长为 1 个单位长度的小正方形组成的网格中,  $\triangle ABC$  的顶点都在格点上.

- (1) 以点  $A$  为中心将  $\triangle ABC$  旋转  $180^\circ$ , 得到  $\triangle AB_1C_1$ , 画出  $\triangle AB_1C_1$ .
- (2) 将  $\triangle ABC$  向右平移 7 个单位长度, 再向上平移 1 个单位长度, 得到  $\triangle A_2B_2C_2$ , 画出  $\triangle A_2B_2C_2$ .
- (3) 连接  $B_1B_2$ , 作出线段  $B_1B_2$  的中点  $P$ .

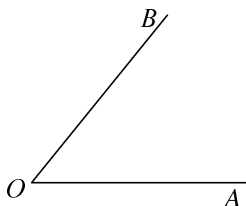


5. (2025 扬州市仪征市期中) 已知线段  $AB$  和  $A'B'$  关于直线  $l$  对称, 请用直尺和圆规进行下列操作. (不写作法, 保留作图痕迹)

- (1) 作出直线  $l$ .
- (2) 作  $\angle ABB'$  的平分线交  $l$  于点  $P$ .



6. (2025 宿迁市宿豫区期中) 尺规作图: 如图, 已知  $\angle AOB$ , 请作出它的对称轴  $OC$  (不写作法, 保留作图痕迹).



7. (2025 南京市联合体期中) 如图, 已知  $\triangle ABC$ .
- (1) 在图 1 中, 作出  $BC$  边上的高线.
  - (2) 在图 2 中, 用两种不同的方法作  $\angle B$  的平分线. 要求: ①用直尺和圆规作图; ②保留作图的痕迹.

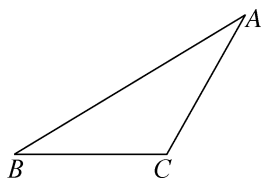


图 1

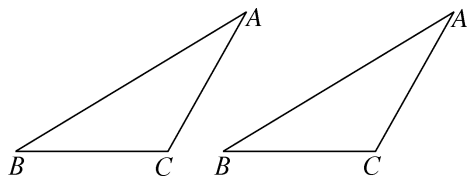
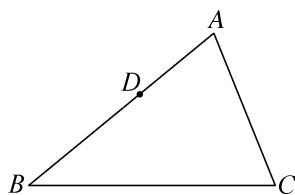


图 2

8. (2025 南京市秦淮区期末) 如图, 已知  $\triangle ABC$  是轴对称图形,  $D$  是边  $AB$  上一点. 用直尺和圆规按下列要求作图. (保留作图痕迹, 可以写出必要的文字说明)

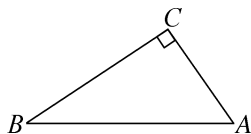
- (1) 作  $\triangle ABC$  的对称轴  $m$ .
- (2) 过点  $D$  作一条直线  $n$ , 与  $BC$  交于点

$E$ , 使  $\angle BDE = \frac{1}{2} \angle A$ .



9. (2025 无锡市宜兴市月考) 如图, 在直角三角形  $ABC$  中,  $\angle ACB = 90^\circ$ ,  $AC = 3$ ,  $BC = 4$ ,  $AB = 5$ , 用无刻度的直尺和圆规完成下列作图.

- (1) 作边  $AB$  的中点  $D$ .
- (2) 作  $\angle ABC$  的平分线  $BE$ , 交  $AC$  边于点  $E$ .
- (3) 作点  $C$  关于直线  $BE$  的对称点  $F$ .
- (4) 直接写出  $DF$  的长为 \_\_\_\_\_.



10. (2025 南京市联合体期中) 已知  $\angle AOB$ , 点  $M$  在  $OB$  上.

- (1) 如图 1, 点  $N$  在  $OA$  上, 且  $OM = ON$ , 在  $\angle AOB$  内部作一点  $P$ , 使四边形  $OMP N$  是轴对称图形.
- (2) 如图 2, 点  $Q$  在  $\angle AOB$  的内部, 作出两种不同的四边形  $OMP N$ , 使四边形  $OMP N$  为轴对称图形, 且点  $N$  在  $OA$  上, 点  $P$  在  $\angle AOB$  内部, 点  $Q$  在四边形  $OMP N$  的一边上. 要求: 用直尺和圆规作图; 保留作图的痕迹, 写出必要的文字说明.

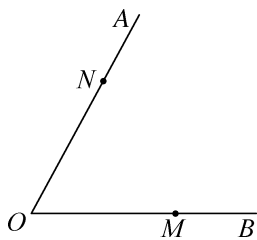


图 1

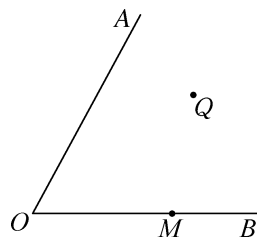


图 2

## 综合与实践 设计美丽的图案

(时间:15 min)

**素材 1** 图形变换在艺术设计中起着不容忽视的作用,主要类型有:平移;旋转;轴对称;平移与旋转组合;旋转与轴对称组合;平移与轴对称组合;平移、旋转与轴对称组合.

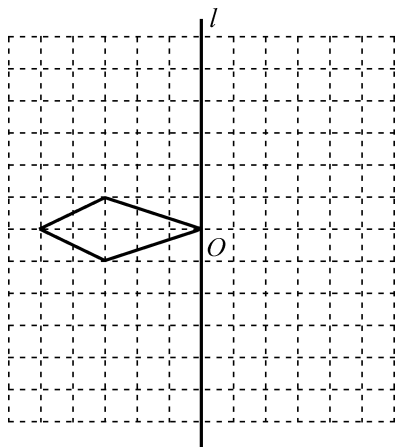
**素材 2** 分析图案的形成过程的方法首先确定图案中的“基本图形”,然后分析图案中的各组成部分之间的内在联系,从平移、旋转和轴对称的变换角度,用运动的观点、整体的思想分析各个组成部分是如何通过“基本图形”演变成“其他图形”后,进而分析“整体图案”的形成过程.

**素材 3** 设计图案的步骤:

- ①确定设计图案的表达意图;
- ②分析设计图案所给定的基本图形;
- ③对基本图形综合运用平移、旋转和轴对称,力求设计的图案形式清晰、寓意明确.

**任务 1** 利用与图形运动有关的对称性可设计出美丽图案,现把一个四边形通过对称变换完成图案设计,如图,在方格纸中每个小正方形的边长都为 1,在方格纸中有一个顶点都在格点上的四边形,完成下列问题.

- (1) 图案设计:先画出四边形关于直线  $l$  成轴对称的图形,再将所得的图形和原四边形绕点  $O$  按顺时针旋转  $90^\circ$ ,所得的新图形与原图形组成了一个美丽的图案.
- (2) 完成上述图案设计后,可知这个图案的面积为\_\_\_\_\_.



**任务 2** 认真观察图 1~图 4 中阴影部分构成的图案,回答下列问题.

- (3) 请写出这 4 个图案都具有的两个共同特征:\_\_\_\_\_;
- (4) 请在图 5 中,设计一个新的图案,使它也具有这两个共同特征.

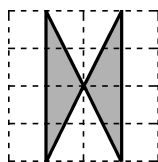


图 1

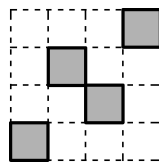


图 2

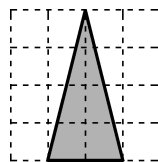


图 3

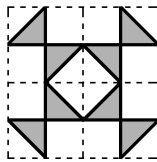


图 4

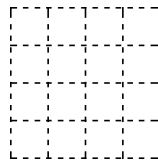
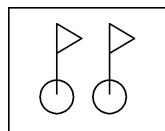
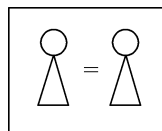


图 5

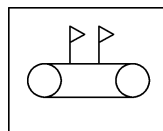
**任务 3** 小宁和婷婷在一起做拼图游戏,他们用“○○”“△△”“||”构思出了独特而有意义的图案并根据图案用简洁的语言进行了表述.



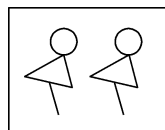
迎风飘扬



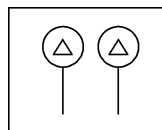
同等水平



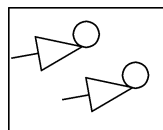
乘风破浪



文明礼貌



交通安全



你追我赶

- (5) 这些图案有什么特点?
- (6) 在平移的过程中,“基本图形”的大小、形状、位置是否发生了变化?你能解释其中的道理吗?