

解析 根据“平移不改变图形的形状和大小”,得 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle DEF}$, 所以 $S_{\text{阴影}} = S_{\triangle DEF} - S_{\triangle GEC} = S_{\triangle ABC} - S_{\triangle GEC}$, 即阴影部分的面积等于梯形 $ABEG$ 的面积.

答案 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{梯形}ABEG} = \frac{(5+8) \times 5}{2} = 32.5.$

题型三 轴对称图形的识别

例3 (常州市期中) 下面四个图形中, 是轴对称图形的是 ()



A



B



C



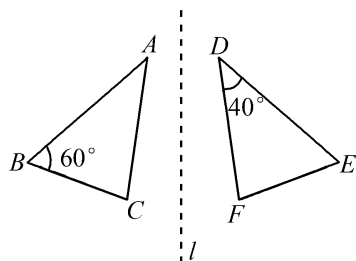
D

分析 选项 B, C, D 没有对称轴, 不是轴对称图形, 不符合题意; 选项 A 有对称轴, 是轴对称图形, 符合题意.

答案 A

题型四 轴对称的性质

例4 (连云港市期中) 如图, $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 关于直线 l 对称, 则 $\angle F$ 的度数为 ()

A. 60° B. 40° C. 80° D. 60° 或 80°

分析 因为 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 关于直线 l 对称, 所以 $\angle E = \angle B = 60^\circ$, 所以 $\angle F = 180^\circ - \angle E - \angle D = 180^\circ - 60^\circ - 40^\circ = 80^\circ$.

答案 C

题型五 轴对称图形的设计

例5 (盐城市大丰区期中) 已知图 1 中①②均为 5×6 的正方形网格, 点 A, B, C 在格点(小正方形的顶点)上. 请你在图 1 中分别确定格点 D , 画出两个以 A, B, C, D 为顶点的四边形, 使其成为轴对称图形, 并画出对称轴.



关键提示

确定轴对称图形的关键是寻找对称轴, 使图形在直线(对称轴)两旁的部分折叠后可以重合.



关键提示

根据成轴对称的两个图形可以重合和三角形的内角和定理, 可计算出 $\angle F$ 的度数.

方法与技巧

一般来说, 网格中轴对称图形的对称轴有两种类型: 一种是与网格线平行的直线, 另外一种是由构成网格的小正方形对角线所在的直线.

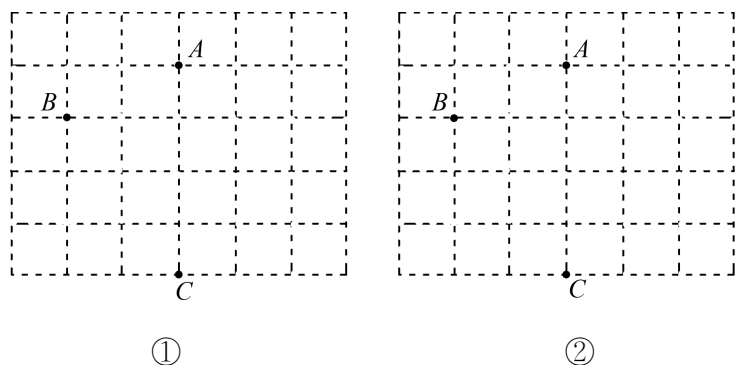


图 1

分析 根据轴对称图形的性质设计出轴对称图形即可.

答案 如图 2 所示.

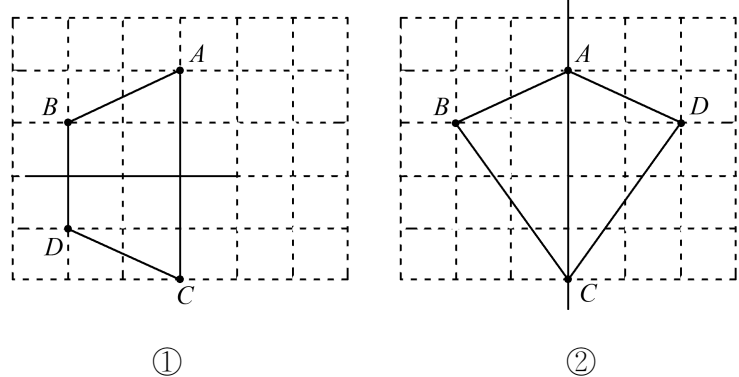


图 2

题型六 角平分线、线段垂直平分线与垂线的作图

例 6 (南京市联合体期末) 如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, 在边 AB 上求作一点 Q , 使点 Q 到点 A 的距离等于点 Q 到边 BC 的距离. (用无刻度的直尺和圆规作图, 不写作法, 保留作图痕迹)

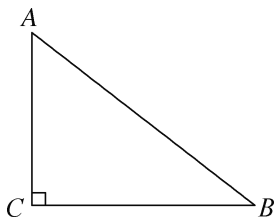


图 1

分析 作 $\angle BAC$ 的平分线 AP , 再作 $PQ \perp BC$ 交 AB 于点 Q .

答案 如图 2, 点 Q 即为所求.

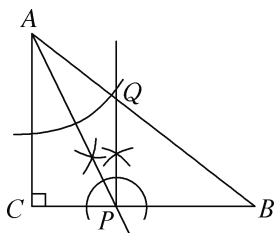
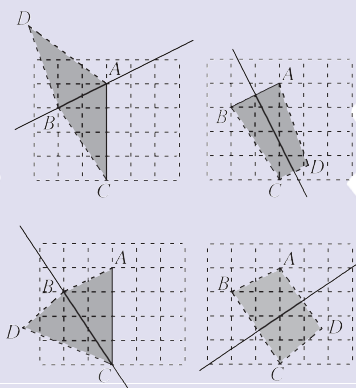


图 2

思维拓展

若点 D 去掉“格点”条件限制, 则还有四种情况(如图), 要善于分类讨论, 防止漏解.



方法与点拨

因为点 Q 在边 AB 上, 要满足点 Q 到点 A 的距离等于点 Q 到边 BC 的距离, 所以过点 Q 作 $PQ \perp BC$ 交 AB 于点 Q . 根据草图可得出 $\triangle APQ$ 是等腰三角形, 且 $QA = QP$, 由此可得 $\angle BAP = \angle QPA = \angle PAC$, 即 AP 需平分 $\angle BAC$. 由本题解题思路可知, 将陌生问题转化为熟悉的问题是解题的关键.

例7 (宿迁市宿豫区期末)如图1,已知两所学校分别在道路 MN 两侧的点 A, B 处,在道路 MN 上建公交站 P ,使得点 P 到点 A, B 的距离相等,请用尺规作图确定点 P 的位置.(用无刻度的直尺和圆规作图,不写作法,保留作图痕迹)

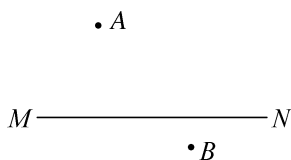


图1

分析 连接 AB , 作线段 AB 的垂直平分线交 MN 与点 P , 点 P 即为所求.

答案 如图2, 点 P 即为所求.

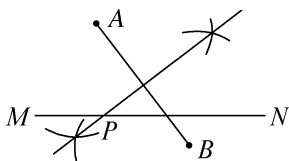
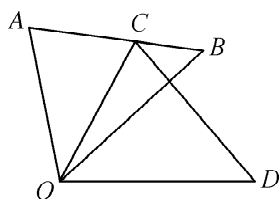


图2

题型七 旋转的性质

例8 (常州市期中)如图, $\triangle COD$ 是由 $\triangle AOB$ 绕点 O 按顺时针方向旋转 40° 后得到的图形, 点 C 恰好在边 AB 上. 若 $\angle AOD = 100^\circ$, 则 $\angle D$ 的度数是_____.



提示 根据旋转性质, 得 $CO = AO$, $\angle D = \angle B$. 因为旋转角为 40° , 所以 $\angle AOC = \angle BOD = 40^\circ$, 所以 $\angle OAC = (180^\circ - \angle AOC) \div 2 = 70^\circ$, $\angle AOB = \angle AOD - \angle BOD = 60^\circ$. 在 $\triangle AOB$ 中, $\angle B = 180^\circ - \angle OAC - \angle AOB = 50^\circ$, 所以 $\angle D = \angle B = 50^\circ$.

答案 50°

题型八 中心对称图形的识别

例9 “篆刻艺术”是指在金属、玉、石等材质之上雕刻篆体文字的艺术. 因以制作印章为主, 又称“印章艺术”. 下列篆刻作品是中心对称图形的是 ()



知识链接

旋转的性质:

1. 旋转只改变图形的位置, 不改变其形状、大小, 因此旋转变换前后, 两个图形可以重合, 对应角相等, 对应线段相等.

2. 旋转变换过程中, 对应点到旋转中心的距离不变, 对应点与旋转中心连线所成夹角等于旋转角.

解析 本题考查的是中心对称图形,把一个图形绕某一点旋转 180° ,如果旋转后的图形能够与原来的图形重合,那么这个图形就叫作中心对称图形.根据中心对称图形的概念判断即可.

答案 B

题型九 平移、轴对称、旋转的作图

例 10 (盐城市射阳县期末)如图 1:

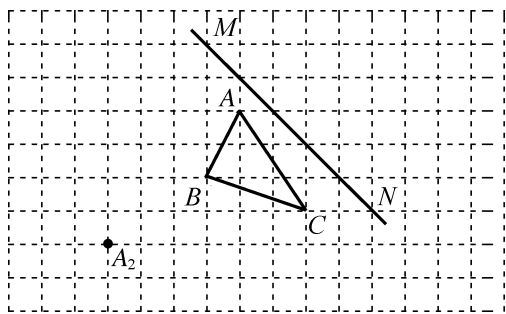


图 1

(1) 画出 $\triangle ABC$ 向右平移 5 格,再向下平移 3 格后的图形 $\triangle A_1B_1C_1$.

(2) 如果点 A_2 与点 A 关于某点成中心对称,请标出这个对称中心点 O ,并画出 $\triangle ABC$ 关于点 O 成中心对称的图形 $\triangle A_2B_2C_2$.

(3) 画出 $\triangle ABC$ 关于直线 MN 成轴对称的图形 $\triangle A_3B_3C_3$.

解析 (1) 根据平移方式找到点 A, B, C 的对应点 A_1, B_1, C_1 的位置,再顺次连接点 A_1, B_1, C_1 即可.

(2) 连接 AA_2 ,利用网格的特点找到 AA_2 的中点位置即为点 O 的位置,进而根据点 O 的位置找到点 B_2, C_2 的位置即可.

(3) 根据轴对称的特点找到点 A, B, C 的对应点 A_3, B_3, C_3 的位置,然后顺次连接点 A_3, B_3, C_3 即可.

答案 (1) 如图 2, $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.

(2) 如图 2, 对称中心点 O 即为所求. $\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求.

(3) 如图 2, $\triangle A_3B_3C_3$ 即为所求.

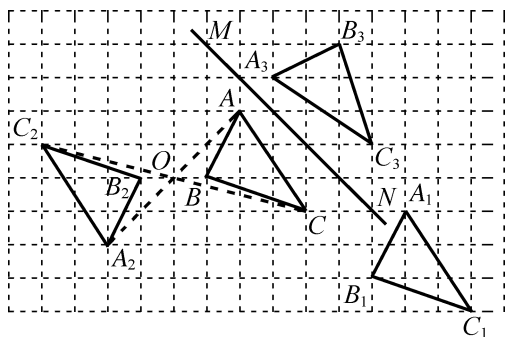


图 2



关键提示

1. 对于平移和轴对称的作图题,关键是找到对应点.

2. 对于旋转的作图题,要先明确旋转中心和旋转角的度数,再找到对应点.

2. 对于中心对称的作图题,主要根据中心对称的性质:成中心对称的两个图形中,对应点的连线经过对称中心,且被对称中心平分.找到对称中心,进而找到对应点.

 抢分必做

 必会题

1. 下列图形中,是中心对称图形但不是轴对称图形的是 ()



A



B



C



D

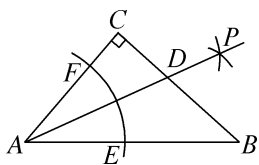
2. (无锡市惠山区期末)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $\angle B=40^\circ$,根据尺规作图的痕迹作射线 AP ,与 BC 相交于点 D ,则 $\angle ADC$ 的度数为 ()

A. 60°

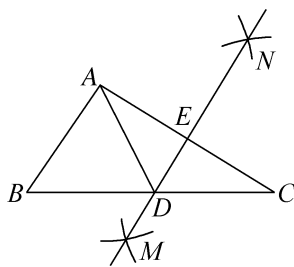
B. 65°

C. 70°

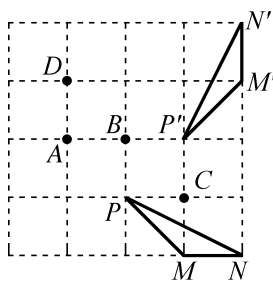
D. 75°



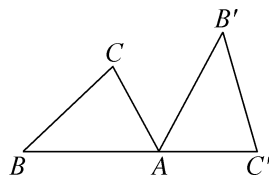
(第2题)



(第3题)



(第4题)



(第5题)

3. (无锡市江阴市月考)如图,在 $\triangle ABC$ 中,分别以点 A 和点 C 为圆心,大于 $\frac{1}{2}AC$ 的长为半径作弧,两弧相交于 M,N 两点;作直线 MN 分别交 BC,AC 于点 D,E .若 $CE=4$, $\triangle ABC$ 的周长为 24 ,则 $\triangle ABD$ 的周长为 ()

A. 14

B. 16

C. 18

D. 20

4. (扬州市期末)如图,在 4×4 的正方形网格中, $\triangle PMN$ 绕某点旋转一定角度,得到 $\triangle P'M'N'$,图中有 A,B,C,D 四个格点,则旋转中心一定是点_____.

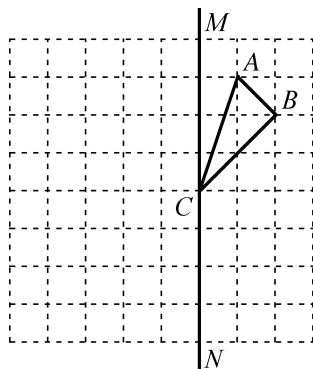
5. (镇江市期末)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=62^\circ$,将 $\triangle ABC$ 绕点 A 顺时针旋转到 $\triangle AB'C'$,且点 B,A,C' 在同一直线上,则旋转角是_____°.

6. (南京市建邺区期中)如图,在所给的网格图(每小格均为边长是1个单位长度的正方形)中完成下列各题:

(1) 将 $\triangle ABC$ 向下平移4个单位长度得到 $\triangle A_1B_1C_1$,画出平移后的 $\triangle A_1B_1C_1$.

(2) 画出 $\triangle ABC$ 关于直线 MN 轴对称的 $\triangle A_2B_2C$.

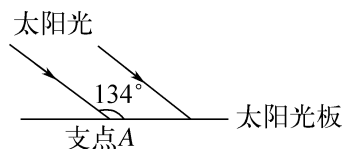
(3) 画出 $\triangle ABC$ 关于点 C 成中心对称的 $\triangle A_3B_3C$.





7. (宿迁市模拟)“玉兔”在月球表面行走的动力主要来自太阳光能,要使接收太阳光能最多,就要使光线垂直照射在太阳光板上.现在太阳光如图照射,为使可以接收太阳光能最多,则太阳光板绕支点 A 逆时针最小旋转 ()

A. 46° B. 44° C. 36° D. 54°



(第7题)

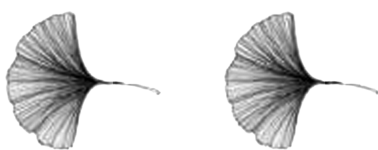
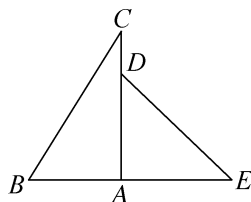


图1

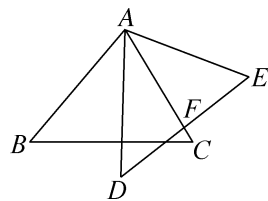
图2

(第8题)

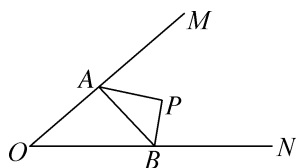


(第9题)

8. (南京市联合体期中)已知图2是由图1经过平移得到的,图2还可以看作是由图1经过怎样的变换得到的?现给出两种变换方式:①2次旋转;②2次轴对称.下面说法正确的是 ()
- A. ①②都不可行 B. ①②都可行 C. 只有①可行 D. 只有②可行
9. 一副三角板按如图所示方式放置,将三角板 ADE 绕点 A 逆时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$),使得三角板 ADE 的一边所在的直线与 BC 垂直,则 $\alpha =$ _____.
10. (苏州市期末)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 50^\circ$, $\angle C = 60^\circ$.将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按逆时针方向旋转得到 $\triangle ADE$, AC 与 DE 交于点 F .
- (1) 若 $AC \perp DE$,求 $\angle DAC$ 的度数.
- (2) 若 AD 平分 $\angle BAC$,求 $\angle CFE$ 的度数.



11. 如图, $\angle MON = 50^\circ$, $\angle MON$ 内有一个定点 P ,点 A, B 分别在射线 OM, ON 上移动,当 $\triangle PAB$ 的周长最小时, $\angle APB$ 的度数为 _____.



(第11题)

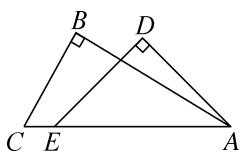


图1

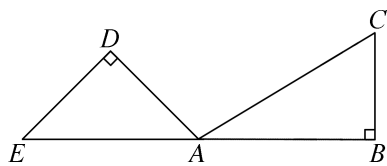


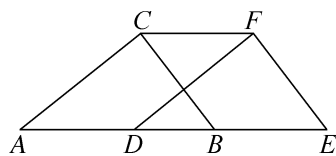
图2

(第12题)

12. (连云港市期末)一副直角三角板按如图1所示的方式叠放,现将含 45° 角的三角板 ADE 固定不动,将含 30° 角的三角板 ABC 绕顶点 A 顺时针旋转至图2的位置.在此旋转过程中,若 BC 与三角板 ADE 的一条直角边平行,则 $\angle CAE$ 的度数为 _____.

13. (泰州市泰兴市期末)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AC=4\text{ cm}$, $BC=3\text{ cm}$, $\triangle ABC$ 沿 AB 方向平移至 $\triangle DEF$,若 $AE=8\text{ cm}$, $BD=2\text{ cm}$.求:

- (1) $\triangle ABC$ 沿 AB 方向平移的距离.
- (2) 四边形 $AEFC$ 的周长.



14. (泰州市海陵区期末)利用折纸可以作出角平分线,如图1, OC 即为 $\angle AOB$ 的平分线.如图2、图3,折叠长方形纸片, OC,OD 均是折痕,折叠后,点 A 落在点 A' ,点 B 落在点 B' ,连接 OA' .

- (1) 如图2,若点 B' 恰好落在 OA' 上,且 $\angle AOC=32^\circ$,求 $\angle BOD$ 的度数.
- (2) 如图3,当点 B' 在 $\angle COA'$ 的内部时,连接 OB' ,若 $\angle AOC=44^\circ$, $\angle BOD=61^\circ$,求 $\angle A'OB'$ 的度数.

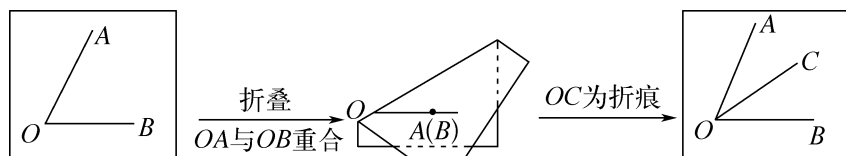


图 1

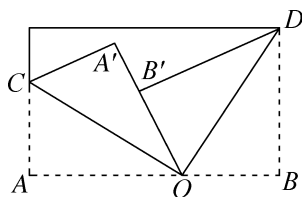


图 2

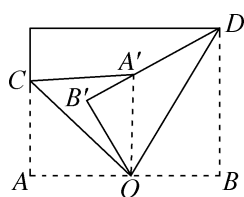
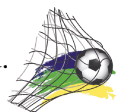


图 3



临门一脚

学习图形的三种基本变换——平移、轴对称和旋转时,需要关注这三种图形变换都把一个图形变成另一个能与之重合的图形,它们具有如下的共同性质:通过平移、轴对称、旋转得到两个平面图形中对应线段相等、对应角相等.如果能关注到本质,相信你定有收获.



易错分析

本题需要仔细观察两个因式的结构特征:各有三项,并且有一项完全相同,有两项只有符号不同,应把这两项当作一个整体,一个放入带正号的括号中,另一个放入带负号的括号中,整理成只有符号不同的形式后,方可运用平方差公式. 本题常见错误为整理出错.

12. 解:(1) 原式 $= -\frac{1}{8}x^9y^3 \cdot 16x^8y^4 = -2x^{17}y^7$.

(2) 原式 $= -\frac{1}{2}a^3b^2 \cdot 4b + (-\frac{1}{2}a^3b^2) \cdot 8ab^3 = -2a^3b^3 - 4a^4b^5$.

(3) 原式 $= a^2(a^2 + 2a + 1) - (2a^3 - 4a^2 + 8a) = a^4 + 2a^3 + a^2 - 2a^3 + 4a^2 - 8a = a^4 + 5a^2 - 8a$.

(4) 原式 $= -3m^2 + 6m + m - 2 = -3m^2 + 7m - 2$.

易错分析

在进行整式乘法运算时,要注意:①积的符号,符号问题是极易出错的地方;②运算顺序;③最后的结果有同类项时要合并,得出最简结果.

13. B 提示:因为 $M = (x-3)(x-5) = x^2 - 8x + 15$, $N = (x-2)(x-6) = x^2 - 8x + 12$, 所以 $M - N = 3 > 0$, 即 $M > N$.

14. B

15. -4 16. 16 17. -3 18. 10

19. 解:(1) $9^2 - 4 \times 4^2 = 17$

(2) $(2n+1)^2 - 4n^2 = 4n+1$. 因为左边 $= 4n^2 + 4n + 1 - 4n^2 = 4n + 1$, 右边 $= 4n + 1$, 所以左边 $=$ 右边, 所以原等式成立.

20. 解:(1) 1 0

(2) 因为 $x^2 + 2y^2 - 2xy + 6y + 9 = 0$, 所以 $(x^2 - 2xy + y^2) + (y^2 + 6y + 9) = 0$, 所以 $(x-y)^2 + (y+3)^2 = 0$, 所以 $x-y=0$, $y+3=0$, 所以 $x=y=-3$, 所以 $x^y = (-3)^{-3} = -\frac{1}{27}$.

(3) 因为 $2a^2 + b^2 - 4a - 6b + 11 = 0$, 所以 $2a^2 - 4a + 2 + b^2 - 6b + 9 = 0$, 所以 $2(a-1)^2 + (b-3)^2 = 0$, 所以 $a-1=0$, $b-3=0$, 所以 $a=1$, $b=3$. 由三角形三边关系可知, $\triangle ABC$ 的三边长分别为 1, 3, 3, 所以 $\triangle ABC$ 的周长为 $1+3+3=7$.

21. 解:(1) $a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = a_1(b_1 - b_2) + (a_1 + a_2)(b_2 - b_3) + (a_1 + a_2 + a_3)b_3$

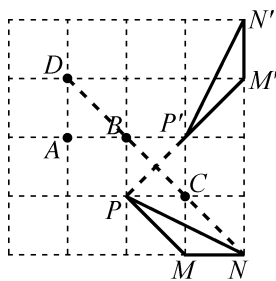
(2) $b_{n-1} - b_n (a_1 + a_2 + \dots + a_n)b_n$

(3) 原式 $= \frac{1}{2} \times 2 + \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} + \frac{3}{4} \times \frac{4}{3} + \frac{4}{5} \times \frac{5}{4} + \frac{5}{6} \times \frac{6}{5} = 5$.

第9章 图形的变换

1. B 2. B 3. B

4. B 提示:如图, NN' , PP' 的垂直平分线相交于点 B, 所以旋转中心一定是点 B.

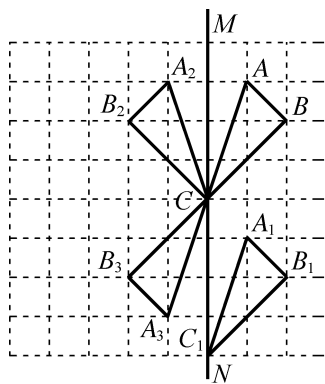


5. 118

6. 解:(1) 如图, $\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.

(2) 如图, $\triangle A_2B_2C$ 即为所求.

(3) 如图, $\triangle A_3B_3C$ 即为所求.



7. B 8. B

9. 15° 或 60° 提示:分两种情况讨论:①如图 1, 当 $DE \perp BC$ 时, 设 DE 交 AC 于点 F , 则 $\angle CFD = 90^\circ - \angle C = 60^\circ$. 所以 $\angle AFD = 180^\circ - \angle CFD = 120^\circ$, 所以 $\angle CAD = 180^\circ - \angle ADE - \angle AFD = 15^\circ$. 所以 $\alpha = 15^\circ$. ②如图 2, 当 $AD \perp BC$ 时, $\angle CAD = 90^\circ - \angle C = 60^\circ$. 所以 $\alpha = 60^\circ$. 综上所述, $\alpha = 15^\circ$ 或 $\alpha = 60^\circ$.

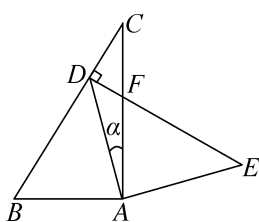


图 1

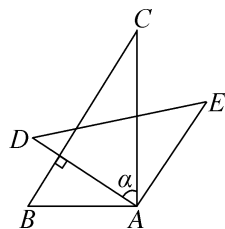
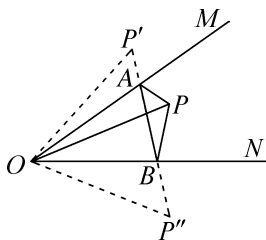


图 2

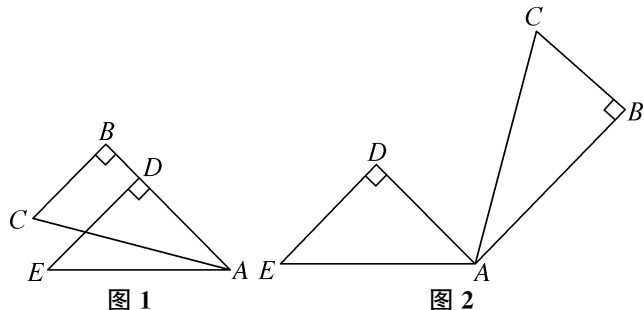
10. 解: (1) 由旋转可得 $\angle D = \angle B = 50^\circ$. 因为 $AC \perp DE$, 所以 $\angle AFD = 90^\circ$, 所以在直角三角形 ADF 中, $\angle DAC = 180^\circ - \angle AFD - \angle D = 40^\circ$.

(2) 因为 $\angle B = 50^\circ$, $\angle C = 60^\circ$, 所以 $\angle BAC = 180^\circ - \angle B - \angle C = 70^\circ$. 因为 AD 平分 $\angle BAC$, 所以 $\angle CAD = \angle BAD = \frac{1}{2} \angle BAC = 35^\circ$. 由旋转可得 $\angle D = \angle B = 50^\circ$, 所以 $\angle CFE = \angle AFD = 180^\circ - \angle CAD - \angle D = 95^\circ$.

11. 80° 提示: 如图, 作点 P 关于 OM 的对称点 P' , 点 P 关于 ON 的对称点 P'' , 连接 OP' , OP'' , $P'P''$, 其中 $P'P''$ 交 OM 于点 A , 交 ON 于点 B , 此时 $\triangle PAB$ 的周长最小, 其最小值为 $P'P''$ 的长, 由轴对称的性质可知 $OP = OP'$, $OP = OP''$, $\angle AOP = \angle AOP'$, $\angle BOP = \angle BOP''$, 所以 $\angle P'OP'' = 2\angle AOB = 100^\circ$, 所以 $\angle P' = \angle P'' = (180^\circ - \angle P'OP'') \div 2 = 40^\circ$, 由轴对称可知 $\angle APB = \angle P' + \angle P'' = 80^\circ$.



12. 15° 或 105° 提示: 如图 1, 当 $BC \parallel DE$ 时, $\angle CAE = 45^\circ - 30^\circ = 15^\circ$; 如图 2, 当 $AD \parallel BC$ 时, $\angle CAE = 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ$. 综上所述, 若 BC 与三角板 ADE 的一条直角边平行, 则 $\angle CAE$ 的度数为 15° 或 105° .



13. 解: (1) 由平移的性质, 可得 $AD = BE = \frac{AE - BD}{2} = 3$ cm, 即 $\triangle ABC$ 沿 AB 方向平移的距离是 3 cm.

(2) 由平移的性质, 可得 $CF = AD = 3$ cm, $EF = BC = 3$ cm. 因为 $AE = 8$ cm, $AC = 4$ cm, 所以四边形 $AEFC$ 的周长为 $AE + EF + CF + AC = 18$ cm.

14. 解: (1) 由折叠的性质可知, $\angle AOA' = 2\angle AOC$, $\angle BOB' = 2\angle BOD$. 因为点 B' 落在 OA' 上, 所以 $\angle AOA' + \angle BOB' = 180^\circ$, 所

以 $2\angle AOC + 2\angle BOD = 180^\circ$, 所以 $\angle AOC + \angle BOD = 90^\circ$. 因为 $\angle AOC = 32^\circ$, 所以 $\angle BOD = 90^\circ - \angle AOC = 58^\circ$.

(2) 由折叠的性质可知, $\angle AOA' = 2\angle AOC = 2 \times 44^\circ = 88^\circ$, $\angle BOB' = 2\angle BOD = 2 \times 61^\circ = 122^\circ$, 所以 $\angle A'OB' = \angle AOA' + \angle BOB' - 180^\circ = 88^\circ + 122^\circ - 180^\circ = 30^\circ$, 即 $\angle A'OB'$ 的度数为 30° .

第 10 章 二元一次方程组

1. C 2. 4 3.
$$\begin{cases} x + \frac{1}{2}y = 50, \\ \frac{2}{3}x + y = 50 \end{cases}$$

4. 解: (1)
$$\begin{cases} 2x + 3y = 7 \text{ ①}, \\ x - 3y = 8 \text{ ②}. \end{cases}$$
 ① + ②, 得 $3x = 15$, 解得 $x = 5$. 将 $x = 5$ 代入 ②, 得 $y = -1$. 所以原方程组的解为
$$\begin{cases} x = 5, \\ y = -1. \end{cases}$$

(2)
$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} + \frac{x-y}{2} = 6 \text{ ①}, \\ 4(x+y) - 5(x-y) = 2 \text{ ②}. \end{cases}$$
 ① $\times 2$,

得 $x + y + x - y = 12$, 解得 $x = 6$. 将 $x = 6$ 代入 ②, 得 $4(6 + y) - 5(6 - y) = 2$, 解得 $y = \frac{8}{9}$.

所以原方程组的解为
$$\begin{cases} x = 6, \\ y = \frac{8}{9}. \end{cases}$$

(3)
$$\begin{cases} a - b + c = 0 \text{ ①}, \\ 4a + 2b + c = 3 \text{ ②}, \\ 25a + 5b + c = 60 \text{ ③}. \end{cases}$$
 ② - ①, 得

$3a + 3b = 3$ ④. ③ - ②, 得 $21a + 3b = 57$ ⑤. ⑤ - ④, 得 $18a = 54$, 解得 $a = 3$. 将 $a = 3$ 代入 ④, 得 $9 + 3b = 3$, 解得 $b = -2$. 将 $a = 3, b = -2$ 代入 ①, 得 $3 - (-2) + c = 0$, 解得 $c =$

-5 . 所以原方程组的解为
$$\begin{cases} a = 3, \\ b = -2, \\ c = -5. \end{cases}$$

5. D 提示: 根据题意, 得 $2x - y = 3$. 选项 A 中, 当 $x = 5$ 时, $y = 7$; 选项 B 中, 当 $x = 3$ 时, $y = 3$; 选项 C 中, 当 $x = -4$ 时, $y = -11$; 选项 D 中, 当 $x = -3$ 时, $y = -9$.

易错分析

本题考查了代数式求值, 主要利用了二元一次方程的解, 理解运算程序、列出方程是解题的关键.