# 课时训练篇

## 第7章　幂的运算

### 课时训练1　同底数幂的乘法

**【基础巩固】**

**1.** B **2.** B **3.** B **4.** C **5.** C **6.** 2　5

**7.** $a^{10}$ **8.** 4 **9.** 21 **10.** $3\times10^{14}$

**11.** 解:原式$=x^8+2x^8-x^8=2x^8$.

**12.** 解:此长方形的面积为$4.2\times10^4\times2\times10^4=8.4\times10^8(\text{cm}^2)$,周长为$2\times(4.2\times10^4+2\times10^4)=1.24\times10^5(\text{cm})$.

**13.** 解:因为$2^{2n+2}=16=2^4$,所以$2n+2=4$,解得$n=1$.所以$(n-2)^{2\,025+n}=(1-2)^{2\,025+1}=(-1)^{2\,026}=1$.

**【拓展提优】**

**1.** B

**2.** C　提示:原式$=-3^n\cdot3^2\cdot3^{n+2}=-3^{2n+4}$.

**3.** C　提示:因为$(\underbrace{2\,024\times2\,024\times\cdots\times2\,024}_{共2\,024个})\times(\underbrace{2\,024+2\,024+\cdots+2\,024}_{共2\,024个})=2\,024^{2\,024}\times2\,024\times2\,024=2\,024^{2\,026}$,所以$n=2\,026$.

**4.** C　提示:根据题意,得$4^a=12$,$4^b=5$,$4^c=60$.因为$4^a\times4^b=12\times5=60=4^c$,所以$4^{a+b}=4^c$,即$a+b=c$.

**5.** C　提示:易知$1^5$个位上的数字是1,$2^5$个位上的数字是2,$3^5$个位上的数字是3,$4^5$个位上的数字是4,$5^5$个位上的数字是5,$6^5$个位上的数字是6,$7^5$个位上的数字是7,$8^5$个位上的数字是8,$9^5$个位上的数字是9,$10^5$个位上的数字是0.由此发现:$n^5$个位上的数字与$n$个位上的数字相同.因为$1+2+3+4+5+6+7+8+9=45$,$45\times3=135$,所以数$a$个位上的数字为5.

**6.** 3

**7.** 2　提示:因为$\left(\frac{1}{2}\right)^m\times\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{32}$,所以$\left(\frac{1}{2}\right)^{m+3}=\left(\frac{1}{2}\right)^5$,所以$m+3=5$,解得$m=2$.

**8.** $2^{2\,025}$　提示:原式$=-2^{2\,025}+2\times2^{2\,025}=2^{2\,025}\times(2-1)=2^{2\,025}$.

**9.** $-1$　提示:因为$2^4+2^4=2^a$,$3^5+3^5+3^5=3^b$,所以$2^4\times2=2^a$,$3^5\times3=3^b$,所以$2^5=2^a$,$3^6=3^b$,所以$a=5$,$b=6$,所以$a-b=-1$.

**10.** $a+b+c$　提示:$10^d=105=3\times5\times7=10^a\cdot10^b\cdot10^c=10^{a+b+c}$,所以$d=a+b+c$.

**11.** 解:(1) 原式$=(2b+1)^6-(2b+1)^6=0$.

(2) 原式$=(a+b-c)^2\cdot[-(a+b-c)]^3\cdot(a+b-c)^5=-(a+b-c)^{10}$.

**12.** 解:(1) 因为$a*b=3^a\times3^b$,所以$1*2=3^1\times3^2=3^3=27$.

(2) 因为$2*(x+1)=81$,所以$3^2\times3^{x+1}=3^4$,即$3^{3+x}=3^4$.所以$3+x=4$,解得$x=1$.

**13.** 解:(1) 设$S=1+2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{10}$①.等式两边同时乘2,得$2S=2+2^2+2^3+2^4+2^5+\cdots+2^{10}+2^{11}$②.②−①,得$2S-S=2^{11}-1$,所以$S=2^{11}-1$,即$1+2+2^2+2^3+2^4+\cdots+2^{10}=2^{11}-1$.

(2) 设$S=1+3+3^2+3^3+3^4+\cdots+3^n$①.等式两边同时乘3,得$3S=3+3^2+3^3+3^4+3^5+\cdots+3^n+3^{n+1}$②.②−①,得$3S-S=3^{n+1}-1$,所以$S=\frac{1}{2}(3^{n+1}-1)$,即$1+3+3^2+3^3+3^4+\cdots+3^n=\frac{1}{2}(3^{n+1}-1)$.

### 课时训练2　幂的乘方与积的乘方(1)

**【基础巩固】**

**1.** D **2.** C **3.** B **4.** A

**5.** B　提示:因为$3^a+3^a+3^a=3\times3^a=3^{a+1}$,$3^b\times3^b\times3^b=(3^b)^3=3^{3b}$,所以$a+1=3b$.

**6.** C **7.** 6　3 **8.** $a^{30}$ **9.** 64

**10.** 16　提示:因为$a+3b-2=0$,所以$a+3b=2$.则$4^a\times8^{2b}=2^{2a}\times2^{6b}=2^{2a+6b}=2^{2(a+3b)}=2^4=16$.

11. $(a+b)^{4n}$　提示：原式$=(a+b)^{2n+2}\cdot(a+b)^{2n-2}=(a+b)^{2n+2+2n-2}=(a+b)^{4n}$.

12. $-2$　提示：因为$9^m\times27^n=81$，所以$3^{2m}\cdot3^{3n}=3^4$，所以$3^{2m+3n}=3^4$，所以$2m+3n=4$. 原式$=6-2(2m+3n)=-2$.

13. 解：(1) 原式$=x^3\cdot x^6=x^9$.

(2) 原式$=a^6+a^6=2a^6$.

(3) 原式$=3(x-y)^{2n}-(x-y)^{2n}+(x-y)^{2n}=3(x-y)^{2n}$.

14. (1) 4

(2) 解：因为$(a^x)^2\cdot(a^x)^y\cdot(a^y)^2=a^{2x+2y+xy}=a^9$，所以$2x+2y+xy=9$，所以$8+xy=9$，所以$xy=1$.

15. 解：因为$a^{2m}=2$，$b^{3n}=3$，所以原式$=(a^{2m})^3-(b^{3n})^2+a^{2m}\cdot b^{3n}=8-9+6=5$.

**【拓展提优】**

1. B

2. C　提示：$2^{33}=(2^3)^{11}=8^{11}$，$3^{22}=(3^2)^{11}=9^{11}$. 因为$8<9$，所以$2^{33}<3^{22}$.

3. B　提示：因为$2^{24}=(2^3)^8=8^8$，所以$a=8$.

4. B　提示：因为$3^m\times9^n\times27^k=3^m\times3^{2n}\times3^{3k}=3^{m+2n+3k}=N^2$，所以$m+2n+3k$一定是偶数. 因为$2n$是偶数，所以$m+3k$是偶数，即$m+k$是偶数.

5. D　提示：因为$4^{3n}=2$，所以$(2^2)^{3n}=2$，即$2^{6n}=2$，所以$6n=1$，解得$n=\frac{1}{6}$. 因为$m+n=1$，所以$m=\frac{5}{6}$，所以$6m=5$，所以$8^{2m}=(2^3)^{2m}=2^{6m}=2^5=32$.

6. B　提示：因为$(10^a)^2=6^2=36$，所以$(10^a)^2\cdot10^b=36\times2=72=10^c$，即$c=2a+b$.

7. $a^3b$

8. 4或5　提示：因为$2^{m-1}\times4^n=2^{m-1+2n}=32=2^5$，所以$m+2n=6$. 因为$m,n$均为正整数，所以$m=2,n=2$或$m=4,n=1$. 所以$m+n$的所有可能值为4或5.

9. 解：(1) 因为$8^3=a^9=2^b$，所以$(2^3)^3=a^9=2^b$，即$2^9=a^9=2^b$. 所以$a=2,b=9$. 则$b^a=9^2=81$.

(2) 由条件，得$3^{2n+2}-3^{2n}=72$. 所以$3^{2n}\times9-3^{2n}=72$，所以$(9-1)\times3^{2n}=8\times9$，即$3^{2n}=3^2$，所以$n=1$.

10. 解：(1) $x^{14}=x^9\cdot x^5=(x^3)^3\cdot x^5=m^3n$.

(2) $y=1+4\times4^m=1+4\cdot(2^m)^2=1+4x^2$.

11. 解：(1) 因为$2\cdot8^x\cdot16^x=2^{1+3x+4x}=2^{22}$，所以$1+3x+4x=22$，解得$x=3$.

(2) 因为$(27^x)^2=(3^{3x})^2=3^{6x}=3^8$，所以$6x=8$，解得$x=\frac{4}{3}$.

(3) 因为$2^x\cdot4^{3-x}\cdot8^{1+x}=2^x\cdot(2^2)^{3-x}\cdot(2^3)^{1+x}=2^{2x+9}=2^5$，所以$2x+9=5$，解得$x=-2$.

12. 解：$3^{2\,026}\times27^{2\,025}=3^{2\,026}\times(3^3)^{2\,025}=3^{2\,026}\times3^{6\,075}=3^{8\,101}$. 因为$3^1$的个位上的数字是3，$3^2$的个位上的数字是9，$3^3$的个位上的数字是7，$3^4$的个位上的数字是1，$3^5$的个位上的数字是3……所以$3^n$的个位上的数字以3,9,7,1为循环组依次循环. 因为$8\,101\div4=2\,025$……1. 所以$3^{8\,101}$的个位上的数字是3，所以$3^{2\,026}\times27^{2\,025}$的个位上的数字是3.

## 课时训练3　幂的乘方与积的乘方(2)

**【基础巩固】**

1. C　2. A　3. D　4. A

5. (1) $8a$　(2) $4a^2b^3$　6. 9　7. $-a^4b^2$

8. $ab$

9. $-0.25$　提示：原式$=4^{20}\times0.25^{20}\times(-0.25)=(4\times0.25)^{20}\times(-0.25)=-0.25$.

10. 1 000

11. 解：(1) 原式$=\left(\frac{12}{5}\times\frac{5}{6}\times\frac{1}{2}\right)^{11}\times\left(\frac{5}{6}\right)^2\times\frac{1}{2}=1\times\frac{25}{36}\times\frac{1}{2}=\frac{25}{72}$.

(2) 原式$=-8x^6+x^6+9x^6=2x^6$.

(3) 原式$=x^{3m}y^3\cdot x^2y^{2n+2}=x^{3m+2}y^{2n+5}$.

(4) 原式$=(-2^{x+y})^3+8x^4\cdot x^2\cdot y^3=-2^{3x+3y}+8x^6y^3$.

**12.** 解:$V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4}{3}\times3\times(6\times10^3)^3=8.64\times10^{11}(\mathrm{km}^3)$.

答:它的体积大约是 $8.64\times10^{11}\ \mathrm{km}^3$.

**【拓展提优】**

**1.** B

**2.** A　提示:原式$=(xy)^{4n+1}\cdot y=\left[7\times\left(-\frac{1}{7}\right)\right]^{4n+1}\cdot\left(-\frac{1}{7}\right)=(-1)^{4n+1}\cdot\left(-\frac{1}{7}\right)=\frac{1}{7}$.

**3.** C　提示:$72^{72}=(8\times9)^{72}=8^{72}\times9^{72}=(8^9)^8\times(9^8)^9=m^8n^9$.

**4.** B　提示:因为 $25^x=2\ 000,80^y=2\ 000,25\times80=2\ 000$,所以 $2\ 000^y=(25\times80)^y=25^y\times80^y=25^y\times2\ 000$,所以 $25^{xy}=(25^x)^y=2\ 000^y=25^y\times2\ 000$. 因为 $25^{x+y}=25^x\cdot25^y=2\ 000\times25^y$,所以 $25^{xy}=25^{x+y}$,所以 $xy=x+y$,所以 $x+y-xy+2=2$.

**5.** $-\frac{1}{2}b^5c^2$　**6.** (1) $27k^3$　(2) 2

**7.** yang888　提示:因为$(x^2y)^4\cdot(y^2z^4)^2=x^8y^4\cdot y^4z^8=x^8y^8z^8$,所以小明同学输入的密码为 yang888.

**8.** 128　提示:因为$(a^nb^mb)^3=a^{3n}b^{3m}b^3=a^9b^{15}$,所以 $3n=9,3m+3=15$,所以 $m=4,n=3$. 所以 $2^{m+n}=2^7=128$.

**9.** $\frac{a^2}{b}$　提示:$48^x=\left(\frac{144}{3}\right)^x=\left(\frac{12^2}{3}\right)^x=\frac{a^2}{b}$.

**10.** 解:(1) ①原式$=-8\times8^{2\ 025}\times0.125^{2\ 025}=-8\times(8\times0.125)^{2\ 025}=-8\times1=-8$.

②原式$=-9^7\times\left(\frac{1}{9}\right)^7=-\left(9\times\frac{1}{9}\right)^7=-1$.

(2) 因为 $3^{a+2}\cdot7^{a+2}=(3\times7)^{a+2}=21^{a+2}$,所以 $21^{a+2}=21^{2a-4}$,所以 $a+2=2a-4$,解得 $a=6$,即 $a$ 的值为 6.

**11.** 解:(1) 因为 $2^a\times23^b\times31^c=1\ 426=2\times23\times31$,所以 $a=1,b=1,c=1$. 所以原式$=[(1\times1)^2-1]^{2\ 024}=0^{2\ 024}=0$.

(2) 因为$(9a^2)^3\times\left(\frac{1}{3}\right)^8=9^3\times a^6\times\left(\frac{1}{3}\right)^8=3^6\times\left(\frac{1}{3}\right)^6\times\left(\frac{1}{3}\right)^2\times a^6=\left(\frac{1}{3}\right)^2\times a^6=4$,所以 $a^6=36$.

**12.** 解:(1) $50^x=(10\times5)^x=10^x\times5^x=ab$.

(2) $2^x=\left(\frac{10}{5}\right)^x=\frac{10^x}{5^x}=\frac{a}{b}$.

(3) $20^x=\left(\frac{10}{5}\times10\right)^x=\frac{10^x}{5^x}\times10^x=\frac{a^2}{b}$.

## 课时训练 4　同底数幂的除法(1)

**【基础巩固】**

**1.** C　**2.** D　**3.** D　**4.** A　**5.** D　**6.** 500

**7.** $\frac{2}{3}$

**8.** 2　提示:因为 $a^{2x-y}=a^{2x}\div a^y=3^2\div a^y=\frac{9}{2}$,所以 $a^y=2$.

**9.** 解:(1) 原式$=\left(-\frac{3}{2}\right)^{5-4}=-\frac{3}{2}$.

(2) 原式$=-(ab)^{7-2}=-(ab)^5=-a^5b^5$.

(3) 原式$=x^5-x^5=0$.

(4) 原式$=(m-n)^4\div(m-n)^3+(m+n)^3\div(m+n)^2=(m-n)+(m+n)=2m$.

**10.** 解:因为 1 MB$=2^{10}$ KB,所以 $2^6$ MB$=2^6\times2^{10}=2^{16}$(KB). 根据题意,得 $2^{16}\div2^8=2^8=256$(张).

答:能存储 256 张这样的数码照片.

**【拓展提优】**

**1.** C

**2.** B　提示:$27^m\div9^m\div3=3^{3m}\div3^{2m}\div3=3^{m-1}$.

**3.** B　提示:因为 $25^a\cdot5^a=5^6$,所以$(5^2)^a\cdot5^a=5^6$,即 $5^{2a+a}=5^6$,所以 $2a+a=6$,所以 $a=2$;因为 $4^{3b}\div4^b=16$,所以 $4^{3b-b}=4^2$,所以 $3b-b=2$,所以 $b=1$. 所以 $a-b=2-1=1$.

4. $\frac{15}{49}$

5. $-3$　提示：由 $4^x\div16^y=64$，得 $4^x\div4^{2y}=4^3$，即 $4^{x-2y}=4^3$，所以 $x-2y=3$，所以 $2y-x=-3$.

6. 256　提示：因为 $h(m-n)=h(m)\div h(n)$，所以 $h(1)=h(2-1)=h(2)\div h(1)=2$，则 $h(2)=4=2^2$. 同理，可得 $h(3-2)=h(3)\div h(2)=2$，则 $h(3)=2^2\times2=2^3$；$h(4-3)=h(4)\div h(3)=2$，则 $h(4)=2^3\times2=2^4$……所以 $h(n)=2^n$. 所以 $h(2\ 025)\div h(2\ 017)=2^{2\ 025}\div2^{2\ 017}=2^8=256$.

7. 2 025　提示：因为 $3^m=4$，$3^{m-4n}=3^m\div3^{4n}=\frac{4}{81}$，所以 $3^{4n}=81=3^4$，解得 $n=1$. 所以 $2\ 025^n=2\ 025$.

8. ①②③　提示：因为 $3\times4=3\times2^2=12$，所以 $2^a\times2^2=2^c$，所以 $2^{a+2}=2^c$，所以 $c=a+2$，故①正确；因为 $12\div6=2$，所以 $2^c\div2^b=2$，所以 $2^{c-b}=2$，所以 $c-b=1$，故②正确；因为 $3\times12=36=6^2$，所以 $2^a\times2^c=(2^b)^2$，所以 $2^{a+c}=2^{2b}$，所以 $a+c=2b$，故③正确；因为 $2^{a+b}=2^a\times2^b=3\times6=18$，$2^{c+1}=2^c\times2=12\times2=24$，所以 $2^{a+b}\neq2^{c+1}$，所以 $a+b\neq c+1$，故④错误.

9. 解：(1) 原式 $=(y-x)^{10}\div(y-x)^5\div[-(y-x)]=-(y-x)^{10-5-1}=-(y-x)^4$.

(2) 原式 $=b^{6n}\cdot b^{12n}\div b^{5n}=b^{18n}\div b^{5n}=b^{13n}$.

10. 解：因为 $2x-5y-3=0$，所以 $2x-5y=3$，所以 $4^x\div32^y=2^{2x}\div2^{5y}=2^{2x-5y}=2^3=8$.

11. 解：根据题意，得 $20-2x=0$，$\frac{1}{2}y-1=0$，解得 $x=10$，$y=2$. 原式 $=3\times(10-7)^{12}\div(2+1)^5=3\times3^{12}\div3^5=3^{13}\div3^5=3^8$.

12. 解：(1) 根据题意，得 $1\ 040\bigcup985=10^{1\ 040}\times10^{985}=10^{1\ 040+985}=10^{2\ 025}$.

(2) 根据题意，得 $2\ 026\bigcap2\ 024=10^{2\ 026}\div10^{2\ 024}=10^{2\ 026-2\ 024}=10^2=100$.

(3) 根据题意，得 $x\bigcup5=10^x\times10^5=10^{x+5}$，$23\bigcap17=10^{23}\div10^{17}=10^6$. 因为 $x\bigcup5$ 的值与 $23\bigcap17$ 的值相等，所以 $10^{x+5}=10^6$，所以 $x+5=6$，所以 $x=1$. 所以当 $x=1$ 时，$x\bigcup5$ 的值与 $23\bigcap17$ 的值相等.

## 课时训练 5　同底数幂的除法(2)

**【基础巩固】**

1. B　2. C　3. B　4. D　5. D

6. (1) $\frac{5}{4}$　(2) $a^4$　7. $x\neq2$　8. $\frac{1}{9}$

9. $>$　提示：因为 $2^{-3}=\frac{1}{8}$，$3^{-2}=\frac{1}{9}$，而 $\frac{1}{8}>\frac{1}{9}$，所以 $2^{-3}>3^{-2}$.

10. 解：(1) 原式 $=9+1\times1=10$.

(2) 原式 $=\frac{1}{2}+\frac{1}{4}-1=-\frac{1}{4}$.

(3) 原式 $=\frac{1}{4}\times(64\times1)=16$.

11. 解：因为 1 nm $=10^{-9}$ m，所以 1 $\text{nm}^3=10^{-27}$ $\text{m}^3$，所以 1 $\text{m}^3=10^{27}$ $\text{nm}^3$. 因为 1 $\text{mm}^3=10^{-9}$ $\text{m}^3$，所以 1 $\text{mm}^3=10^{27}\times10^{-9}=10^{18}$ $\text{nm}^3$. 故 1 $\text{mm}^3$ 的空间可以放 $10^{18}$ 个 1 $\text{nm}^3$ 的物体.

**【拓展提优】**

1. D

2. C　提示：当 $x+3=0$，$2x-3\neq0$，即 $x=-3$ 时，$(2x-3)^{x+3}=1$ 成立；当 $2x-3=1$，即 $x=2$ 时，$(2x-3)^{x+3}=1$ 成立；当 $2x-3=-1$，即 $x=1$ 时，$(2x-3)^{x+3}=1$ 成立. 综上所述，$x$ 值的个数为 3.

3. B　提示：因为 $2^{10}=1\ 024\approx10^3$. 所以 $2^{-30}=(2^{10})^{-3}\approx(10^3)^{-3}=10^{-9}$.

4. D　提示：因为 $a=2^{-55}=(2^{-5})^{11}=\frac{1}{32^{11}}$，$b=3^{-44}=(3^{-4})^{11}=\frac{1}{81^{11}}$，$c=4^{-33}=(4^{-3})^{11}=\frac{1}{64^{11}}$，$d=5^{-22}=(5^{-2})^{11}=\frac{1}{25^{11}}$，所以 $b<c<a<d$.

5. $-3$

6. (1) $\frac{1}{8}$　提示：因为 $2x-6y+6=0$，所以 $2(x-3y)=-6$，所以 $x-3y=-3$. 所以 $2^x\div8^y=2^x\div$

$2^{3y}=2^{x-3y}=2^{-3}=\frac{1}{8}$.

(2) $-3$ 提示：由条件，得 $3^{m+2n}=27^{-1}$，即 $3^{m+2n}=3^{-3}$，所以 $m+2n=-3$.

**7.** $-5$ 提示：因为 $(-2)^{-5}=-\frac{1}{32}$，所以 $\left(-2,-\frac{1}{32}\right)=-5$.

**8.** 4 提示：根据题意，得 $k^{-1}-2^{-1}=-\frac{1}{4}$，即 $\frac{1}{k}-\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}$，解得 $k=4$.

**9.** **解**：(1) 原式$=-8+(-6)-16=-30$.

(2) 原式$=5-3+3-1=4$.

(3) 原式$=-2+2+1=1$.

(4) 原式$=9+1-5=5$.

**10.** **解**：因为 $10^a=20$，$10^b=5^{-1}$，所以 $10^{a-b}=10^a\div10^b=20\div5^{-1}=100=10^2$，所以 $a-b=2$. 所以原式$=3^{2a}\div3^{2b}=3^{2a-2b}=3^4=81$.

**11.** **解**：(1) ①$>$ ②$>$ ③$<$ ④$<$

(2) $\leqslant2$ $>2$

## 课时训练 6 同底数幂的除法(3)

**【基础巩固】**

**1.** D **2.** B **3.** A **4.** C

**5.** $2.25\times10^{-8}$ $-3.11\times10^{-5}$

**6.** $10^{-8}$ **7.** 1.29

**8.** **解**：(1) 原式$=16\times10^{-2}=1.6\times10^{-1}$.

(2) 原式$=-5.2\div4\times10^{-9+3}=-1.3\times10^{-6}$.

**9.** **解**：(1) $9\times10^{-5}$ g$=0.000\ 09$ g，即 1 $cm^3$ 的氢气质量为 0.000 09 g.

(2) $45\div(9\times10^{-5})=5\times10^5$，即这块橡皮的质量是 1 $cm^3$ 的氢气质量的 $5\times10^5$ 倍.

**【拓展提优】**

**1.** A 提示：$400\times\frac{1}{1\ 000\ 000\ 000\ 000}=400\times10^{-12}=4\times10^{-10}$(s).

**2.** D **3.** B

**4.** C 提示：$0.000\ 005\times50=0.000\ 25=2.5\times10^{-4}$(g).

**5.** $2.826\times10^{-11}$ **6.** (1) $1.2\times10^{-3}$ (2) $10^{-4}$

**7.** $8.93\times10^{-5}$

**8.** **解**：$(9\times10^{-3})\div(3\times10^{-26})=3\times10^{23}$(个)；$(3\times10^{-26}-2.657\times10^{-26})\div2=\frac{1}{2}\times(3-2.657)\times10^{-26}=1.715\times10^{-27}$(kg).

答：9 g 水中大约有 $3\times10^{23}$ 个水分子；一个氢原子的质量约为 $1.715\times10^{-27}$ kg.

**9.** (1) 2 4 6

(2) $\log_2 4+\log_2 16=\log_2 64$

(3) $\log_a MN$

(4) **解**：$\log_a 4=\log_a(2\times2)=\log_a 2+\log_a 2=0.3+0.3=0.6$；$\log_a 8=\log_a(4\times2)=\log_a 4+\log_a 2=0.6+0.3=0.9$.

## 提优专题 1 幂的大小比较

**1.** A 提示：因为 $a=81^{31}=(3^4)^{31}=3^{124}$，$b=27^{41}=(3^3)^{41}=3^{123}$，$c=9^{61}=(3^2)^{61}=3^{122}$，$3^{124}>3^{123}>3^{122}$，故 $a>b>c$.

**2.** $b>c>a$ 提示：$a=2^{40}=(2^5)^8=32^8$，$b=3^{32}=(3^4)^8=81^8$，$c=4^{24}=(4^3)^8=64^8$. 因为 $81>64>32$，所以 $b>c>a$.

**3.** **解**：$a=16^6=(2^4)^6=2^{24}$，$b=8^9=(2^3)^9=2^{27}$，$c=4^{13}=(2^2)^{13}=2^{26}$，因为 $24<26<27$，所以 $2^{24}<2^{26}<2^{27}$，即 $a<c<b$.

**4.** **解**：因为 $3^{12}\times5^{10}=3^2\times3^{10}\times5^{10}=9\times(3\times5)^{10}=9\times15^{10}$，$3^{10}\times5^{12}=3^{10}\times5^{10}\times5^2=25\times(3\times5)^{10}=25\times15^{10}$，因为 $25>9$，所以 $25\times15^{10}>9\times15^{10}$，所以 $3^{10}\times5^{12}>3^{12}\times5^{10}$.

**5.** **解**：(1) C

(2) $x^{30}=(x^5)^6=2^6=64$，$y^{30}=(y^6)^5=3^5=243$. 因为 $64<243$，所以 $x<y$.

(3) 因为 $a=2^{-555}=(2^{-5})^{111}=\left(\frac{1}{32}\right)^{111}$，$b=$

$3^{-444}=(3^{-4})^{111}=\left(\frac{1}{81}\right)^{111}$，$c=6^{-222}=(6^{-2})^{111}=\left(\frac{1}{36}\right)^{111}$，因为$\frac{1}{32}>\frac{1}{36}>\frac{1}{81}$，所以$\left(\frac{1}{32}\right)^{111}>\left(\frac{1}{36}\right)^{111}>\left(\frac{1}{81}\right)^{111}$，即$a>c>b$.

**6.** **解**：因为$17^{14}>16^{14}$，$16^{14}=(2^4)^{14}=2^{56}$，所以$17^{14}>2^{56}>2^{55}$. 因为$2^{55}=(2^5)^{11}=32^{11}$，$32^{11}>31^{11}$，所以$17^{14}>31^{11}$.

**7.** **解**：因为$P=\frac{99^9}{9^{99}}=\frac{(11\times 9)^9}{9^{99}}=\frac{11^9\times 9^9}{9^{99}}$，$Q=\frac{11^9}{9^{90}}$，所以$\frac{P}{Q}=\frac{11^9\times 9^9}{9^{99}}\cdot\frac{9^{90}}{11^9}=\frac{9^{99}}{9^{99}}=1$，所以$P=Q$.

# 第8章　整式乘法

## 课时训练7　单项式乘单项式

**【基础巩固】**

**1.** A　**2.** A　**3.** B　**4.** B　**5.** B

**6.** $x$　**7.** $-x^3y^3$

**8.** $22a^2$　**提示**：由题意，得阴影部分的面积为$(1.5a+2.5a)(a+2a+2a+2a+a)-2(2a\cdot 2.5a)=32a^2-10a^2=22a^2$.

**9.** **解**：(1) 原式$=(-2\times 3)\cdot a^2\cdot(b\cdot b)\cdot c=-6a^2b^2c$.

(2) 原式$=2x^4y^6-x^2\cdot 4x^2y^6=2x^4y^6-4x^4y^6=-2x^4y^6$.

(3) 原式$=12a^6b^3-a^6-2a^6=12a^6b^3-3a^6$.

**【拓展提优】**

**1.** B　**2.** C

**3.** C　**提示**：由题意，得$m+1+2m=4$，$n+2+2n-1=7$，解得$m=1$，$n=2$，所以$m+n=1+2=3$.

**4.** 1

**5.** 8　**提示**：因为$(a^nb\cdot ab^m)^3=(a^{n+1}b^{m+1})^3=a^{3n+3}b^{3m+3}=a^9b^{15}$，所以$3n+3=9$，$3m+3=15$，解得$n=2$，$m=4$，所以$mn=4\times 2=8$.

**6.** $-x^6y^4$

**7.** **解**：(1) 原式$=\frac{1}{4}a^2b^4c^2\cdot\left(-\frac{1}{27}a^3b^3c^3\right)\cdot 12a^3b=-\frac{1}{9}a^8b^8c^5$.

(2) 原式$=\left[-\frac{5}{16}(x-y)^3\right]\cdot(x+y)^2\cdot[-(x+y)]^3\cdot\frac{6}{5}(x-y)^2=\left[-\frac{5}{16}(x-y)^3\right]\cdot\frac{6}{5}(x-y)^2\cdot(x+y)^2\cdot[-(x+y)]^3=\frac{3}{8}(x-y)^5(x+y)^5$.

**8.** **解**：原式$=3x\cdot 16x^6y^4-8x^6y^3\cdot 5xy=48x^7y^4-40x^7y^4=8x^7y^4$. 由题意，得$x+1=0$，$\frac{1}{2}y-1=0$，解得$x=-1$，$y=2$. 代入$8x^7y^4$，得原式$=8\times(-1)^7\times 2^4=-128$.

**9.** **解**：(1) $2.16\times 10^{30}\div(2.4\times 10^{29})=9$.

答：半人马座$\alpha A$星的质量约为比邻星的9倍.

(2) $F=\frac{GMm}{r^2}=\frac{6.7\times 10^{-11}\times 2.4\times 10^{29}\times 6\times 10^{24}}{(6\times 10^9)^2}=2.68\times 10^{24}$(N).

答：比邻星与其行星比邻星$b$之间的万有引力约为$2.68\times 10^{24}$ N.

## 课时训练8　单项式乘多项式

**【基础巩固】**

**1.** B　**2.** D　**3.** D

**4.** D　**提示**：原式$=-6x^5-6ax^4-6x^3$，若展开式中不含$x^4$项，则$-6a=0$，所以$a=0$.

**5.** $2a(a+b)=2a^2+2ab$　**6.** $2a^2b-2ab^2$

**7.** $3a-4b$　**8.** $4x^4-2x^3$

**9.** **解**：(1) 原式$=a^3-a-a^3+a^2+a=a^2$.

(2) 原式$=-15x^3y+5xy^3$.

(3) 原式$=a^3b^2-3a^2b+6a^3b^2-9a^2b=7a^3b^2-12a^2b$.

**10.** **解**:$n(3n+2)-3n(n-2)=3n^2+2n-3n^2+6n=8n$. 因为 $n$ 是自然数,所以 $8n$ 能被 8 整除. 即 $n(3n+2)-3n(n-2)$ 的值一定能被 8 整除.

**【拓展提优】**

**1.** B **提示**:原式 $=3a^3+3a^2b-6a^3b+5a^2+6a^3b-3a^2b=3a^3+5a^2$. 所以代数式 $3a(a^2+ab)-6a^3b+5a^2+3ab(2a^2-a)$ 的值只与 $a$ 有关.

**2.** B **提示**:由题意,得 $mn\cdot(3m^2-n)=3m^3n-mn^2$.

**3.** $-5$ **提示**:$M\cdot N+P=-y(y^2+2y+a)+y^3+2y^2-5y+2=-y^3-2y^2-ay+y^3+2y^2-5y+2=(-a-5)y+2$. 因为 $M\cdot N+P$ 的值与 $y$ 无关,所以 $-a-5=0$,所以 $a=-5$.

**4.** $-27a^3+15a^2-6a$

**5.** 4 **提示**:原式 $=ab-2a-ab+4b=-2a+4b=-2(a-2b)=-2\times(-2)=4$.

**6.** $18m^2-42m$ **提示**:由题意,得 $n=3\times2\times(m-2)=6m-12$. 将数对 $(n,m)$ 放入其中后,可得 $3m\cdot(6m-12-2)=3m(6m-14)=18m^2-42m$.

**7.** $-12x^4+12x^3-3x^2$ **提示**:这个多项式是 $(x^2-4x+1)-(-3x^2)=4x^2-4x+1$,所以正确的计算结果是 $(4x^2-4x+1)\cdot(-3x^2)=-12x^4+12x^3-3x^2$.

**8.** **解**:(1) 原式 $=(m+n)\cdot m+(m+n)-m+(n-m)\cdot n+(n-m)-n=m^2+mn+m+n-m+n^2-mn+n-m-n=m^2-m+n+n^2$.

(2) 由题意,得 $m=2,n=-1$. 所以原式 $=2^2-2+(-1)+(-1)^2=2$.

**9.** **解**:(1) 根据题意,得剪拼后所得的长方形的长为 $a+a+3=2a+3$,宽为 3. 所以周长为 $(2a+3+3)\times2=4a+12$,面积为 $(2a+3)\times3=6a+9$.

(2) 根据题意,得 $(2a+3-4)\times(3+4)=6a+9$,解得 $a=2$. 所以 $a$ 的值为 2.

**10.** **解**:原式 $=-4a^3b^3+6a^2b^2-8ab=-4\cdot(ab)^3+6\cdot(ab)^2-8ab=-4\times3^3+6\times3^2-8\times3=-78$.

## 课时训练 9 多项式乘多项式

**【基础巩固】**

**1.** B **2.** A **3.** B **4.** A

**5.** B **提示**:由题意,得 $(x-a)(x+2)=x^2+bx-4$,所以 $x^2+(2-a)x-2a=x^2+bx-4$,所以 $2-a=b,-2a=-4$,解得 $a=2,b=0$,所以 $a+b=2$.

**6.** 3 **提示**:原式 $=x^2-2x^3-mx+2mx^2+3x-6x^2=-2x^3+(2m-5)x^2+(3-m)x$. 因为 $(x^2-mx+3x)\cdot(1-2x)$ 的展开式中不含 $x$ 项,所以 $3-m=0$,所以 $m=3$.

**7.** $-15$ **提示**:由 $x^2+(a-3)x-3a=x^2+bx+18$,得 $a-3=b,-3a=18$,解得 $a=-6,b=-9$,所以 $a+b=-15$.

**8.** $4m^2+17mn$ **提示**:阴影部分的面积为 $(4m+n)\cdot(m+4n)-4n^2=4m^2+mn+16mn+4n^2-4n^2=4m^2+17mn$.

**9.** **解**:(1) 原式 $=8x^2-14xy+12xy-21y^2=8x^2-2xy-21y^2$.

(2) 原式 $=m^2+5m-(m^2-2m-8)=7m+8$.

(3) 原式 $=a^2b^2-2ab-3-(a^2b^2-2ab)=-3$.

**10.** **解**:原式 $=x^2-x-6-(2x^2-x)=-x^2-6$.
当 $x=1$ 时,原式 $=-1^2-6=-7$.

**【拓展提优】**

**1.** D **提示**:因为 $a^2+a-4=0$,所以 $a^2-3=1-a$,$a^2+a=4$. 所以 $(a^2-3)(a+2)=(1-a)(a+2)=-a^2-a+2=-(a^2+a)+2=-2$.

**2.** C **提示**:拼成长方形的面积为 $(a+4b)(a+3b)=a^2+7ab+12b^2$,所以需要 A 类卡片 1 张,B 类卡片 12 张,C 类卡片 7 张.

**3.** B **提示**:因为 $M=(a+3)(a-4)=a^2-a-12$,$N=(a+2)(2a-5)=2a^2-a-10$,所以 $M-N=-a^2-2<0$,所以 $M<N$.

4. A　提示：由题意，可知 $2(a+b)=12$，$ab=7$，所以 $a+b=6$，所以 $(a+1)(b+1)=ab+a+b+1=7+6+1=14$.

5. 5

6. $\frac{1}{2\ 025}$　提示：设 $m=\frac{1}{2\ 023}+\frac{1}{2\ 024}$，则原式 $=(1-m)\left(m+\frac{1}{2\ 025}\right)-\left(1-m-\frac{1}{2\ 025}\right)m=m-m^2+\frac{1}{2\ 025}-\frac{m}{2\ 025}-m+m^2+\frac{m}{2\ 025}=\frac{1}{2\ 025}$.

7. ①②③④

8. 解：(1) 根据题意，得 $(3a+2b)(2a+b)-(a+2b)(a+b)=6a^2+3ab+4ab+2b^2-(a^2+ab+2ab+2b^2)=6a^2+7ab+2b^2-a^2-3ab-2b^2=(5a^2+4ab)\ \mathrm{m}^2$.

答：该小区绿化的总面积 $S$ 为 $(5a^2+4ab)\ \mathrm{m}^2$.

(2) 当 $a=10$，$b=2$ 时，$5a^2+4ab=5\times10^2+4\times10\times2=5\times100+80=580(\mathrm{m}^2)$.

$580\times50=29\ 000$(元).

答：完成绿化共需要 29 000 元.

9. 解：设 $3.456=a$，则原式 $=a(a-1)(a+2)-a^3-(a-2)^2=a^3+a^2-2a-a^3-a^2+4a-4=2a-4=2\times3.456-4=2.912$.

10. (1) $a^2-b^2$　$a^3-b^3$　$a^4-b^4$

(2) $a^n-b^n$

(3) 解：①原式 $=(2-1)(2^7+2^6\times1+2^5\times1^2+2^4\times1^3+2^3\times1^4+2^2\times1^5+2\times1^6+1^7)=2^8-1^8=255$.

②因为 $[2-(-1)](2^9-2^8+2^7-\cdots+2^3-2^2+2-1)=[2-(-1)][2^9+2^8\times(-1)+2^7\times(-1)^2+\cdots+2^3\times(-1)^6+2^2\times(-1)^7+2\times(-1)^8+(-1)^9]=2^{10}-1^{10}$，所以 $2^9-2^8+2^7-\cdots+2^3-2^2+2-1=\frac{2^{10}-1^{10}}{3}=341$，所以 $2^9-2^8+2^7-\cdots+2^3-2^2+2=341+1=342$.

## 课时训练 10　乘法公式(1)

**【基础巩固】**

1. C　2. B

3. D　提示：因为 $(2a+3b)^2-(2a-3b)^2=4a^2+12ab+9b^2-(4a^2-12ab+9b^2)=24ab$，所以 $A=24ab$.

4. D　5. D　6. $\pm4$

7. (1) $3x\pm5y$　$\pm30xy$　(2) $(-m)$

8. 4　提示：因为 $x+y=2$，所以 $x=2-y$. 所以 $x^2-y^2+4y=(2-y)^2-y^2+4y=4$.

9. $-7$　提示：因为 $x^2-4x-5=x^2-4x+4-9=(x-2)^2-9$，所以 $m=2$，$k=-9$，所以 $m+k=-7$.

10. 解：原式 $=2\ 025^2-2\times2\ 025\times2\ 024+2\ 024^2=(2\ 025-2\ 024)^2=1$.

11. 解：(1) 原式 $=x^2+4xy+4y^2-xy-2y^2=x^2+3xy+2y^2$.

(2) 原式 $=[(x+2y)-3z]^2=(x+2y)^2-2(x+2y)\cdot3z+(3z)^2=x^2+4xy+4y^2-6xz-12yz+9z^2$.

(3) 原式 $=x^4-4x^2y^2+4y^4-(x^4+4x^2y^2+4y^4)=-8x^2y^2$.

12. 解：原式 $=(x^2-4xy+4y^2)-2(xy+y^2-x^2-xy)-(2y^2-3xy)=x^2-4xy+4y^2-2y^2+2x^2-2y^2+3xy=3x^2-xy$. 因为 $|2x+1|+y^2-2y+1=0$，所以 $|2x+1|+(y-1)^2=0$. 所以 $2x+1=0$，$y-1=0$，解得 $x=-\frac{1}{2}$，$y=1$. 当 $x=-\frac{1}{2}$，$y=1$ 时，原式 $=3\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2-\left(-\frac{1}{2}\right)\times1=\frac{5}{4}$.

**【拓展提优】**

1. C　提示：令 $t=x-2\ 023$，则原式可化简为 $(t+2)^2+(t-2)^2=34$，所以 $t^2+4t+4+t^2-4t+4=34$. 解得 $t^2=13$，即 $(x-2\ 023)^2=13$.

**2.** D　提示：由题意，得 $m^2+4m+4-4m+n^2+2mn=8$，即 $(m+n)^2=4$. 因为 $m>0$，$n>0$，所以 $m+n=2$. 故该长方形的周长为 4.

**3.** A　提示：设 $BC=a$，$FC=b$. 由题意，得 $a+b=8$，$ab=6$，所以 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=8^2-2\times6=52$，所以阴影部分的面积为 $S_{\triangle BCD}-S_{\triangle DEG}=\frac{1}{2}BC^2-\frac{1}{2}EG\cdot DG=\frac{1}{2}a^2-\frac{1}{2}b(a-b)=\frac{1}{2}(a^2-ab+b^2)=\frac{1}{2}\times(52-6)=23$.

**4.** $4m$（或 $-4m$ 或 $4m^4$）　**5.** ①③

**6.** $M<N$　提示：$M-N=(x-2)(x-6)-(x-4)^2=x^2-8x+12-(x^2-8x+16)=-4<0$，所以 $M<N$.

**7.** 解：$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2=25$①，$(x-y)^2=x^2-2xy+y^2=1$②. ①＋②，得 $2(x^2+y^2)=26$，即 $x^2+y^2=13$；①－②，得 $4xy=24$，即 $xy=6$.

**8.** 解：(1) $(-3,2)*(2,-1)=(-3)^3+2^2-2\times(-1)=9+4+2=15$.

(2) $\pm6$　提示：$(x,kx)*(3y,-y)=x^2+(3y)^2-kx\cdot(-y)=x^2+kxy+9y^2$. 因为 $x^2+kxy+9y^2$ 是完全平方式，所以 $k=\pm6$.

(3) $(3x+y,2x^2+3y^2)*(x-3y,3)=(3x+y)^2+(x-3y)^2-3(2x^2+3y^2)=9x^2+6xy+y^2+x^2-6xy+9y^2-6x^2-9y^2=4x^2+y^2=4x^2+y^2+4xy-4xy=(2x+y)^2-4xy=80$. 因为 $2x+y=10$，所以 $10^2-4xy=80$，所以 $4xy=20$，所以 $xy=5$.

**9.** 解：(1) 阴影部分的正方形边长是 $m-n$.

(2) 方法一：阴影部分的面积等于边长为 $m-n$ 的小正方形的面积，即 $(m-n)^2$.

方法二：阴影部分的面积等于边长为 $m+n$ 的大正方形的面积减去 4 个长为 $m$，宽为 $n$ 的长方形的面积，即 $(m+n)^2-4mn$.

(3) 由(2)，可知 $(m+n)^2-4mn=(m-n)^2$.

(4) $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=7^2-4\times5=29$.

## 课时训练 11　乘法公式(2)

**【基础巩固】**

**1.** B　**2.** C　**3.** C　**4.** C　**5.** C

**6.** $-3x^2-2y^2$　**7.** 4

**8.** $\pm4$　提示：由 $(x-ay)(x+ay)=x^2-a^2y^2=x^2-16y^2$，得 $a^2=16$，解得 $a=\pm4$.

**9.** 解：(1) 原式 $=3^2-(2a)^2=9-4a^2$.

(2) 原式 $=(-y)^2-\left(\frac{1}{3}x\right)^2=y^2-\frac{1}{9}x^2$.

(3) 原式 $=2\ 025^2-(2\ 025-1)\times(2\ 025+1)=2\ 025^2-(2\ 025^2-1^2)=1$.

**10.** 解：原式 $=a^2+4a+4+a^2-9-2a^2-ab=4a-ab-5$. 因为 $\frac{1}{2}ab=2a+1$，所以 $ab=4a+2$. 所以 $4a-ab-5=4a-(4a+2)-5=-7$.

**11.** 解：设两个连续的偶数分别为 $2n$，$2n+2$（$n$ 为整数），则 $(2n+2)^2-(2n)^2=(2n+2+2n)(2n+2-2n)=4(2n+1)$. 因为 $n$ 为整数，所以 $2n+1$ 也为整数，所以两个连续偶数的平方差是 4 的倍数.

**【拓展提优】**

**1.** D　提示：设“创新数”为 $m$，则 $m=a^2-b^2=(a+b)\cdot(a-b)$（$m$，$a$，$b$ 均为正整数，且 $a>b$），所以“创新数” $m$ 为两个正整数的积，且这两个正整数的奇偶性相同，即同为奇数或同为偶数. 因为 $31=31\times1$，而 $16^2-15^2=(16+15)\times(16-15)=31$，所以 31 是“创新数”；因为 $41=41\times1$，而 $21^2-20^2=(21+20)\times(21-20)=41$，所以 41 是“创新数”；因为 $16=16\times1=8\times2=4\times4$，而 $5^2-3^2=(5+3)\times(5-3)=16$，所以 16 是“创新数”；因为 $54=54\times1=27\times2=18\times3=9\times6$，乘数均是一奇一偶，所以 54 不是“创新数”.

**2.** D　**提示**:在题图甲中,$a(a-b)+b(a-b)=a^2-b^2$,即$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$,故符合要求. 在题图乙中,$4\times\frac{1}{2}(b+a)\left(\frac{a-b}{2}\right)=a^2-b^2$,即$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$,故符合要求.

**3.** $4x^2-9y^2$

**4.** $\pm4$　**提示**:由题意,得$[2(a+b)+1][2(a+b)-1]=63$. 所以 $4(a+b)^2=64$,所以$(a+b)^2=16$,所以 $a+b=\pm4$.

**5.** 8　**提示**:设大正方形的边长为 $a$,小正方形的边长为 $b$. $S_{阴影}=\frac{1}{2}AE\cdot BC+\frac{1}{2}AE\cdot BD=\frac{1}{2}AE\cdot(BC+BD)=\frac{1}{2}(AB-BE)(BC+BD)=\frac{1}{2}(a-b)(a+b)=\frac{1}{2}(a^2-b^2)=\frac{1}{2}\times16=8$.

**6.** (1) ②$\frac{2}{3}$　$\frac{4}{3}$　③$\left(1-\frac{1}{4}\right)\left(1+\frac{1}{4}\right)$

(2) **解**:原式$=\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{2}{3}\times\frac{4}{3}\times\frac{3}{4}\times\frac{4}{5}\times\cdots\times\frac{2\,023}{2\,024}\times\frac{2\,025}{2\,024}\times\frac{2\,024}{2\,025}\times\frac{2\,026}{2\,025}=\frac{1}{2}\times\frac{2\,026}{2\,025}=\frac{2\,026}{4\,050}$.

**7.** (1) $2^{16}-1$　**提示**:原式$=(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)=(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)=(2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)=(2^8-1)(2^8+1)=2^{16}-1$.

(2) $\frac{3^8-1}{2}$　**提示**:原式$=\frac{1}{2}(3-1)(3+1)(3^2+1)\cdot(3^4+1)=\frac{1}{2}(3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)=\frac{1}{2}(3^4-1)(3^4+1)=\frac{1}{2}(3^8-1)=\frac{3^8-1}{2}$.

(3) **解**:原式$=\frac{1}{m-n}(m-n)(m+n)(m^2+n^2)(m^4+n^4)(m^8+n^8)=\frac{1}{m-n}(m^2-n^2)\cdot(m^2+n^2)(m^4+n^4)(m^8+n^8)=\frac{1}{m-n}(m^4-n^4)(m^4+n^4)(m^8+n^8)=\frac{1}{m-n}(m^8-n^8)(m^8+n^8)=\frac{m^{16}-n^{16}}{m-n}$.

## 课时训练 12　乘法公式(3)

**【基础巩固】**

**1.** C　**2.** A　**3.** B

**4.** D　**提示**:原式$=n^2-9-(n^2-4)=-9+4=-5$,$-5$ 能被 5 整除.

**5.** B　**提示**:由题意,得 $S_1=4\times\frac{1}{2}n(m+n)=2n\cdot(m+n)$,$S_2=(m+n)^2-S_1=(m+n)^2-2n(m+n)=m^2+2mn+n^2-2mn-2n^2=m^2-n^2$. 因为 $3S_1=2S_2$,所以 $6n(m+n)=2(m^2-n^2)$,所以 $3n\cdot(m+n)=(m-n)(m+n)$. 因为 $m+n>0$,所以 $3n=m-n$,所以 $m=4n$.

**6.** $\pm10$　**7.** $-\frac{13}{4}$　**8.** $4b$　$3a$

**9.** **解**:(1) 原式$=(a^2-1)(a^2+1)=a^4-1$.

(2) 原式$=[(x+2y)(x-2y)]^2=(x^2-4y^2)^2=x^4-8x^2y^2+16y^4$.

(3) 原式$=[(2x-3z)-y][(2x-3z)+y]=(2x-3z)^2-y^2=4x^2-12xz+9z^2-y^2$.

(4) 原式$=4x^2-4xy+y^2-4(x^2-y^2)+(x^2+4xy+4y^2)=4x^2-4xy+y^2-4x^2+4y^2+x^2+4xy+4y^2=x^2+9y^2$.

**10.** **解**:原式$=4x^2+4x+1-5x-2x^2+4-x^2=x^2-x+5$. 当 $x^2-x=5$ 时,原式$=5+5=10$.

**【拓展提优】**

**1.** C　**2.** B

**3.** C　**提示**:因为 $x-y=2$,所以$(x-y)^2=4$,即 $x^2+y^2-2xy=4$. 因为 $x^2+y^2=4$,所以 $xy=0$. 所以 $x=0$ 或 $y=0$. 当 $x=0$ 时,$y=-2$,所以 $x^{2\,026}+y^{2\,026}=2^{2\,026}$;当 $y=0$ 时,$x=2$,所以 $x^{2\,026}+y^{2\,026}=2^{2\,026}$.

**4.** 8　**提示**:因为 $a+b=6$,所以 $a=6-b$,所以 $ab-c^2-2c=b(6-b)-c^2-2c=-(b^2-6b)-(c^2+2c)=$

10,即$(b^2-6b+9)+(c^2+2c+1)=0$,所以$(b-3)^2+(c+1)^2=0$,所以$b=3$,$c=-1$,所以$a=6-b=3$,所以$ab+c=3\times3+(-1)=8$.

**5.** $-1\ 012$ **提示:解法1** 直接由完全平方公式可知,$2(m-2\ 023)(2\ 024-m)=[(m-2\ 023)+(2\ 024-m)]^2-[(m-2\ 023)^2+(2\ 024-m)^2]=1^2-2\ 025=-2\ 024$,所以$(m-2\ 023)(2\ 024-m)=-1\ 012$.

**解法2** 设$a=m-2\ 023$,则$2\ 024-m=1-a$,所以条件可化为$a^2+(1-a)^2=2\ 025$,即$a^2-a=1\ 012$,从而$(m-2\ 023)(2\ 024-m)=a(1-a)=-a^2+a=-1\ 012$.

**6.** **解:**(1) 因为$(a+b)^2=25$,$ab=6$,所以$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=25-12=13$.

(2) 因为$a^2+b^2=13$,$ab=6$,所以$a^4+b^4=(a^2+b^2)^2-2a^2b^2=169-72=97$.

**7.** (1) ①$x^2+5x+6$

②$x^2-x-6$

③$x^2+x-6$

(2) $(a+b)$

(3) **解:**因为$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab=x^2+mx+7$,所以$m=a+b$,$ab=7$.因为$a$,$b$均为整数,$7=1\times7=-1\times(-7)$,所以$\begin{cases}a=1,\\b=7\end{cases}$或$\begin{cases}a=7,\\b=1\end{cases}$或$\begin{cases}a=-1,\\b=-7\end{cases}$或$\begin{cases}a=-7,\\b=-1.\end{cases}$所以$m=a+b=1+7=8$或$m=a+b=-1-7=-8$.

**8.** (1) ①$x^{2\ 016}-1$

②$2^{101}-1$ **提示:**原式$=(2-1)(2^{100}+2^{99}+2^{98}+2^{97}+\cdots+2+1)=2^{101}-1$.

(2) **解:**原式$=[(x+1)-1][(x+1)^{2\ 025}+(x+1)^{2\ 024}+(x+1)^{2\ 023}+(x+1)^{2\ 022}+\cdots+(x+1)+1]=(x+1)^{2\ 026}-1$.

# 第9章 图形的变换

## 课时训练13 平移(1)

**【基础巩固】**

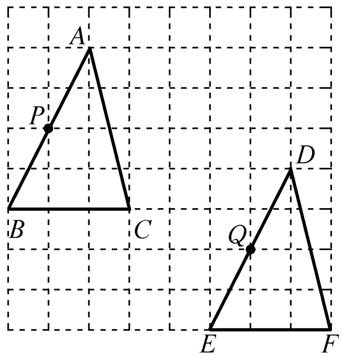
**1.** C **2.** D

**3.** C **提示:**由平移的性质,可知$\angle EBD=\angle CAB=45°$,所以$\angle CBE=180°-\angle ABC-\angle EBD=35°$.

**4.** 5 **5.** $R$

**6.** **解:**(1) 如图,$\triangle DEF$即为所求.

(2) 由题意,得$Q$为线段$DE$的中点.如图,点$Q$即为所求.



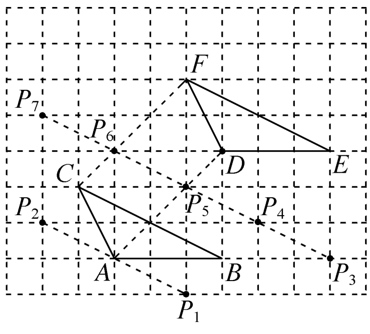

**【拓展提优】**

**1.** A **2.** C **3.** B **4.** 84

**5.** 540 **提示:**把等宽的道路平移到长方形地块的最上边和最左边,余下的长方形部分即为绿化区域.由条件可知,这个长方形的长为$32-2=30$(m),宽为$20-2=18$(m),所以绿化的面积为$30\times18=540(m^2)$.

**6.** **解:**过点$A$作$AH\perp BC$于点$H$.由题意,得$\frac{1}{2}BC\cdot AH=16$,$BB'\cdot AH=32$.因为$BC=8$,所以$AH=4$,$BB'=8$.根据平移的性质,可得$m=BB'=8$.

**7.** **解:**(1) 如图,$\triangle DEF$即为所求.



(2) 7　**提示**:如图,点 $P_1$,$P_2$,$P_3$,$P_4$,$P_5$,$P_6$,$P_7$ 均满足题意.

(3) 9　**提示**:平移过程中,线段 $AC$ 扫过的图形面积是 $S_{四边形ACFD}=4\times5-\frac{1}{2}\times3\times3-\frac{1}{2}\times1\times2-\frac{1}{2}\times3\times3-\frac{1}{2}\times1\times2=9$.

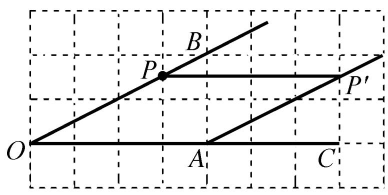
## 课时训练 14　平移(2)

**【基础巩固】**

**1.** B　**2.** D　**3.** B　**4.** B

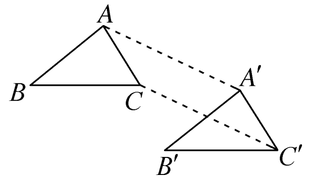
**5.** 20　**提示**:由平移,得 $BE=AD=4$,$EF=BC=7$,$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle DEF}$,所以 $BG=BC-CG=3$,$S_{\triangle ABC}-S_{\triangle DBG}=S_{\triangle DEF}-S_{\triangle DBG}$,即 $S_{阴影}=S_{梯形BEFG}=\frac{1}{2}(BG+EF)\cdot BE=20$.

**6.** **解**:(1) 补全图形如图所示.




(2) $\angle BPP'$,$\angle PP'A$,$\angle P'AC$

**7.** **解**:作图如图所示.




作法:① 连接 $AA'$;② 过点 $C$ 作 $AA'$ 的平行线,并截取 $CC'=AA'$;③ 连接 $A'C'$,$B'C'$,则 $\triangle A'B'C'$ 即为所求.

**【拓展提优】**

**1.** D　**提示**:因为 $\angle A=80^\circ$,$\angle B=70^\circ$,所以 $\angle ACB=30^\circ$. 因为 $\triangle DEF$ 是由 $\triangle ABC$ 平移得到,所以 $BE=CF=4$,$\angle F=\angle ACB=30^\circ$,$AB/\!/DE$,$DF=AC$. 因为 $\angle A\neq\angle B$,所以 $DF=AC\neq BC=5$.

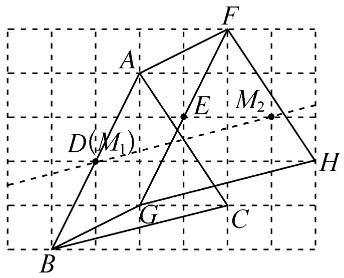
**2.** $60^\circ$　**提示**:因为 $CB/\!/OA$,$\angle B=\angle A=100^\circ$,所以 $\angle BOA=\angle BCA=180^\circ-100^\circ=80^\circ$,$\angle OEB=180^\circ-\angle OEC=180^\circ-(180^\circ-\angle EOC-\angle ECO)=\angle EOC+\angle ECO$. 因为 $\angle FOC=\angle AOC$,$OE$ 平分 $\angle BOF$,所以 $\angle EOC=\angle EOF+\angle FOC=\frac{1}{2}\angle BOA=40^\circ$. 所以 $\angle OEB=40^\circ+(80^\circ-\angle OCA)$. 要使 $\angle OEB=\angle OCA$,则 $40^\circ+(80^\circ-\angle OCA)=\angle OCA$,所以 $\angle OCA=60^\circ$.

**3.** 13　**提示**:因为将 $\triangle ABC$ 沿 $BC$ 方向平移 $a$ cm $(a<6)$ 得到 $\triangle DEF$,所以 $AD=BE$,$AB=DE$,所以阴影部分的周长为 $AD+EC+DE+AC=BE+EC+AB+AC=BC+AB+AC=6+4+3=13$(cm).

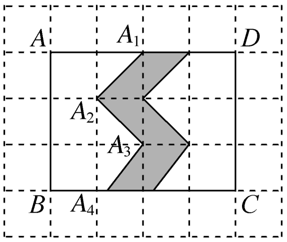
**4.** **解**:(1) 如图,$\triangle FGH$ 即为所求.

(2) 平行且相等

(3) 2　**提示**:如图,点 $M_1$,$M_2$ 均符合题意.




**5.** **解**:(1) 画图如图所示.




(2) 9　9　9

(3) $(a-1)b$

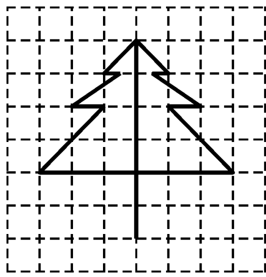
## 课时训练 15　轴对称(1)

**【基础巩固】**

**1.** D　**2.** C　**3.** D　**4.** 10:21　**5.** $40^\circ$

**6.** $\frac{1}{2}a^2$

**7. 解**:图形的另一半如图所示.

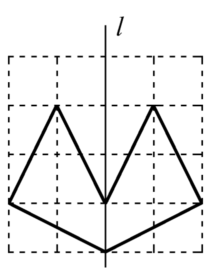


【拓展提优】

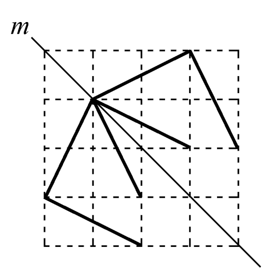
**1.** C　**2.** 5　70°　**3.** 35°

**4.** $2a+12b$　**提示**:根据题意可知,翻折 4 次后得到的图形的最左侧边长为 $c$. 同理,翻折 5 次后得到的图形的最左侧边长为 $a$……所以翻折 11 次后得到的图形的最左侧边长为 $a$. 因为 $\angle ABC<20°$,所以 $(11+1)\times 20°=240°<360°$,所以翻折 11 次后,所得图形的周长为 $a+a+12b=2a+12b$.

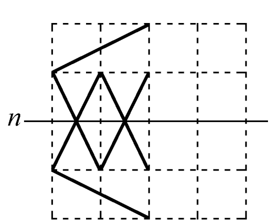
**5. 解**:作图如图所示.



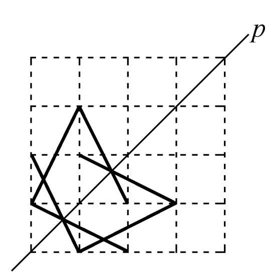

(1)




(2)




(3)




(4)

**6.** (1) 30

(2) $\angle ADC$,$\angle 3$

(3) **解**:因为 $OM\perp ON$,所以 $\angle MON=90°$,所以 $\angle 2+\angle 3=90°$. 因为 $\angle 1=\angle 2$,$\angle 3=\angle 4$,所以 $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=2(\angle 2+\angle 3)=180°$. 因为 $\angle 1+\angle ABC+\angle 2+\angle 3+\angle BCD+\angle 4=180°+180°=360°$,所以 $\angle ABC+\angle BCD=180°$,所以 $AB/\!/CD$.

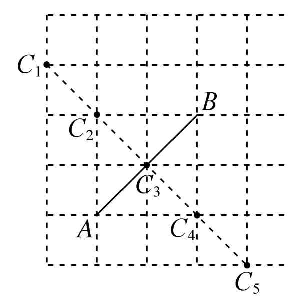
(4) $180°-2\alpha$　**提示**:由题意,可知 $\angle 1=\angle 2$,$\angle 3=\angle 4$,$\angle 2+\angle 3=180°-\alpha$,所以 $\angle 1+\angle 4=180°-\alpha$. 因为 $\angle 1+\angle 2+\angle ABC+\angle 3+\angle 4+\angle DCB=180°+180°=360°$,所以 $\angle ABC+\angle DCB=2\alpha$. 因为 $\angle BEC+\angle ABC+\angle DCB=180°$,所以 $\angle BEC=180°-2\alpha$.

## 课时训练 16　轴对称(2)

【基础巩固】

**1.** C　**2.** C　**3.** A

**4.** 5　**提示**:如图,作出线段 $AB$ 的垂直平分线,则在其垂直平分线上的格点共有 5 个,其中一个是线段 $AB$ 的中点.




**5. 解**:(1) 如图 1,直线 $l$ 即为所求.

(2) 如图 2,直线 $m$ 即为所求.

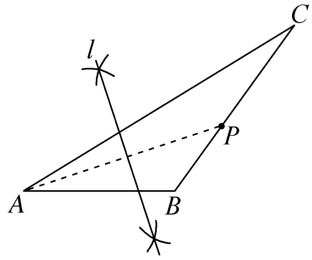



**图 1**

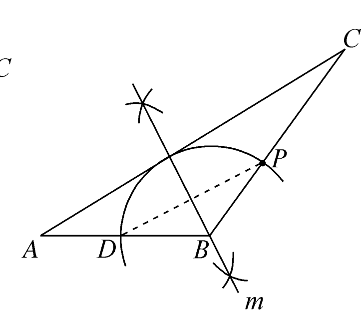



**图 2**

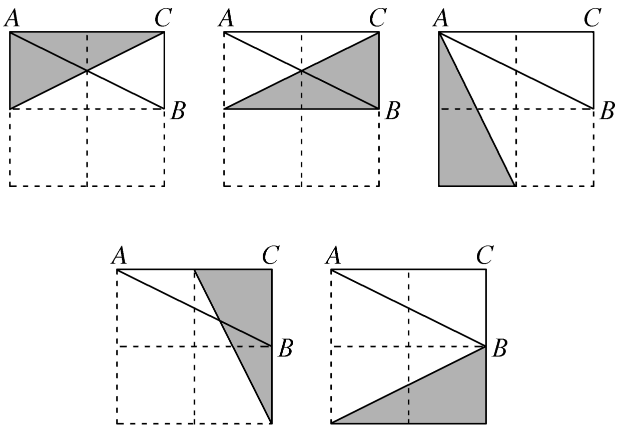
【拓展提优】

**1.** A　**2.** C

**3.** B　**提示**:根据作图可知,$MN$ 垂直平分线段 $AC$,所以 $AD=CD$,所以 $\angle DAC=\angle C=34°$. 因为 $\angle BAC=180°-\angle B-\angle C=76°$,所以 $\angle BAD=\angle BAC-\angle DAC=76°-34°=42°$.

**4. 解**:5　与△$ABC$ 成轴对称且以格点为顶点

的三角形如图中阴影所示.




5. **解**:(1) 作图如图 1 所示.

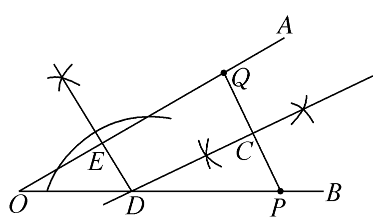



**图 1**

(2) ①如图 2,$\triangle A'B'C'$即为所求.

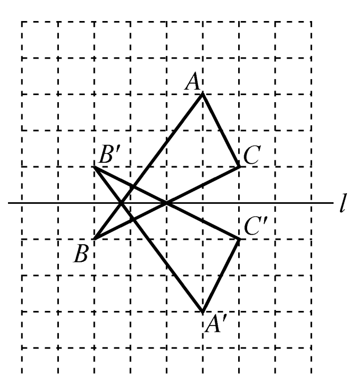



**图 1**

②5　**提示**:$S_{\triangle ABC}=4\times4-\frac{1}{2}\times2\times4-\frac{1}{2}\times2\times1-\frac{1}{2}\times4\times3=5$.

6. **解**:(1) 如图,作出点 $E$ 关于 $CD$ 的对称点 $E'$,连接 $E'F$,交 $CD$ 于点 $M$,连接 $EM$,即可得到白球 $E$ 的路线:$EM-MF$.

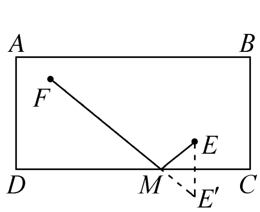



**图 1**

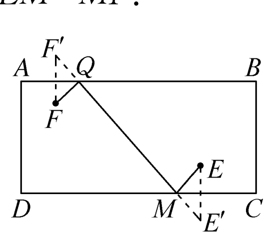



**图 2**

(2) 如图 2,分别作点 $E$,$F$ 关于 $CD$,$AB$ 的对称点 $E'$,$F'$,连接 $E'F'$,分别交 $CD$,$AB$ 于点 $M$,$Q$,连接 $EM$,$MQ$,$QF$,即可得到白球 $E$ 的路线:$EM-MQ-QF$.

## 课时训练 17　轴对称(3)

**【基础巩固】**

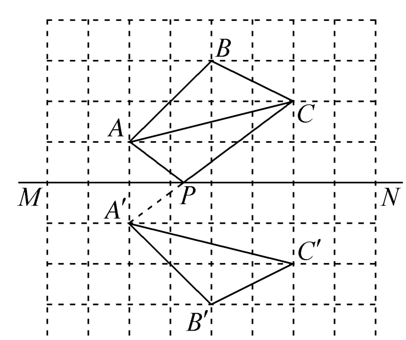
1. B　2. B　3. A　4. 20°

5. 70°　**提示**:连接 $OP$. 因为点 $P$ 关于 $OM$ 的对称点是 $G$,点 $P$ 关于 $ON$ 的对称点是 $H$,所以$\angle GOM=\angle MOP$,$\angle PON=\angle NOH$,所以$\angle GOH=\angle GOM+\angle MOP+\angle PON+\angle NOH=2\angle MON=70°$.

6. 9　7. ①②③

8. **解**:(1) 如图,$\triangle A'B'C'$即为所求.

(2) 如图,连接 $A'C$ 交 $MN$ 于点 $P$,则点 $P$ 即为所求.




**【拓展提优】**

1. A　**提示**:由轴对称的性质,得 $QM=PM=2.5$ cm,$RN=PN=3$ cm. 因为 $MN=4$ cm,所以 $NQ=MN-QM=1.5$(cm),所以 $QR=RN+NQ=4.5$(cm).

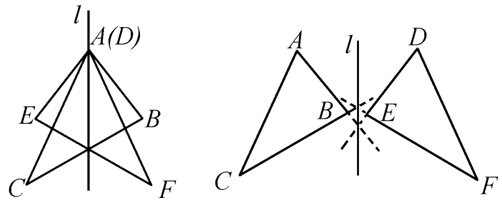
2. 160°

3. 25°或 40°或 32.5°　**提示**:因为将$\angle B$ 折叠,使点 $B$ 与点 $A$ 重合,所以在$\triangle ABC$ 和$\triangle APC$ 中,$\angle B=\angle PAB=\frac{1}{2}(180°-\angle PAC-\angle C)=\frac{1}{2}\angle APC$. 当$\angle APC=\angle C=50°$时,$\angle B=25°$;当$\angle PAC=\angle C=50°$时,$\angle APC=80°$,所以$\angle B=40°$;当$\angle APC=\angle PAC=\frac{1}{2}(180°-\angle C)=65°$时,$\angle B=32.5°$.

**4.** $36°$ **提示**:由折叠的性质,可得$\angle ODE=\angle ADE$,$\angle OFE=\angle BFE$,$\angle OED=\angle AED$,$\angle OEF=\angle BEF$.因为$\angle CDO+\angle ODE+\angle ADE+\angle CFO+\angle OFE+\angle BFE=180°+180°=360°$,所以$108°+2\angle ADE+2\angle BFE=360°$,即$\angle ADE+\angle BFE=126°$.因为$\angle AED+\angle OED+\angle OEF+\angle BEF=180°$,所以$2\angle AED+2\angle BEF=180°$,即$\angle AED+\angle BEF=90°$.又因为$\angle ADE+\angle AED+\angle A+\angle BFE+\angle BEF+\angle B=360°$,所以$\angle A+\angle B=360°-90°-126°=144°$,所以$\angle C=180°-\angle A-\angle B=36°$.

**5.** 8 **提示**:连接$OP$,过点$O$作$OH\perp NM$交$NM$的延长线于点$H$.因为$S_{\triangle OMN}=\frac{1}{2}MN\cdot OH=10$,$MN=5$,所以$OH=4$.当点$P$在线段$MN$上时,因为点$P$关于$OA$的对称点为$P_1$,关于$OB$的对称点为$P_2$,所以$\angle AOP=\angle AOP_1$,$\angle POB=\angle P_2OB$,$OP_1=OP=OP_2$.因为$\angle AOB=45°$,所以$\angle P_1OP_2=2(\angle POA+\angle POB)=90°$.当点$P$在线段$MN$(或$NM$)的延长线上时,同理可得$\angle P_1OP_2=90°$.所以$\triangle OP_1P_2$的面积为$\frac{1}{2}OP_1\cdot OP_2=\frac{1}{2}OP^2$.根据"垂线段最短"可知,$OP$的最小值为$OH=4$,所以$\triangle OP_1P_2$面积的最小值为$\frac{1}{2}\times4\times4=8$.

**6. 解**:直线$l$如图所示.




**7. 解**:(1) 如图1,作线段$BB'$的垂直平分线$l$,则直线$l$即为所求.

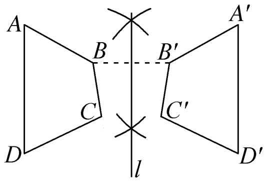


**图1**

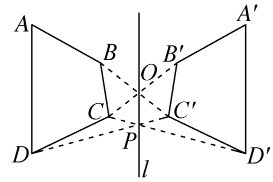


**图2**

(2) 在

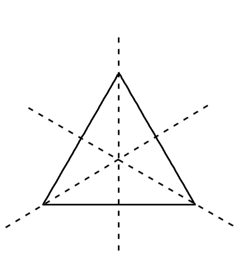
(3) 如图2,连接$BC'$,$B'C$相交于点$O$,连接$CD'$,$C'D$相交于点$P$,作直线$OP$,则直线$OP$即为所求的对称轴$l$.

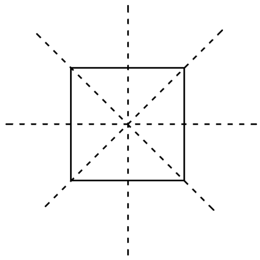
## 课时训练18　轴对称(4)

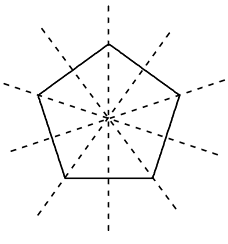
**【基础巩固】**

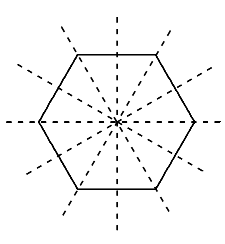
**1.** C　**2.** D　**3.** D　**4.** $a+8b$

**5. 解**:对称轴如图所示.


①


②

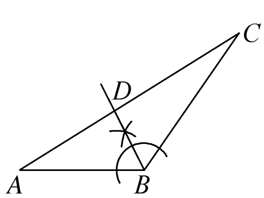

③


④

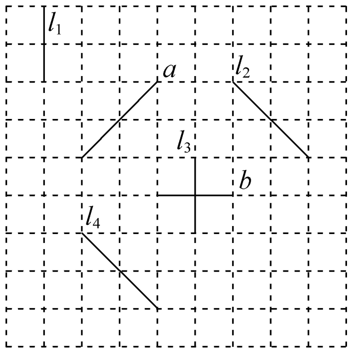
完成表格如下:

| 正多边形的边数 | 3 | 4 | 5 | 6 | … | $n$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 对称轴的条数 | 3 | 4 | 5 | 6 | … | $n$ |

**6. 解**:如图,$BD$即为所求.




**7. 解**:如图,线段$l_1$,$l_2$,$l_3$,$l_4$即为所求,共有4条.

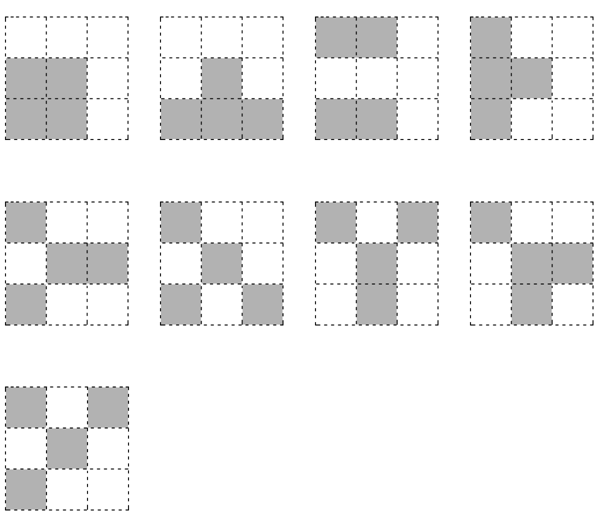


**【拓展提优】**

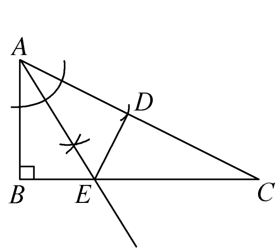
**1.** B

**2.** B　**提示**:因为在$\triangle ABC$中,$\angle A=\beta$,所以$\angle ABC+\angle ACB=180^\circ-\beta$. 因为$C'D\parallel BC\parallel B'E$,所以$\angle ABC=\angle C'DB$,$\angle ACB=\angle B'EC$. 因为点$C$,$C'$关于$AB$对称,所以$\angle C'DB=\angle CDB$. 同理,$\angle B'EC=\angle BEC$,所以$\angle CDB+\angle BEC=180^\circ-\beta$. 因为$\angle ADC+\angle CDB=180^\circ$,$\angle AEB+\angle BEC=180^\circ$,所以$\angle ADC+\angle AEB=360^\circ-\angle CDB-\angle BEC=180^\circ+\beta$. 因为$\angle ADC+\angle A+\angle AEB+\angle DFE=360^\circ$,$\angle DFE=180^\circ-\angle BFD=180^\circ-\alpha$,所以$180^\circ+\beta+\beta+180^\circ-\alpha=360^\circ$,所以$\alpha=2\beta$.

**3.** 9　**提示**:移法如图所示.



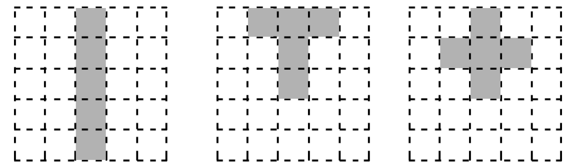
**4. 解**:(1) 如图所示.




(2) 猜想$\angle BAC=\angle DEC$. 理由如下:

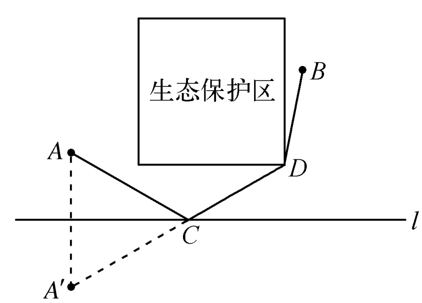
由(1)知,$\triangle ABE$与$\triangle ADE$关于直线$AE$对称,所以$\angle ADE=\angle B=90^\circ$,所以$\angle CDE=\angle B=90^\circ$. 所以$\angle BAC=180^\circ-\angle B-\angle C=180^\circ-\angle CDE-\angle C=\angle DEC$.

**5. 解**:如图所示.(答案不唯一)



**6. 解**:(1) 连接$A'C'$. 因为点$A$,$A'$关于$l$对称,点$C$在$l$上,所以$CA=CA'$. 所以$AC+CB=A'C+CB=A'B$. 同理可得$AC'+C'B=A'C'+C'B$. 因为$A'B<A'C'+C'B$,所以$AC+CB<AC'+C'B$.

(2) 如图,在点$C$处建燃气站,铺设管道的最短路线是$AC—CD—DB$(其中$D$是四边形生态保护区的顶点).



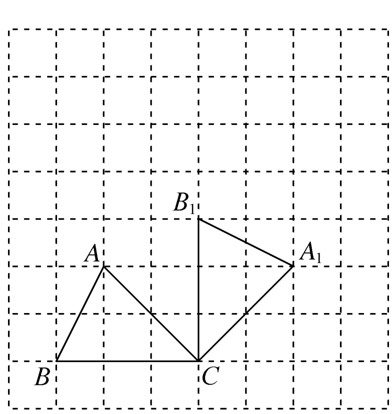

## 课时训练 19　旋转(1)

**【基础巩固】**

**1.** C　**2.** D　**3.** C　**4.** 90　30

**5.** $A$　$60^\circ$　等边　**提示**:根据题意,得旋转中心是点$A$,旋转角$\angle DAP=\angle BAC=60^\circ$. 由旋转,得$AD=AP$. 所以$\triangle ADP$是等边三角形.

**6.** (1) **解**:如图,$\triangle A_1B_1C$即为所求.



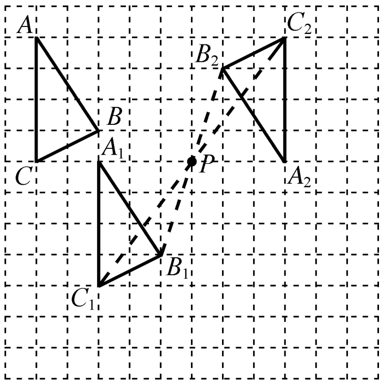

(2) $AC\perp A_1C$

【拓展提优】

**1.** A　**2.** B　**3.** $A$　45°或315°　**4.** 75°

**5.** $\frac{9\pi}{4}$　提示:由旋转可知 $S_{\triangle COD}=S_{\triangle AOB}$,从而可得旋转过程中形成的阴影部分的面积为 $S_{扇形AOC}+S_{\triangle COD}-S_{\triangle AOB}=S_{扇形AOC}=\frac{1}{4}\times\pi\times3^2=\frac{9\pi}{4}$.

**6.** **解**:(1) 如图,$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.




(2) 如图,$\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求.

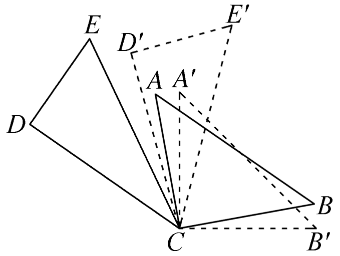
(3)$S_{\triangle A_2B_2C_2}=\frac{1}{2}\times4\times2=4$.

**7.** **解**:(1) 因为边 $CA$ 恰好平分 $\angle DCE$, $\angle DCE=30°$,所以 $\angle ACE=\frac{1}{2}\angle DCE=15°$.由题意,得 $4t+15=90$,解得 $t=\frac{75}{4}$.

(2) 设三角板 $ACB$ 旋转的时间为 $m$ s. 由(1),得 $\angle BCE=\angle BCA-\angle ACE=75°$. 由题意,得 $9m=75+4m$,解得 $m=15$. 所以三角板 $ACB$ 旋转的时间为 15 s.

(3) $CD/\!/AB$. 理由如下:

如图,设三角板 $ACB$ 的旋转时间为 $n$ s. 由旋转,得 $\angle DCD'=\angle ECE'=4n°$, $\angle ACA'=\angle BCB'=n°$. 由(1),得 $\angle B'CE'=75°$, $\angle A'CB'=\angle ACB=90°$, $\angle D'CE'=\angle DCE=30°$, $\angle A'=\angle A=45°$,所以 $\angle ECB=\angle ECE'+\angle B'CE'-\angle BCB'=4n°+75°-n°=3n°+75°$, $\angle DCA=\angle DCD'+\angle D'CE'+\angle B'CE'-\angle BCB'-\angle ACB=4n°+30°+75°-n°-90°=3n°+15°$,所以 $\angle ECA=\angle DCA-\angle DCE=3n°-15°$. 因为 $\angle ECB=2\angle DCA+\angle ECA$,所以 $3n°+75°=2(3n°+15°)+(3n°-15°)$,解得 $n=10$. 此时 $\angle DCA=3n°+15°=45°$,所以 $\angle DCA=\angle A$,所以 $CD/\!/AB$.




## 课时训练 20　旋转(2)

【基础巩固】

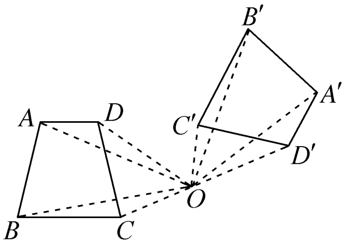
**1.** C

**2.** B　提示:由条件,得 $\angle BAD=\angle FAE=40°$. 因为 $AB=AD$,所以 $\angle B=70°$,所以 $\angle C=180°-\angle BAC-\angle B=55°$. 由旋转的性质,得 $\angle E=\angle C=55°$. 所以 $\angle AFE=180°-\angle E-\angle FAE=85°$.

**3.** 2　**4.** 75°

**5.** 65°　提示:由题意,得 $BC=B'C$, $\angle BCB'=90°$,所以 $\triangle BCB'$ 是等腰直角三角形,所以 $\angle CBB'=45°$,所以 $\angle BA'B'=180°-\angle CBB'-\angle A'B'B=115°$,所以 $\angle B'A'C=180°-\angle BA'B'=65°$. 由旋转的性质,得 $\angle A=\angle B'A'C=65°$.

**6.** **解**:如图,四边形 $A'B'C'D'$ 即为所求.




**7.** **解**:(1) 因为 $\triangle ABC$ 逆时针旋转一定角度后与 $\triangle ADE$ 重合,所以点 $A$ 为旋转中心, $\angle BAD$ 为旋转角. 因为点 $C$ 在边 $AD$ 上,

$\angle B=22°$，$\angle ACB=45°$，所以$\angle BAD=\angle BAC=180°-\angle B-\angle ACB=113°$，所以点 $A$ 为旋转中心，旋转角的度数为 $113°$.

(2) 由旋转的性质，得 $AE=AC$，$AD=AB=6$ cm. 因为 $C$ 为边 $AD$ 的中点，所以 $AC=DC=\frac{1}{2}AD=3$ cm. 所以 $AE=3$ cm.

**【拓展提优】**

**1.** B **2.** C **3.** D **4.** C

**5.** $120°$ **提示**：因为 $DE=DF$，$\angle EDF=30°$，所以 $\angle DFC=\frac{1}{2}(180°-\angle EDF)=75°$. 因为$\angle C=45°$，所以$\angle FDC=180°-\angle DFC-\angle C=60°$，所以$\angle BDN=180°-\angle FDC=120°$.

**6.** **解**：(1) $75°$ **提示**：因为$\angle BPD=\angle D=45°$，$\angle APC=60°$，所以$\angle DPC=180°-45°-60°=75°$.

(2) 如图 1，因为 $PC/\!/BD$，$\angle DBP=90°$，所以$\angle CPN=\angle DBP=90°$. 因为$\angle C=30°$，所以$\angle CPA=60°$，所以$\angle APN=30°$. 因为转速为 $10°/s$，所以旋转时间为 3 s.

如图 2，因为 $PC/\!/BD$，$\angle DBP=90°$，所以$\angle CPB=\angle DBP=90°$. 因为$\angle C=30°$，所以$\angle CPA=60°$，所以$\angle APM=30°$. 因为三角板 $PAC$ 绕点 $P$ 逆时针旋转的角度为 $180°+30°=210°$，转速为 $10°/s$，所以旋转时间为 21 s.

综上所述，当旋转时间为 3 s 或 21 s 时，$PC/\!/DB$.

(3) 设旋转的时间为 $t$ s，由题可知 $0<t\leqslant 100$. 当 $0<t\leqslant 75$ 时，$\angle CPD=(75-t)°$，$\angle BPM=2t°$，所以 $75-t=2t$，解得 $t=25$；当 $75<t\leqslant 90$ 时，$\angle CPD=(t-75)°$，$\angle BPM=2t°$，所以 $t-75=2t$. 解得 $t=-75$(舍去)；当 $90<t\leqslant 100$ 时，$\angle CPD=(t-75)°$，$\angle BPM=(360-2t)°$，所以 $t-75=360-2t$，解得 $t=145$(舍去). 综上所述，当$\angle CPD=\angle BPM$ 时，旋转时间是 25 s.

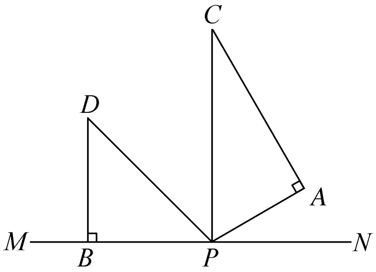



图 1

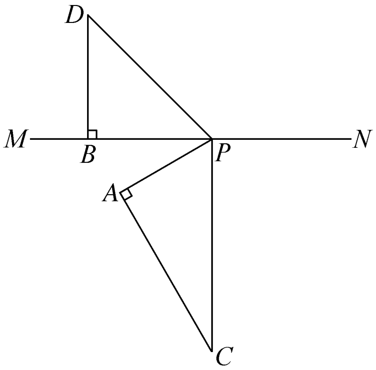



图 2

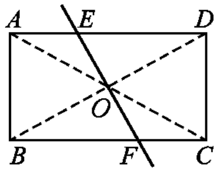
## 课时训练 21 旋转(3)

**【基础巩固】**

**1.** C **2.** D **3.** 10 **4.** ①②③ **5.** 6

**6.** **解**：(1) = = =

(2) 无数种. 如图，连接 $AC$，$BD$ 交于点 $O$，经过点 $O$ 作直线 $EF$，将长方形分割成面积相等的两部分.



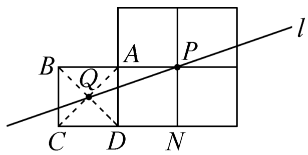

(3) 过中心对称图形的对称中心的任意一条直线，都可把图形分割成面积相等的两部分.

**【拓展提优】**

**1.** C **2.** D **3.** C

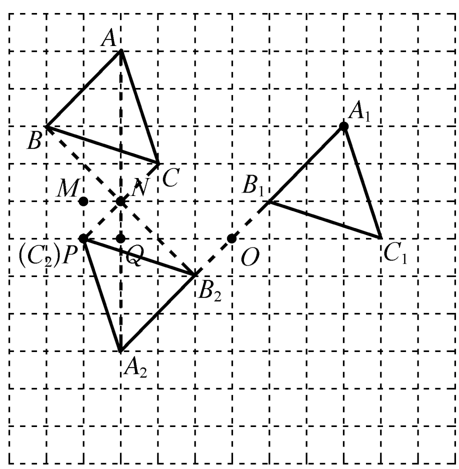
**4.** **解**：如图，连接 $AC$，$BD$ 交于点 $Q$，连接

$PQ$，则直线 $l$ 即为所求.




**5. 解**：(1) 如图，$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.

(2) 如图，$\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求.




(3) $N$　**提示**：连接 $AA_2$，$BB_2$，$CC_2$ 相交于点 $N$，所以$\triangle A_2B_2C_2$ 与$\triangle ABC$ 关于点 $N$ 成中心对称.

**6. 解**：(1) 如图 1 所示.　(2) 如图 2 所示.

(3) 如图 3 所示.

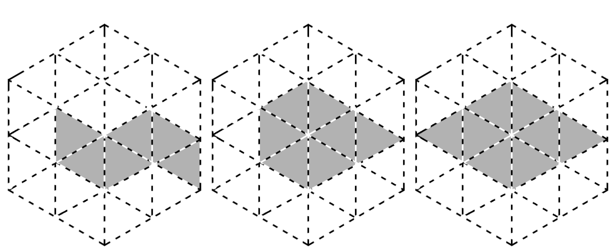
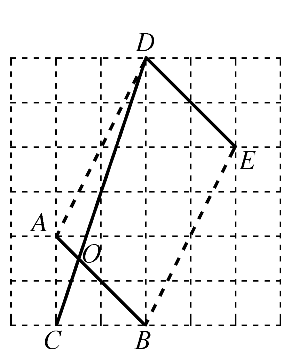


**图 1**　　**图 2**　　**图 3**

## 提优专题 2　几何作图基础

**1. 解**：(1) 如图，线段 $DE$ 即为所求.




(2) $\angle EDC$　两直线平行，同位角相等

(3) 12　**提示**：$AB$ 平移到 $DE$ 所扫过的面积为 $S_{四边形ABED}=\frac{1}{2}\times6\times2+\frac{1}{2}\times6\times2=12$.

**2. 解**：(1) ①5

②如图 1，$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.

③如图 1，连接 $AB_1$，交直线 $l$ 于点 $P$，连接 $BP$，此时 $PA+PB=PA+PB_1=AB_1$，为最小值，则点 $P$ 即为所求.

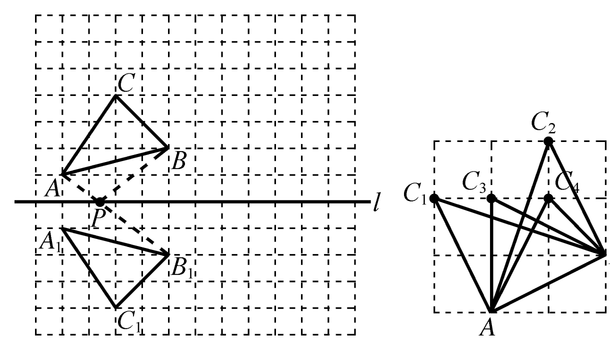
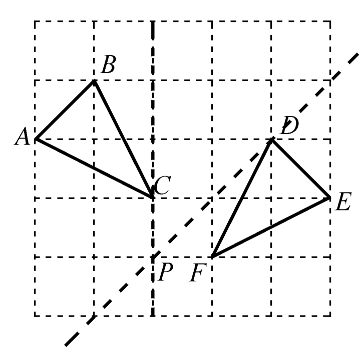



**图 1**　　**图 2**

(2) ①如图 2，$\triangle ABC_1$，$\triangle ABC_2$，$\triangle ABC_3$，$\triangle ABC_4$ 均满足题意.

②4

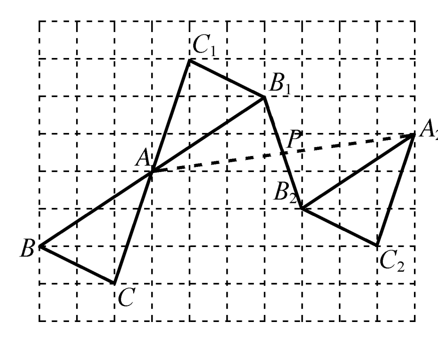
**3. 解**：如图，点 $P$ 即为所求.




**4. 解**：(1) 如图，$\triangle AB_1C_1$ 即为所求.

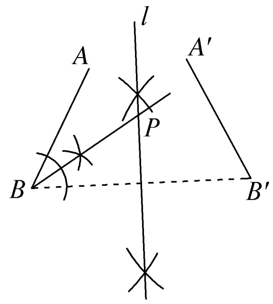
(2) 如图，$\triangle A_2B_2C_2$ 即为所求.

(3) 如图，点 $P$ 即为所求(作图方法不唯一).

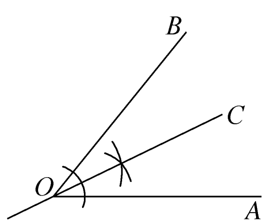


**5. 解**:(1) 如图,作线段 $BB'$ 的垂直平分线 $l$,则直线 $l$ 即为所求.

(2) 如图,射线 $BP$ 即为所求.




**6. 解**:如图,作$\angle AOB$ 的平分线 $OC$,则直线 $OC$ 即为所求.




**7. 解**:(1) 如图 1,$AD$ 即为所求.

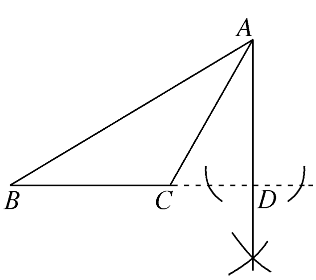



**图 1**

(2) 方法一:如图 2,以点 $B$ 为圆心,任意长为半径作弧,交 $AB$ 于点 $D$,交 $BC$ 于点 $E$;再分别以点 $D,E$ 为圆心,大于$\frac{1}{2}DE$ 长为半径作弧,两弧相交于点 $P$,作射线 $BP$,则射线 $BP$ 即为所求.

方法二:如图 3,以点 $B$ 为圆心,任意长为半径作弧,交 $AB$ 于点 $D$,交 $BC$ 于点 $E$;再以点 $B$ 为圆心,大于 $BD$ 长为半径作弧,交 $AB$ 于点 $F$,交 $BC$ 于点 $G$;连接 $DG,EF$,相交于点 $P$,作射线 $BP$,则射线 $BP$ 即为所求.

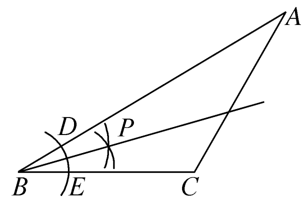



**图 2**

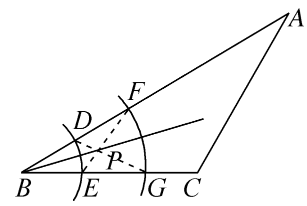
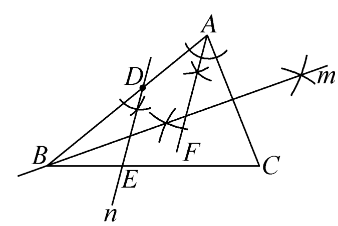



**图 3**

**8. 解**:(1) 如图,作线段 $AC$ 的垂直平分线 $m$,则直线 $m$ 即为所求.

(2) 如图,先作$\angle BAC$ 的平分线 $AF$,再在 $BD$ 的下方作$\angle BDE=\angle BAF$,交 $BC$ 于点 $E$,作 $DE$ 所在的直线 $n$,则直线 $n$ 即为所求.

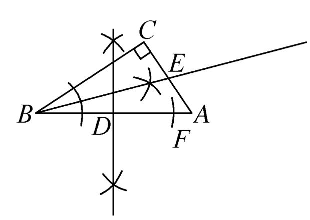



**9. 解**:(1) 如图,点 $D$ 即为所求.

(2) 如图,射线 $BE$ 即为所求.

(3) 如图,点 $F$ 即为所求.

(4) 1.5　**提示**:因为 $BF=BC=4,BD=DA=\frac{1}{2}AB=2.5$,所以 $DF=BF-BD=1.5$.




**10. 解**:(1) 如图 1,四边形 $OMPN$ 即为所求.以点 $O$ 为圆心,任意长度为半径作弧,分别交 $OA,OB$ 于点 $E,F$,分别以点 $E,F$ 为圆心,大于$\frac{1}{2}EF$ 的长为半径作弧,两弧交于点 $G$,作射线 $OG$,在射线 $OG$ 上选取一点 $P$,作四边形 $OMPN$,则四边形 $OMPN$ 是轴对称图形.

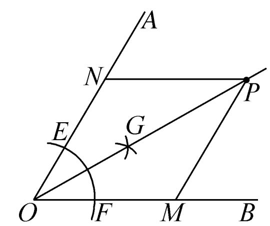



**图 1**

(2) 如图 2,以点 $O$ 为圆心,$OM$ 的长度为半径作弧,交 $OA$ 于点 $N$,分别以点 $M$,$N$ 为圆心,大于$\frac{1}{2}MN$ 的长为半径作弧,两弧交于一点,过点 $O$ 和两弧的交点作射线,连接 $NQ$ 并延长交射线于点 $P$,连接 $PM$,则四边形 $OMPN$ 即为所求. 如图 3,以点 $M$ 为圆心,$OM$ 长为半径作弧,连接 $MQ$ 并延长与弧交于点 $P$,连接 $OP$,作 $OP$ 的垂直平分线,交 $OA$ 于点 $N$,连接 $PN$,则四边形 $OMPN$ 即为所求.

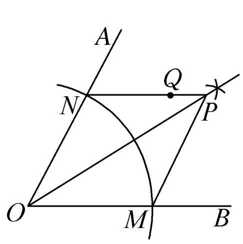



图 2

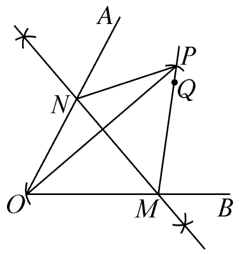
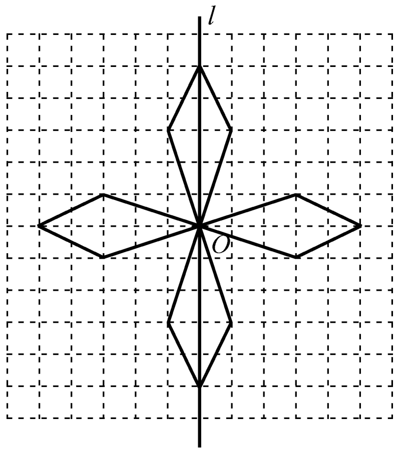



图 3

## 综合与实践　设计美丽的图案

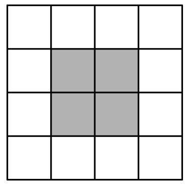
**解**:(1) 画图如图所示.




(2) 20　**提示**:整个图案的面积为 $4\times2\times\frac{1}{2}\times1\times5=20$.

(3) 是轴对称图形　面积是 4(答案不唯一)

(4) 设计的图案如图所示.(答案不唯一)



(5) 这些图案可以看作由几个“基本图形”经过平移而得到的.

(6) 不发生改变,由平移的定义可知,平移不改变图形的大小和形状,只改变图形的位置.

# 第 10 章　二元一次方程组

## 课时训练 22　二元一次方程

**【基础巩固】**

**1.** A　**2.** B　**3.** A

**4.** C　**提示**:方程 $2x+3y=21$ 的正整数解是 $\begin{cases}x=3,\\y=5\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=6,\\y=3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=9,\\y=1.\end{cases}$ 共 3 组.

**5.** $\dfrac{4-2x}{3}$　$\dfrac{4-3y}{2}$

**6.** $x+y=2$(答案不唯一)

**7.** 2

**8.** $-3x+5$　**提示**:由 $x=2-t$,得 $t=2-x$. 所以 $y=3(2-x)-1=-3x+5$.

**9.** 5　**提示**:根据题意,得 $a+2b=3$. 所以 $2a+4b-1=2(a+2b)-1=2\times3-1=5$.

**10.** **解**:设购买大包装 $x$ 箱,小包装 $y$ 箱. 根据题意,得 $50x+30y=480$,即 $5x+3y=48$. 解得$\begin{cases}x=0,\\y=16\end{cases}$或$\begin{cases}x=3,\\y=11\end{cases}$或$\begin{cases}x=6,\\y=6\end{cases}$或$\begin{cases}x=9,\\y=1.\end{cases}$共有四种购买方案. 方案一:购买大包装 0 箱,购买小包装 16 箱;方案二:购买大包装 3 箱,购买小包装 11 箱;方案三:购买大、小包装各 6 箱;方案四:购买大包装 9 箱,购买小包装 1 箱.

**【拓展提优】**

**1.** A　**提示**:由题意,得$|k|=1$,$k-1\neq0$. 解得 $k=-1$.

**2.** D

**3.** C　**提示**:设截成的 10 cm 和 20 cm 两种长度的导线分别有 $x$ 根、$y$ 根. 根据题意,得 $10x+20y=150$,

即 $y=\frac{15-x}{2}$. 因为 $x,y$ 均为正整数,所以 $x=1,3,5,7,9,11,13$,对应的 $y=7,6,5,4,3,2,1$. 所以有 7 种方案.

**4.** B　**提示**:令 $x=1$,则 $3+2y=11$. 解得 $y=4$;令 $x=2$,则 $6+2y=11$,解得 $y=2.5$;令 $x=3$,则 $9+2y=11$,解得 $y=1$;令 $x=4$,则 $12+2y=11$,解得 $y=-\frac{1}{2}$. 所以方程 $3x+2y=11$ 的正整数解为 $\begin{cases}x=1,\\y=4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=3,\\y=1.\end{cases}$ 共 2 组.

**5.** 4　**提示**:由条件,得 $x=1,y=-\frac{1}{2}$. 代入方程 $2x-ky=4$,得 $2+\frac{1}{2}k=4$,解得 $k=4$.

**6.** $s=3n-3$　**提示**:第一个图中有 3 盆花,每条边有 2 盆花,$s=3\times2-3$;第二个图中有 6 盆花,每条边有 3 盆花,$s=3\times3-3$;第三个图中有 9 盆花,每条边有 4 盆花,$s=3\times4-3$……由此可知 $s=3n-3$.

**7.** **解**:(1) $y=\frac{7-x}{2}$.

(2) $\begin{cases}x=1,\\y=3\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=3,\\y=2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=5,\\y=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=7,\\y=0.\end{cases}$

(3) 由 $y=\frac{7-x}{2}$,得 $x+2y=7$,所以 $(-2)^x\cdot4^y=(-2)^{x+2y}=(-2)^7=-128$.

**8.** **解**:(1) 设 15 s 的广告播放 $x$ 次,30 s 的广告播放 $y$ 次. 根据题意,得 $15x+30y=120$,即 $x+2y=8$. 其正整数解有 $\begin{cases}x=6,\\y=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=4,\\y=2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=2,\\y=3.\end{cases}$

答:一共有 3 种安排方式:①15 s 的广告播放 6 次,30 s 的广告播放 1 次;②15 s 的广告播放 4 次,30 s 的广告播放 2 次;③15 s 的广告播放 2 次,30 s 的广告播放 3 次.

(2) 当 $x=6,y=1$ 时,播放收益为 $0.6\times6+1\times1=4.6$(万元);当 $x=4,y=2$ 时,播放收益为 $0.6\times4+1\times2=4.4$(万元);当 $x=2,y=3$ 时,播放收益为 $0.6\times2+1\times3=4.2$(万元). 因为 4.6 万元>4.4 万元>4.2 万元,所以选择 15 s 的广告播放 6 次,30 s 的广告播放 1 次收益最大.

**9.** (1) $(4,-3,5)$

(2) **解**:因为关于 $x,y$ 的二元一次方程的"关联系数"为 $(2,-1,1)$,所以该方程为 $2x-y=1$. 因为 $\begin{cases}x=m+n,\\y=m+5\end{cases}$ 为该方程的一组解,所以 $2(m+n)-m-5=1$,即 $m+2n=6$. 因为 $m,n$ 均为正整数,所以 $\begin{cases}m=4,\\n=1\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m=2,\\n=2.\end{cases}$

### 课时训练 23　二元一次方程组的概念

**【基础巩固】**

**1.** D　**2.** A　**3.** B

**4.** C　**提示**:把 $x=5$ 代入 $2x-y=12$,得 $10-y=12$,解得 $y=-2$. 把 $x=5,y=-2$ 代入,得 $2x+y=10-2=8$,则"●""★"表示的数分别为 8,−2.

**5.** $\begin{cases}x+y=3,\\x-y=-1\end{cases}$(答案不唯一)　**6.** $-6$

**7.** **解**:把 $y=-3$ 代入 $3x+5y=-3$,得 $3x+5\times(-3)=-3$,解得 $x=4$. 把 $x=4,y=-3$ 代入 $3y-2ax=a+2$,得 $3\times(-3)-2a\times4=a+2$,解得 $a=-\frac{11}{9}$.

**【拓展提优】**

**1.** C　**2.** A　**3.** $\begin{cases}x+2y=22,\\2x+2y=33\end{cases}$

**4.** $\begin{cases}x+y=10,\\2x+y=16\end{cases}$

**5.** $-2$ 或 $-3$　**提示**:当 $c+3=0,a-2=1,b+3=1$

时，解得 $c=-3,a=3,b=-2$，所以 $a+b+c=-2$；当 $c+3=0,a-2=0,b+3=1$ 时，解得 $c=-3,a=2,b=-2$，所以 $a+b+c=-3$. 综上所述 $a+b+c=-2$ 或 $a+b+c=-3$.

**6. 解**：设被遮住的 $y$ 的系数为 $a$，$x$ 的系数为 $b$.

由题意，得 $\begin{cases}4+a=3,\\2b+1=3,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=-1,\\b=1.\end{cases}$

所以原来的方程组为 $\begin{cases}2x-y=3,\\x+y=3.\end{cases}$

**7. 解**：(1) 设乙的速度为 $x$ m/min，环形场地的周长为 $y$ m，则甲的速度为 $2.5x$ m/min.

根据题意，得 $\begin{cases}y=2.5x\times4-4x,\\y=4x+300.\end{cases}$

(2) 设有 $x$ 只鸡，$y$ 个笼.

根据题意，得 $\begin{cases}4y+1=x,\\5(y-1)=x.\end{cases}$

**8. 解**：已知 A 型签字笔的价格为 2 元/支，B 型签字笔的价格为 3 元/支. 小明买这两种签字笔共花费 14 元，且购买的 A 型签字笔比 B 型签字笔多 2 支. 设购买 A 型签字笔 $x$ 支，购买 B 型签字笔 $y$ 支，则可列出关于 $x,y$ 的二元一次方程组为 $\begin{cases}x-y=2,\\2x+3y=14.\end{cases}$（答案不唯一）

## 课时训练 24　解二元一次方程组(1)

**【基础巩固】**

**1.** B　**2.** C　**3.** D

**4.** C　**提示**：解方程组，得 $\begin{cases}x=7m,\\y=-2m.\end{cases}$ 代入 $3x+2y=17$，得 $3\times7m+2\times(-2m)=17$，解得 $m=1$.

**5.** $y=\dfrac{12-3x}{2}$　26　$-33$　$\begin{cases}x=26,\\y=-33\end{cases}$

**6.** 12　**提示**：由题意，得 $\begin{cases}2m+n=7,\\2n-m=-1.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}m=3,\\n=1.\end{cases}$ 所以 $2m+6n=2\times3+6\times1=12$.

**7.** $-12$　**提示**：$\begin{cases}x=3y①,\\y+4z=0②,\end{cases}$ 由①，得 $y=\dfrac{1}{3}x$. 把 $y=\dfrac{1}{3}x$ 代入②，得 $\dfrac{1}{3}x+4z=0$. 去分母、移项，得 $x=-12z$. 因为 $z\neq0$，所以 $\dfrac{x}{z}=-12$.

**8. 解**：(1) $\begin{cases}2x+y=4①,\\3x-2y=1②,\end{cases}$ 由①，得 $y=4-2x$. 把 $y=4-2x$ 代入②，得 $3x-2(4-2x)=1$，解得 $x=\dfrac{9}{7}$. 把 $x=\dfrac{9}{7}$ 代入①，得 $y=\dfrac{10}{7}$.

所以原方程组的解为 $\begin{cases}x=\dfrac{9}{7},\\y=\dfrac{10}{7}.\end{cases}$

(2) $\begin{cases}x+2y=0①,\\2x+5y=6②,\end{cases}$ 由①，得 $x=-2y$. 把 $x=-2y$ 代入②，得 $2\times(-2y)+5y=6$，解得 $y=6$. 把 $y=6$ 代入①，得 $x=-12$. 所以原方程组的解为 $\begin{cases}x=-12,\\y=6.\end{cases}$

(3) $\begin{cases}3x+4y=9①,\\3x=2y②.\end{cases}$ 把②代入①，得 $2y+4y=9$，解得 $y=\dfrac{3}{2}$. 把 $y=\dfrac{3}{2}$ 代入②，得 $x=1$. 所以原方程组的解为 $\begin{cases}x=1,\\y=\dfrac{3}{2}.\end{cases}$

(4) 由 $3x+2y=2$，得 $2y=2-3x$. 将 $2y=2-3x$ 代入 $4x-4y=1$，得 $4x-2(2-3x)=1$，解得 $x=\dfrac{1}{2}$. 将 $x=\dfrac{1}{2}$ 代入 $4x-4y=1$，得 $4\times\dfrac{1}{2}-4y=1$，解得 $y=\dfrac{1}{4}$. 所以原方程组的解为 $\begin{cases}x=\dfrac{1}{2},\\y=\dfrac{1}{4}.\end{cases}$

## 【拓展提优】

1. B　提示:由题意,得$\begin{cases}m+n+3=9,\\m+2n+1=9,\end{cases}$解得$\begin{cases}m=4,\\n=2.\end{cases}$所以$3m-4n=3\times4-4\times2=4$.

2. 3　**提示:解法1**　解方程组$\begin{cases}x-y=a,\\3x+y=2b,\end{cases}$得$\begin{cases}x=\dfrac{a+2b}{4},\\y=\dfrac{2b-3a}{4}.\end{cases}$因为方程组的解满足$\begin{cases}x=m-1,\\y=3n+2,\end{cases}$所以$m-1=\dfrac{a+2b}{4}$,$3n+2=\dfrac{2b-3a}{4}$,所以$m=\dfrac{a+2b+4}{4}$,$n=\dfrac{2b-3a-8}{12}$. 因为$m-n=5$,所以$\dfrac{a+2b+4}{4}-\dfrac{2b-3a-8}{12}=5$. 整理,得$3a+2b=20$. 因为$a$,$b$均为正整数,所以当$a=2$时,$b=7$,此时$n=\dfrac{2b-3a-8}{12}=0$;当$a=4$时,$b=4$,此时$n=\dfrac{2b-3a-8}{12}=-1$;当$a=6$时,$b=1$,此时$n=\dfrac{2b-3a-8}{12}=-2$. 所以符合条件的整数$n$的值为0,$-1$,$-2$,共3个.

**解法2**　因为二元一次方程组$\begin{cases}x-y=a,\\3x+y=2b\end{cases}$的解满足$\begin{cases}x=m-1,\\y=3n+2.\end{cases}$所以$\begin{cases}m-1-3n-2=a,\\3m-3+3n+2=2b.\end{cases}$整理,得$\begin{cases}m-3n=a+3,\\3m+3n=2b+1.\end{cases}$因为$m-n=5$,所以$m=5+n$,代入方程组,得$\begin{cases}5-2n=a+3①,\\6n+15=2b+1②,\end{cases}$由①得$2n=2-a$,代入②,得$3(2-a)+15=2b+1$,整理,得$3a+2b=20$. 因为$a$,$b$均为正整数,所以当$a=2$,$b=7$时,$n=\dfrac{2-a}{2}=0$;当$a=4$,$b=4$时,$n=\dfrac{2-a}{2}=-1$;当$a=6$,$b=1$时,$n=\dfrac{2-a}{2}=-2$,所以符合条件的整数$n$的值为0,$-1$,$-2$,共3个.

3. $\begin{cases}x=20,\\y=3\end{cases}$　**提示:**将$\begin{cases}x'=\dfrac{x-2y}{2},\\y'=\dfrac{1}{3}y,\end{cases}$代入原方程组,可得$\begin{cases}\dfrac{x-2y}{2}=7,\\\dfrac{1}{3}y=1,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=20,\\y=3.\end{cases}$

4. **解:**(1)由题意,得$\begin{cases}a+b+2=-4,\\3a-2b+2=4,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=-2,\\b=-4.\end{cases}$

(2)因为$a=-2$,$b=-4$,所以$x※y=-2x+4y+2$,$(x-2)※(y-1)=-2(x-2)+4(y-1)+2=-2x+4+4y-4+2=-2x+4y+2$,所以$x※y=(x-2)※(y-1)$.

5. **解:**把$\begin{cases}x=1,\\y=-2\end{cases}$代入②,得$a+2b=-5$;把$\begin{cases}x=1,\\y=-1\end{cases}$代入①,得$a-b=4$. 解方程组$\begin{cases}a+2b=-5,\\a-b=4,\end{cases}$得$\begin{cases}a=1,\\b=-3.\end{cases}$所以原方程组为$\begin{cases}x-3y=4,\\x+3y=-5,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=-\dfrac{1}{2},\\y=-\dfrac{3}{2}.\end{cases}$

6. **解:**①当$x=2y$时,把$x=2y$代入方程$2x+y=4$,可得$2\times2y+y=4$. 解得$y=\dfrac{4}{5}$,所以$x=2y=2\times\dfrac{4}{5}=\dfrac{8}{5}$. 把$x=\dfrac{8}{5}$,$y=\dfrac{4}{5}$代入方程$x+ay=5$,得$\dfrac{8}{5}+a\times\dfrac{4}{5}=5$. 解得$a=\dfrac{17}{4}$. ②当$y=2x$时,把$y=2x$代入方程$2x+y=4$,得$y+y=4$. 解得$y=2$. 所以$2x=2$,解得$x=1$. 把$x=1$,$y=2$代入方程$x+ay=5$,得$1+2a=5$. 解得$a=2$. 综上所述,$a$的值为$\dfrac{17}{4}$或2.

7. **解:**(1)将②变形,得$6x+8y+2y=25$,即$2(3x+4y)+2y=25$③. 把①代入③,得

$2\times16+2y=25$,解得 $y=-\frac{7}{2}$. 把 $y=-\frac{7}{2}$ 代入①,得 $x=10$. 所以方程组的解为 $\begin{cases}x=10,\\y=-\frac{7}{2}.\end{cases}$

(2) (i) 将②变形,得 $3(x^2+3y^2)-xy=151$③. 由①,得 $x^2+3y^2=45-xy$④. 将④代入③,得 $3\times(45-xy)-xy=151$,解得 $xy=-4$.

(ii) 由(i),得 $xy=-4$. 因为 $x$ 与 $y$ 都是整数,所以 $\begin{cases}x=-1,\\y=4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=1,\\y=-4\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=-2,\\y=2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=2,\\y=-2.\end{cases}$ 由(i)可求得 $x^2+3y^2=49$. 所以 $\begin{cases}x=-1,\\y=4\end{cases}$ 和 $\begin{cases}x=1,\\y=-4\end{cases}$ 符合题意. 所以原方程组的所有整数解是 $\begin{cases}x=-1,\\y=4\end{cases}$ 和 $\begin{cases}x=1,\\y=-4.\end{cases}$

## 课时训练 25　解二元一次方程组(2)

**【基础巩固】**

**1.** B

**2.** A　**提示:** $\begin{cases}3x+y=1+3a①,\\x+3y=1-a②,\end{cases}$ 由①−②,得 $2x-2y=4a$,即 $x-y=2a=-2$,所以 $a=-1$.

**3.** C

**4.** C　**提示:** 由题意,得 $\begin{cases}x+y=0,\\x-y=1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=\frac{1}{2},\\y=-\frac{1}{2}.\end{cases}$

**5.** 加　减

**6.** 3　**提示:** $\begin{cases}2x+y=5①,\\x+2y=4②,\end{cases}$ 由①−②,得 $x-y=1$;由①+②,得 $3x+3y=9$,所以 $x+y=3$,所以 $x^2-y^2=(x+y)(x-y)=3$.

**7.** $\frac{1}{3}$　**提示:** 由题意,得 $\begin{cases}3m+5n=13①,\\5m+3n=11②.\end{cases}$ 由①+②,得 $8(m+n)=24$,所以 $m+n=3$;由②−①,得 $2(m-n)=-2$,所以 $m-n=-1$. 所以 $(m+n)^{m-n}=3^{-1}=\frac{1}{3}$.

**8.** 3　**提示:** $\begin{cases}|x|+2y=2①,\\2|x|+y=7②,\end{cases}$ 由①+②,得 $3|x|+3y=9$,所以 $|x|+y=3$.

**9.** **解:**(1) $\begin{cases}2x+3y=7①,\\3x-2y=4②,\end{cases}$ ①×2+②×3,得 $13x=26$,解得 $x=2$. 把 $x=2$ 代入①,得 $2\times2+3y=7$,解得 $y=1$. 所以原方程组的解为 $\begin{cases}x=2,\\y=1.\end{cases}$

(2) $\begin{cases}\frac{x}{2}-\frac{y+1}{3}=1①,\\3x+2y=10②,\end{cases}$ 由①,得 $3x-2y=8$③. ③+②,得 $6x=18$,解得 $x=3$. 将 $x=3$ 代入②,得 $3\times3+2y=10$,解得 $y=\frac{1}{2}$. 所以原方程组的解为 $\begin{cases}x=3,\\y=\frac{1}{2}.\end{cases}$

(3) 设 $m=x-y$,$n=x+y$,则原方程组可化为 $\begin{cases}\frac{2m}{3}-\frac{n}{4}=-1①,\\6n-4m=16②,\end{cases}$ 由①,得 $8m-3n=-12$③. 2×③+②,得 $12m=-8$,解得 $m=-\frac{2}{3}$. 将 $m=-\frac{2}{3}$ 代入②,得 $6n-4\times\left(-\frac{2}{3}\right)=16$,解得 $n=\frac{20}{9}$. 所以 $\begin{cases}m=-\frac{2}{3},\\n=\frac{20}{9}.\end{cases}$

所以 $\begin{cases}x-y=-\frac{2}{3},\\x+y=\frac{20}{9},\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=\frac{7}{9},\\y=\frac{13}{9}.\end{cases}$

【拓展提优】

**1.** B　**提示**:关于 $x,y$ 的二元一次方程组 $\begin{cases}x+2y=-a+1,\\x-3y=4a+6\end{cases}$ 的解为 $\begin{cases}x=a+3,\\y=-a-1,\end{cases}$ 所以 $kx-2y=k(a+3)-2(-a-1)=(k+2)a+3k+2$. 因为代数式 $kx-2y$($k$ 是常数)的值与 $a$ 无关,所以 $k+2=0$,解得 $k=-2$.

**2.** B　**提示**:因为方程组 $\begin{cases}2a_1x+3b_1y=3c_1,\\2a_2x+3b_2y=3c_2\end{cases}$ 的解是 $\begin{cases}x=3,\\y=3,\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}2a_1+3b_1=c_1,\\2a_2+3b_2=c_2,\end{cases}$ 所以方程组 $\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1,\\a_2x+b_2y=c_2\end{cases}$ 的解为 $\begin{cases}x=2,\\y=3.\end{cases}$

**3.** 12　**提示**:根据题意,得 $\begin{cases}5a+2b=7,\\5a-2b=3,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=1,\\b=1.\end{cases}$ 故当 $x=7,y=-5$ 时,$ax-by=x-y=12$.

**4.** 3 或 $\frac{3}{2}$　**提示**:解方程组,得 $\begin{cases}x=a-2,\\y=3-2a.\end{cases}$ 由题意,得 $(a-2)^{3-2a}=1$. 分情况讨论:①当 $a-2=1$ 时,解得 $a=3$;②当 $3-2a=0$,且 $a-2\neq0$ 时,解得 $a=\frac{3}{2}$;③当 $a-2=-1$ 时,解得 $a=1$,此时 $3-2a=1$,不合题意,舍去. 综上所述,$a=3$ 或 $a=\frac{3}{2}$.

**5.** **解**:由题意,可联立方程组 $\begin{cases}3x-y=5,\\2x+3y=-4,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=1,\\y=-2.\end{cases}$ 将 $\begin{cases}x=1,\\y=-2\end{cases}$ 代入 $2ax+3by=2$ 和 $ax-by=3$,得到关于 $a,b$ 的方程组,即 $\begin{cases}2a-6b=2,\\a+2b=3,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=\frac{11}{5},\\b=\frac{2}{5}.\end{cases}$

**6.** (1) $-1$　5

(2) **解**:设铅笔的单价为 $x$ 元/支,橡皮的单价为 $y$ 元/块,日记本的单价为 $z$ 元/本.

根据题意,得 $\begin{cases}20x+3y+2z=32①,\\39x+5y+3z=58②.\end{cases}$ ①×2−②,得 $x+y+z=6$. 所以 $5x+5y+5z=30$.

答:购买 5 支铅笔、5 块橡皮、5 本日记本共需 30 元.

(3) $-11$　**提示**:**解法 1**　根据题意,得 $1*1=a+b+c$,$3*5=3a+5b+c=15$①,$4*7=4a+7b+c=28$②,所以②−①,得 $a+2b=13$,即 $5a+10b=65$③,①+②,得 $7a+12b+2c=43$④. 所以④−③,得 $2a+2b+2c=-22$,即 $a+b+c=-11$. 所以 $1*1=-11$.

**解法 2**　由 $\begin{cases}3a+5b+c=15,\\4a+7b+c=28,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}a=13-2b,\\c=b-24.\end{cases}$ 所以 $1*1=a+b+c=(13-2b)+b+(b-24)=-11$.

## 提优专题 3　解含字母系数的二元一次方程(组)

**1.** C　**提示**:$\begin{cases}3x-y=4m+1①,\\x+y=2m-5②,\end{cases}$ ①−②,得 $2x-2y=2m+6$,所以 $x-y=m+3$. 因为 $x-y=4$,所以 $m+3=4$,解得 $m=1$.

**2.** **解**:$\begin{cases}3x+5y=k+2①,\\2x+3y=k②,\end{cases}$ ①−②,得 $x+2y=2$③. 由题意,得 $x+y=2$④. 联立③④,得 $\begin{cases}x+y=2,\\x+2y=2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=2,\\y=0.\end{cases}$ 所以 $k=2x+3y=4+0=4$.

**3.** **解**:根据题意,可知 $x,y$ 是方程组 $\begin{cases}2x-3y=3,\\3x+2y=11\end{cases}$ 的解,解方程组得 $\begin{cases}x=3,\\y=1.\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}3a+b=-1,\\6a+3b=3,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=-2,\\b=5.\end{cases}$ 所以 $b-a=5-(-2)=7$.

**4.** **解**:(1) 将 $\begin{cases}x=-3,\\y=1\end{cases}$ 代入 $4x-by=-2$,得 $b=-10$. 将 $\begin{cases}x=5,\\y=4\end{cases}$ 代入 $ax+5y=15$,得 $a=-1$.

(2) 原方程组为$\begin{cases}-x+5y=15①,\\4x+10y=-2②.\end{cases}$ ①×2−②,得$-6x=32$,解得$x=-\frac{16}{3}$. ①×4+②,得$30y=58$,解得$y=\frac{29}{15}$. 即原方程组的解为$\begin{cases}x=-\frac{16}{3},\\y=\frac{29}{15}.\end{cases}$

5. 解:$\begin{cases}x+2y=6①,\\2x-2y+mx=8②,\end{cases}$ ①+②,得$3x+mx=14$,所以$x=\frac{14}{3+m}$. 因为方程组有整数解,且$m$是整数,所以$3+m=\pm1$,$3+m=\pm2$,$3+m=\pm7$,$3+m=\pm14$,所以$m=-2$或$m=-4$或$m=-1$或$m=-5$或$m=4$或$m=-10$或$m=11$或$m=-17$. 当$m=-2$时,$x=14$,$y=-4$,符合题意;当$m=-4$时,$x=-14$,$y=10$,符合题意;当$m=-1$时,$x=7$,$y=-\frac{1}{2}$,不符合题意;当$m=-5$时,$x=-7$,$y=\frac{13}{2}$,不符合题意;当$m=4$时,$x=2$,$y=2$,符合题意;当$m=-10$时,$x=-2$,$y=4$,符合题意;当$m=11$时,$x=1$,$y=\frac{5}{2}$,不符合题意;当$m=-17$时,$x=-1$,$y=\frac{7}{2}$,不符合题意. 综上所述,整数$m$的值为$-2$或$-4$或$4$或$-10$.

6. 解:$\begin{cases}x+ay=b①,\\2x+3y=4②,\end{cases}$ ①×2,得$2x+2ay=2b$. 由题意知$2a=3$且$2b\neq4$,解得$a=\frac{3}{2}$且$b\neq2$.

## 课时训练 26 *三元一次方程组

**【基础巩固】**

1. A

2. D 提示:设购买1支铅笔需$x$元,购买1本作业本需$y$元,购买1支中性笔需$z$元. 根据题意,得$\begin{cases}7x+3y+z=18,\\10x+4y+z=24.\end{cases}$ 解得$\begin{cases}y=6-3x,\\z=2x.\end{cases}$ 所以$11x+5y+2z=11x+5(6-3x)+4x=30$.

3. 1 4. 4 −4 5

5. 3 提示:设该球队胜$x$场,平$y$场,负$z$场. 根据题意,得$\begin{cases}x+y+z=12,\\3x+y=24,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}y=24-3x,\\z=2x-12.\end{cases}$ 因为$x,y,z$均为非负整数,所以$\begin{cases}x=6,\\y=6,\\z=0\end{cases}$或$\begin{cases}x=7,\\y=3,\\z=2\end{cases}$或$\begin{cases}x=8,\\y=0,\\z=4.\end{cases}$所以该球队平、胜、负的情况有3种.

6. 9∶5∶3 提示:解方程组,得$\begin{cases}x=3z,\\y=\frac{5}{3}z,\end{cases}$ 所以$x:y:z=3z:\frac{5}{3}z:z=9:5:3$.

7. 5 提示:设"○"的质量为$x$,"△"的质量为$y$,"□"的质量为$z$. 由第①②个天平平衡,可得$\begin{cases}2x=y+z,\\x+z=y,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}x=2z,\\y=3z.\end{cases}$ 所以第③个天平左边的重量为$x+y=2z+3z=5z$,故第③个天平"?"处放置5个"□"才能使得天平平衡.

8. 36,18,12 提示:设甲、乙、丙3个班学生分别植树$x$棵、$y$棵、$z$棵. 根据题意,得$\begin{cases}x+y+z=66,\\x=2y,\\z:y=2:3,\end{cases}$ 解得$\begin{cases}x=36,\\y=18,\\z=12.\end{cases}$

9. 解:(1) $\begin{cases}x+y=5①,\\x+z=-1②,\\y+2z=-3③.\end{cases}$ 由①−②,得$y-$

$z=6$④. 联立③④,得$\begin{cases}y+2z=-3,\\y-z=6,\end{cases}$解得$\begin{cases}y=3,\\z=-3.\end{cases}$把$y=3$代入①,得$x+3=5$,解得$x=2$. 所以原方程组的解为$\begin{cases}x=2,\\y=3,\\z=-3.\end{cases}$

(2) $\begin{cases}a:b:c=3:4:5①,\\a+b+c=36②.\end{cases}$由①可设$a=3k,b=4k,c=5k$. 代入②,得$3k+4k+5k=36$,解得$k=3$. 所以原方程组的解为$\begin{cases}a=9,\\b=12,\\c=15.\end{cases}$

(3) $\begin{cases}x+y-z=2①,\\y+z-x=4②,\\z+x-y=6③.\end{cases}$由①+②,②+③,得$\begin{cases}2y=6,\\2z=10,\end{cases}$解得$\begin{cases}y=3,\\z=5.\end{cases}$将$y=3,z=5$代入①,得$x+3-5=2$,解得$x=4$. 所以原方程组的解为$\begin{cases}x=4,\\y=3,\\z=5.\end{cases}$

(4) $\begin{cases}x-2y-3z=-18①,\\x+3y-2z=8②,\\x+y+2z=24③.\end{cases}$由②-①,得$5y+z=26$④. 由②-③,得$2y-4z=-16$⑤. 由④×4+⑤,得$22y=88$,解得$y=4$. 把$y=4$代入④,得$z=6$. 把$y=4,z=6$代入③,得$x=8$. 所以原方程组的解为$\begin{cases}x=8,\\y=4,\\z=6.\end{cases}$

**【拓展提优】**

**1.** B　**提示**:设租用二人间$x$间、三人间$y$间、四人间$z$间. 根据题意,得$\begin{cases}2x+3y+4z=25,\\x+y+z=9,\end{cases}$解得$y=7-2z$. 因为$x,y,z$为正整数,所以当$z=1$时,$y=5,x=3$;当$z=2$时,$y=3,x=4$;当$z=3$时,$y=1,x=5$. 所以租房方案共有3种.

**2.** D　**提示**:满足$|y+z|^{2\,024}+|z+x|^{2\,024}+|x+y|^{2\,023}=2$的整数组$(x,y,z)$必然使得$|y+z|$,$|z+x|$,$|x+y|$中的两个为1,另一个为0. 分别列出方程组$\begin{cases}|y+z|=1,\\|z+x|=1,\\|x+y|=0;\end{cases}\begin{cases}|y+z|=1,\\|x+y|=1,\\|z+x|=0;\end{cases}\begin{cases}|z+x|=1,\\|x+y|=1,\\|y+z|=0.\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=0,\\y=0,\\z=1\end{cases}$或$\begin{cases}x=0,\\y=0,\\z=-1\end{cases}$或$\begin{cases}x=1,\\y=-1,\\z=0\end{cases}$或$\begin{cases}x=-1,\\y=1,\\z=0;\end{cases}$

或$\begin{cases}x=0,\\y=1,\\z=0\end{cases}$或$\begin{cases}x=-1,\\y=0,\\z=1\end{cases}$或$\begin{cases}x=1,\\y=0,\\z=-1\end{cases}$或$\begin{cases}x=0,\\y=-1,\\z=0;\end{cases}$

或$\begin{cases}x=1,\\y=0,\\z=0\end{cases}$或$\begin{cases}x=0,\\y=-1,\\z=1\end{cases}$或$\begin{cases}x=0,\\y=1,\\z=-1\end{cases}$或$\begin{cases}x=-1,\\y=0,\\z=0.\end{cases}$故满足要求的整数组$(x,y,z)$有12组.

**3.** $-1$　0　**提示**:因为$(a-1)x+5y^{b+1}+2z^{2-|a|}=10$是一个关于$x,y,z$的三元一次方程,所以$\begin{cases}a-1\neq0,\\b+1=1,\\2-|a|=1,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=-1,\\b=0.\end{cases}$

**4.** 3　**提示**:根据题意,得$\begin{cases}2y+z=kx①,\\2x+y=kz②,\\2z+x=ky③,\end{cases}$①+②+③,得$3(x+y+z)=k(x+y+z)$. 又因为$x+y+z\neq0$,所以$k=3$.

**5.** 1　**提示**:$\begin{cases}3x+2y+z=10①,\\6x+y-z=5②.\end{cases}$①+②,得$9x+3y=15$,即$3x+y=5$. ①×2-②,得$3y+3z=15$,即$y+z=5$. 所以$\dfrac{3x+y}{y+z}=\dfrac{5}{5}=1$.

**6.** 1 040　**提示**:设A,B,C三种品牌商品的销售单价分别为$x$元、$y$元、$z$元. 根据题意,得

$\begin{cases}x+5y+3z=1\ 000,\\7x+3y=880,\\3x+6y=660,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=100,\\y=60,\\z=200,\end{cases}$ 所以 $4x+4y+2z=400+240+400=1\ 040$，所以第三天的总收入为 1 040 元.

**7.** **解**：设红果有 $x$ 个，紫果有 $y$ 个，白果有 $z$ 个.

根据题意，得 $\begin{cases}x+y+z=22,\\z=\frac{1}{3}y,\\y=2x,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=6,\\y=12,\\z=4.\end{cases}$

答：红果有 6 个，紫果有 12 个，白果有 4 个.

**8.** **解**：(1) 根据题意，得 $\begin{cases}2x+y+4y=4y-1,\\2x+5=4y-1.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=-1,\\y=1.\end{cases}$ 所以 $x$ 的值为 $-1$，$y$ 的值为 1.

(2) 0　−1　5　5　4　10

**提示**：如题图乙，根据题意，得 $\begin{cases}c+a=5,\\a+b=-1,\\a+2=3+b.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=0,\\b=-1,\\c=5.\end{cases}$ 如题图丙，根据题意，得 $\begin{cases}d+f=15,\\f+2=d+7,\\d+e=9.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}d=5,\\e=4,\\f=10.\end{cases}$

## 课时训练 27　用二元一次方程组解决问题(1)

### 【基础巩固】

**1.** B

**2.** D　**提示**：由表格数据可知，当 $c=0$ 时，$f=32$，所以 $a=32$，所以 $f=1.8c+32$. 将 $c=100$ 代入 $f=1.8c+32$，得 $f=1.8\times100+32=212$，所以 $b$ 的值为 212.

**3.** $\begin{cases}x+y=8,\\x+10y+18=10x+y\end{cases}$

**4.** $x=\frac{5}{2}$

**5.** (1) A 工程队工作的天数　B 工程队工作的天数　180　20

(2) **解**：设 A 工程队整治河道 $x$ m，B 工程队整治河道 $y$ m.

根据题意，得 $\begin{cases}x+y=180,\\\frac{x}{12}+\frac{y}{8}=20,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=60,\\y=120.\end{cases}$

答：A，B 两个工程队分别整治河道 60 m，120 m.

### 【拓展提优】

**1.** C

**2.** 81　**提示**：根据题意，得 $\begin{cases}x+y=135,\\2x=3y,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=81,\\y=54.\end{cases}$ 所以需要 81 m 布料做玩偶 A.

**3.** **解**：(1) 设 A 型收割机有 $x$ 台，B 型收割机有 $y$ 台.

根据题意，得 $\begin{cases}x+y=20,\\10(100x+80y)=19\ 000,\end{cases}$

解得 $\begin{cases}x=15,\\y=5.\end{cases}$

答：A 型收割机有 15 台，B 型收割机有 5 台.

(2) 因为 $[80\times(1+10\%)\times15+60\times(1+10\%)\times5]\times7=11\ 550>11\ 500$，所以能在一周时间内完成全部小麦收割任务.

**4.** **解**：设打折前 A 商品的单价为 $x$ 元/件，B 商品的单价为 $y$ 元/件.

根据题意，得 $\begin{cases}60x+30y=1\ 080,\\50x+10y=840,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=16,\\y=4.\end{cases}$

所以打折前的花费为 $500\times16+450\times4=9\ 800$(元)，所以折扣为 $(9\ 800-1\ 960)\div9\ 800\times100\%=80\%$.

答：打了八折.

**5.** **解**：(1) 设 1 辆 A 货车和 1 辆 B 货车一次分别可以运货 $x$ t 和 $y$ t.

根据题意，得$\begin{cases}3x+2y=90,\\5x+4y=160,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=20,\\y=15.\end{cases}$

答：1 辆 A 货车和 1 辆 B 货车一次分别可以运货 20 t 和 15 t.

(2) 设安排 A 货车 $m$ 辆，B 货车 $n$ 辆.

根据题意，得 $20m+15n=190$，即 $m=\frac{38-3n}{4}$.

因为 $m,n$ 均为正整数，所以$\begin{cases}m=8,\\n=2\end{cases}$或$\begin{cases}m=5,\\n=6\end{cases}$或$\begin{cases}m=2,\\n=10.\end{cases}$所以共有 3 种运输方案.

方案一：安排 A 型车 8 辆，B 型车 2 辆.

方案二：安排 A 型车 5 辆，B 型车 6 辆.

方案三：安排 A 型车 2 辆，B 型车 10 辆.

方案一费用：$500\times8+400\times2=4\ 800$(元).

方案二费用：$500\times5+400\times6=4\ 900$(元).

方案三费用：$500\times2+400\times10=5\ 000$(元).

因为 $4\ 800<4\ 900<5\ 000$，所以安排 A 型车 8 辆，B 型车 2 辆费用最少.

## 课时训练 28　用二元一次方程组解决问题(2)

**【基础巩固】**

**1.** A　**2.** 4　2

**3.** **解**：设有 $x$ 个人，物品的价格为 $y$ 钱. 根据题意，得$\begin{cases}y=8x-3,\\y=7x+4,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=7,\\y=53.\end{cases}$

答：有 7 个人，物品的价格为 53 钱.

**4.** **解**：(1) ①$y-10$　②$x-10$

(2) 根据题意，得$\begin{cases}x+10=5(y-10),\\x-10=y+10,\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=40,\\y=20.\end{cases}$

答：甲原来有 40 本图书，乙原来有 20 本图书.

**5.** (1) 6 000　150　**提示**：甲公司共付门票费 $120\times50=6\ 000$(元). 因为 $100\times100=10\ 000$(元)$<12\ 000$(元)，所以乙公司游览的人数超过 100 人，所以乙公司游览的人数为 $12\ 000\div80=150$.

(2) **解**：设甲公司游览的人数为 $x(1\leqslant x\leqslant50)$，乙公司游览的人数为 $y$.

① 若 $y\leqslant100$，根据题意，得$\begin{cases}x+y=120,\\120x+100y=12\ 800,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=40,\\y=80.\end{cases}$

② 若 $y>100$，根据题意，得$\begin{cases}x+y=120,\\120x+80y=12\ 800,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=80,\\y=40\end{cases}$(不合题意，舍去).

答：甲公司游览的人数为 40，乙公司游览的人数为 80.

**【拓展提优】**

**1.** **解**：根据题意，得$\begin{cases}a+(2-1)b=9,\\a+3+(3-1)(b+4)=22,\end{cases}$

解得$\begin{cases}a=7,\\b=2.\end{cases}$所以 $a$ 的值为 7，$b$ 的值为 2.

**2.** **解**：(1) 设购买 A 类门票 $x$ 张，B 类门票 $y$ 张. 根据题意，得$\begin{cases}x+y=7,\\1\ 300x+780y=6\ 500,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=2,\\y=5.\end{cases}$

答：A 类门票买了 2 张，B 类门票买了 5 张.

(2) 设购买 A 类门票 $a$ 张，C 类门票 $b$ 张. 根据题意，得 $1\ 300a+780\times5+520b=11\ 700$，解得 $a=6-\frac{2}{5}b$. 又因为 $a,b$ 均为正整数，所以$\begin{cases}a=4,\\b=5\end{cases}$或$\begin{cases}a=2,\\b=10,\end{cases}$所以共有 2 种购买方案. 方案一：购买 A 类门票 4 张，B 类门票 5 张，C 类门票 5 张. 方案二：购买 A 类门票 2 张，B 类门票 5 张，C 类门票 10 张.

**3.** **解**：(1) 4　**提示**：$(5\ 000-1\ 000)\times0.1\%=4$(元).

(2) 由题意，得$\begin{cases}(3a+b-1\ 000)\times0.1\%=2.4,\\(a+2b)\times0.1\%=2.8.\end{cases}$

解得$\begin{cases}a=800,\\ b=1\ 000.\end{cases}$所以 $a$ 的值为 800，$b$ 的值为 1 000.

## 课时训练 29　用二元一次方程组解决问题(3)

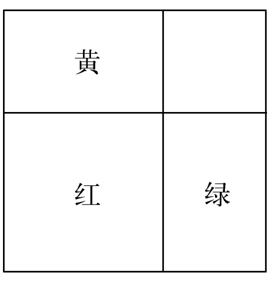
### 【基础巩固】

**1.** B　**提示**：设轮船在静水中的航速为 $x$ km/h，水速为 $y$ km/h. 根据题意，得$\begin{cases}4(x+y)=100,\\ 5(x-y)=100,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=22.5,\\ y=2.5.\end{cases}$

**2.** D　**提示**：由题意知，$3a=6b$ 表示上山的路程等于下山的路程，所以 $a$ 表示上山用的时间，$b$ 表示下山用的时间. 由题意知，小明从家到山顶所用时间为 $12-8.5=3.5$(h)；从山顶回到家所用时间为 $3-1=2$(h)，平路所用时间相同，所以上山比下山多用时间为 $3.5-2=1.5$(h)，所以 $a-b=\frac{3}{2}$.

**3.** 110　80　**提示**：设用 $x$ 张铁皮做盒身，$y$ 张铁皮做盒底. 根据题意，得$\begin{cases}x+y=190,\\ 2\times 8x=22y,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=110,\\ y=80.\end{cases}$所以用 110 张铁皮做盒身，80 张铁皮做盒底，可以使盒身与盒底正好配套.

**4.** $\frac{256}{5}$　**提示**：如图，将黄色部分向左平移，则黄色部分减少的面积为绿色部分增加的面积. 因为红、黄、绿三块正方形一样大，整块纸板为正方形，所以平移后黄色部分与绿色部分面积相等，平移后黄色部分与绿色部分的面积为 $(13+11)\div 2=12$. 设红色正方形的边长为 $a$，大正方形的边长为 $b$. 根据题意，得$\begin{cases}a^2=20,\\ a(b-a)=12.\end{cases}$所以 $ab=32$. 所以 $a^2b^2=1\ 024$. 所以 $b^2=\frac{1\ 024}{20}=\frac{256}{5}$.




**5.** **解**：设甲的骑行速度为 $x$ km/min，乙的骑行速度为 $y$ km/min.

根据题意，得$\begin{cases}10x+10y=12,\\ 12-14x=8(12-14y),\end{cases}$解得$\begin{cases}x=0.4,\\ y=0.8.\end{cases}$

答：甲的骑行速度为 0.4 km/min，乙的骑行速度为 0.8 km/min.

**6.** **解**：(1) 设小长方形的相邻两边长分别为 $x$ m 和 $y$ m$(x<y)$.

根据题意，得$\begin{cases}x+2y=60,\\ 2x+y=45,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=10,\\ y=25.\end{cases}$

答：小长方形的相邻两边长分别是 10 m，25 m.

(2) 是. 因为 1 个小长方形的周长为 $2(x+y)$，1 个大长方形的周长为 $2(a+b)=2(x+2y+2x+y)=6(x+y)$，所以 $2(x+y):2(a+b)=\frac{2(x+y)}{6(x+y)}=\frac{1}{3}$. 所以 1 个小长方形的周长与大长方形的周长的比值是定值，为$\frac{1}{3}$.

### 【拓展提优】

**1.** C　**提示**：设较长的铁棒的长度为 $x$ cm，较短的铁棒的长度为 $y$ cm. 根据题意，得$\begin{cases}x+y=110,\\ \left(1-\frac{1}{3}\right)x=\left(1-\frac{1}{5}\right)y,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=60,\\ y=50.\end{cases}$所以此时木桶中水的深度是 $\left(1-\frac{1}{3}\right)\times 60=40$(cm).

**2.** D　**提示**：设 12:00 小明看到的两位数十位上的数字为 $x$，个位上的数字为 $y$，即此时的里程数为 $10x+y$，则 13:00 小明看到的两位数为 $10y+x$，所以 12:00 至 13:00 行驶的里程数为 $10y+x-(10x+y)$. 14:30 小明看到的数为 $100x+y$，则 13:00 至 14:30 行驶的里程数为 $100x+y-(10y+x)$.

所以$\begin{cases}x+y=6,\\ \frac{100x+y-(10y+x)}{1.5}=10y+x-(10x+y),\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=1,\\y=5.\end{cases}$所以12:00小明看到的两位数是15.

**3.** 8 **提示**:设绳长是$x$尺,井深是$y$尺.根据题意,得$\begin{cases}\frac{1}{3}x-y=4,\\\frac{1}{4}x-y=1,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=36,\\y=8.\end{cases}$所以井深是8尺.

**4.** 3 000　2 000 **提示**:设自行车路段的长度为$x$ m,长跑路段的长度为$y$ m.根据题意,得$\begin{cases}x+y=5\,000,\\\frac{x}{600}+\frac{y}{200}=15,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=3\,000,\\y=2\,000.\end{cases}$

**5.** (1) 12　36 **提示**:设一张该布料可以裁剪$m$张制作豌豆所需的布料和$n$张制作豌豆荚所需的布料.根据布料尺寸为80 cm×1 000 cm,制作豌豆所需布料的尺寸是40 cm×40 cm,制作豌豆荚所需布料的尺寸是40 cm×140 cm,因此可以先将原始布料对半裁剪,即得到2块40 cm×1000 cm的布料,然后裁剪所需布料的长度即可.根据裁剪前后布料长度相等,可得$40m+140n=2\,000$,即$2m+7n=100$,所以$m=\frac{100-7n}{2}$,其中$m,n$为正整数.当$m=50$时,$n=0$,即为方案一:裁剪50张制作豌豆所需的布料和0张制作豌豆荚所需的布料;当$m=8$时,$n=12$,即为方案二:裁剪8张制作豌豆所需的布料和12张制作豌豆荚所需的布料;当$n=4$时,$m=36$,即为方案三:裁剪36张制作豌豆所需的布料和4张制作豌豆荚所需的布料.

(2) **解**:设按照方案二和方案三分别裁剪了$x$张布料和$y$张布料.根据题意,得$\begin{cases}8x+36y=800\times3-4\times50,\\12x+4y=800,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=50,\\y=50.\end{cases}$

因为50+50=100(张),所以还需从仓库拿100张布料.

答:在没有布料浪费的条件下,还需从仓库拿100张布料.

### 综合与实践　膳食结构与热量平衡

**解**:(1) 根据题意,得$\frac{12.7}{100}\times60+\frac{3}{100}\times200+\frac{9}{100}\times100=22.62(\text{g})$.

答:一份早餐中蛋白质总含量为22.62 g.

(2) 设每份早餐中牛奶的质量为$x$ g,谷物食物的质量为$y$ g.根据题意,

得$\begin{cases}60+x+y=300,\\\frac{12.7}{100}\times60+\frac{3}{100}x+\frac{9}{100}y=300\times8\%.\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=87,\\y=153.\end{cases}$

答:每份早餐中牛奶的质量为87 g,谷物食物的质量为153 g.

(3) 设小明每做1个开合跳消耗$m$卡路里的热量,每做1个深蹲消耗$n$卡路里的热量.

根据题意,得$\begin{cases}30m+40n=47,\\40m+30n=91-47.\end{cases}$

解得$\begin{cases}m=0.5,\\n=0.8.\end{cases}$

答:小明每做1个开合跳消耗0.5卡路里的热量,每做1个深蹲消耗0.8卡路里的热量.

## 第11章　一元一次不等式

### 课时训练30　不等式(1)

**【基础巩固】**

**1.** C **2.** D **3.** B **4.** D **5.** A

**6.** $a-b>0$(答案不唯一)

**7.** $75+3x\leqslant100$

**8.** $76\times2+x\geqslant80\times3$

**9.** (1) $\geqslant$　(2) $\leqslant$　(3) $>$　(4) $\geqslant$

**10.** **解**:(1) $4a<2b$.

(2) $x+(-3)\leqslant0$.

(3) $(x+5)\times28\%\leqslant-6$.

(4) $\frac{m}{4}+3\geqslant5$.

(5) $a+b>c$.

【拓展提优】

1. D　提示：取 $x=-\frac{1}{2}$，则 $\frac{1}{x}=-2$，$x^2=\frac{1}{4}$，所以 $\frac{1}{x}<x<x^2$.

2. C　3. B

4. $\frac{b}{a}<\frac{b+m}{a+m}$　提示：原来糖水的浓度为 $\frac{b}{a}$，加糖后糖水的浓度为 $\frac{b+m}{a+m}$. 根据生活经验，加糖后糖水变浓了，所以 $\frac{b}{a}<\frac{b+m}{a+m}$.

5. 40　50　提示：根据题意，得 4 颗玻璃球的体积小于 200 $cm^3$，5 颗玻璃球的体积大于 200 $cm^3$，所以一颗玻璃球的体积在 40 $cm^3$ 以上，50 $cm^3$ 以下.

6. 解：根据题意，得 $\frac{x}{0.02}>\frac{10}{4}$.

7. 解：结合图形发现：搭第 $n$ 个图形，需要 $3+2(n-1)=(2n+1)$ 根火柴棒. 所以 $2n+1<80$.

8. 解：(答案不唯一)(1) 每支钢笔 5 元，每支圆珠笔 3 元，购买 $x$ 支钢笔比 $y$ 支圆珠笔的总钱数至少多 20 元.
(2) 甲每小时走 4 km，乙每小时走 3 km，甲走 $a$ h 与乙走 $b$ h 的总路程不足 8 km.

## 课时训练 31　不等式(2)

【基础巩固】

1. A　2. B　3. B　4. A

5. (1) $>$　不等式的两边都减去同一个数，不等号的方向不变
(2) $>$　不等式的两边都乘(或除以)同一个负数，不等号的方向改变
(3) $<$　不等式的两边都乘(或除以)同一个正数，不等号的方向不变

6. (1) $>$　(2) $>$　(3) $<$　(4) $>$　(5) $>$

7. $x>\frac{b}{a}$

8. 解：(1) 不等式的两边都加上 4，得 $x>7$.
(2) 不等式的两边都减去 $\frac{1}{6}$，得 $\frac{1}{4}x>-\frac{2}{3}$. 不等式的两边都乘 4，得 $x>-\frac{8}{3}$.
(3) 不等式的两边都减去 $4x+1$，得 $-6x<2$. 不等式的两边都除以 $-6$，得 $x>-\frac{1}{3}$.
(4) 不等式的两边都乘 6，得 $3x\leqslant 2(x-2)$. 去括号，得 $3x\leqslant 2x-4$. 不等式的两边都减去 $2x$，得 $x\leqslant -4$.

9. 解：不等式 $m-2<m$ 一定成立. 理由如下：因为 $-2<0$，所以 $(-2)+m<0+m$，即 $m-2<m$.

【拓展提优】

1. B　提示：设该商品原价为 $a$ 元，则甲店的价格为 $0.8\times 0.8a=0.64a$(元)，乙店的价格为 $0.6a$ 元. 因为 $0.64a>0.6a$，所以乙店比甲店优惠.

2. D　3. D

4. $-2a+3>1$　提示：因为 $a<1$，所以 $-2a>-2$，所以 $-2a+3>-2+3$，即 $-2a+3>1$.

5. $a<-3$

6. $-1$　提示：由题意，得 $a-1<0$，所以 $a-2<0$，$1-a>0$. 原式 $=1-a-(2-a)=-1$.

7. $-2<y<1$　提示：由 $2^{x+y}=1$，得 $x+y=0$，即 $x=-y$. 又因为 $-1<x<2$，所以 $-1<-y<2$，所以 $-2<y<1$.

8. 解：(1) $ab$　$ab+bc$　$ac$　$ab+ac$
(2) ②④
因为 $a<b$，$b<0$，所以 $a<0$. 所以 $|a|=-a$，$|b|=-b$. 因为 $a<b$，所以 $-a>-b$. 所以 $|a|>|b|$.

9. 解：存在. 理由如下：
假设存在三个正整数，它们的和与积相等. 不妨设这三个正整数分别为 $a$，$b$，$c$，且 $0<a\leqslant b\leqslant c$.

根据题意，得 $abc=a+b+c$. (*)

因为 $abc=a+b+c\leqslant c+c+c=3c$，所以 $ab\leqslant 3$. 若 $a\geqslant 2$，则 $b\geqslant a\geqslant 2$，所以 $ab\geqslant 4$，与 $ab\leqslant 3$ 矛盾. 因此 $a=1$，$b=1$ 或 $b=2$ 或 $b=3$.

当 $a=1$，$b=1$ 时，代入(*)，得 $1\times 1\cdot c=1+1+c$，$c$ 不存在；

当 $a=1$，$b=2$ 时，代入(*)，得 $1\times 2c=1+2+c$，解得 $c=3$；

当 $a=1$，$b=3$ 时，代入(*)，得 $1\times 3c=1+3+c$，解得 $c=2$，这与 $b\leqslant c$ 矛盾，故舍去.

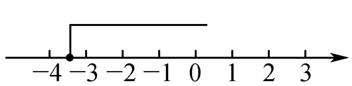
综上所述，存在三个正整数 1，2，3，它们的和与积相等.

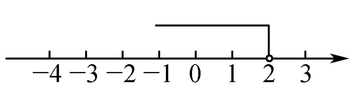
## 课时训练 32　一元一次不等式的概念

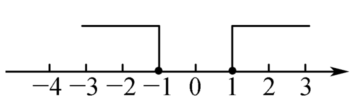
**【基础巩固】**

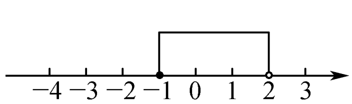
**1.** D　**2.** C　**3.** C　**4.** B

**5.** 是　**6.** $-3,-2,-1,0,1$

**7.** 解：(1) 

(2) 

(3) 

(4) 

**8.** 解：(1) $x\leqslant 3$.　(2) $x>-1$.

(3) $-1<x\leqslant 1$.　(4) $|x|>2$.

**【拓展提优】**

**1.** D　**2.** D

**3.** B　提示：由题图可知，该不等式的两个负整数解为 $-1$ 和 $-2$，所以 $a$ 的值应该在 $-3$ 到 $-2$ 之间. 因为 $x=a$ 是该不等式的解，所以 $-3<a\leqslant -2$.

**4.** $m\leqslant 3$　提示：若一个数的绝对值等于它的相反数，则这个数是非正数，所以 $m-3\leqslant 0$，即 $m\leqslant 3$.

**5.** $-1$　提示：因为 $(m-1)x^{|m|}+3>-5$ 是关于 $x$ 的一元一次不等式，所以 $|m|=1$ 且 $m-1\neq 0$. 解得 $m=-1$.

**6.** $-6$　提示：因为不等式 $x>-4$ 的负整数解有 $-3$，$-2$，$-1$，所以 $-3+(-2)+(-1)=-6$.

**7.** (1) ① $x\geqslant -0.5$　② $2x\geqslant -1$

③ $3x+\frac{3}{2}\geqslant 0$(答案不唯一)

(2) ① $x<0$　② $2x+2<2$　③ $-x-1>-1$(答案不唯一)

**8.** $-2,-1,0$

**9.** 解：根据题意，得 $(10+40)x-(15\times 10+12.5\times 40)>12\%\times(15\times 10+12.5\times 40)$，整理，得 $50x-650>78$.

经检验，$x=14$ 不能使不等式成立.

**10.** 解：(1) $-4,-3,-2,-1,0$(答案不唯一)；这样的 $x$ 的值有无数个.

(2) 该不等式的所有正整数解为 1，2，3，4.

(3) 该不等式的所有整数解为 $-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4$；它们的积为 0.

(4) 满足该不等式的整数解为 $-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4$；不等式 $|y|\leqslant 4$ 的解集为 $-4\leqslant y\leqslant 4$.

## 课时训练 33　解一元一次不等式(1)

**【基础巩固】**

**1.** A　**2.** C

**3.** D　提示：设该数为 $x$. 根据题意，得 $3x+2\leqslant 2x-3$，解得 $x\leqslant -5$.

**4.** B　提示：解不等式，得 $x\leqslant 2$. 故其非负整数解为 0，1，2，共 3 个.

**5.** D　提示：由题意，得 $2\times(-1)+m\leqslant 0$，解得 $m\leqslant 2$. 所以 $m$ 的值不可能是 3.

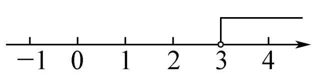
**6.** B

7. C　提示：由 $mx-1=2x$，得 $x=\frac{1}{m-2}$. 因为 $x>0$，所以 $m>2$.

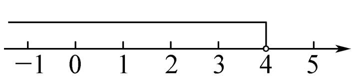
8. $m>2$　提示：由题意可知，不等号方向改变，由不等式的性质，得 $2-m<0$，解得 $m>2$.

9. $x\geqslant-\frac{2}{3}$　提示：由题意，得 $y=3x+1$. 因为 $y\geqslant-1$，所以 $3x+1\geqslant-1$，所以 $x\geqslant-\frac{2}{3}$.

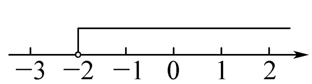
10. **解**：(1) 移项，得 $x-4x<-1-8$. 合并同类项，得 $-3x<-9$. 不等式两边都除以 $-3$，得 $x>3$. 解集在数轴上表示如下：



(2) 去括号，得 $2x-4<4$. 移项，得 $2x<4+4$. 合并同类项，得 $2x<8$. 不等式两边都除以 2，得 $x<4$. 解集在数轴上表示如下：



(3) 去括号，得 $4+3x-3>-5$. 移项，得 $3x>-5+3-4$. 合并同类项，得 $3x>-6$. 不等式两边都除以 3，得 $x>-2$. 解集在数轴上表示如下：



11. **解**：由题意，得 $4x+3\geqslant3x+2$，解得 $x\geqslant-1$. 所以当 $x\geqslant-1$ 时，代数式 $3x+2$ 的值不大于代数式 $4x+3$ 的值.

**【拓展提优】**

1. C

2. A　提示：根据定义，得 $3x-3+x-2<2$，解得 $x<\frac{7}{4}$.

3. A　提示：$\begin{cases}x-3y=4m-13①,\\x+5y=5②.\end{cases}$ ①+②，得 $2x+2y=4m-8$，所以 $x+y=2m-4$. 因为 $x+y\leqslant0$，所以 $2m-4\leqslant0$，所以 $m\leqslant2$.

4. $a<0,b>0$　提示：因为关于 $x$ 的一元一次不等式 $ax<b$ 的解集是 $x>\frac{b}{a}$，不等号方向改变，所以 $a<0$. 因为关于 $x$ 的一元一次不等式 $bx<a$ 的解集是 $x<\frac{a}{b}$，不等号方向不变，所以 $b>0$.

5. $x>-1$　提示：由 $ax<-bx+b$，得 $(a+b)x<b$. 因为不等式的解集为 $x>\frac{1}{2}$，所以 $a+b<0$，$x>\frac{b}{a+b}=\frac{1}{2}$，所以 $a=b$ 且 $a<0,b<0$. 代入 $ax>2bx+b$，得 $bx>2bx+b$，解得 $x>-1$.

6. $x<-1$　提示：因为 $k<-2$，所以 $k+2<0$. 因为 $(k+2)x+b>0$，所以 $(k+2)x>-b$，则 $x<-\frac{b}{k+2}$. 又因为 $b-k=2$，所以 $b=k+2$，所以 $x<-1$.

7. $4<m\leqslant6$　提示：解不等式，得 $x<\frac{1}{2}m$. 由题意，得不等式的两个正整数解是 1 和 2，所以 $2<\frac{1}{2}m\leqslant3$，所以 $4<m\leqslant6$.

8. (1) 是

(2) **解**：因为 $x+3>a$，所以 $x>a-3$. 因为 $ax-1\leqslant a-x$，所以 $(a+1)x\leqslant a+1$.

当 $a+1>0$，即 $a>-1$ 时，$x\leqslant1$. 因为关于 $x$ 的不等式 $x+3>a$ 与不等式 $ax-1\leqslant a-x$ 互为“友好不等式”，所以 $a-3<1$，所以 $a<4$. 因为 $a>-1$，所以 $-1<a<4$.

当 $a+1<0$，即 $a<-1$ 时，$x\geqslant1$. 因为 $a<-1$，所以 $a-3<-4<1$. 所以当 $a<-1$ 时，关于 $x$ 的不等式 $x+3>a$ 与不等式 $ax-1\leqslant a-x$ 始终有公共整数解，即这两个不等式始终互为“友好不等式”.

综上所述，$a$ 的取值范围为 $-1<a<4$ 或 $a<-1$.

(3) $m>2$　提示：因为 $x-m\geqslant0$，所以 $x\geqslant m$. 因为 $2x-1<x+2$，所以 $x<3$. 因为关于 $x$ 的不等式 $x-m\geqslant0$ 不是 $2x-1<x+2$ 的“友好不等式”，所以 $m>2$.

9. (1) $-5$　$4$

(2) $2\leqslant x<3$　$-2\leqslant y<-1$

(3) **解**:解方程组,得$\begin{cases}[x]=-1,\\ \langle y\rangle=3.\end{cases}$所以 $x,y$ 的取值范围分别是 $-1\leqslant x<0$, $2\leqslant y<3$.

### 课时训练 34　解一元一次不等式(2)

**【基础巩固】**

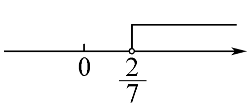
**1.** D　**2.** D　**3.** B　**4.** B

**5.** D　**提示**:根据题意,得 $2a-b=-4$①,$3a+2b>1$②. 由①,得 $b=2a+4$③. 把③代入②,得 $3a+2(2a+4)>1$,解得 $a>-1$. 由①,得 $a=\frac{b-4}{2}$④. 把④代入 $a>-1$,得 $b>2$. 所以 $a>-1$, $b>2$.

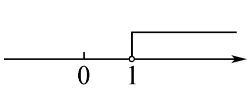
**6.** ①　**7.** $m<2$　**8.** $-1,-2,-3$

**9.** $k\leqslant-2$

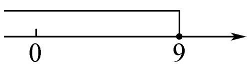
**10.** **解**:(1) 去分母,得 $2(x+1)<9x$. 去括号,得 $2x+2<9x$. 移项,得 $2x-9x<-2$. 合并同类项,得 $-7x<-2$. 不等式两边都除以 $-7$,得 $x>\frac{2}{7}$. 解集在数轴上表示如下:



(2) 去分母,得 $3x-1<2(2x-1)$. 去括号,得 $3x-1<4x-2$. 移项,得 $3x-4x<-2+1$. 合并同类项,得 $-x<-1$. 不等式两边都除以 $-1$,得 $x>1$. 解集在数轴上表示如下:



(3) 原不等式可化为 $\frac{4x-11}{5}+\frac{x-5}{2}\leqslant\frac{3+2x}{3}$. 去分母,得 $6(4x-11)+15(x-5)\leqslant10(3+2x)$. 去括号,得 $24x-66+15x-75\leqslant30+20x$. 移项、合并同类项,得 $19x\leqslant171$. 不等式的两边都除以 19,得 $x\leqslant9$. 解集在数轴上表示如下:



**【拓展提优】**

**1.** D　**提示**:因为 $x=1$ 是不等式 $x-a\geqslant1$ 的解,所以 $1-a\geqslant1$,解得 $a\leqslant0$. 因为 $x=-1$ 不是这个不等式的解,所以 $-1-a<1$,解得 $a>-2$. 所以 $a$ 的取值范围为 $-2<a\leqslant0$.

**2.** C　**提示**:由题意,得 $x-2=0$, $2x-3y-m=0$,所以 $x=2$, $y=\frac{4-m}{3}>0$,解得 $m<4$.

**3.** C　**提示**:由题意,得 $2\times3+2-3+m\cdot1+m-1=6$,解得 $m=1$. 故原不等式为 $\frac{3x+2}{2}<1$,解得 $x<0$.

**4.** 0　**提示**:根据题意,得 $-5x+\frac{1}{2}<\frac{1}{2}x+1$,解得 $x>-\frac{1}{11}$. 所以该解集内最小的整数是 0.

**5.** $a>\frac{3}{2}$

**6.** $a\geqslant-7$　**提示**:解关于 $x$ 的不等式 $\frac{5x+3a}{2}<2$,得 $x<\frac{4-3a}{5}$. 解关于 $x$ 的不等式 $\frac{2-x}{3}>-1$,得 $x<5$. 因为关于 $x$ 的不等式 $\frac{5x+3a}{2}<2$ 的解都是不等式 $\frac{2-x}{3}>-1$ 的解,所以 $\frac{4-3a}{5}\leqslant5$,解得 $a\geqslant-7$.

**7.** $a>\frac{7}{3}$　**提示**:因为 $3a+2x>1$,所以 $x>\frac{1-3a}{2}$. 因为关于 $x$ 的不等式 $3a+2x>1$ 至少有三个负整数解,所以 $\frac{1-3a}{2}<-3$,解得 $a>\frac{7}{3}$.

**8.** **解**:(1) 当 $m=2$ 时,$P=3\left(\frac{1}{3}-m\right)=3\times\left(\frac{1}{3}-2\right)=3\times\left(-\frac{5}{3}\right)=-5$.

(2) 由数轴可知 $P\leqslant7$,即 $3\left(\frac{1}{3}-m\right)\leqslant7$,解得 $m\geqslant-2$. 所以 $m$ 的负整数值为 $-2,-1$.

9. (1) $\frac{2}{3}$　提示：$\begin{cases}2x+y=3a-1①,\\x+2y=2②,\end{cases}$ 由①+②，得 $3x+3y=3a+1$，所以 $x+y=a+\frac{1}{3}=1$，解得 $a=\frac{2}{3}$.

(2) **解**：$\begin{cases}2x+y=3a-1①,\\x+2y=2②,\end{cases}$ 由①－②，得 $x-y=3a-3\leqslant3$，解得 $a\leqslant2$.

10. (1) $>$　提示：因为 $a+1-b+1=a-b+2>0$，所以 $a+1>b-1$.

(2) **解**：因为 $M=a^2+3b$，$N=2a^2+3b+1$，所以 $M-N=a^2+3b-(2a^2+3b+1)=a^2+3b-2a^2-3b-1=-a^2-1<0$，所以 $M<N$.

## 课时训练 35　一元一次不等式组(1)

**【基础巩固】**

1. C　2. B　3. B

4. B　提示：因为 $-1<x<3$，所以 $x>-1$，$x<3$，所以 $\begin{cases}-x<1,\\\frac{1}{3}x<1,\end{cases}$ $\begin{cases}-2x<2,\\\frac{2}{3}x<2,\end{cases}$ $\begin{cases}-3x<3,\\x<3,\end{cases}$ $\begin{cases}-4x<4,\\\frac{4}{3}x<4,\end{cases}$ 所以只有选项 B 符合题意.

5. $m>1$

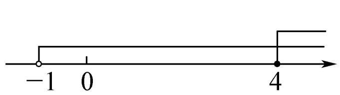
6. $1\leqslant m<2$　提示：由题意，可知 $m<x\leqslant4$. 因为不等式组有 3 个整数解，所以整数解为 2，3，4，所以 $1\leqslant m<2$.

7. **解**：(1) $x<-2$.

(2) $-2\leqslant x<1$.

(3) $x\geqslant1$.

8. **解**：(1)

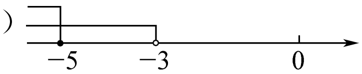



所以原不等式组的解集为 $x\geqslant4$.

(2)

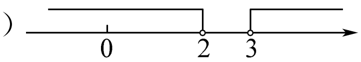

所以原不等式组的解集为 $4\leqslant x<7$.

(3)




所以原不等式组的解集为 $x\leqslant-5$.

(4)




所以原不等式组无解.

**【拓展提优】**

1. B

2. A　提示：根据题意，得 $\begin{cases}m-2\geqslant2,\\m-2<4,\\m+1\geqslant4,\end{cases}$ 解得 $4\leqslant m<6$.

3. C　4. C

5. $\frac{1}{2}<a<2$　提示：因为 $a+b-1=0$，所以 $b=1-a$. 因为 $a>b>-1$，所以 $a>1-a>-1$，解不等式 $a>1-a$，得 $a>\frac{1}{2}$；解不等式 $1-a>-1$，得 $a<2$. 所以 $a$ 的取值范围为 $\frac{1}{2}<a<2$.

6. **解**：(1) 由 $2x+3y=1$，得 $y=\frac{1-2x}{3}$.

(2) 因为 $y>1$，所以 $\frac{1-2x}{3}>1$，解得 $x<-1$.

(3) 因为 $2x-3y=k$，所以 $\begin{cases}2x+3y=1,\\2x-3y=k.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=\frac{1+k}{4},\\y=\frac{1-k}{6}.\end{cases}$ 因为 $x>-1$，所以 $\frac{1+k}{4}>-1$，解得 $k>-5$. 因为 $y\geqslant-\frac{1}{2}$，所以 $\frac{1-k}{6}\geqslant-\frac{1}{2}$，解得 $k\leqslant4$. 所以 $k$ 的取值范围为 $-5<k\leqslant4$.

7. (1) ④

(2) **解**：不等式 $\frac{x-3}{x+2}\leqslant0$ 可等价转化为不等式组① $\begin{cases}x-3\geqslant0,\\x+2<0\end{cases}$ 或② $\begin{cases}x-3\leqslant0,\\x+2>0.\end{cases}$ 不等式组

①无解,不等式组②的解为$-2<x\leqslant 3$,所以不等式$\frac{x-3}{x+2}\leqslant 0$ 的解为$-2<x\leqslant 3$.

(3) $x<-1$ 或 $0<x<1$ **提示**:不等式 $x(x+1)(x-1)<0$ 可等价转化为不等式组①$\begin{cases}x(x+1)>0,\\x-1<0\end{cases}$或②$\begin{cases}x(x+1)<0,\\x-1>0.\end{cases}$因为不等式 $x(x+1)>0$ 可等价转化为不等式组③$\begin{cases}x>0,\\x+1>0\end{cases}$或④$\begin{cases}x<0,\\x+1<0,\end{cases}$不等式组③的解为 $x>0$,不等式组④的解为 $x<-1$,所以不等式 $x(x+1)>0$ 的解为 $x>0$ 或 $x<-1$,所以不等式组①的解为 $x<-1$ 或 $0<x<1$. 因为不等式 $x(x+1)<0$ 可等价转化为不等式组⑤$\begin{cases}x>0,\\x+1<0\end{cases}$或⑥$\begin{cases}x<0,\\x+1>0,\end{cases}$不等式组⑤无解,不等式组⑥的解为 $-1<x<0$,所以不等式 $x(x+1)<0$ 的解为 $-1<x<0$,所以不等式组②无解. 综上所述,不等式 $x(x+1)(x-1)<0$ 的解为 $x<-1$ 或 $0<x<1$.

## 课时训练 36 一元一次不等式组(2)

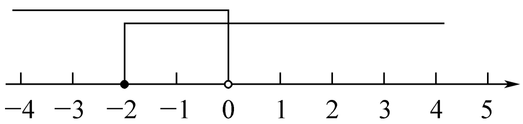
**【基础巩固】**

**1.** C

**2.** A **提示**:根据题意,得$\begin{cases}x+3x-3+x+2\leqslant 39,\\x+3x-3>x+2,\\x+x+2>3x-3.\end{cases}$解得$\frac{5}{3}<x<5$.

**3.** 24 或 35 **提示**:设个位上的数字为 $x$,则十位上的数字为 $x-2$. 根据题意,得 $21<10(x-2)+x<36$,解得$\frac{41}{11}<x<\frac{56}{11}$. 因为 $x$ 为整数,所以 $x=4$ 或 $x=5$. 故这个两位数是 24 或 35.

**4. 解**:解不等式$\frac{x}{2}+1\geqslant 0$,得 $x\geqslant -2$. 解不等式 $2x-3<-3$,得 $x<0$. 故原不等式组的解集为$-2\leqslant x<0$. 在数轴上表示其解集如下图所示.




**5. 解**:解不等式$-3(x+1)-(x-3)<8$,得 $x>-2$. 解不等式$\frac{2x+1}{3}-\frac{1-x}{2}\leqslant 1$,得 $x\leqslant 1$. 所以不等式组的解集为$-2<x\leqslant 1$. 所以整数解有$-1,0,1$. 它们的和为 0.

**6. 解**:根据题意,得$\begin{cases}1-a<1+a,\\1+a<4-2a.\end{cases}$解得 $0<a<1$. 所以 $a$ 的取值范围是 $0<a<1$.

**【拓展提优】**

**1.** A **提示**:根据题意,得$\begin{cases}\frac{2-x}{3}<0,\\\frac{2-x}{3}\geqslant -1,\end{cases}$解得 $2<x\leqslant 5$.

**2.** $m\geqslant 2$

**3.** $2\leqslant a<3$ **提示**:解不等式 $x-a\leqslant 2$,得 $x\leqslant 2+a$,解不等式 $x+3>4$,得 $x>1$,所以不等式组的解集为 $1<x\leqslant 2+a$. 因为关于 $x$ 的不等式组$\begin{cases}x-a\leqslant 2,\\x+3>4\end{cases}$有且仅有 3 个整数解,所以 $4\leqslant 2+a<5$,所以 $2\leqslant a<3$.

**4.** $2\leqslant a<3$ **提示**:解不等式组$\begin{cases}x-a>0,\\1-x>x-7,\end{cases}$得$\begin{cases}x>a,\\x<4.\end{cases}$因为 $x=3$ 是该不等式组的解,而 $x=2$ 不是该不等式组的解,所以 $2\leqslant a<3$.

**5.** $2<x\leqslant 4$ **提示**:依题意,得$\begin{cases}3(3x-2)-2\leqslant 28,\\3[3(3x-2)-2]-2>28.\end{cases}$解得 $2<x\leqslant 4$.

**6. 解**:不能. 理由如下:

解不等式$\frac{x+3}{5}>2x+3$,得 $x<-\frac{4}{3}$. 解不等式$\frac{x+3}{5}>1-x$,得 $x>\frac{1}{3}$. 所以这两个不

等式组成的不等式组无解，因此$\frac{x+3}{5}$的值不能同时大于$2x+3$和$1-x$的值.

**7. 解**：(1) $x>2$或$x<-2$.

(2) 根据题意，得$-a<x-1<a$，所以$1-a<x<1+a$. 又因为解集为$b<x<3$，所以$\begin{cases}1-a=b,\\1+a=3.\end{cases}$解得$\begin{cases}a=2,\\b=-1.\end{cases}$

**8. 解**：(1) $-4$　**提示**：因为$-2^2=-4$，$2^{-2}=\frac{1}{4}$，$2\ 025^0=1$，所以$\min\{-2^2,2^{-2},2\ 025^0\}=-4$.

(2) 由题意，得$\begin{cases}2x+2\geqslant 2,\\4-2x\geqslant 2,\end{cases}$解得$0\leqslant x\leqslant 1$，即$x$的取值范围是$0\leqslant x\leqslant 1$.

(3) ① 1　**提示**：因为$M\{2,x+1,2x\}=\frac{2+x+1+2x}{3}=x+1=\min\{2,x+1,2x\}$，所以$\begin{cases}x+1\leqslant 2,\\x+1\leqslant 2x,\end{cases}$所以$\begin{cases}x\leqslant 1,\\x\geqslant 1,\end{cases}$所以$x=1$.

②$a=b=c$

③根据②，得$2x+y+2=x+2y=2x-y$，解得$x=-3$，$y=-1$，所以$x+y=-4$.

## 提优专题4　解含字母系数的一元一次不等式(组)

**1. 解**：由不等式$0.75x-1<x$，得$x>-4$. 由不等式$2x+1<m$，得$x<\frac{m-1}{2}$. 因为不等式组的解集为$-4<x<4$，所以$\frac{m-1}{2}=4$，解得$m=9$.

**2. 解**：移项，得$(2m-n)x>5n-m$. 因为关于$x$的不等式$(2m-n)x+m-5n>0$的解集为$x<\frac{10}{7}$，所以$2m-n<0$，且$x<\frac{5n-m}{2m-n}$，所以$\frac{5n-m}{2m-n}=\frac{10}{7}$. 整理，得$n=\frac{3}{5}m$. 把$n=\frac{3}{5}m$代入$2m-n<0$，得$2m-\frac{3}{5}m<0$. 解得$m<0$. 因为$mx>n$，所以$mx>\frac{3}{5}m$. 因为$m<0$，所以$x<\frac{3}{5}$. 所以关于$x$的不等式$mx>n$的解集是$x<\frac{3}{5}$.

**3. 解**：解不等式$4(x+1)\leqslant 5x-a$，得$x\geqslant a+4$，解不等式$\frac{x-a}{2}<\frac{x+2}{4}$，得$x<2a+2$. 由题意，得$a+4<2a+2$，解得$a>2$，所以$a$的取值范围是$a>2$.

**4. 解**：解不等式$x-a\geqslant 3(x-2)$，得$x\leqslant\frac{1}{2}(6-a)$，解不等式$\frac{1+2x}{3}<x-a$，得$x>1+3a$. 因为这个不等式组无解，所以$\frac{1}{2}(6-a)\leqslant 1+3a$，解得$a\geqslant\frac{4}{7}$.

**5. 解**：解不等式$5(x-2)+8<6(x-1)+7$，得$x>-3$. 所以不等式$5(x-2)+8<6(x-1)+7$的最小整数解为$x=-2$. 所以$2\times(-2)-a\cdot(-2)=3$，解得$a=3.5$.

**6. 解**：解不等式组，得$\begin{cases}x<\frac{2m+3}{4},\\x>\frac{m+4}{3}.\end{cases}$因为不等式组的整数解只有7，8，所以$\frac{m+4}{3}<x<\frac{2m+3}{4}$，且$\begin{cases}8<\frac{2m+3}{4}\leqslant 9,\\6\leqslant\frac{m+4}{3}<7,\end{cases}$解得$\frac{29}{2}<m\leqslant\frac{33}{2}$，所以$m$的取值范围是$\frac{29}{2}<m\leqslant\frac{33}{2}$.

## 课时训练37　用一元一次不等式解决问题(1)

**【基础巩固】**

**1.** D　**提示**：设该队胜了$x$场. 根据题意，得$3x+(10-x)>22$，解得$x>6$. 所以该队最少胜了7场.

2. B

3. 42　提示：设还能搭载 $x$ 捆材料. 根据题意，得 $20x+210\leqslant 1\,050$，解得 $x\leqslant 42$.

4. 七　提示：设售货员最低可以打 $x$ 折出售. 根据题意，得 $\frac{750\times 0.1x-500}{500}\geqslant 5\%$，解得 $x\geqslant 7$.

5. **解**：(1) 设 B 种文创产品每件的进价为 $x$ 元. 根据题意，得 $2(x+3)+3x=26$. 解得 $x=4$.

答：B 种文创产品每件的进价为 4 元.

(2) 由(1)可知，A 种文创产品每件的进价为 $4+3=7$(元). 设小张购进 $m$ 件 A 种文创产品. 根据题意，得 $7m+4(100-m)\leqslant 550$. 解得 $m\leqslant 50$.

答：小张最多可以购进 50 件 A 种文创产品.

6. **解**：(1) 选择活动一更合算. 理由如下：

因为活动一需付款 $450\times 0.8=360$(元)，活动二需付款 $450-80=370$(元)，所以活动一更合算.

(2) 设 1 件这种健身器材的原价是 $x$ 元，则 $0.8x=x-80$，解得 $x=400$.

答：1 件这种健身器材的原价是 400 元.

(3) 活动一：需付款 $0.8a$ 元；活动二：当 $0<a<300$ 时，需付款 $a$ 元；当 $300\leqslant a<600$ 时，需付款 $(a-80)$ 元；当 $600\leqslant a<900$ 时，需付款 $(a-160)$ 元.

①当 $0<a<300$ 时，$a>0.8a$，此时无论 $a$ 为何值，都是活动一更合算，不符合题意；

②当 $300\leqslant a<600$ 时，$a-80<0.8a$，解得 $a<400$，即当 $300\leqslant a<400$ 时，活动二更合算；

③当 $600\leqslant a<900$ 时，$a-160<0.8a$，解得 $a<800$，即当 $600\leqslant a<800$ 时，活动二更合算.

答：当 $300\leqslant a<400$ 或 $600\leqslant a<800$ 时，活动二更合算.

【拓展提优】

1. A

2. 34　提示：设需要制作 $x$ 个中国结. 根据题意，得 $200+4x<10x$，解得 $x>\frac{100}{3}$. 因为 $x$ 取整数，所以 $x$ 的最小值为 34.

3. **解**：(1) 设每张五人桌的价格为 $x$ 元，每张两人桌的价格为 $y$ 元. 根据题意，得 $\begin{cases}2x+5y=1\,700,\\5x+2y=2\,150.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=350,\\y=200.\end{cases}$

答：每张五人桌的价格为 350 元，每张两人桌的价格为 200 元.

(2) 设采购 $m$ 张两人桌，则采购 $(14-m)$ 张五人桌. 根据题意，得 $350(14-m)+200m\leqslant 3\,800$. 解得 $m\geqslant 7\frac{1}{3}$. 因为 $m$ 为正整数，所以至少采购 8 张两人桌.

(3) 设采购 $m$ 张两人桌，则采购 $(14-m)$ 张五人桌. 根据题意，得 $2m+5(14-m)\geqslant 43$. 解得 $m\leqslant 9$. 由(2)，得 $m\geqslant 7\frac{1}{3}$. 因为 $m$ 为正整数，所以 $m=8$ 或 $m=9$. 当 $m=8$ 时，$14-m=6$；当 $m=9$ 时，$14-m=5$. 所以所有满足条件的采购方案有 2 种：①采购 8 张两人桌，6 张五人桌；②采购 9 张两人桌，5 张五人桌.

4. **解**：(1) 设可制作竖式箱子 $x$ 个，则需要 A 型板材 $x$ 张，B 型板材 $4x$ 张. 根据题意，得 $30x+90\times 4x\leqslant 10\,000$. 解得 $x\leqslant 25\frac{25}{39}$.

答：最多可以做 25 个竖式箱子.

(2) 设制作竖式箱子 $a$ 个，横式箱子 $b$ 个. 根据题意，得 $\begin{cases}a+2b=65,\\4a+3b=110.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=5,\\b=30.\end{cases}$

答：分别制作竖式、横式两种无盖箱子 5 个

和 30 个,恰好将库存的板材用完.

(3) 56 或 58　**提示**:设用 $m$ 张板材切割成 B 型,则 $(78-m)$ 张板材切割成 A 型.设制作竖式箱子 $a$ 个,横式箱子 $b$ 个.根据题意,得 $\begin{cases}a+2b=9(78-m),\\4a+3b=3m,\end{cases}$ 整理,得 $13a+11b=702$.所以 $a=\frac{702-11b}{13}=54-\frac{11b}{13}$.因为 $a,b$ 都为整数,且 $a\geqslant 25$,所以 $b$ 是 13 的整数倍.当 $b=13$ 时,$a=54-11\times 1=43$,符合题意,此时,$a+b=56$;当 $b=26$ 时,$a=54-11\times 2=32$,符合题意,此时,$a+b=58$;当 $b=39$ 时,$a=54-11\times 3=21<25$,不符合题意.综上所述,能制作两种箱子共 56 个或 58 个.

## 课时训练 38　用一元一次不等式解决问题(2)

### 【基础巩固】

**1.** C　**提示**:设这个小区的住户数为 $x$.根据题意,得 $1\ 000x>10\ 000+500x$,解得 $x>20$.因为 $x$ 是整数,所以这个小区的住户数至少为 21.

**2.** 9　**提示**:设这块菜地的长为 $x$ m,则宽为 $(x-3)$m.根据题意,得 $2x+2(x-3)\leqslant 30$,解得 $x\leqslant 9$.

**3.** **解**:(1) 设 A 种香料的单价为 $x$ 元,则 B 种香料的单价为 $(x-3)$ 元.根据题意,得 $4x=6(x-3)$.解得 $x=9$,所以 $x-3=6$.

答:A 种香料的单价为 9 元,B 种香料的单价为 6 元.

(2) 设能购买 A 种香料 $m$ 件,则能购买 B 种香料 $(50-m)$ 件.根据题意,得 $9m+6(50-m)\leqslant 360$.解得 $m\leqslant 20$.

答:最多能购买 A 种香料 20 件.

**4.** (1) 6　8

(2) **解**:设甲装卸队工作 $x$ h 后,交给乙装卸队接着卸.根据题意,得 $180x+120(8-x)\geqslant 1\ 200$,解得 $x\geqslant 4$.

答:甲装卸队至少应工作 4 h,才能交给乙装卸队接着卸.

### 【拓展提优】

**1.** 240　**提示**:根据题意,可得公交车的速度是 $6\ 400\div 20=320$ (m/min).设小明骑车速度是 $x$ m/min.根据题意,得 $320\times 14+8x\geqslant 6\ 400$,解得 $x\geqslant 240$.

**2.** **解**:(1) 设该商店在无促销活动时,A 款盲盒的销售单价为 $x$ 元,B 款盲盒的销售单价为 $y$ 元.根据题意,得 $\begin{cases}15x+10y=230,\\25x+25y=450,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=10,\\y=8.\end{cases}$

答:该商店在无促销活动时,A 款盲盒的销售单价为 10 元,B 款盲盒的销售单价为 8 元.

(2) 甲方案:$35+0.8\times 10m+0.8\times 8\times(40-m)=1.6m+291$(元),乙方案:$0.9\times 10m+0.9\times 8\times(40-m)=1.8m+288$(元).由题意,得 $1.6m+291<1.8m+288$,解得 $m>15$,所以 $15<m<40$.

答:当 $15<m<40$ 时,甲方案购买更合算.

**3.** **解**:(1) 1 980　1 489

(2) 设爸爸每日热量摄入为 $x$ 千卡,则妈妈每日热量摄入为 $(3\ 122.8-x)$ 千卡.根据题意,得 $1\ 980\times 1.2-x=1\ 489\times 1.2-(3\ 122.8-x)$,解得 $x=1\ 856$.所以 $3\ 122.8-x=3\ 122.8-1\ 856=1\ 266.8$(千卡).

答:爸爸每日热量摄入为 1 856 千卡,妈妈每日热量摄入为 1 266.8 千卡.

(3) 设爸爸的运动系数为 $y$.根据题意,得 $1\ 980y-1\ 800>260\times 4$.解得 $y>\frac{142}{99}$.又因为 $1.375<\frac{142}{99}<1.55$,所以他至少应该达到中度运动强度.

## 综合与实践　生活中的不等式

**1.** **解**:(1) 根据题意,得 $120\times 0.58+2\ 000\times$

$0.07+10\times0.19+8\times0.34=214.22$(kg).

答:小明家六月份这四项二氧化碳排放量的总和为 214.22 kg.

(2) 设小强家六月份私家电动车行驶了 $x$ km. 根据题意,得 $100\times0.58+0.07x+12\times0.19+15\times0.34\leqslant214.22$,解得 $x\leqslant2\ 126\frac{2}{7}$ km. 所以小强家六月份私家电动车行驶里程没有超过 2 126 km.

**2. 解**:(1) 1　8　**提示**:因为某顾客购买 800 只口罩时,实际支付的金额为 800 元,所以药店的口罩价格为 1 元/只,即 $a=1$. 因为购买 4 000 只口罩时,获得第二档的减免,实际支付的金额为 3 000 元. 所以没有减免前,应付 3 200 元,故 $b=\frac{3\ 200}{4\ 000}\times10=8$.

(2) 方案二更省钱. 理由如下:方案一:甲单位购买 2 500 只口罩,支付金额为 $2\ 500\times0.8-50=1\ 950$(元). 乙单位购买 4 500 只口罩,支付金额为 $4\ 500\times0.8-200=3\ 400$(元), $1\ 950+3\ 400=5\ 350$(元). 方案二:合在一起购买 7 000 只口罩,支付金额为 $7\ 000\times0.8-400=5\ 200$(元). 因为 $5\ 200<5\ 350$,所以方案二更省钱.

(3) 设该人购买口罩 $x$ 只,根据题意,得 $1\times0.8x-400\geqslant5000$,解得 $x\geqslant6\ 750$.

答:该人至少购买了 6 750 只口罩.

**3. 解**:(1) 65　**提示**:根据题意,得 $3\times15+4\times(20-15)=65$(元),所以应缴纳水费 65 元.

(2) 设小明家 3 月份能用水 $x$ $m^3$. 因为 $3\times15+4\times(25-15)=85$(元),$85<92$,所以 $x>25$. 根据题意,得 $3\times15+4\times(25-15)+7(x-25)\leqslant92$,解得 $x\leqslant26$,所以 $x$ 的最大值为 26.

答:小明家 3 月份最多能用水 26 $m^3$.

(3) 设小红家 2 月份的用水量为 $y$ $m^3$,则小红家 3 月份的用水量为 $(50-y)m^3$. 当 $y\leqslant15$ 时,$3y+3\times15+4\times(25-15)+7(50-y-25)=176$,解得 $y=21$(不符合题意,舍去);当 $15<y<25$ 时,$3\times15+4(y-15)+3\times15+4\times(25-15)+7(50-y-25)=176$,解得 $y=23$,所以 $50-y=50-23=27(m^3)$.

答:小红家 2 月份的用水量是 23 $m^3$,3 月份用水量是 27 $m^3$.

**4. 解**:(1) 6　(2) 19

(3) 设该车停放了 $x$ min. 根据题意,得 $8+\frac{x-60}{15}\times2.5\leqslant25.5$,解得 $x\leqslant165$.

答:该车最多停放了 165 min.

(4) 当 $0\leqslant n<15$ 时,$15<m\leqslant300$;当 $n=15$ 时,$30<m\leqslant300$;当 $15<n\leqslant30$ 时,$45<m\leqslant300$;当 $30<n\leqslant45$ 时,$75<m\leqslant300$;当 $45<n<60$ 时,$90<m\leqslant300$.

**提示**:因为 $n<60$,所以大型车在夜间停车时间超过 4 h,所以大型车夜间收费为 $1.5\times5=7.5$(元). 当 $0\leqslant n<15$ 时,大型车的停车费用为 7.5 元. 因为小型车的停车费高于大型车的停车费,所以只需小型车在白天的停车费用大于 2.5 元即可,即 $15<m\leqslant300$. 同理,当 $n=15$ 时,大型车的停车费用为 $7.5+2.5=10$(元),所以只需小型车在白天的停车费用大于 5 元即可,即 $30<m\leqslant300$. 当 $15<n\leqslant30$ 时,大型车的停车费用为 12.5 元,所以只需小型车在白天的停车费用大于 7.5 元即可,即 $45<m\leqslant300$. 当 $30<n\leqslant45$ 时,大型车的停车费用为 15 元,所以只需小型车在白天的停车费用大于 11 元即可,即 $75<m\leqslant300$. 当 $45<n<60$ 时,大型车的停车费用为 17.5 元,所以只需小型车在白天的停车费用大于 13.5 元即可,即 $90<m\leqslant300$.

# 第 12 章　定义　命题　证明

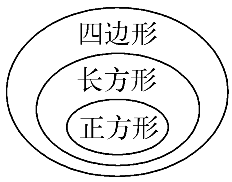
## 课时训练 39　定义

**【基础巩固】**

**1.** A　**2.** D　**3.** C　**4.** 50

5. 解:将图形分为两类:①②⑥为圆柱,③④⑤为圆锥.圆柱的特征:圆柱由 2 个圆形底面和 1 个曲面侧面组成,2 个圆形底面大小相同且相互平行,其侧面展开图是长方形.圆锥的特征:圆锥由 1 个圆形底面和 1 个曲面侧面组成,其侧面展开图是扇形,从水平方向看侧面是一个等腰三角形.

6. 解:示意图如下:

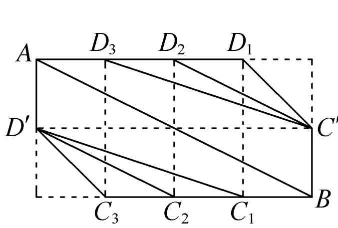



**【拓展提优】**

1. C

2. C　提示:由题意可知,当 $n=9$ 时,第一次经“$F$”运算的结果是 $3\times9+5=32$,第二次经“$F$”运算的结果是 $\frac{32}{2^5}=1$,第三次经“$F$”运算的结果是 $3\times1+5=8$,第四次经“$F$”运算的结果是 $\frac{8}{2^3}=1$,第五次经“$F$”运算的结果是 $3\times1+5=8$……由此可知,从第二次经“$F$”运算后,运算的结果每 2 次为一个循环,结果为 1,8 依次出现.因为 $(2\ 025-1)\div2=1\ 012$,所以第 2 025 次经“$F$”运算的结果是 8.

3. 6　提示:如图,该网格纸中符合条件的“邻余四边形”$ABCD$ 的个数是 6.




4. $-1.4$　提示:原式 $=(3-3.9)+\left[-2-\left(-\frac{3}{2}\right)\right]-(1-1)=-0.9+(-0.5)=-1.4$.

5. $60^\circ$ 或 $40^\circ$ 或 $80^\circ$　提示:①如图 1,当 $\angle AOB=2\angle AOC=2\angle BOC$ 时,$\angle AOC=60^\circ$;②如图 2,当 $\angle BOC=2\angle AOC$ 时,$\angle AOB=\angle AOC+\angle BOC=3\angle AOC=120^\circ$,所以 $\angle AOC=40^\circ$;③如图 3,当 $\angle AOC=2\angle BOC$ 时,$\angle AOB=\angle AOC+\angle BOC=\frac{3}{2}\angle AOC=120^\circ$,所以 $\angle AOC=80^\circ$.综上所述,$\angle AOC$ 的度数为 $60^\circ$ 或 $40^\circ$ 或 $80^\circ$.

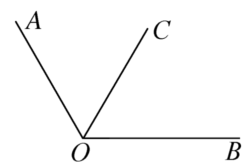



图 1

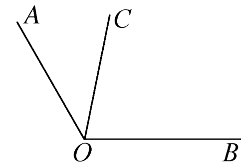



图 2

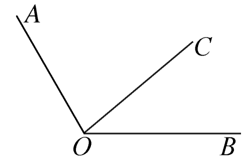
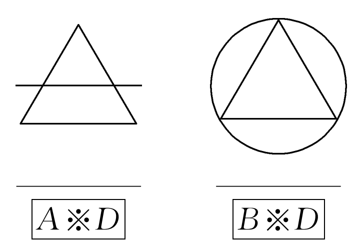



图 3

6. 解:根据题干分析 $A$ 是表示线段,$B$ 是表示圆,$C$ 是表示箭头,$D$ 是表示三角形,画图如下:




7. 解:(1) $x-3,1,x+2$ 可以构成“$ABC$ 不等式”.理由如下:
因为 $x-3+x+2>1$,即 $2x-1>1$ 的解集为 $x>1$,所以 $x-3,1,x+2$ 可以构成“$ABC$ 不等式”.
(2) ①若 $ax+2a>x$,即 $(a-1)x>-2a$,则 $a-1>0$,即 $a>1$ 且 $-\frac{2a}{a-1}=1$,解得 $a=\frac{1}{3}$(舍去);
②若 $ax+x>2a$,即 $(a+1)x>2a$,则 $a+1>0$,即 $a>-1$ 且 $\frac{2a}{a+1}=1$,解得 $a=1$;
③若 $2a+x>ax$,即 $(a-1)x<2a$,则 $a-1<0$,即 $a<1$ 且 $\frac{2a}{a-1}=1$,解得 $a=-1$.
综上所述,$a=-1$ 或 $a=1$.
(3) 因为 $mx-3m+2nx>3n$,即 $(m+$

$2n)x>3m+3n$，所以 $m+2n>0$，$\frac{3m+3n}{m+2n}=1$. 化简，得 $n=-2m$. 代入 $m+2n>0$，得 $m<0$，所以 $n>0$. 由 $2nx+m<mx+n$，得 $(m-2n)x>m-n$，即 $5mx>3m$，所以 $x<\frac{3}{5}$. 由 $2mx-n>m$，得 $2mx>-m$，所以 $x<-\frac{1}{2}$，所以该不等式组的解集为 $x<-\frac{1}{2}$.

## 课时训练 40　命题

**【基础巩固】**

**1.** D　**2.** A　**3.** B　**4.** C　**5.** B

**6.** ②③④　④

**7.** 两直线平行　内错角相等　内错角相等　两直线平行

**8.** 如果两个角是对顶角　**9.** 3

**10.** **解**：(1) 如果两个角相等，那么它们的补角也相等；真命题.

(2) 如果一个角是三角形中最大的角，那么这个角是直角；假命题.

(3) 如果同位角相等，那么两条直线平行；真命题.

(4) 如果两个角是同旁内角，那么这两个角相等；假命题.

**【拓展提优】**

**1.** B　**2.** D　**3.** A　**4.** C

**5.** 如果两个角的补角相等，那么这两个角也相等

**6.** $b\leqslant 0$　**7.** 2

**8.** 真　**提示**：由题意知，当 $y=x^3$ 时，$y'=3x^2=12$，解得 $x=2$ 或 $x=-2$，所以该命题是真命题.

**9.** **解**："对顶角相等"的逆命题是"相等的角是对顶角"，逆命题是假命题；"对顶角相等"的否命题是"不是对顶角就不相等"，否命题是假命题；"对顶角相等"的逆否命题是"不相等的角不是对顶角"，逆否命题是真命题.

**10.** **解**：(1) ①②　③(或①③　②或②③　①)

以已知①②，结论③为例. 说明如下：

因为 $\angle 1=\angle 2$，$\angle 1=\angle CGD$，所以 $\angle 2=\angle CGD$. 所以 $CE/\!/FB$. 所以 $\angle C=\angle BFD$. 因为 $\angle B=\angle C$，所以 $\angle B=\angle BFD$. 所以 $AB/\!/CD$. 所以 $\angle A=\angle D$.

(2) ①同位角相等，两直线平行；两直线平行，同位角相等. ②内错角相等，两直线平行；两直线平行，内错角相等.

## 课时训练 41　证明

**【基础巩固】**

**1.** C　**2.** D　**3.** D

**4.** C　**提示**：设三个连续整数分别为 $a-1$，$a$，$a+1$，则这三个数的和为 $a-1+a+a+1=3a$. 因为 $3a$ 是 3 的倍数，所以不论 $a$ 为何值，三个连续整数的和都可以被 3 整除. 由于 $2+3+4=9$. 9 不能被 6 整除，故 6 不是所求的最大整数.

**5.** ④　等式两边除以零，无意义　**提示**：由 $a=b$，得 $a-b=0$. 所以第④步中两边都除以 $(a-b)$ 无意义.

**6.** 垂直

**7.** **解**：(1) 一共能组成三个命题：①如果 $DE/\!/BC$，$\angle 1=\angle 2$，那么 $\angle B=\angle C$；②如果 $DE/\!/BC$，$\angle B=\angle C$，那么 $\angle 1=\angle 2$；③如果 $\angle 1=\angle 2$，$\angle B=\angle C$，那么 $DE/\!/BC$.

(2) ①②③均为真命题. 若选①. 证明如下：因为 $DE/\!/BC$，所以 $\angle 1=\angle B$，$\angle 2=\angle C$. 因为 $\angle 1=\angle 2$，所以 $\angle B=\angle C$.

若选②. 证明如下：因为 $DE/\!/BC$，所以 $\angle 1=\angle B$，$\angle 2=\angle C$. 因为 $\angle B=\angle C$，所以 $\angle 1=\angle 2$.

若选③. 证明如下：因为 $\angle B+\angle C+\angle BAC=180^\circ$，所以 $\angle B+\angle C=180^\circ-$

$\angle BAC$. 因为$\angle 1+\angle 2+\angle BAC=180^\circ$,所以$\angle 1+\angle 2=180^\circ-\angle BAC$,所以$\angle B+\angle C=\angle 1+\angle 2$. 因为$\angle 1=\angle 2$,$\angle B=\angle C$,所以$\angle B=\angle 1$,所以$DE/\!/BC$.

**【拓展提优】**

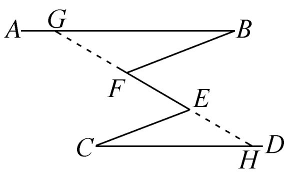
**1.** C **2.** $125^\circ$

**3.** 有理数的乘法法则(或不等式的基本性质2) 平方差公式(或整式乘法法则) 不等式的基本性质1

**4.** **证明**:因为$(m+n)^2+(m-n)^2=m^2+2mn+n^2+m^2-2mn+n^2=2m^2+2n^2$,所以$(2m^2+2n^2)\div 2=m^2+n^2$. 因为$m$,$n$为正整数,所以$m^2+n^2$是正整数,所以$2m^2+2n^2$是偶数.

**5.** (1) $BF$ $CE$ 两直线平行,内错角相等 $\angle ECB$ 等式的性质

(2) **证明**:如图,分别延长$EF$,$FE$交$AB$,$CD$于点$G$,$H$. 因为$AB/\!/CD$,所以$\angle BGF=\angle CHE$. 因为$\angle BFE=180^\circ-\angle GFB=\angle BGF+\angle ABF$,$\angle FEC=180^\circ-\angle CED=\angle CHE+\angle DCE$,$\angle BFE=\angle FEC$,所以$\angle ABF=\angle DCE$.




## 课时训练 42 定理(1)

**【基础巩固】**

**1.** D

**2.** B **提示**:因为$\angle EFG=68^\circ$,所以$\angle EFC=112^\circ$. 由折叠的性质,得$\angle EFC'=\angle EFC=112^\circ$,$\angle C'=\angle C=90^\circ$,所以$\angle GFC'=\angle EFC'-\angle EFG=44^\circ$. 所以$\angle 1=\angle FGC'=90^\circ-\angle GFC'=46^\circ$.

**3.** $100^\circ$

**4.** $35^\circ$ **提示**:因为$AB/\!/CD$,所以$\angle EFD=\angle A=60^\circ$. 所以$\angle E=\angle EFD-\angle C=35^\circ$.

**5.** $22^\circ$ **提示**:因为$\angle AMN=\angle MNO+\angle AOB$,$\angle BNM=\angle NMO+\angle AOB$,所以$\angle AMN+\angle BNM=\angle MNO+\angle AOB+\angle NMO+\angle AOB$. 因为$\angle AMN+\angle BNM=224^\circ$,$\angle AOB+\angle MNO+\angle NMO=180^\circ$,所以$\angle AOB=224^\circ-180^\circ=44^\circ$. 因为$ME$平分$\angle AMN$,$NF$平分$\angle MNO$,所以$\angle EMN=\frac{1}{2}\angle AMN$,$\angle MNF=\frac{1}{2}\angle MNO$. 所以$\angle F=\angle EMN-\angle MNF=\frac{1}{2}\angle AMN-\frac{1}{2}\angle MNO=\frac{1}{2}(\angle AMN-\angle MNO)=\frac{1}{2}\angle AOB=22^\circ$.

**6.** **解**:选① 因为$CB\perp AE$,所以$\angle FBE=90^\circ$. 因为$\angle E=40^\circ$,所以$\angle BFE=180^\circ-\angle E-\angle FBE=50^\circ$. 所以$\angle CFD=\angle BFE=50^\circ$. 因为$\angle C=30^\circ$,所以$\angle CDE=180^\circ-\angle C-\angle CFD=100^\circ$.

选③ 因为$\angle C=30^\circ$,$\angle DFB=130^\circ$,所以$\angle CDE=\angle DFB-\angle C=100^\circ$.

**7.** **证明**:(1) 因为$AB/\!/EF$,所以$\angle A=\angle CFE$. 因为$\angle A=\angle DEF$,所以$\angle CFE=\angle DEF$. 所以$AC/\!/DE$.

(2) 因为$AB/\!/EF$,$AC/\!/DE$,所以$\angle B=\angle CEF$,$\angle BED=\angle C$. 因为$\angle DEF+\angle CEF+\angle BED=180^\circ$,$\angle A=\angle DEF$,所以$\angle A+\angle B+\angle C=180^\circ$,即三角形内角和为$180^\circ$.

**【拓展提优】**

**1.** B **提示**:因为$\alpha=20^\circ$,所以$\beta=2\alpha=40^\circ$,所以最大内角的度数为$180^\circ-20^\circ-40^\circ=120^\circ$.

**2.** B **提示**:因为$AD$是边$BC$上的高,所以$\angle ADC=90^\circ$. 所以$\angle ACB+\angle DAC=90^\circ$. 因为$\angle ACB=\angle BAD$,所以$\angle BAD+\angle DAC=90^\circ$,即$\angle BAC=90^\circ$,故①正确. 因为$EF/\!/AC$,所以$\angle AEF=$

$\angle EAC$，$\angle BEF=\angle C$，而$\angle EAC$与$\angle C$不一定相等，故②错误. 因为$AE$平分$\angle CAD$，所以$\angle CAE=\angle DAE$. 因为$\angle BAE=\angle DAE+\angle BAD$，$\angle BEA=\angle ACB+\angle CAE$，所以$\angle BAE=\angle BEA$，故③正确. 因为$\angle B+\angle BAD=90^\circ$，$\angle DAC+\angle BAD=90^\circ$，所以$\angle B=\angle DAC$. 因为$\angle DAC=2\angle EAC=2\angle AEF$，所以$\angle B=2\angle AEF$，故④正确.

**3.** $25^\circ$或$50^\circ$或$65^\circ$或$80^\circ$ **提示**：当点$M$在线段$AB$上时，如图1. 因为$MN\parallel BC$，所以$\angle AMN=\angle ABC=50^\circ$，所以$\angle BMN=180^\circ-\angle AMN=130^\circ$，所以$\triangle BMN$中有两个角相等，只有$\angle MBN=\angle MNB=\frac{50^\circ}{2}=25^\circ$. 当点$M$在$AB$的延长线上时，如图2. ①当$\angle MNB=\angle BMN=50^\circ$时，满足题目条件；②当$\angle MBN=\angle BMN=50^\circ$时，$\angle MNB=180^\circ-\angle BMN-\angle MBN=80^\circ$；③当$\angle MBN=\angle MNB$时，$\angle MNB=\frac{180^\circ-\angle BMN}{2}=65^\circ$. 综上所述，$\angle MNB$的度数可能是$25^\circ$或$50^\circ$或$65^\circ$或$80^\circ$.

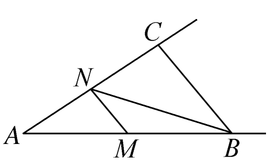


**图 1**

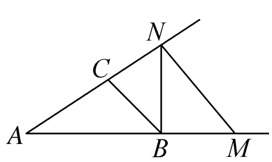
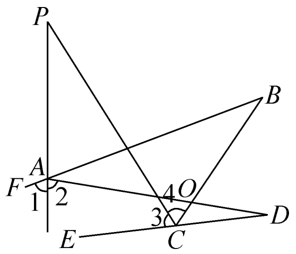


**图 2**

**4.** (1) **证明**：因为在$\triangle AOB$中，$\angle A+\angle B+\angle AOB=180^\circ$，在$\triangle COD$中，$\angle C+\angle D+\angle COD=180^\circ$，所以$\angle A+\angle B+\angle AOB=\angle C+\angle D+\angle COD$. 又因为$\angle AOB=\angle COD$，所以$\angle A+\angle B=\angle C+\angle D$.

(2) **解**：因为$AP$，$CP$分别平分$\angle BAD$，$\angle BCD$，所以$\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$. 因为由(1)的结论，得$\begin{cases}\angle P+\angle 3=\angle 2+\angle B①,\\ \angle P+\angle 1=\angle 4+\angle D②,\end{cases}$由①+②，得$2\angle P+\angle 1+\angle 3=\angle 2+\angle 4+\angle B+\angle D$，即$2\angle P=\angle B+\angle D$. 因为$\angle B=36^\circ$，$\angle D=16^\circ$，所以$2\angle P=52^\circ$，即$\angle P=26^\circ$.

(3) **解**：如图，因为$AP$平分$\angle FAD$，$CP$平分$\angle BCE$，所以$\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$. 由(1)的“8字形”知$\angle P+\angle PAD=\angle D+\angle PCD$，$\angle P+\angle PAB=\angle B+\angle 4$. 因为$\angle PAD=180^\circ-\angle 2$，$\angle PCD=180^\circ-\angle 3$，$\angle 1=\angle PAB$，所以$\angle P+(180^\circ-\angle 2)=\angle D+(180^\circ-\angle 3)$，$\angle P+\angle 1=\angle B+\angle 4$. 所以$2\angle P=\angle B+\angle D$. 因为$\angle B=m^\circ$，$\angle D=n^\circ$，所以$\angle P=\frac{1}{2}(\angle B+\angle D)=\frac{1}{2}(m^\circ+n^\circ)=\frac{(m+n)^\circ}{2}$. 因为$m-n=20$，$mn=300$，所以$(m+n)^2=(m-n)^2+4mn=400+1\ 200=1\ 600=40^2$，即$m+n=40$，所以$\angle P=20^\circ$.




## 课时训练 43　定理(2)

**【基础巩固】**

**1.** B　**2.** C

**3.** C　**提示**：设该正多边形的边数为$n$，则有$\frac{360^\circ}{n}\leqslant 40^\circ$，解得$n\geqslant 9$. 故满足条件的多边形边数最少为9.

**4.** C

**5.** A　**提示**：因为$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+230^\circ=4\times 180^\circ$，所以$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=490^\circ$. 因为$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle BOD=(5-2)\times 180^\circ=540^\circ$，所以$\angle BOD=540^\circ-490^\circ=50^\circ$.

**6.** 7　**提示**：设这个多边形的边数为$n$. 根据题意，得$180^\circ\cdot(n-2)=360^\circ\times 4$，解得$n=10$，所以这个多边形是十边形，所以从这个多边形一个顶点可以引$10-3=7$条对角线.

**7.** 30 **提示**:由题意,得$\angle ABC=(6-2)\times180^\circ\div6=120^\circ$,$\angle HBC=90^\circ$,所以$\angle ABH=\angle ABC-\angle HBC=30^\circ$.

**8.** **解**:(1) 因为六边形$ABCDEF$的内角和为$(6-2)\times180^\circ=720^\circ$,且每个内角相等,所以$\angle BAF=\angle B=\angle C=\angle CDE=720\div6=120^\circ$.因为$AD$平分$\angle BAF$,所以$\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BAF=60^\circ$.因为四边形$ABCD$的内角和为$360^\circ$,所以$\angle ADC=360^\circ-60^\circ-120^\circ-120^\circ=60^\circ$.

(2) $AB/\!/DE$.理由如下:

由(1)知$\angle ADC=60^\circ$,$\angle CDE=120^\circ$,所以$\angle ADE=\angle CDE-\angle ADC=60^\circ$.所以$\angle BAD=\angle ADE$,所以$AB/\!/DE$.

**【拓展提优】**

**1.** B

**2.** C **提示**:剪掉一个角后,多边形的边数可能增加了1条,也可能减少了1条,或者不变.如图1,当截线为经过长方形对角2个顶点的直线时,剩余图形是三角形,其内角和为$180^\circ$;如图2,当截线为经过长方形一个顶点及一边的直线时,剩余图形是四边形,其内角和为$360^\circ$;如图3,当截线为只经过长方形一组邻边的直线时,剩余图形是五边形,其内角和为$540^\circ$.

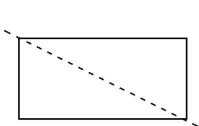


**图1**

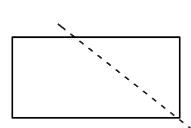


**图2**

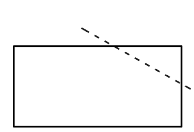


**图3**

**3.** A **提示**:因为$\angle ABC=\angle ACB$,$\angle A=40^\circ$,所以$\angle ACB=70^\circ$.因为$\angle1=\angle2$,所以$\angle2+\angle PCB=\angle1+\angle PCB=\angle ACB=70^\circ$.所以$\angle BPC=180^\circ-70^\circ=110^\circ$.

**4.** C **提示**:在四边形$ABCD$中,$\angle ABC+\angle BCD=360^\circ-\alpha$.因为$PB$和$PC$分别平分$\angle ABC$,$\angle BCD$,所以$\angle PBC+\angle PCB=\frac{1}{2}(360^\circ-\alpha)=180^\circ-\frac{1}{2}\alpha$.所以$\angle P=180^\circ-\left(180^\circ-\frac{1}{2}\alpha\right)=\frac{1}{2}\alpha$.

**5.** $900^\circ$ **提示**:如图1,此时$\alpha+\beta=180^\circ+360^\circ=540^\circ$;如图2,此时$\alpha+\beta=360^\circ+360^\circ=720^\circ$;如图3,此时$\alpha+\beta=180^\circ+540^\circ=720^\circ$;如图4,此时$\alpha+\beta=360^\circ+540^\circ=900^\circ$;如图5,此时$\alpha+\beta=180^\circ+720^\circ=900^\circ$.综上所述,$\alpha+\beta$的最大值为$900^\circ$.

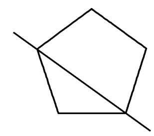


**图1**

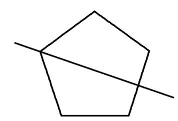


**图2**

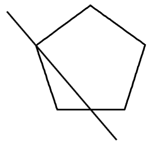


**图3**

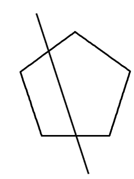


**图4**

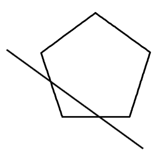


**图5**

**6.** 15 **提示**:设这个内角为$x^\circ$,多边形的边数为$n$.根据题意,得$(n-2)\cdot180^\circ-x^\circ=2\,220^\circ$,其中$n$为正整数,$0<x<180$,则$x=120$,$n=15$.

**7.** 5 **提示**:若内角小于$112^\circ$,则与它相邻的外角大于$180^\circ-112^\circ=68^\circ$.因为$360^\circ\div68^\circ=5\frac{5}{17}$,所以大于$68^\circ$的外角最多有5个,即小于$112^\circ$的内角最多有5个.

**8.** 36 **提示**:因为正五边形每个外角为$360^\circ\div5=72^\circ$,所以正五边形每个内角为$180^\circ-72^\circ=108^\circ$,所以$\angle\alpha=360^\circ-3\times108^\circ=36^\circ$.

**9.** 130 **提示**:设$\angle GEF=\alpha$.因为$EG$平分$\angle BEF$,所以$\angle GEB=\angle GEF=\alpha$,$\angle BEF=2\angle GEF=2\alpha$,所以$\angle AEF=180^\circ-\angle BEF=180^\circ-2\alpha$.由折叠的性质,得$\angle A'EF=\angle AEF=180^\circ-2\alpha$,$\angle A=\angle A'$,所以$\angle A'EG=\angle A'EF-\angle GEF=180^\circ-2\alpha-\alpha=180^\circ-3\alpha$.因为$AB/\!/CD$,所以$\angle DFE=\angle BEF=2\alpha$.因为$\angle A+\angle DFE=125^\circ$,所以$\angle A=125^\circ-\angle DFE=125^\circ-2\alpha$,所以$\angle A'=\angle A=125^\circ-2\alpha$.因为$EG/\!/A'D'$,所以$\angle A'+\angle A'EG=180^\circ$,即$125^\circ-2\alpha+180^\circ-3\alpha=180^\circ$,解得$\alpha=25^\circ$.所以$\angle DFE=2\alpha=50^\circ$,所以$\angle CFE=180^\circ-\angle DFE=130^\circ$.

**10.** (1) **证明**:因为$\angle MBC+\angle ABC=180^\circ$,$\angle NDC+\angle ADC=180^\circ$,所以$\angle MBC+$

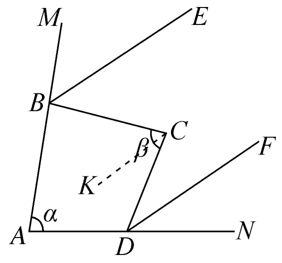
$\angle NDC+\angle ABC+\angle ADC=360^\circ$. 因为 $\angle ABC+\angle ADC+\angle BAD+\angle BCD=360^\circ$,即 $\angle ABC+\angle ADC+\alpha+\beta=360^\circ$,所以 $\angle MBC+\angle NDC=\alpha+\beta$.

(2) 解:$\angle BGD=\frac{\beta-\alpha}{2}$. 理由如下:

因为 $\angle MBC$ 和 $\angle NDC$ 的平分线相交于点 $G$,所以 $\angle GBC=\frac{1}{2}\angle MBC$,$\angle GDC=\frac{1}{2}\angle NDC$. 由(1)可知 $\angle MBC+\angle NDC=\alpha+\beta$,所以 $\angle GBC+\angle GDC=\frac{1}{2}(\angle MBC+\angle NDC)=\frac{\alpha+\beta}{2}$. 根据四边形内角和等于 $360^\circ$,得 $\angle ABC+\angle ADC+\alpha+\beta=360^\circ$,所以 $\angle ABC+\angle ADC=360^\circ-(\alpha+\beta)$,所以 $\angle ABC+\angle ADC+\angle GBC+\angle GDC=360^\circ-(\alpha+\beta)+\frac{\alpha+\beta}{2}=360^\circ-\frac{\alpha+\beta}{2}$,即 $\angle ABG+\angle ADG=360^\circ-\frac{\alpha+\beta}{2}$. 根据四边形内角和等于 $360^\circ$,得 $\angle ABG+\angle ADG+\angle BAD+\angle BGD=360^\circ$,所以 $360^\circ-\frac{\alpha+\beta}{2}+\alpha+\angle BGD=360^\circ$,所以 $\angle BGD=\frac{\beta-\alpha}{2}$.

(3) $\angle BGD=\frac{\alpha-\beta}{2}$ 提示:因为 $\angle MBC$ 和 $\angle NDC$ 的平分线的反向延长线相交于点 $G$,所以 $\angle GBA=\angle PBM=\frac{1}{2}\angle MBC$,$\angle GDA=\angle HDN=\frac{1}{2}\angle NDC$. 由(1)可知 $\angle MBC+\angle NDC=\alpha+\beta$,所以 $\angle GBA+\angle GDA=\frac{1}{2}(\angle MBC+\angle NDC)=\frac{\alpha+\beta}{2}$. 由(2)可知 $\angle ABC+\angle ADC=360^\circ-(\alpha+\beta)$,所以 $\angle GBA+\angle GDA+\angle ABC+\angle ADC=\frac{\alpha+\beta}{2}+360^\circ-(\alpha+\beta)=360^\circ-\frac{\alpha+\beta}{2}$,即 $\angle GBC+\angle GDC=360^\circ-\frac{\alpha+\beta}{2}$. 根据四边形内角和等于 $360^\circ$,得 $\angle GBC+\angle GDC+\angle BCD+\angle BGD=360^\circ$,所以 $360^\circ-\frac{\alpha+\beta}{2}+\beta+\angle BGD=360^\circ$,所以 $\angle BGD=\frac{\alpha-\beta}{2}$.

(4) $\alpha=\beta$ 提示:如图,过点 $C$ 作 $CK/\!/BE$(点 $K$ 在四边形 $ABCD$ 内部),$\angle MBC$ 和 $\angle NDC$ 的平分线分别是 $BE$,$DF$,所以 $\angle EBC=\frac{1}{2}\angle MBC$,$\angle FDC=\frac{1}{2}\angle NDC$. 由(1)可知 $\angle MBC+\angle NDC=\alpha+\beta$,所以 $\angle EBC+\angle FDC=\frac{1}{2}(\angle MBC+\angle NDC)=\frac{\alpha+\beta}{2}$. 因为 $BE/\!/DF$,$CK/\!/BE$,所以 $BE/\!/CK/\!/DF$,所以 $\angle EBC=\angle BCK$,$\angle FDC=\angle DCK$,所以 $\angle EBC+\angle FDC=\angle BCK+\angle DCK=\angle BCD=\beta$,所以 $\frac{\alpha+\beta}{2}=\beta$,所以 $\alpha=\beta$.




## 课时训练 44 定理(3)

**【基础巩固】**

**1.** B **2.** B

**3.** $-1$(答案不唯一,填 0 或负数均可)

**4.** 零 正数 正数 正数 零 正数

**5.** 解:(1) $a=-3$,$b=1$.(答案不唯一)

(2) 如图 1,已知 $\angle 1$,$\angle 2$ 是直线 $l_1$,$l_2$ 被 $l_3$ 截得的同旁内角. 因为 $l_1$ 与 $l_2$ 不平行,所以 $\angle 1+\angle 2\neq 180^\circ$.

(3) 如图 2,这两个角相加等于 $180^\circ$,但不相等.

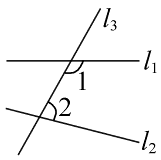



图 1

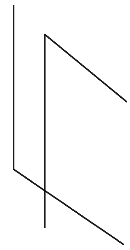


图 2

6. **证明**:因为 $AB \perp BF$,$CD \perp BF$,所以 $\angle ABD = \angle CDF = 90°$,所以 $AB // CD$. 因为 $\angle 1 = \angle 2$,所以 $AB // EF$,所以 $CD // EF$,所以 $\angle 3 = \angle E$.

7. **证明**:假设 $x^2 + y^2 = (x+y)^2$. 因为 $(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$,所以 $2xy = 0$,即 $x = 0$ 或 $y = 0$,这与“$x \neq 0$ 且 $y \neq 0$”矛盾,所以假设不成立,故 $x^2 + y^2 \neq (x+y)^2$.

8. **解**:(1) $\angle 1 \neq \angle 2$　同位角相等,两直线平行　(2) ②

**【拓展提优】**

1. A　2. A　3. ③④①②

4. **证明**:假设 $\angle 1 \neq \angle A + \angle B$. 因为 $\angle 1 + \angle ACB = 180°$,所以 $\angle 1 = 180° - \angle ACB$,所以 $180° - \angle ACB \neq \angle A + \angle B$,即 $\angle A + \angle B + \angle ACB \neq 180°$,与三角形内角和定理相矛盾,所以假设不成立,所以 $\angle 1 = \angle A + \angle B$.

5. (1) **证明**:如图 1,过点 $C$ 作 $CD // AB$. 因为 $AB // EF$,所以 $CD // EF$,所以 $\angle B + \angle 1 = 180°$,$\angle F + \angle 2 = 180°$,所以 $\angle B + \angle 1 + \angle 2 + \angle F = 360°$,即 $\angle B + \angle BCF + \angle F = 360°$.

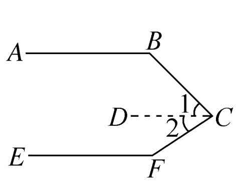



图 1

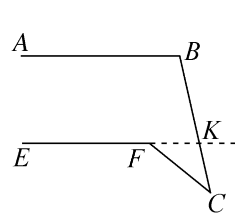



图 2

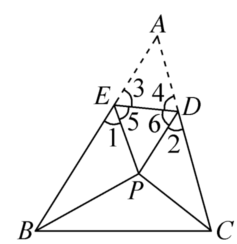
(2) $\angle EFC = \angle B + \angle C$　**提示**:如图 2,延长 $EF$ 交 $BC$ 于点 $K$. 因为 $AB // EF$,所以 $\angle B = \angle EKC$. 因为 $\angle EFC = \angle EKC + \angle C$,所以 $\angle EFC = \angle B + \angle C$.

(3) $\angle B = \angle C + \angle F$　**提示**:设 $BC$ 交 $EF$ 于点 $K$. 因为 $AB // EF$,所以 $\angle B = \angle BKF$. 因为 $\angle BKF = \angle C + \angle F$,所以 $\angle B = \angle C + \angle F$.

## 提优专题 5　三角形内、外角平分线的夹角问题

1. (1) $115°$　**提示**:因为 $\angle ABC$,$\angle ACB$ 的平分线交于点 $P$,所以 $\angle PBC = \frac{1}{2}\angle ABC$,$\angle PCB = \frac{1}{2}\angle ACB$,所以 $\angle PBC + \angle PCB = \frac{1}{2}(\angle ABC + \angle ACB) = \frac{1}{2}(180° - \angle A) = 65°$. 因为 $\angle PBC + \angle P + \angle PCB = 180°$,所以 $\angle P = 180° - (\angle PBC + \angle PCB) = 115°$.

(2) **解**:如图,因为 $\angle 1 + \angle 5 + \angle 3 + \angle 2 + \angle 6 + \angle 4 = 360°$,$\angle 1 + \angle 2 = 100°$,所以 $\angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 360° - 100° = 260°$. 由折叠可知 $\angle 3 = \angle 5$,$\angle 4 = \angle 6$,所以 $2\angle 3 + 2\angle 4 = 260°$,$\angle 3 + \angle 4 = 130°$. 因为 $\angle A + \angle 3 + \angle 4 = 180°$,所以 $\angle A = 180° - 130° = 50°$. 由(1)可得 $\angle BPC = 115°$.




(3) $\left(90 + \frac{1}{4}m + \frac{1}{4}n\right)°$　**提示**:如图,因为 $\angle 1 + \angle 5 + \angle 3 + \angle 2 + \angle 6 + \angle 4 = 360°$,$\angle 1 = m°$,$\angle 2 = n°$,所以 $\angle 1 + \angle 2 = m° + n°$,所以 $\angle 3 + \angle 4 + \angle 5 + \angle 6 = 360° - m° - n°$. 由折叠可知 $\angle 3 = \angle 5$,$\angle 4 = \angle 6$,所以 $2\angle 3 + 2\angle 4 = 360° - m° - n°$,$\angle 3 + \angle 4 = 180° - \frac{1}{2}m° - \frac{1}{2}n°$. 因为 $\angle A + \angle 3 + \angle 4 = 180°$,所以 $\angle A = 180° - \left(180° - \frac{1}{2}m° - \frac{1}{2}n°\right) = \frac{1}{2}m° + \frac{1}{2}n°$. 因为 $\angle ABC$,$\angle ACB$ 的平分线交于点 $P$,所以 $\angle PBC = \frac{1}{2}\angle ABC$,$\angle PCB = \frac{1}{2}\angle ACB$,所以

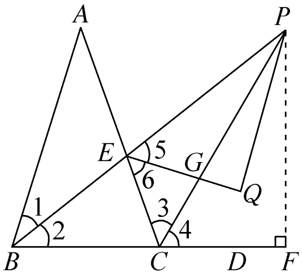
$\angle PBC+\angle PCB=\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle ACB)=\frac{1}{2}(180^\circ-\angle A)=90^\circ-\frac{1}{2}\angle A$. 因为$\angle PBC+\angle BPC+\angle PCB=180^\circ$，所以$\angle BPC=180^\circ-(\angle PBC+\angle PCB)=180^\circ-\left(90^\circ-\frac{1}{2}\angle A\right)=90^\circ+\frac{1}{2}\angle A=90^\circ+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}m^\circ+\frac{1}{2}n^\circ\right)=90^\circ+\frac{1}{4}(m+n)^\circ=\left(90+\frac{1}{4}m+\frac{1}{4}n\right)^\circ$.

**2. 解**：$\angle A=180^\circ-2\angle BOC$. 理由如下：

因为$O$是外角$\angle DBC$与外角$\angle ECB$的平分线的交点，所以$\angle CBD=2\angle OBC$，$\angle BCE=2\angle OCB$，所以$\angle ABC=180^\circ-\angle CBD=180^\circ-2\angle CBO$，$\angle ACB=180^\circ-\angle BCE=180^\circ-2\angle BCO$，所以$\angle ABC+\angle ACB=360^\circ-2(\angle CBO+\angle BCO)$. 因为$\angle A+\angle ABC+\angle ACB=180^\circ$，所以$2(\angle CBO+\angle BCO)=\angle A+180^\circ$. 在$\triangle BOC$中，$\angle BOC+\angle CBO+\angle BCO=180^\circ$，所以$\angle CBO+\angle BCO=180^\circ-\angle BOC$，所以$2(180^\circ-\angle BOC)=\angle A+180^\circ$，所以$\angle A=180^\circ-2\angle BOC$.

**3.** (1) **解**：因为$\angle ABC=70^\circ$，$\angle A=44^\circ$，所以$\angle ACD=\angle ABC+\angle A=70^\circ+44^\circ=114^\circ$. 因为$P$是$\angle ABC$的平分线与外角$\angle ACD$的平分线的交点，所以$\angle PCD=\frac{1}{2}\angle ACD=57^\circ$，$\angle PBC=\frac{1}{2}\angle ABC=35^\circ$，所以$\angle P=\angle PCD-\angle PBC=57^\circ-35^\circ=22^\circ$.

(2) **证明**：如图，设$CP$与$EQ$相交于点$G$，过点$P$作$PF\perp BD$于点$F$. 因为$PQ\perp EQ$，所以$\angle Q=90^\circ$. 因为$\angle CGE=\angle PGQ$，所以$\angle 6+\angle 3=\angle QPG+90^\circ$，即$\angle 6=\angle QPC+90^\circ-\angle 3$. 因为$\angle Q=90^\circ$，所以$\angle 5+\angle EPQ=90^\circ$. 因为$\angle EPQ=\angle BPC+\angle QPC$，所以$\angle 5=90^\circ-\angle EPQ=90^\circ-\angle BPC-\angle QPC$. 又因为$EQ$平分$\angle PEC$，所以$\angle 5=\angle 6$，所以$90^\circ-\angle BPC-\angle QPC=\angle QPC+90^\circ-\angle 3$，即$\angle 3=2\angle QPC+\angle BPC$. 因为$CP$平分$\angle ACD$，所以$\angle 3=\angle 4$. 因为$\angle 4=\angle 2+\angle BPC$，所以$\angle 2+\angle BPC=2\angle QPC+\angle BPC$，即$\angle 2=2\angle QPC$. 因为$BP$平分$\angle ABC$，所以$\angle ABC=2\angle 2=4\angle QPC$.




**4. 解**：(1) 如图1，当$BD$是$\angle ABC$的“邻$AB$三分线”时，$\angle BD'C=\angle A+\frac{1}{3}\angle ABC=95^\circ$；当$BD$是$\angle ABC$的“邻$BC$三分线”时，$\angle BD''C=\angle A+\frac{2}{3}\angle ABC=110^\circ$. 综上所述，$\angle BDC$的度数为$95^\circ$或$110^\circ$.

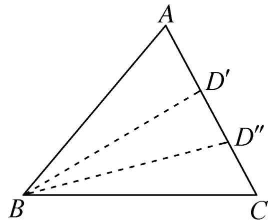



**图 1**

(2) 在$\triangle BPC$中，因为$\angle BPC=140^\circ$，所以$\angle PBC+\angle PCB=40^\circ$. 又因为$BP$，$CP$分别是$\angle ABC$的“邻$BC$三分线”和$\angle ACB$的“邻$BC$三分线”，所以$\angle PBC=\frac{1}{3}\angle ABC$，$\angle PCB=\frac{1}{3}\angle ACB$，所以$\frac{1}{3}\angle ABC+\frac{1}{3}\angle ACB=40^\circ$，所以$\angle ABC+\angle ACB=120^\circ$. 在$\triangle ABC$中，$\angle A+\angle ABC+\angle ACB=180^\circ$，所以$\angle A=180^\circ-$

$(\angle ABC+\angle ACB)=60°$.

(3) $\frac{2}{3}m°$或$\frac{1}{3}m°$或$\frac{2}{3}m°+18°$或$\frac{1}{3}m°-18°$.

**提示**:分 4 种情况进行画图计算:

如图 2,当 $BP$ 和 $CP$ 分别是$\angle ABC$ 的“邻 $AB$ 三分线”和$\angle ACD$ 的“邻 $AC$ 三分线”时,$\angle A+\angle ABP=\angle BPC+\angle ACP$,即 $m°+\frac{1}{3}\times 54°=\angle BPC+\frac{1}{3}\angle ACD$. 因为$\angle ACD=\angle A+\angle ABC$,所以$\angle BPC=\frac{2}{3}m°$.

如图 3,当 $BP$ 和 $CP$ 分别是$\angle ABC$ 的“邻 $BC$ 三分线”和$\angle ACD$ 的“邻 $CD$ 三分线”时,$\angle A+\angle ABP=\angle BPC+\angle ACP$,即 $m°+\frac{2}{3}\times 54°=\angle BPC+\frac{2}{3}\angle ACD$. 因为$\angle ACD=\angle A+\angle ABC$,所以$\angle BPC=\frac{1}{3}m°$.

如图 4,当 $BP$ 和 $CP$ 分别是$\angle ABC$ 的“邻 $BC$ 三分线”和$\angle ACD$ 的“邻 $AC$ 三分线”时,$\angle A+\angle ABP=\angle BPC+\angle ACP$,即 $m°+\frac{2}{3}\times 54°=\angle BPC+\frac{1}{3}\angle ACD$. 因为$\angle ACD=\angle A+\angle ABC$,所以$\angle BPC=\frac{2}{3}m°+18°$.

如图 5,当 $BP$ 和 $CP$ 分别是$\angle ABC$ 的“邻 $AB$ 三分线”和$\angle ACD$ 的“邻 $CD$ 三分线”时,$\angle A+\angle ABP=\angle BPC+\angle ACP$,即 $m°+\frac{1}{3}\times 54°=\angle BPC+\frac{2}{3}\angle ACD$. 因为$\angle ACD=\angle A+\angle ABC$,所以$\angle BPC=\frac{1}{3}m°-18°$.

综上所述,$\angle BPC$ 的度数为$\frac{2}{3}m°$或$\frac{1}{3}m°$或$\frac{2}{3}m°+18°$或$\frac{1}{3}m°-18°$.

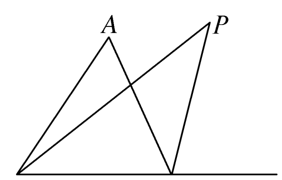


图 2

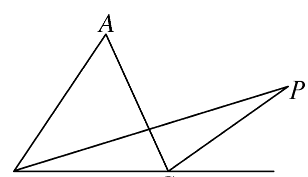


图 3

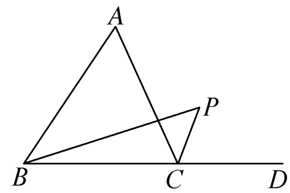


图 4

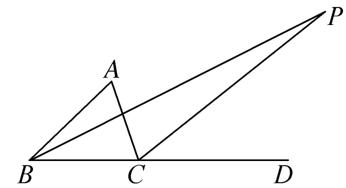


图 5

**5. 解**:(1) 设$\angle ABC=3\alpha$,$\angle ACB=3\beta$. 由题意,得 $3\alpha+3\beta+45°=180°$. 所以 $\alpha+\beta=45°$. 因为$\angle ABC$ 和$\angle ACB$ 的三等分线分别交于点 $D$,$E$,所以$\angle DBC+\angle DCB=2(\alpha+\beta)=90°$,所以$\angle BDC=180°-90°=90°$,$\angle BEC=180°-(\alpha+\beta)=135°$.

(2) $\angle D=\frac{2}{3}\angle A$,$\angle E=\frac{1}{3}\angle A$. 理由如下:因为 $BE$ 三等分$\angle ABC$,$CE$ 三等分外角$\angle ACF$,所以$\angle EBC=\frac{1}{3}\angle ABC$,$\angle ECF=\frac{1}{3}\angle ACF$. 所以$\angle E=\angle ECF-\angle EBC=\frac{1}{3}(\angle ACF-\angle ABC)=\frac{1}{3}\angle A$. 同理可证$\angle D=\frac{2}{3}\angle A$.

(3) $\angle D=120°-\frac{1}{3}\angle A$,$\angle E=60°-\frac{2}{3}\angle A$. **提示**:因为 $BE$,$BD$ 三等分外角$\angle FBC$,$CE$,$CD$ 三等分外角$\angle GCB$,所以$\angle CBE=\frac{2}{3}\angle CBF$,$\angle BCE=\frac{2}{3}\angle BCG$,$\angle CBD=\frac{1}{3}\angle CBF$,$\angle BCD=\frac{1}{3}\angle BCG$,所以$\angle D=180°-\angle CBD-\angle BCD=180°-\frac{1}{3}(\angle CBF+\angle BCG)=180°-\frac{1}{3}(360°-\angle ABC-\angle ACB)=180°-120°+\frac{1}{3}(180°-\angle A)=120°-\frac{1}{3}\angle A$,$\angle E=180°-\angle CBE-\angle BCE=180°-\frac{2}{3}(\angle CBF+\angle BCG)=180°-\frac{2}{3}(360°-$

$\angle ABC-\angle ACB)=180^\circ-240^\circ+\frac{2}{3}(180^\circ-\angle A)=60^\circ-\frac{2}{3}\angle A$.

# 专题强化篇

## 专题强化 1 数与形视角看整式乘法

**1.** A **提示**:由图可知 $S_1=2ab$,$S_2=a[2b-(a+b)]=ab-a^2$,所以 $S_1-2S_2=2ab-2(ab-a^2)=2a^2$,故只需要知道 $a$ 的值.

**2.** C **提示**:设所拼正方形的边长为 $x$,则 $x^2\leqslant 3^2\times 9+3\times 1\times 9+1^2\times 9$,即 $x^2\leqslant 117$. 因为 $x$ 是正整数,所以 $x^2$ 是完全平方数,所以 $x^2$ 最大可取 100,此时 $x=10$. 即所拼正方形的边长的最大值是 10.

**3.** D **提示**:设 $BC=AD=x+a$,则 $S=3bx-a(x+a-4b)=(3b-a)x-(a^2-4ab)$. 若 $BC$ 的长度变化,即 $x$ 变化时,$S$ 不变,则 $3b-a=0$,即 $a=3b$.

**4.** 75 **提示**:设正方形 $A$ 的边长为 $a$,正方形 $B$ 的边长为 $b$. 可得 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2=5$,$(a+b)^2-(a^2+b^2)=a^2+2ab+b^2-a^2-b^2=2ab=35$,所以图乙的面积为 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2=a^2-2ab+b^2+4ab=5+35\times 2=75$.

**5.** 13 **提示**:因为 $M$ 是线段 $AB$ 的中点,$AP=m$,$BP=n$,所以 $AM=BM=\frac{1}{2}(m+n)=3$. 因为 $m+n=6$,$mn=7$,所以 $m^2+n^2=(m+n)^2-2mn=36-14=22$,所以阴影部分的面积为 $m^2+n^2-\frac{1}{2}\times 3m-\frac{1}{2}\times 3n=m^2+n^2-\frac{3}{2}(m+n)=22-9=13$.

**6.** $\frac{4\ 049}{2}$ **提示**:连接 $EC$. 因为四边形 $ACDE$ 和四边形 $CBFG$ 是正方形,所以 $\angle ACE=\angle ABG=45^\circ$. 所以 $EC/\!/BG$,所以 $S_{\triangle BEG}=S_{\triangle BCG}=\frac{1}{2}S_{正方形CBFG}$. 所以当 $BC=n$ 时,$S_n=\frac{1}{2}n^2$. 所以 $S_{2\ 025}-S_{2\ 024}=\frac{1}{2}\times 2\ 025^2-\frac{1}{2}\times 2\ 024^2=\frac{1}{2}\times(2\ 025+2\ 024)\times(2\ 025-2\ 024)=\frac{4\ 049}{2}$.

**7.** **解**:(1) $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$

(2) $(a+b)^3=a^3+b^3+3a^2b+3ab^2$

(3) 由 $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$,且 $a+b=7$,$ab=\frac{13}{4}$,得 $(a-b)^2=7^2-4\times\frac{13}{4}$,所以 $(a-b)^2=36$,所以 $a-b=\pm 6$.

(4) 因为 $|a+b-6|+(ab-7)^2=0$,所以 $a+b=6$,$ab=7$. 因为 $(a+b)^3=a^3+b^3+3a^2b+3ab^2$,所以 $a^3+b^3=(a+b)^3-3a^2b-3ab^2=6^3-3ab(a+b)=216-3\times 7\times 6=90$.

**8.** **解**:(1) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

(2) ①1 015 **提示**:设 $x-2\ 025=a$,$x-2\ 026=b$,则 $a^2+b^2=2\ 031$,$a-b=x-2\ 025-(x-2\ 026)=1$. 因为 $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$,所以 $1=2\ 031-2ab$,解得 $ab=1\ 015$,即 $(x-2\ 025)(x-2\ 026)=1\ 015$.

②设 $CD=x$,$DE=y$. 由题意,得 $S_{\triangle CDG}=\frac{1}{2}xy=4$,所以 $xy=8$. 又因为 $S_{\triangle ABG}=\frac{1}{2}x(x-y)$,$S_{\triangle EFG}=\frac{1}{2}y^2$,所以 $S_{阴影}=S_{\triangle ABG}+S_{\triangle EFG}=\frac{1}{2}x(x-y)+\frac{1}{2}y^2=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}y^2-\frac{1}{2}xy=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}y^2-4=6$. 整理,得 $x^2+y^2=20$. 所以 $(x+y)^2=x^2+y^2+2xy=20+2\times 8=36$,所以 $x+y=6$(负值已舍),故 $CE=CD+DE=6$.

## 专题强化 2 图形的三种变换

**1.** D **提示**:在 $\triangle ABC$ 中,$\angle ACB=180^\circ-\angle A-\angle B=115^\circ$. 由旋转的性质,得 $\angle DCE=\angle ACB=115^\circ$,所以 $\angle ACE=\angle DCE+\angle ACB-180^\circ=50^\circ$.

**2.** A **提示**:因为 $AD/\!/BC$,所以 $\angle DEF=\angle EFG=64^\circ$,$\angle EGB=\angle DEG$. 由折叠的性质可知,$\angle GEF=\angle DEF=64^\circ$,所以 $\angle DEG=128^\circ$,所以 $\angle EGB=$

$\angle DEG=128^\circ$.

**3.** C　**提示**:在$\triangle ABC$中,$\angle ACB=90^\circ$,所以$\angle B+\angle A=90^\circ$.因为$\angle B-\angle A=10^\circ$,所以$\angle A=40^\circ$,$\angle B=50^\circ$.由翻折的性质,得$\angle E=\angle A=40^\circ$.设$\angle ACD=x^\circ$,则$\angle CDB=40^\circ+x^\circ$,$\angle EDC=\angle ADC=140^\circ-x^\circ$.所以$\angle EDF=\angle EDC-\angle CDB=100^\circ-2x^\circ$,$\angle DFE=180^\circ-\angle E-\angle EDF=40^\circ+2x^\circ$.若$\angle EDF=\angle DFE$,则$100^\circ-2x^\circ=40^\circ+2x^\circ$,解得$x=15$;若$\angle EDF=\angle E$,则$100^\circ-2x^\circ=40^\circ$,解得$x=30$;若$\angle DFE=\angle E$,则$40^\circ+2x^\circ=40^\circ$,解得$x=0$(舍去).综上所述,$\angle ACD$的度数为$15^\circ$或$30^\circ$.

**4.** C　**提示**:如图1,当点$B'$在线段$BC$上时,过点$C$作$CG/\!/AB$.因为$\triangle A'B'C'$由$\triangle ABC$平移得到,所以$AB/\!/A'B'$.因为$CG/\!/AB$,$AB/\!/A'B'$,所以$CG/\!/A'B'$.①当$\angle ACA'=2\angle CA'B'$时,设$\angle CA'B'=x$,则$\angle ACA'=2x$.因为$CG/\!/AB$,$CG/\!/A'B'$,所以$\angle ACG=\angle BAC=60^\circ$,$\angle A'CG=\angle CA'B'=x$.因为$\angle ACG=\angle ACA'+\angle A'CG$,所以$2x+x=60^\circ$,解得$x=20^\circ$,所以$\angle ACA'=2x=40^\circ$.②当$\angle CA'B'=2\angle ACA'$时,设$\angle CA'B'=x$,则$\angle ACA'=\frac{1}{2}x$.同理可得$\angle ACG=\angle BAC=60^\circ$,$\angle A'CG=\angle CA'B'=x$.因为$\angle ACG=\angle ACA'+\angle A'CG$,所以$x+\frac{1}{2}x=60^\circ$.解得$x=40^\circ$,所以$\angle ACA'=\frac{1}{2}x=20^\circ$.

如图2,当点$B'$在线段$BC$的延长线上时,过点$C$作$CG/\!/AB$.同理可得$CG/\!/A'B'$.③当$\angle ACA'=2\angle CA'B'$时,设$\angle CA'B'=x$,则$\angle ACA'=2x$.同理可得$\angle ACG=\angle BAC=60^\circ$,$\angle A'CG=\angle CA'B'=x$.因为$\angle ACA'=\angle ACG+\angle A'CG$,所以$2x=x+60^\circ$,解得$x=60^\circ$,所以$\angle ACA'=2x=120^\circ$.④当$\angle CA'B'=2\angle ACA'$时,由图可知,$\angle CA'B'<\angle ACA'$,故不存在这种情况.

综上所述,$\angle ACA'$的度数为$20^\circ$或$40^\circ$或$120^\circ$.

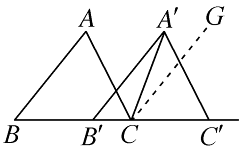



图 1

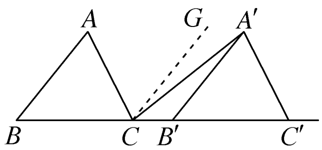



图 2

**5.** $65^\circ$

**6.** 120　**提示**:$360^\circ\div45^\circ=8$,则所走的路程是$6\times8=48$(m),所需时间是$48\div0.4=120$(s).

**7.** 8

**8.** $150^\circ$或$330^\circ$　**提示**:因为$\angle ACB=\angle CDE=90^\circ$,$\angle DCE=45^\circ$,$\angle A=60^\circ$,所以$\angle B=30^\circ$.如图1,当$CE$在直线$BC$的上方时,因为$CE/\!/AB$,所以$\angle ECB+\angle B=180^\circ$,所以$\angle ECB=150^\circ$,即三角板$CDE$旋转的度数为$150^\circ$.如图2,当$CE$在直线$BC$的下方时,因为$CE/\!/AB$,所以$\angle ECB=\angle B=30^\circ$,即三角板$CDE$旋转的度数为$360^\circ-30^\circ=330^\circ$.

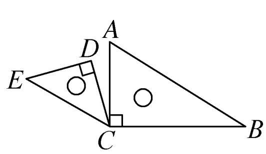



图 1

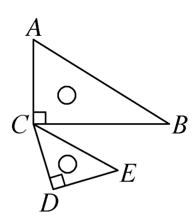



图 2

**9.** ①③⑤　**提示**:因为$\triangle ABC$沿直线$BC$向右平移2 cm得到$\triangle DEF$,所以$AB/\!/DE$,$BE=AD=2$ cm,$AD/\!/BC$,$\angle B=\angle DEF$,故①⑤正确;因为$AD/\!/BC$,所以$\angle ADE=\angle DEF$,所以$\angle B=\angle ADE$,故③正确;根据已知条件不能得出$EC=2$ cm,$AG=CG$,故②④不正确.所以正确的结论有①③⑤.

**10.** $54^\circ$或$70^\circ$　**提示**:因为$AB/\!/CD$,所以$\angle EFC=180^\circ-\angle PFE=126^\circ$.由折叠的性质,得$\angle PFE=\angle PFQ$.当点$Q$落在$CD$上方时,因为$\angle CFQ=\frac{1}{4}\angle CFP$,所以$\angle CFQ=\frac{1}{7}\angle EFC=18^\circ$,所以$\angle PFE=3\angle CFQ=54^\circ$;当点$Q$落在$CD$下方时,同理可得$\angle CFQ=\frac{1}{9}\angle EFC=14^\circ$,所以$\angle PFE=5\angle CFQ=70^\circ$.综上所述,$\angle PFE$的度数为$54^\circ$或$70^\circ$.

**11.** 35 或 95　**提示**：设在第 $t$ s 时，边 $BC$ 恰好与边 $DE$ 平行. 如图 1，当 $B'C'/\!/DE$ 时，根据题意，得 $\angle DFA=\angle B'=\angle B=60°$，$\angle D=45°$. 所以 $\angle FAD=75°$，所以 $\angle BAF=105°$. 所以 $t=\frac{105}{3}=35$. 如图 2，当 $B''C''/\!/DE$ 时，延长 $B''A$ 交 $DE$ 于点 $G$，则 $\angle AGD=\angle B''=\angle B=60°$. 又因为 $\angle D=45°$，所以 $\angle BAB''=\angle DAG=75°$. 所以边 $AB$ 绕点 $A$ 顺时针旋转的度数为 $360°-75°=285°$. 所以 $t=\frac{285}{3}=95$. 综上所述，在第 35 s 或 95 s 时，边 $BC$ 恰好与边 $DE$ 平行.

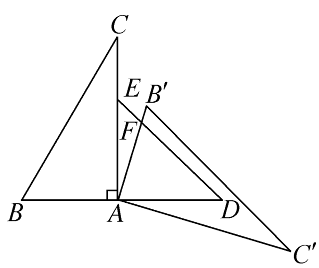


图 1

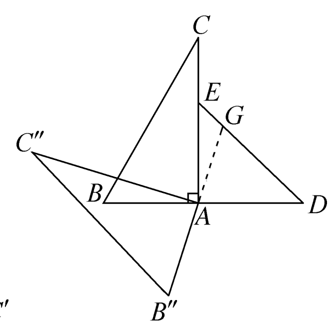


图 2

**12.** **解**：(1) ①因为 $\angle DFE=90°$，$\angle EDF=30°$，所以 $\angle DEF=60°$. 因为 $\angle ACB=90°$，$\angle BAC=45°$，所以 $\angle ABC=45°$. 因为 $MN/\!/GH$，所以 $\angle EAF=\angle ABC=45°$. 所以 $\angle AFE=\angle DEF-\angle EAF=15°$.

②由题意可知，$\angle AFD=90°$或$\angle FAD=90°$.

如图 1，当 $\angle AFD=90°$ 时，由条件，易得 $\angle BAN=45°$，$\angle FAD=60°$，所以 $\angle FAN=\angle FAD-\angle BAN=15°$.

如图 2，当 $\angle FAD=90°$ 时，$\angle FAN=\angle FAD-\angle BAN=90°-45°=45°$.

综上所述，当以 $A$，$D$，$F$ 为顶点的三角形是直角三角形时，$\angle FAN$ 的度数为 15°或 45°.

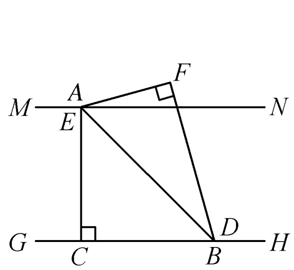


图 1

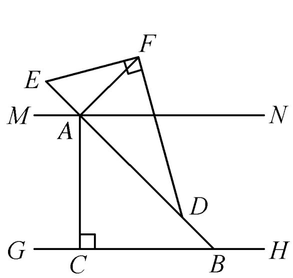


图 2

(2) $70<m<92.5$　**提示**：因为 $MN/\!/GH$，$\angle MAK=n°$，所以 $\angle QKB=\angle GKA=(180-n)°$，所以 $\angle CQK=\angle QKB+\angle B=(225-n)°$. 又因为 $\angle CQK=(4m-2n-10)°$，所以 $225-n=4m-2n-10$，所以 $n=4m-235$. 由题意可知，$45<n<135$，所以 $45<4m-235<135$，解得 $70<m<92.5$.

**13.** (1) **证明**：因为 $OM\perp ON$，所以 $\angle O=90°$. 所以 $\angle 2+\angle 3=90°$. 因为入射光线 $AB$ 经过两次反射，得到反射光线 $CD$，所以 $\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$. 所以 $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=2\times(\angle 2+\angle 3)=180°$. 因为 $\angle 1+\angle 2+\angle ABC=180°$，$\angle 3+\angle 4+\angle BCD=180°$，所以 $\angle 1+\angle 2+\angle ABC+\angle 3+\angle 4+\angle BCD=360°$. 所以 $\angle ABC+\angle BCD=180°$. 所以 $AB/\!/CD$.

(2) **解**：因为 $\angle MON=55°$，所以 $\angle 2+\angle 3=180°-\angle MON=125°$. 因为入射光线 $AB$ 经过两次反射，得到反射光线 $CD$，所以 $\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$. 所以 $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=2\times(\angle 2+\angle 3)=250°$. 因为 $\angle 1+\angle 2+\angle ABC=180°$，$\angle 3+\angle 4+\angle BCD=180°$，所以 $\angle 1+\angle 2+\angle ABC+\angle 3+\angle 4+\angle BCD=360°$. 所以 $\angle ABC+\angle BCD=110°$. 所以 $\angle BEC=180°-(\angle ABC+\angle BCD)=70°$.

(3) $\beta=2\alpha$　**提示**：易得 $\angle ABC=180°-\angle 1-\angle 2=180°-2\angle 2$，$\angle BCD=180°-\angle 3-\angle 4=180°-2\angle 3$. 因为 $\angle ABC=\angle BED+\angle BCD$，所以 $\angle BED=\angle ABC-\angle BCD=180°-2\angle 2-180°+2\angle 3=2(\angle 3-\angle 2)$. 因为 $\angle 3=\angle 2+\angle MON$，所以 $\angle 3-\angle 2=\angle MON=\alpha$. 所以 $\beta=\angle BED=2\alpha$.

**14.** **解**：(1) 如图 1，当 $\triangle DCE$ 绕点 $C$ 顺时针旋转 30°时，$CE\perp AC$，此时 $\triangle ACE$ 的边 $AC$ 上的高为最大值 $CE$，所以此时 $\triangle ACE$ 的面积最大. 因为 $30\div 3=10$(s)，所以当 $\triangle ACE$ 的面积最大时，$t=10$.

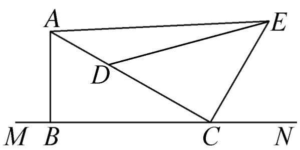



图 1

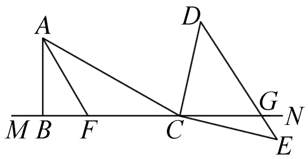



图 2

(2) 35　**提示**：如图 2，因为 $\angle BAC=60°$，$\angle ABC=90°$，$AF$ 平分 $\angle BAC$，所以 $\angle BAF=30°$，所以 $\angle AFB=60°$. 当 $DE /\!/ AF$ 时，设 $DE$ 交直线 $MN$ 于点 $G$，则 $\angle DGC=\angle AFB=60°$. 又因为 $\angle D=45°$，所以 $\angle DCG=180°-\angle D-\angle DGC=75°$，所以 $\angle DCM=180°-\angle DCG=105°$，所以 $t=105\div3=35(\mathrm{s})$.

(3) $\angle PCQ$ 的度数为定值. 如图 3，由题意可知，旋转后 $\angle BCM=t°$，$\angle DCM=3t°$. 所以 $\angle ACE=\angle MCE-\angle ACM=90°+3t°-(30°+t°)=60°+2t°$，$\angle BCD=\angle DCM-\angle BCM=3t°-t°=2t°$. 因为 $CP$ 平分 $\angle BCD$，$CQ$ 平分 $\angle ACE$，所以 $\angle BCP=\angle DCP=\frac{1}{2}\angle BCD=t°$，$\angle ACQ=\angle ECQ=\frac{1}{2}\angle ACE=30°+t°$，所以 $\angle PCM=\angle BCP+\angle BCM=2t°$. 因为 $\angle MCE=90°+3t°$，所以 $\angle PCQ=\angle MCE-\angle PCM-\angle ECQ=90°+3t°-2t°-(30°+t°)=60°$，即 $\angle PCQ$ 的度数为定值.

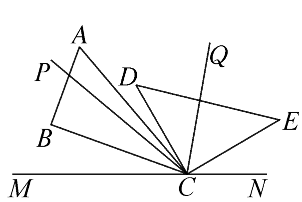



图 3

## 专题强化 3　方程(组)与不等式(组)的综合运用

**1.** A　**提示**：$\begin{cases}8x+y=k+1①,\\x+8y=3②,\end{cases}$ ①－②，得 $7x-7y=k+1-3$. 整理，得 $x-y=\frac{k-2}{7}$. 又因为 $2<k<4$，所以 $\frac{2-2}{7}<x-y<\frac{4-2}{7}$，即 $0<x-y<\frac{2}{7}$.

**2.** D　**提示**：①×3－②×2，得 $x=8-5p$. 把 $x=8-5p$ 代入①，得 $y=10-7p$. 因为 $x>y$，所以 $8-5p>10-7p$，解得 $p>1$.

**3.** B　**提示**：$ax-3y=4$ 可转化为 $y=\frac{a}{3}x-\frac{4}{3}$，所以 $m=-\frac{4}{3}$，故①错误；将 $\begin{cases}x=-2,\\y=4\end{cases}$ 代入方程 $ax-3y=4$ 中，得 $a=-8$，故②正确；当 $a=5$ 时，原方程为 $5x-3y=4$，则 $y=\frac{5x-4}{3}$，当 $x,y$ 都为整数时. $x$ 可取 $-10,-7,-4,-1,2,5,8$，一共有 7 组，故③正确；当 $a=-2$ 时，原方程为 $-2x-3y=4$，所以 $y=-\frac{2}{3}x-\frac{4}{3}$，当 $-2<x\leqslant1$ 时，$y$ 的取值范围为 $-2\leqslant y<0$，故④错误.

**4.** $m\leqslant2$　**提示**：$\begin{cases}3x+5y=m+2①,\\2x+3y=2m-3②,\end{cases}$ ①－②，得 $x+2y=-m+5$. 因为关于 $x,y$ 的方程组 $\begin{cases}3x+5y=m+2,\\2x+3y=2m-3\end{cases}$ 的解满足不等式 $x+2y\geqslant3$，所以 $-m+5\geqslant3$. 解得 $m\leqslant2$.

**5.** 4　**提示**：因为 A，C 套餐均含一杯饮料，且 B 套餐中不含饮料，所以他们点了 3 份 B 套餐. 设他们点了 $m$ 份 A 套餐，则点了 $(8-3-m)$ 份 C 套餐，依题意，得 $\begin{cases}m\geqslant1,\\8-3-m\geqslant1,\end{cases}$ 解得 $1\leqslant m\leqslant4$. 又因为 $m$ 为正整数，所以 $m$ 可以取 1，2，3，4，所以最多有 4 种点餐方案.

**6.** 6　**提示**：由条件，得 $a=0.5b+2$，$c=1.5b+6$，所以 $a-3b+c=0.5b+2-3b+(1.5b+6)=-b+8$. 因为 $c\leqslant9$，所以 $1.5b+6\leqslant9$，解得 $b\leqslant2$. 所以 $0\leqslant b\leqslant2$，所以 $-2\leqslant-b\leqslant0$，所以 $6\leqslant-b+8\leqslant8$，则 $a-3b+c$ 的最小值为 6.

**7.** $15<b\leqslant19$　**提示**：解关于 $x,y$ 的方程组 $\begin{cases}x-y=3,\\2x+y=6a,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=1+2a,\\y=2a-2.\end{cases}$ 因为 $x+y<b$，所以

$1+2a+2a-2<b$,即 $4a-1<b$,所以 $a<\frac{b+1}{4}$. 因为满足条件的正整数 $a$ 仅有 4 个,所以 $4<\frac{b+1}{4}\leqslant 5$. 解得 $15<b\leqslant 19$.

**8.** $120\leqslant M\leqslant 130$ **提示**:$\begin{cases}x+y+z=30①,\\3x+y-z=50②,\end{cases}$ 由①+②,得 $4x+2y=80$. 化简,得 $y=40-2x$③. 把③代入①,得 $z=x-10$④. 所以 $M=5x+4(40-2x)+2(x-10)=-x+140$,即 $x=140-M$⑤. 将⑤分别代入③④,得 $\begin{cases}x=140-M\geqslant 0,\\y=2M-240\geqslant 0,\\z=130-M\geqslant 0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}M\leqslant 140,\\M\geqslant 120,\\M\leqslant 130,\end{cases}$ 所以 $120\leqslant M\leqslant 130$.

**9.** $\frac{2}{5}<m<\frac{2}{3}$ **提示**:解 $\begin{cases}x-y=3-n,\\x+2y=5n,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=n+2,\\y=2n-1.\end{cases}$ 因为 $0<n<3$, $y>1$,所以 $\begin{cases}2n-1>1,\\0<n<3,\end{cases}$ 解得 $1<n<3$. 所以 $1+2<n+2<3+2$,即 $3<x<5$,所以 $\frac{1}{5}<\frac{1}{x}<\frac{1}{3}$,所以 $\frac{2}{5}<\frac{2}{x}<\frac{2}{3}$. 因为 $m=\frac{2}{x}$,所以 $m$ 的取值范围是 $\frac{2}{5}<m<\frac{2}{3}$.

**10.** **解**:(1) 由题意,得 $\begin{cases}x-2y=12,\\x+3y=2,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=8,\\y=-2.\end{cases}$ 将 $\begin{cases}x=8,\\y=-2\end{cases}$ 代入 $4x+y=6-4k$,得 $32-2=6-4k$,解得 $k=-6$.

(2) $\begin{cases}4x+y=6-4k①,\\x-2y=12②,\end{cases}$ ①-②,得 $3x+3y=-4k-6$,即 $x+y=\frac{-4k-6}{3}$. 因为 $x+y>8$,所以 $\frac{-4k-6}{3}>8$,解得 $k<-\frac{15}{2}$.

**11.** **解**:(1) $\begin{cases}2x+y=5m①,\\x+2y=3m-2②,\end{cases}$ 由①+②,得 $3x+3y=8m-2$. 所以 $x+y=\frac{8m-2}{3}=1$,解得 $m=\frac{5}{8}$.

(2) $\begin{cases}2x+y=5m①,\\x+2y=3m-2②,\end{cases}$ 由①-②,得 $x-y=2m+2$. 所以 $1\leqslant 2m+2\leqslant 15$,解得 $-0.5\leqslant m\leqslant 6.5$.

(3) $3m-6$ **提示**:因为 $-0.5\leqslant m\leqslant 6.5$,所以 $2m+1\geqslant 0$, $m-7\leqslant -0.5$. 所以原式 $=2m+1-(7-m)=2m+1-7+m=3m-6$.

**12.** (1) ③

(2) **解**:解方程组 $\begin{cases}3x-2y=3m+2,\\2x-y=m-5,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=-m-12,\\y=-3m-19.\end{cases}$ 因为二元一次方程组和不等式组 $-1<x-y<4$ 有“梦想解”,所以 $\begin{cases}x=-m-12,\\y=-3m-19\end{cases}$ 是不等式组的解,把 $\begin{cases}x=-m-12,\\y=-3m-19\end{cases}$ 代入不等式组,得 $\begin{cases}-m-12-(-3m-19)>-1,\\-m-12-(-3m-19)<4,\end{cases}$ 解得 $-4<m<-\frac{3}{2}$. 因为 $m$ 为整数,所以 $m=-3$ 或 $m=-2$.

**13.** **解**:(1) 57

(2) 设小明依次抽出两张牌的牌面数字为 $x$, $y$($1\leqslant x\leqslant 9$, $1\leqslant y\leqslant 9$, $x\neq y$). 根据题意,得 $3(7x+6)+y-8=143$. 整理,得 $21x+y=133$,所以 $y=133-21x$. 所以 $\begin{cases}133-21x\geqslant 1,\\133-21x\leqslant 9,\end{cases}$ 解得 $5\frac{19}{21}\leqslant x\leqslant 6\frac{2}{7}$. 因为 $x$ 取正整数,所以 $x=6$. 所以 $y=133-21\times 6=7$,所以小明依次抽出两张牌的牌面数字为 6,7.

(3) 赞成. 理由如下：

设小明抽出两张牌的牌面数字依次为 $x$，$y$ ($1\leqslant x\leqslant 9$，$1\leqslant y\leqslant 9$，$x\neq y$). 根据题意，得 $3(7x+6)+y-8=106$. 整理，得 $21x+y=96$，所以 $y=96-21x$. 所以 $\begin{cases}96-21x\geqslant 1,\\96-21x\leqslant 9,\end{cases}$ 解得 $4\frac{1}{7}\leqslant x\leqslant 4\frac{11}{21}$. 因为 $x$ 取正整数，所以没有适合的 $x$ 的值，所以小明得到的计算结果不可能是 106.

## 专题强化 4 让推理能力不断进阶

**1.** D **提示**：取 $a$，$b$，$c$，$d$ 依次为 4，3，2，1，则 $x=3$，$y=2$，$x>y$；取 $a$，$b$，$c$，$d$ 依次为 4，2，3，1，则 $x=2$，$y=3$，$x<y$. 所以 $x>y$ 和 $y>x$ 都有可能.

**2.** D **提示**：当 $\triangle ABC$ 内有满足题干条件的 $n$ 个点时，可构成 $(2n+1)$ 个互不重叠的三角形，所以这些小三角形的内角和之和为 $(2n+1)\cdot 180°$.

**3.** 红桃 Q 和方块 K **提示**：一副扑克有 54 张牌，按规则丢牌，第一轮剩下黑桃 A、黑桃 4、黑桃 7、…、方块 K；第二轮剩下黑桃 7、红桃 3、红桃 Q、…、方块 K；第三轮剩下红桃 Q、方块 K. 此时手里剩下的牌张数小于 3，故最后剩下的牌是红桃 Q 和方块 K.

**4.** (1) 1 6 **提示**：因为 $3^{2\,024}=3^{4\times 506}$，所以 $3^{2\,024}$ 的末尾数字是 1；因为 $14^1$ 的末尾数字是 4，$14^2$ 的末尾数字是 6，$14^3$ 的末尾数字是 4……所以 $14^{2n}$ 的末尾数字是 6，所以 $14^{2\,024}$ 的末尾数字是 6.

(2) **解**：因为 $2^1$ 的末尾数字是 2，$2^2$ 的末尾数字是 4，$2^3$ 的末尾数字是 8，$2^4$ 的末尾数字是 6，$2^5$ 的末尾数字是 2……观察可知，$2^n$ 的末尾数字为 4 个一循环. 所以 $2^{4n}$ 的末尾数字是 6，所以 $2^{2\,024}=2^{4\times 506}$ 的末尾数字是 6.

(3) **证明**：因为 $12^1$ 的末尾数字是 2，$12^2$ 的末尾数字是 4，$12^3$ 的末尾数字是 8，$12^4$ 的末尾数字是 6，$12^5$ 的末尾数字是 2……观察可知，$12^n$ 的末尾数字为 4 个一循环. 所以 $12^{4n}$ 的末尾数字是 6，所以 $12^{2\,024}=12^{4\times 506}$ 的末尾数字是 6；同理可得 $37^{4n}$ 的末尾数字是 1，$37^{4n+1}$ 的末尾数字是 7，$37^{4n+2}$ 的末尾数字是 9，所以 $37^{2\,018}=37^{4\times 504+2}$ 的末尾数字是 9，所以 $12^{2\,024}+37^{2\,018}$ 的末尾数字是 5，所以 $12^{2\,024}+37^{2\,018}$ 能被 5 整除.

**5.** (1) $xy$ $y^2$

(2) **证明**：因为 $a<b$，所以 $a+b<2b$，所以 $\frac{a+b}{2}<b$.

(3) **解**：是真命题. 证明如下：设三个连续自然数为 $a$，$a+1$，$a+2$，其中 $a\geqslant 0$，则 $a+(a+1)+(a+2)=a+a+1+a+2=3a+3=3(a+1)$. 因为 $a+1$ 为自然数，所以 $3(a+1)$ 能被 3 整除，所以命题“三个连续自然数之和能被 3 整除”是真命题.

**6.** **解**：(1) 2

(2) 因为 $\{2x-1\}=5$，所以 $5-0.5\leqslant 2x-1<5+0.5$，解得 $\frac{11}{4}\leqslant x<\frac{13}{4}$.

(3) ② 反例：当 $x=1.4$，$k=2$ 时，$\{kx\}=\{2.8\}=3$，而 $k\{x\}=2\times\{1.4\}=2\times 1=2$，所以 $\{kx\}\neq k\{x\}$.

(4) $x=\frac{20}{3}$ 或 $x=\frac{25}{3}$. **提示**：设 $\frac{3}{5}x+3=m$，$m$ 为整数，则 $x=\frac{5m-15}{3}$. 所以 $\{x\}=\left\{\frac{5m-15}{3}\right\}=m$，所以 $m-0.5\leqslant\frac{5m-15}{3}<m+0.5$，解得 $\frac{27}{4}\leqslant m<\frac{33}{4}$. 因为 $m$ 为整数，所以 $m=7$ 或 $m=8$. 所以 $\frac{3}{5}x+3=7$ 或 $\frac{3}{5}x+3=8$，解得 $x=\frac{20}{3}$ 或 $x=\frac{25}{3}$.

**7.** (1) ①60 **提示**：因为 $BM/\!/DG$，所以 $\angle ABM=\angle F=30°$. 因为 $BM$ 为 $\triangle ABC$ 的角平分线，所以 $\angle ABC=2\angle ABM=60°$.

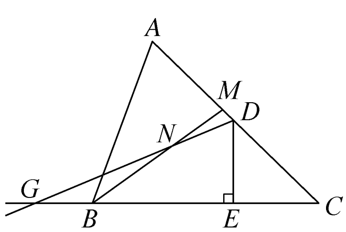
②**证明**：因为 $BM$ 为 $\triangle ABC$ 的角平分线，所

以$\angle CBM=\angle ABM=\frac{1}{2}\angle ABC=30^\circ$. 因为$BM/\!/DG$,所以$\angle DGC=\angle CBM=30^\circ$. 因为$DE\perp BC$,所以$\angle EDG=60^\circ$. 因为$DG$平分$\angle ADE$,所以$\angle ADF=60^\circ$. 所以$\angle C=\angle ADF-\angle DGC=30^\circ$. 所以$\angle A=180^\circ-\angle C-\angle ABC=90^\circ$. 所以$AB\perp AC$.

(2) **解**:$\angle BHD=45^\circ-\frac{1}{2}\alpha$. 理由如下:

因为$\angle BHD+\angle HBG+\angle BGH=180^\circ$,$\angle DGE+\angle GDE+\angle DEG=180^\circ$,$\angle BGH=\angle DGE$,所以$\angle BHD=\angle GDE+90^\circ-\angle HBG=\frac{1}{2}\angle ADE+90^\circ-\left(180^\circ-\frac{1}{2}\angle ABC\right)=\frac{1}{2}(\angle ADE+\angle ABC)-90^\circ=\frac{1}{2}(360^\circ-\angle BED-\alpha)-90^\circ=45^\circ-\frac{1}{2}\alpha$.

(3) $\angle BND=135^\circ+\frac{1}{2}\alpha$ **提示**:如图,在四边形$BEDN$中,$\angle BND=360^\circ-\angle BED-\angle NBE-\angle NDE=360^\circ-90^\circ-\frac{1}{2}\angle ABC-\frac{1}{2}\angle ADE=270^\circ-\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle ADE)=270^\circ-\frac{1}{2}(270^\circ-\alpha)=135^\circ+\frac{1}{2}\alpha$.




# 阶段检测篇

## 第7章检测卷

**1.** C **2.** C **3.** D **4.** A **5.** D **6.** A

**7.** C **提示**:因为$10^a\cdot 100^b=10^{a+2b}=20\times 50=10^3$,所以$a+2b=3$,所以原式$=\frac{1}{2}(a+2b)+\frac{3}{2}=3$.

**8.** D **提示**:因为$m^2=2^{10}+2^{13}=2^{10}+2^{10}\times 2^3=2^{10}\times(1+8)=2^{10}\times 9=(2^5)^2\times 3^2=(2^5\times 3)^2=96^2$,所以$m=96$.

**9.** $9x^4$ **10.** 0 **11.** $x\neq 2$ **12.** $5.4\times 10^{10}$

**13.** $\frac{4}{9}$ **14.** 0.125

**15.** 9 **提示**:因为$2m+n-2=0$,所以$2m+n=2$,所以$9^m\cdot 3^n=3^{2m}\cdot 3^n=3^{2m+n}=3^2=9$.

**16.** 3

**17.** 4或2或0 **提示**:当$x-3=1$时,$x=4$,符合题意;当$x-3=-1$时,$x=2$,符合题意;当$x=0$时,$(x-3)^x=(-3)^0=1$,符合题意.

**18.** $\frac{a^{2026}-1}{a-1}$ **提示**:设$S=1+a+a^2+a^3+a^4+\cdots+a^{2025}$①,则$aS=a+a^2+a^3+a^4+a^5+\cdots+a^{2026}$②. ②$-$①,得$(a-1)S=a^{2026}-1$,所以$S=\frac{a^{2026}-1}{a-1}$.

**19.** **解**:(1) 原式$=\frac{1}{4}\div 1\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{8}$.

(2) 原式$=x^{2n}-x^{2n}+x^{2+n}=x^{2+n}$.

**20.** **解**:原式$=25\times 3\cdot 9^n\cdot 2^n-3^n\cdot 6^n\cdot 36=75\cdot 18^n-36\cdot 18^n=39\cdot 18^n$. 因为39是13的倍数,$18^n$为整数,所以$39\cdot 18^n$能被13整除,即$5^2\cdot 3^{2n+1}\cdot 2^n-3^n\cdot 6^{n+2}$能被13整除.

**21.** **解**:$5\times 10^{12}\div 10^9=5\times 10^3$(滴),$5\times 10^3\times(10^{-3}\div 10)=5\times 10^{-1}$(L).

答:要用这种杀菌剂$5\times 10^3$滴,要用$5\times 10^{-1}$ L.

**22.** **解**:(1) 因为$3^{3m+1-2m}=3^8$,所以$3m+1-2m=8$,所以$m=7$.

**23.** (1) 4 0 $-2$

(2) **解**:设$(3,4)=x$,$(3,5)=y$,则$3^x=4$,$3^y=5$. 所以$3^{x+y}=3^x\cdot 3^y=20$,所以

$(3,20)=x+y$，所以$(3,4)+(3,5)=(3,20)$.

**24.** **解**：(1) 第 $n$ 个等式为 $2^n-2^{n-1}=2^{n-1}$. 因为 $2^n-2^{n-1}=2\times2^{n-1}-2^{n-1}=(2-1)\times2^{n-1}=2^{n-1}$. 所以第 $n$ 个等式成立.

(2) ①原式 $=(2^1-2^0)+(2^2-2^1)+(2^3-2^2)+\cdots+(2^{2\,025}-2^{2\,024})=2^{2\,025}-2^0=2^{2\,025}-1$.

②原式 $=2^0-(2^1+2^2+\cdots+2^{2\,023})+2^{2\,024}=2^0-(2^2-2^1+2^3-2^2+\cdots+2^{2\,024}-2^{2\,023})+2^{2\,024}=2^0-(2^{2\,024}-2^1)+2^{2\,024}=2^0-2^{2\,024}+2^1+2^{2\,024}=1+2=3$.

## 第 8 章检测卷

**1.** B **2.** A **3.** B **4.** B **5.** A

**6.** C **提示**：由 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2=7$，$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2=3$，解得 $a^2+b^2=5$，$ab=1$，所以 $a^2+b^2-3ab=5-3=2$.

**7.** B **提示**：设正方形 $ABCD$ 的边长为 $a$，正方形 $CGFE$ 的边长为 $b(a>b)$，则 $BG=a-b$. 因为 $\triangle CDF$ 的面积为 $\frac{11}{4}$，所以 $\frac{1}{2}ab=\frac{11}{4}$，即 $ab=\frac{11}{2}$①. 因为两个正方形的面积之和为 20，所以 $a^2+b^2=20$，因为 $(a-b)^2=a^2+b^2-2ab=20-2\times\frac{11}{2}=9$，所以 $a-b=3$ 或 $a-b=-3$（不合题意，舍去）. 所以 $BG$ 的长为 3.

**8.** B **提示**：由题意可知，$(a+b)^n$ 的各项展开式的系数除首尾两项都是 1 外，其余各项系数都等于 $(a+b)^{n-1}$ 的相邻两个系数的和. 由此可得 $(a+b)^6$ 的各项系数依次为 1,6,15,20,15,6,1；$(a+b)^7$ 的各项系数依次为 1,7,21,35,35,21,7,1；$(a+b)^8$ 的各项系数依次为 1,8,28,56,70,56,28,8,1；$(a+b)^9$ 的各项系数依次为 1,9,36,84,126,126,84,36,9,1；$(a+b)^{10}$ 的各项系数依次为 1,10,45,120,210,252,210,120,45,10,1. 所以 $(a+b)^{10}$ 展开式的第三项的系数是 45.

**9.** $2x^2y$ **10.** 9 **11.** 1 **12.** 4 **13.** $-1$

**14.** 108 **提示**：根据题意，得 $y=12-x$，代入 $3x^2+y^2$ 中，得 $3x^2+y^2=3x^2+(12-x)^2=4x^2-24x+144=4(x^2-6x)+144=4(x^2-6x+9-9)+144=4(x-3)^2+108\geqslant108$.

**15.** $\frac{1}{2}$ **提示**：因为 $(m+n-1)^2=(m-1)^2+(n-1)^2$，所以 $m^2+n^2+1+2mn-2m-2n=m^2-2m+1+n^2-2n+1$. 所以 $2mn=1$，即 $mn=\frac{1}{2}$.

**16.** 3

**17.** 4 **提示**：由题意，得 $(x+y)^2+(y-2)^2=0$. 所以 $y=2$，$x=-2$，所以 $x^y=(-2)^2=4$.

**18.** 22 **提示**：因为所拼正方形的边长最大，所以所拼正方形的面积最大. 因为 $a=3b$，所以 $9(a^2+ab+b^2)=9(9b^2+3b^2+b^2)=117b^2$. 因为所拼正方形的边长一定是 $b$ 的正整数倍，$(10b)^2<117b^2<(11b)^2$，所以所拼正方形的最大面积为 $100b^2$. 要想 $m$ 最大，则 A 型卡片要尽可能少用. 因为 $100b^2-9(ab+b^2)=64b^2$，所以 A 型卡片最少需用 8 张，此时还有 $100b^2-8a^2=28b^2$ 的面积需用 B,C 型卡片填补. 同理可得 B 型卡片最少需用 7 张，此时还需 7 张 C 型卡片填补. 所以 $m$ 的最大值为 $8+7+7=22$.

**19.** **解**：(1) 原式 $=[(a-1)+b][(a-1)-b]=(a-1)^2-b^2=a^2-2a+1-b^2$.

(2) 原式 $=a^2+ab-2ab-2b^2+2ab-2b^2=a^2+ab-4b^2$.

(3) 原式 $=4a^2-4a+1-(2a^2-3a-2)=4a^2-4a+1-2a^2+3a+2=2a^2-a+3$.

(4) 原式 $=4b^2-a^2+a^2-2ab+b^2=5b^2-2ab$.

**20.** **解**：原式 $=4x^2+4xy+y^2+x^2-y^2-5x^2+5xy=9xy$. 当 $x=-2$，$y=2$ 时，原式 $=-36$.

**21.** **解**：(1) $(a+b)^2-4ab$ $(a-b)^2=(a+b)^2-4ab$.

(2) 因为 $x-y=4, xy=9$,所以 $(x+y)^2=(x-y)^2+4xy=16+36=52$.

(3) 设 $AM=m, MB=n$,则 $m+n=AM+MB=AB=10, m^2+n^2=52$,所以 $S_{阴影}=\frac{1}{2}mn+\frac{1}{2}mn=mn=\frac{(m+n)^2-(m^2+n^2)}{2}=\frac{100-52}{2}=24$.

**22.** **解**:(1) ①5 ②$3+4i$

(2) 因为 $(1+2i)^2=1+4i+4i^2=1+4i-4=-3+4i$, $a+bi$ 是 $(1+2i)^2$ 的共轭复数,所以 $a=-3, b=-4$,所以 $(b-a)^2=(-4+3)^2=(-1)^2=1$.

(3) 由条件可知 $ab+(a+b)i-1=1-3i$,即 $ab-1+(a+b)i=1-3i$,所以 $ab-1=1, a+b=-3$,所以 $ab=2, a+b=-3$,所以 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=9-4=5$. 因为 $i^4=1$,所以 $i^{4n}=1, i^{4n+1}=i, i^{4n+2}=i^2=-1, i^{4n+3}=i^3=-i$,其中 $n$ 为整数,所以 $i^2+i^3+i^4+i^5=-1-i+1+i=0, i^6+i^7+i^8+i^9=0, \cdots$,又因为 $i^2+i^3+i^4+\cdots+i^{2\,025}$ 有 2 024 个加数,2 024÷4=506,所以 $i^2+i^3+i^4+\cdots+i^{2\,025}=0$,则 $i+i^2+i^3+i^4+\cdots+i^{2\,025}=i$. 所以 $(a^2+b^2)\cdot(i+i^2+i^3+i^4+\cdots+i^{2\,025})=5\times i=5i$.

**23.** **解**:(1) 由题图知,$C_1=2(a+b+b+c)=2a+4b+2c$, $C_2=2(a-c+b+3c)=2a+2b+4c$. 所以 $C_1-C_2=2a+4b+2c-(2a+2b+4c)=2(b-c)$. 因为 $b>c$,所以 $2(b-c)>0$,即 $C_1-C_2>0$,所以 $C_1>C_2$.

(2) 由题图可知,$S_1=a^2+b^2, S_2=2ab$,所以 $S_1-S_2=a^2+b^2-2ab=(a-b)^2>0$,即 $S_1-S_2>0$,所以 $S_1>S_2$.

**24.** **解**:(1) $x+3$

(2) 该二次多项式为 $(x+1)(2x-2)+(-1)=2x^2-2x+2x-2-1=2x^2-3$.

(3) 3 **提示**:通过列竖式可知 $(x^3+2x^2-ax-10)\div(x-2)=x^2+4x+(8-a)\cdots\cdots 2(8-a)-10$. 因为 $x^3+2x^2-ax-10$ 能被 $x-2$ 整除,所以 $2(8-a)-10=0$,解得 $a=3$.

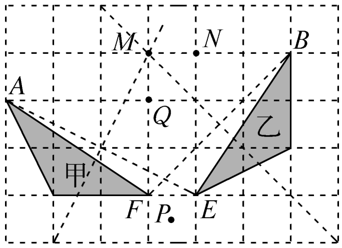
(4) 能. 理由如下:

由条件可知,这 6 张卡片的总面积为 $2a^2+3ab+b^2$. 因为 $(2a^2+3ab+b^2)\div(a+b)=2a+b$. 所以可以拼成与原来总面积相等且一边长为 $a+b$ 的长方形,另一边长为 $2a+b$.

## 第 9 章检测卷

**1.** A **2.** D **3.** D **4.** C **5.** D

**6.** A **提示**:因为甲经过旋转后得到乙,所以点 $A$ 与点 $E$ 为对应点,点 $B$ 和点 $F$ 为对应点,所以旋转中心在线段 $AE$ 的垂直平分线上,也在线段 $BF$ 的垂直平分线上,如图,作线段 $AE$ 的垂直平分线和线段 $BF$ 的垂直平分线,它们的交点为 $M$,即旋转中心为点 $M$.




**7.** C **提示**:因为 $AD\parallel BC$, $\angle DEF=\alpha$,所以 $\angle BFE=\angle DEF=\alpha$. 由翻折的性质,可得 $\angle EFC'=\angle EFC=180°-\angle BFE=180°-\alpha$,所以 $\angle GFC'=\angle EFC'-\angle BFE=180°-\alpha-\alpha=180°-2\alpha$.

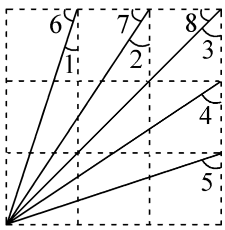
**8.** C **提示**:$\frac{36-21+3}{36}\times 30=15$(min). 所以经过 15 min 后,3 号车厢才会运行到最高点.

**9.** 56 **10.** 6 **11.** 60

**12.** 80° **提示**:由旋转的性质,得 $AB=DB$,所以 $\angle BDA=\angle A=50°$. 所以 $\angle ABD=180°-\angle A-$

$\angle BDA=80^\circ$,即旋转角的度数是 $80^\circ$.

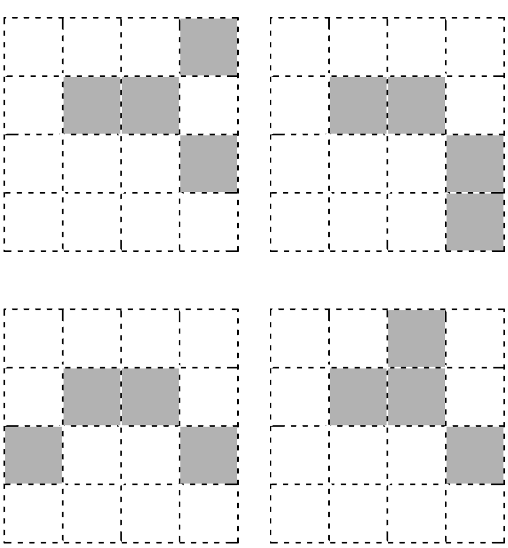
**13.** $225^\circ$ **提示**:如图,由轴对称的性质,可得$\angle 5=\angle 6$,$\angle 4=\angle 7$,$\angle 3=\angle 8$. 又因为$\angle 1+\angle 6=90^\circ$,$\angle 2+\angle 7=90^\circ$,$\angle 3+\angle 8=90^\circ$,所以$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5=\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 7+\angle 6=90^\circ+90^\circ+45^\circ=225^\circ$.




**14.** 2 **提示**:把正方形 $ABCD$ 绕点 $D$ 逆时针旋转 $90^\circ$ 能与正方形 $CFED$ 重合,则旋转中心为点 $D$;把正方形 $ABCD$ 绕点 $C$ 顺时针旋转 $90^\circ$能与正方形 $EDCF$ 重合,则旋转中心为点 $C$. 综上所述,可以作为旋转中心的点有 2 个.

**15.** $20^\circ$ **提示**:由折叠的性质,可得$\angle ABD=\angle EBD$. 因为 $AB/\!/CD$,所以$\angle ABE=180^\circ-\angle DFB=40^\circ$,所以$\angle ABD=\angle EBD=\frac{1}{2}\angle ABE=20^\circ$.

**16.** 4 **提示**:如图所示.



**17.** 10 或 70 **提示**:根据旋转的性质,可知 $MN$ 从原先的位置转到 $MN\perp AB$,要经过 $30^\circ$或 $180^\circ+30^\circ=210^\circ$,所以经过 $30\div 3=10(\text{s})$或 $210\div 3=70(\text{s})$后,$MN\perp AB$.

**18.** $35^\circ$或 $75^\circ$或 $125^\circ$ **提示**:如图 1,当 $AB/\!/EF$ 时,则$\angle FEC=\angle B=30^\circ$. 由折叠的性质,得$\angle BED=\angle DEF$,所以$\angle BED=\frac{1}{2}\angle BEF=\frac{1}{2}\times(180^\circ-\angle FEC)=75^\circ$,所以$\angle BDE=180^\circ-\angle B-\angle BED=75^\circ$. 如图 2,当 $AC/\!/EF$,且点 $F$ 在 $BC$ 上方时,则$\angle FEB=\angle C=50^\circ$. 由折叠的性质,得$\angle BED=\angle FED=\frac{1}{2}\angle FBE=25^\circ$,所以$\angle BDE=180^\circ-\angle B-\angle BED=125^\circ$. 如图 3,当 $AC/\!/EF$,且点 $F$ 在 $BC$ 下方时,则$\angle FEG=\angle C=50^\circ$. 由折叠的性质,得$\angle BDE=\angle EDF$,$\angle F=\angle B=30^\circ$,所以$\angle BGD=180^\circ-\angle EGF=180^\circ-(180^\circ-\angle F-\angle FEG)=\angle F+\angle FEG=80^\circ$,所以$\angle BDG=180^\circ-\angle B-\angle BGD=70^\circ$,所以$\angle BDE=\frac{1}{2}\angle BDG=35^\circ$. 综上所述,$\angle BDE$ 的度数为 $35^\circ$或 $75^\circ$或 $125^\circ$.

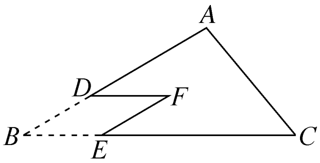


图 1

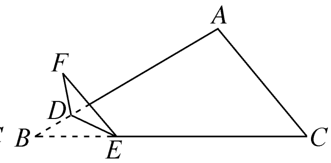


图 2

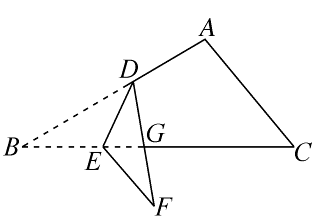
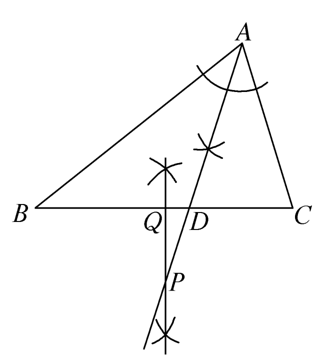


图 3

**19.** **解**:(1) 如图所示.

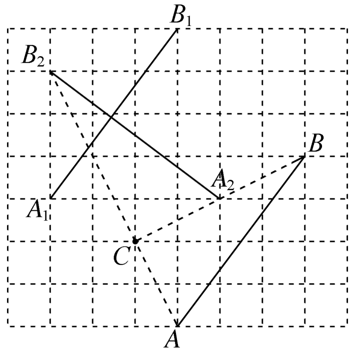



(2) 10 **提示**:因为$\angle B=30^\circ$,$\angle C=50^\circ$,所以$\angle BAC=180^\circ-30^\circ-50^\circ=100^\circ$. 因为 $AD$ 平分$\angle BAC$,所以$\angle CAD=\frac{1}{2}\angle BAC=50^\circ$,所以$\angle ADC=180^\circ-50^\circ-50^\circ=80^\circ$,所以$\angle PDQ=$

$\angle ADC=80°$. 因为 $QP$ 垂直平分 $BC$, 所以 $\angle PQD=90°$, 所以 $\angle DPQ=90°-80°=10°$.

**20.** **解**:(1) 如图,线段 $A_1B_1$ 即为所求.

(2) 如图,线段 $A_2B_2$ 即为所求.




**21.** **解**:(1) 如图 1,四边形 $ABCD$ 即为所求.

(2) 如图 2,四边形 $ABCD$ 即为所求.(答案不唯一)

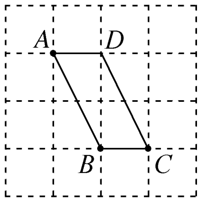


**图 1**

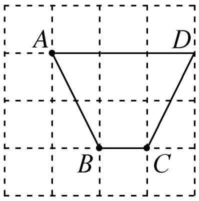


**图 2**

**22.** (1) ②

(2) ①②

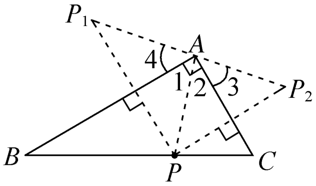
(3) **解**:①正五边形,正十五边形;②正十边形,正二十边形.(答案不唯一)

**23.** **解**:(1) ①由轴对称的性质,可设 $\angle DPP_1=\angle DP_1P=x$, $\angle EPP_2=\angle EP_2P=y$. 则 $\angle P_1DP=180°-2x$, $\angle PEP_2=180°-2y$. 所以 $\angle PDE=180°-\angle P_1DP=2x$, $\angle PED=180°-\angle PEP_2=2y$. 因为四边形的内角和为 $360°$, 且 $PP_1\perp AB$, $PP_2\perp AC$, 所以 $\angle A+\angle P_1PP_2=180°$, 即 $58°+x+\angle DPE+y=180°$, 所以 $\angle DPE=122°-x-y$. 因为 $\angle PDE+\angle PED+\angle DPE=180°$, 所以 $2x+2y+122°-x-y=180°$, 即 $x+y=58°$. 所以 $\angle DPE=122°-(x+y)=64°$.

② $\angle DPE=180°-2\angle A$

(2) 如图,点 $P_1$, $P_2$ 即为所求. 点 $P_1$, $P_2$ 与点 $A$ 在同一条直线上. 理由如下:

根据轴对称的性质,可得 $\angle 4=\angle 1$, $\angle 3=\angle 2$. 因为 $\angle BAC=90°$, 即 $\angle 1+\angle 2=90°$, 所以 $\angle 3+\angle 4=90°$, 所以 $\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=180°$, 即 $\angle P_1AP_2=180°$, 所以点 $P_1$, $P_2$ 与点 $A$ 在同一条直线上.




**24.** **解**:(1) ①同旁内角互补,两直线平行

② 因为 $\angle AOB=45°$, $\angle COD=60°$, $\angle AOB+\angle COD+\angle BOC=180°$, 所以 $\angle BOC=75°$.

(2) 由旋转的性质,得 $\angle A'OB'=\angle AOB=45°$. 因为 $\angle COD=60°$, $OB'$ 平分 $\angle COD$, 所以 $\angle COB'=30°$. 所以 $\angle COA'=\angle A'OB'-\angle COB'=15°$, 所以 $\angle A'OB=\angle BOC-\angle COA'=60°$, 所以 $\angle AOA'=\angle AOB+\angle A'OB=105°$.

(3) 当旋转 $105°$ 或 $285°$ 时,两条斜边 $AB/\!/CD$. **提示**:如图 1,当 $A'B'$ 与 $OD$ 相交于点 $E$ 时,因为 $A'B'/\!/CD$, 所以 $\angle A'EO=\angle D=60°$, 所以 $\angle A'EO=180°-\angle OEB'=180°-(180°-\angle B'-\angle EOB')=\angle B'+\angle EOB'$, 所以 $\angle EOB'=\angle A'EO-\angle B'=15°$, 所以 $\angle BOB'=\angle COD+\angle EOB'=105°$. 易知 $\triangle OA'B'$ 在图 1 位置情况下,再旋转 $180°$ 后, $B'A'/\!/CD$, 如图 2 所示,此时旋转的角度为 $105°+180°=285°$. 综上所述,当旋转 $105°$ 或 $285°$ 时, $AB/\!/CD$.

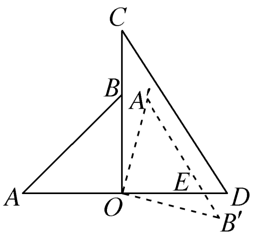


**图 1**

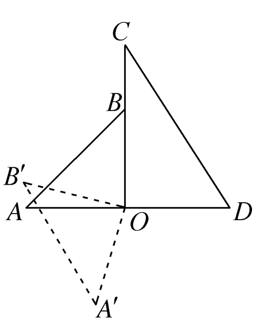


**图 2**

## 第 10 章检测卷

**1.** D **2.** D **3.** A **4.** B

**5.** C **提示**:当购买 5 本甲种图书时,设购买 $x$ 本乙种图书,$y$ 本丙种图书.根据题意,得 $40\times5+30x+25y=600$,所以 $y=16-\frac{6}{5}x$.又因为 $x,y$ 均为正整数,所以 $\begin{cases}x=5,\\y=10\end{cases}$ 或 $\begin{cases}x=10,\\y=4.\end{cases}$ 此时有 2 种方案.当购买 6 本甲种图书时,设购买 $m$ 本乙种图书,$n$ 本丙种图书.根据题意,得 $40\times6+30m+25n=600$,所以 $m=12-\frac{5}{6}n$.又因为 $m,n$ 均为正整数,所以 $\begin{cases}m=7,\\n=6\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m=2,\\n=12.\end{cases}$ 此时有 2 种方案.综上所述,此次采购的方案有 $2+2=4$(种).

**6.** C **提示**:联立 $\begin{cases}5x+3y=23,\\x-y=-1,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=\frac{5}{2},\\y=\frac{7}{2}.\end{cases}$ 所以 $p=x+y=6$.

**7.** C **提示**:设丙持钱 $z$ 元.根据甲语,得 $x+\frac{y}{2}+\frac{z}{2}=90$,即 $z=180-2x-y$;根据乙语,得 $y+\frac{x}{2}+\frac{z}{2}=70$,即 $z=140-x-2y$;根据丙语,得 $z+\frac{x}{2}+\frac{y}{2}=56$,即 $z=56-\frac{x}{2}-\frac{y}{2}$.

**8.** A **提示**:设该玻璃密封容器底面的半径为 $r$ cm,长方体的底面积为 $s$ $cm^2$.根据题意,得 $\begin{cases}5\times3r^2+3s=450①,\\3\times3r^2+9s=450②.\end{cases}$ ①×3−②,得 $36r^2=900$,解得 $r=5$(负值已舍),所以该玻璃密封容器底面的半径为 5 cm.

**9.** 3 **10.** 3 4 **11.** $\frac{x-7}{2}$

**12.** $\begin{cases}2x+\frac{1}{2}y=56,\\x+\frac{1}{2}y=36\end{cases}$ **13.** $-\frac{5}{4}$ **14.** 2

**15.** 10 **提示**:根据题意,得 $\begin{cases}a+2b=5,\\4a+b=6,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}a=1,\\b=2.\end{cases}$ 所以 $x*y=x^2+2y$,则 $2*3=4+6=10$.

**16.** $\begin{cases}x=-5,\\y=5\end{cases}$ **提示**:方程组 $\begin{cases}3a_1x+4b_1y=5c_1,\\3a_2x+4b_2y=5c_2\end{cases}$ 可转化为 $\begin{cases}a_1\left(\frac{3}{5}x\right)+b_1\left(\frac{4}{5}y\right)=c_1,\\a_2\left(\frac{3}{5}x\right)+b_2\left(\frac{4}{5}y\right)=c_2.\end{cases}$ 所以 $\begin{cases}\frac{3}{5}x=-3,\\\frac{4}{5}y=4.\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=-5,\\y=5.\end{cases}$

**17.** $\frac{7}{29}$ **提示**:联立方程组,得 $\begin{cases}x+2y-3z=0,\\2x+3y+5z=0,\end{cases}$ 解得 $\begin{cases}x=-19z,\\y=11z.\end{cases}$ 所以 $\frac{x+y+z}{x-y+z}=\frac{-19z+11z+z}{-19z-11z+z}=\frac{-7z}{-29z}=\frac{7}{29}$.

**18.** 801 **提示**:设"七巧数"$m$ 的百位、十位、个位上的数字分别为 $a,b,c$.根据题意,得 $\begin{cases}a+b-c=7①,\\a+b+c=9n②,\end{cases}$ 其中 $n$ 为正整数且 $a>b$. $\frac{①+②}{2}$,得 $a+b=\frac{7+9n}{2}$,所以当 $n=1$ 时,$a+b=8$,$c=1$,则 $a=8,b=0$ 或 $a=7,b=1$ 或 $a=6,b=2$ 或 $a=5,b=3$.当 $n=2,3,4$……时,均不符合题意,所以 $m$ 的值为 801 或 711 或 621 或 531.所以 $m$ 的最大值是 801.

**19.** **解**:(1) $\begin{cases}x-2y=-2①,\\4x+y=10②.\end{cases}$ 由①,得 $x=-2+2y$③.将③代入②,得 $4(-2+2y)+y=10$.解得 $y=2$.将 $y=2$ 代入③,得 $x=2$.所以原方程组的解为 $\begin{cases}x=2,\\y=2.\end{cases}$

(2) 整理原方程组,得 $\begin{cases}3x+5y=-17①,\\3x+2y=10②.\end{cases}$ ①−②,得 $3y=-27$,解得 $y=-9$,将 $y=-9$ 代入①,解得 $x=\frac{28}{3}$,所以原方程组的解

为$\begin{cases}x=\dfrac{28}{3},\\y=-9.\end{cases}$

**20.** **解**:(1) 选择乙同学的思路. 将原方程组中的两个方程相加,得 $17m+17n=11k-3$,所以 $17(m+n)=11k-3$,即 $11k-3=17\times5$,解得 $k=8$.

(2) $\begin{cases}x+3y=4-a①,\\x-5y=3a②,\end{cases}$ ①×3+②,得 $4x+4y=12$,即 $x+y=3$. 所以不论 $a$ 取何值,$x+y$ 的值始终不变.

**21.** **解**:(1) 设一盒水笔 $x$ 元,一包笔记本 $y$ 元.

根据题意,得$\begin{cases}2x+y=320,\\3x+2y=520,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=120,\\y=80.\end{cases}$

答:一盒水笔 120 元,一包笔记本 80 元.

(2) 设可以购买水笔 $m$ 盒,笔记本 $n$ 包. 根据题意,得 $120m+80n=880$. 整理,得 $n=11-\dfrac{3}{2}m$. 因为 $m,n$ 均为正整数,所以 $\begin{cases}m=2,\\n=8\end{cases}$或$\begin{cases}m=4,\\n=5\end{cases}$或$\begin{cases}m=6,\\n=2.\end{cases}$

答:将 880 元全部用完,可以购买水笔 2 盒,笔记本 8 包或水笔 4 盒,笔记本 5 包或水笔 6 盒,笔记本 2 包.

**22.** **解**:(1) ③④

(2) 因为 $c=b+1=a+2$,所以 $b=a+1$,所以 $ax+by=c$ 变为 $ax+(a+1)y=a+2$. 整理,得 $a(x+y-1)+y-2=0$. 因为等式 $a$ 为任意数时都成立,所以 $\begin{cases}x+y-1=0,\\y-2=0.\end{cases}$解得$\begin{cases}x=-1,\\y=2.\end{cases}$

(3) 因为 $c=b+1=a+2$,所以 $b=a+1$,所以方程组化为$\begin{cases}ax+(a+1)y=a+2①,\\x+2y=1②.\end{cases}$由②,得 $x=1-2y$③,把③代入①,得 $a(1-2y)+(a+1)y=a+2$,解得 $y=\dfrac{2}{1-a}$. 把 $y=\dfrac{2}{1-a}$代入③,得 $x=\dfrac{a+3}{a-1}$. 因为 $y$ 为整数,所以 $1-a=\pm1$ 或 $1-a=\pm2$. 解得 $a=0$ 或 $a=-1$ 或 $a=2$ 或 $a=3$. 因为 $a\neq0$,所以 $a=-1$ 或 $a=2$ 或 $a=3$. 当 $a=-1$ 时,$x=-1,y=1$;当 $a=2$ 时,$x=5,y=-2$;当 $a=3$ 时,$x=3,y=-1$. 所以 $a$ 的整数值为 $-1$ 或 2 或 3.

**23.** **解**:(1) 设射线 $AM,BQ$ 的旋转速度分别为 $x°/s,y°/s$.

根据题意,得$\begin{cases}x+y=7,\\10x=10y+30,\end{cases}$解得$\begin{cases}x=5,\\y=2.\end{cases}$

答:射线 $AM,BQ$ 的旋转速度分别为 $5°/s$,$2°/s$.

(2) 由 $AM'\perp BQ'$,得 $2t+(180-5t)=90$,解得 $t=30$. 所以当 $t=30$ 时,$AM'\perp BQ'$.

**24.** **解**:(1) 1 500　2∶5

(2) 设第一批剩下的陈皮有 $x$ g,白扁豆 $y$ g. 根据题意,得$\begin{cases}x+888=y,\\5(x+300)=2(y+771),\end{cases}$

解得$\begin{cases}x=606,\\y=1\ 494,\end{cases}$所以$\dfrac{x+300}{6}=151$.

答:第二批能制成祛湿茶 151 包.

(3) 设原来每包祛湿茶的定价为 $a$ 元,原来每包祛湿茶中茯苓的总进价为 $b$ 元,陈皮和白扁豆的总进价为 $c$ 元. 根据题意,得

$$\begin{cases}a-b-c=\dfrac{900}{100},\\(1+10\%)a-(1+10\%)b-c=\dfrac{2\ 410-900}{151}.\end{cases}$$

整理,得$\begin{cases}a-b-c=9,\\1.1(a-b)-c=10,\end{cases}$解得 $c=1$. 所以 $1\times(100+151)=251$(元).

答：两次购买的陈皮和白扁豆共花费251元.

## 第11章检测卷

**1.** C　**2.** A　**3.** C　**4.** C　**5.** C　**6.** B

**7.** B　**8.** D　**9.** $2x+4>6$(答案不唯一)

**10.** $5<a\leqslant 6$　**11.** 4　**12.** $m>1$　**13.** $-3$

**14.** 18　**提示**：设小明答对$x$道题.根据题意，得$5x-3(20-x)>83$，解得$x>17\frac{7}{8}$.因为$x$为整数，所以至少要答对18道题.

**15.** $-2$

**16.** 78　**提示**：设长为$3x$ cm、宽为$2x$ cm.根据题意，得$3x+2x+30\leqslant 160$，解得$x\leqslant 26$，所以$3x\leqslant 78$.

**17.** $3<m\leqslant 4$　**提示**：解不等式组，得$\begin{cases}x<m,\\x>1.\end{cases}$由题意，得不等式组的2个整数解为2和3，所以$3<m\leqslant 4$.

**18.** $10\leqslant x<12$　**提示**：根据题意，得$5\leqslant\frac{x}{2}<6$，所以$10\leqslant x<12$.

**19.** **解**：(1) 两边同乘15，得$3(x+3)<5(2x-5)-15$.去括号，得$3x+9<10x-25-15$.移项，得$3x-10x<-25-15-9$.合并同类项，得$-7x<-49$.两边同除以$-7$，得$x>7$.解集在数轴上的表示略.

(2) 由①，得$x>1$.由②，得$x\leqslant 5$.所以不等式组的解集为$1<x\leqslant 5$.解集在数轴上的表示略.

**20.** **解**：(1) $\begin{cases}x+y=-6+m①,\\x-y=3m-2②,\end{cases}$由①+②，得$2x=4m-8$，解得$x=2m-4$.由①-②，得$2y=-2m-4$，解得$y=-m-2$.所以原方程组的解是$\begin{cases}x=2m-4,\\y=-m-2.\end{cases}$

(2) 因为$x$为非正数，$y$为负数，所以$\begin{cases}2m-4\leqslant 0,\\-m-2<0,\end{cases}$解得$-2<m\leqslant 2$.

(3) 根据题意，得$m-1<0$，解得$m<1$.由(2)，得$-2<m\leqslant 2$，所以$-2<m<1$.因为$m$为整数，所以$m=-1$或$m=0$.

**21.** **解**：(1) 因为$x-y=3$，所以$x=y+3$.又因为$x>2$，所以$y+3>2$，所以$y>-1$.又因为$y<1$，所以$-1<y<1$①.同理可得$2<x<4$②.①+②，得$-1+2<x+y<1+4$.所以$x+y$的取值范围是$1<x+y<5$.

(2) 因为$x-y=a$，所以$x=y+a$.又因为$x<-1$，所以$y+a<-1$，所以$y<-a-1$.又因为$y>1$，所以$1<y<-a-1$①.同理可得$a+1<x<-1$②.①×3+②×2，得$3+2a+2<2x+3y<-3a-3+(-2)$.所以$2x+3y$的取值范围为$2a+5<2x+3y<-3a-5$.

**22.** **解**：(1) 设购买A型号笔记本电脑$x$台的费用为$w$元.当$x=8$时，方案一：$w=90\%a\times 8=7.2a$(元).方案二：$w=5a+(8-5)a\times 80\%=7.4a$(元).因为$7.4a>7.2a$，所以当$x=8$时，该公司选择方案一购买费用更少，费用是$7.2a$元.

(2) 若该公司采用方案二购买更合算，则$x>5$.方案一：$w=90\%ax=0.9ax$.方案二：$w=5a+(x-5)a\times 80\%=a+0.8ax$.根据题意，得$0.9ax>a+0.8ax$，解得$x>10$.所以$x$的取值范围是$x>10$.

**23.** **解**：(1) 设礼盒A买了$a$盒，礼盒B买了$b$盒.根据题意，得$\begin{cases}a+b=7,\\380a+180b=1\ 860,\end{cases}$解得$\begin{cases}a=3,\\b=4.\end{cases}$

答：礼盒A买了3盒，礼盒B买了4盒.

(2) 设礼盒 C 购买 $x$ 盒,则礼盒 A 购买$(10-x)$盒. 根据题意,得 $480(10-x)+180x\leqslant 2\,100$.解得 $x\geqslant 9$,所以 $x$ 的最小值为 9.

答:礼盒 C 最少购买 9 盒.

(3) 设礼盒 B 买了 $m$ 盒,礼盒 C 买了 $n$ 盒. 根据题意,得 $180m+80n=1\,620$,所以 $m=9-\frac{4}{9}n$. 又因为 $m,n$ 均为正整数,所以 $\begin{cases}m=5,\\n=9\end{cases}$ 或 $\begin{cases}m=1,\\n=18,\end{cases}$ 所以共有 2 种购买方案.

方案一:礼盒 B 买了 5 盒,礼盒 C 买了 9 盒;方案二:礼盒 B 买了 1 盒,礼盒 C 买了 18 盒.

**24.** **解**:(1) ①

(2) 解不等式组 $\begin{cases}3x-6>4-2x,\\x-1\geqslant 4x-16,\end{cases}$ 得 $2<x\leqslant 5$. 解方程 $3x-3k=3$,得 $x=k+1$. 因为关于 $x$ 的方程 $3x-3k=3$ 是不等式组 $\begin{cases}3x-6>4-2x,\\x-1\geqslant 4x-16\end{cases}$ 的"友好方程",所以 $2<k+1\leqslant 5$,解得 $1<k\leqslant 4$,即 $k$ 的取值范围是 $1<k\leqslant 4$.

(3) 解方程 $2x+4=0$,得 $x=-2$. 解方程 $\frac{2x-1}{3}=-1$,得 $x=-1$. 因为关于 $x$ 的方程 $2x+4=0$, $\frac{2x-1}{3}=-1$ 都是不等式组 $\begin{cases}(m-2)x<m-2,\\x+5\geqslant m\end{cases}$ 的"友好方程",$m\neq 2$,所以分两种情况:

① 当 $m<2$ 时,解不等式组 $\begin{cases}(m-2)x<m-2,\\x+5\geqslant m,\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x>1,\\x\geqslant m-5,\end{cases}$ 此时不等式组的解集是 $x>1$,不符合题意,舍去.

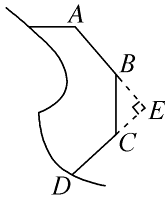
②当 $m>2$ 时,不等式组的解集是 $m-5\leqslant x<1$,所以根据题意,得 $\begin{cases}m>2\\m-5\leqslant -2\end{cases}$,解得 $2<m\leqslant 3$.

综上所述,$m$ 的取值范围是 $2<m\leqslant 3$.

## 第 12 章检测卷

**1.** C　**2.** C　**3.** B　**4.** B　**5.** B

**6.** C　**提示**:如图,延长线段 $AB$ 和线段 $DC$ 交于点 $E$. 由题意,得 $\angle E=90°$. 因为该 $n$ 边形的每个内角都相等,即 $\angle ABC=\angle DCB$,所以 $\angle EBC=\angle ECB=45°$,所以 $\angle ABC=\angle DCB=180°-45°=135°$,所以 $\frac{(n-2)\times 180°}{n}=135°$,解得 $n=8$.




**7.** B　**提示**:设 $\angle EBD=\angle EDB=x$,则 $\angle AED=2x$. 所以 $\angle EDC=2x+78°$. 因为 $DF$ 平分 $\angle EDC$,所以 $\angle EDF=\frac{1}{2}\angle EDC=x+39°$. 所以 $\angle BDF=\angle EDF-\angle EDB=39°$.

**8.** D　**提示**:因为 $CD$ 是 $\angle BCN$ 的平分线,$CD$ 的反向延长线交 $\angle ABC$ 的平分线于点 $P$,所以 $\angle NCD=\angle BCD$,$\angle ABP=\angle CBP$. 因为 $\angle P=\angle DCB-\angle CBP$,所以 $\angle P=\angle NCD-\angle ABP$. 所以③能求出 $\angle P$ 的大小. 因为 $\angle A=\angle NCB-\angle ABC=2(\angle NCD-\angle ABP)$,所以 $\angle P=\frac{1}{2}\angle A$,所以②能求出 $\angle P$ 的大小. 因为 $\angle A=180°-(\angle ABC+\angle ACB)$,所以 $\angle P=\frac{1}{2}\angle A=90°-\frac{1}{2}(\angle ABC+\angle ACB)$,所以①能求出 $\angle P$ 的大小,④不能求出 $\angle P$ 的大小.

**9.** 假　**10.** 5

**11.** 在一个三角形中,如果一条边大于另一条

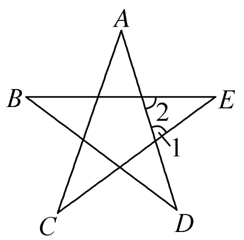
边,那么这条边所对的角大于另一条边所对的角

**12.** 三角形所有的角都大于 $60°$

**13.** 如果一个整数的末位数字是 5,那么这个数能被 5 整除

**14.** $38°$　**15.** $10°$　**16.** $55°$　**17.** $130°$

**18.** $180°$　**提示:**如图,由条件,得 $\angle 1=\angle A+\angle C$, $\angle 2=\angle B+\angle D$, $\angle 1+\angle 2+\angle E=180°$,所以 $\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E=180°$.




**19.** **证明:**假设 $m$ 不是偶数,则 $m$ 为奇数.设 $m=2n+1$($n$ 为整数),则 $m^2=(2n+1)^2=4n^2+4n+1=4(n^2+n)+1$. 因为 $4(n^2+n)$为偶数,所以 $4(n^2+n)+1$ 为奇数,与 $m^2$ 为偶数矛盾,所以假设不成立,故 $m$ 为偶数.

**20.** 三角形三个内角的和等于 $180°$　$\angle A+\angle B+\angle ACB=180°$　两直线平行,同位角相等　等量代换

**21.** **解:**选择①　理由如下:

因为 $DE/\!/BC$,所以 $\angle ADE=\angle B$. 因为 $\angle BCF+\angle ADE=180°$,所以 $\angle BCF+\angle B=180°$. 所以 $CF/\!/AB$.

选择②　理由如下:

因为 $DE/\!/BC$,所以 $\angle ADE=\angle B$. 因为 $\angle B=\angle F$,所以 $\angle ADE=\angle F$. 所以 $CF/\!/AB$.

(2) 由(1)得 $CF/\!/AB$,所以 $\angle A=\angle ACF=60°$. 所以 $\angle BEC=\angle A+\angle ABE=100°$.

**22.** **解:**(1) ①17　②435

(2) 设百位上数字为 $m$,则个位上数字为 $m+2$. 所以数 $M$ 为 $100m+60+m+2$,所以 $f(M)=\frac{10m+m+2}{6}=\frac{11m+2}{6}$. 因为 $1<f(M)<5$,所以 $1<\frac{11m+2}{6}<5$,解得 $\frac{4}{11}<m<\frac{28}{11}$. 所以 $m=1$ 或 $m=2$. 当 $m=1$ 时,$M=163$,因为 $f(M)=\frac{13}{6}$,所以 163 不是"映文数";当 $m=2$ 时,$M=264$,因为 $f(M)=\frac{24}{6}=4<15$,所以 264 是"映文数".

综上所述,符合题意的"映文数"$M$ 为 264.

(3) "重映文数"$M$ 为 468.　**提示:**设 $M$ 的百位上数字为 $n(0<n\leqslant 9)$,十位上数字为 $b$,则个位上数字为 $(12-n)$. 所以 $f(M)=\frac{10n+12-n}{b}=\frac{9n+12}{b}\leqslant 15$,解得 $n\leqslant\frac{5b-4}{3}$;$f(M^*)=\frac{10(12-n)+n}{b}=\frac{120-9n}{b}\leqslant 15$,解得 $n\geqslant\frac{40-5b}{3}$. 所以 $\frac{40-5b}{3}\leqslant n\leqslant\frac{5b-4}{3}$,所以 $\frac{40-5b}{3}\leqslant\frac{5b-4}{3}$,解得 $b\geqslant\frac{22}{5}$. 所以 $\frac{22}{5}\leqslant b\leqslant 9$. 所以整数 $b$ 为 5,6,7,8,9. 当 $b=5$ 时,$g(M)=10n+12-n-5=9n+7$,因为 $g(M)$为 7 的整数倍,所以 $n=7$,所以 $12-n=5$,所以这个三位数为 755,不符合题意,舍去;同理,当 $b=6$ 时,这个三位数为 468,符合题意;当 $b=7$ 时,这个三位数为 874,不符合题意,舍去;当 $b=8$ 时,这个三位数为 587,不符合题意,舍去;当 $b=9$ 时,这个三位数为 993,不符合题意,舍去. 综上所述,"重映文数"$M$ 为 468.

**23.** (1) 135

(2) **证明:**因为四边形 $ABCD$ 是$(B,D)$等角四边形,所以 $\angle D=\angle B$. 设 $\angle D=\angle B=$

$\alpha$. 因为在四边形 $ABCD$ 中，$\angle DAB+\angle B+\angle DCB+\angle D=360^\circ$，所以 $\angle DAB+\angle DCB=360^\circ-2\alpha$. 因为 $AE$ 平分 $\angle DAB$，$CF$ 平分 $\angle DCB$，所以 $\angle EAB=\frac{1}{2}\angle DAB$，$\angle BCF=\frac{1}{2}\angle DCB$，所以 $\angle EAB+\angle BCF=\frac{1}{2}\angle DAB+\frac{1}{2}\angle DCB=\frac{1}{2}(\angle DAB+\angle DCB)=180^\circ-\alpha$. 因为在 $\triangle BCF$ 中，$\angle BCF+\angle CFB+\angle B=180^\circ$，所以 $\angle BCF+\angle CFB=180^\circ-\alpha$，所以 $\angle EAB=\angle CFB$，所以 $AE//CF$.

**24.** **解**：(1) 能. 设用 $x$ 个正三角形可以进行共顶点单一密铺. 因为正三角形的每个内角为 $60^\circ$，所以 $60x=360$，解得 $x=6$，所以 6 个正三角形可以共顶点单一密铺.

(2) 4 个正方形可以共顶点单一密铺. 设用 $x$ 个正方形可以进行共顶点单一密铺. 因为正方形的每个内角为 $90^\circ$，所以 $90x=360$，解得 $x=4$，所以 4 个正三角形可以共顶点单一密铺.

(3) 方案一：用 2 个正三角形和 2 个正六边形；方案二：用 4 个正三角形和 1 个正六边形. 理由如下：

设用 $x$ 个正三角形，$y$ 个正六边形可以进行共顶点组合密铺. 因为正三角形的每个内角为 $60^\circ$，正六边形的每个内角为 $120^\circ$，则 $60x+120y=360$，当 $x=2$ 时，$y=2$，当 $x=4$ 时，$y=1$.

(4) 方案：1 个正三角形，2 个正方形，1 个正六边形. 设用 $x$ 个正三角形，$y$ 个正方形，$z$ 个正六边形可以进行共顶点组合密铺. 因为正三角形的每个内角为 $60^\circ$，正方形的每个内角为 $90^\circ$，正六边形每个内角为 $120^\circ$，所以 $60x+90y+120z=360$，所以当 $x=1$，$y=2$，$z=1$ 时，符合题意.

## 期中检测卷

**1.** D **2.** B **3.** B **4.** D **5.** C **6.** B **7.** A

**8.** D **提示**：原式 $=(2-1)\times(2+1)\times(2^2+1)\times(2^4+1)\times\cdots\times(2^{32}+1)+1=2^{64}$. 因为 $2^1=2$，$2^2=4$，$2^3=8$，$2^4=16$，$2^5=32$，…，所以个位数字为 4 个一循环. 因为 $64\div4=16$，所以 $2^{64}$ 的个位数字是 6.

**9.** $2a^3b^3$ **10.** $2\times10^{-7}$ **11.** 18 **12.** 19

**13.** 18 **14.** 15 **15.** $\frac{1}{4}$

**16.** 4 **提示**：因为要拼成正方形，所以 $a^2+4ab+kb^2$ 是完全平方式. 因为 $(a+2b)^2=a^2+4ab+4b^2$，所以还需要抽取 4 张面积为 $b^2$ 的正方形纸片.

**17.** 3 或 4 **提示**：因为 $a^2+b^2=8a+12b-52$，所以 $a^2-8a+16+b^2-12b+36=0$，所以 $(a-4)^2+(b-6)^2=0$，所以 $a=4$，$b=6$. 所以 $6-4<c\leqslant4$，即 $2<c\leqslant4$，所以整数 $c$ 为 3 或 4.

**18.** $45^\circ$或$135^\circ$ **提示**：如图 1，当点 $A'$ 在 $AC$ 上方时，因为 $A'E//BC$，所以 $\angle A'EA=\angle C=90^\circ$. 由翻折可知 $\angle AED=\angle A'ED=\frac{1}{2}\angle A'EA=45^\circ$. 如图 2，当点 $A'$ 在 $AC$ 下方时，因为 $A'E//BC$，所以 $\angle A'EC=\angle C=90^\circ$. 由翻折可知 $\angle AED=\angle A'ED=\frac{180^\circ+90^\circ}{2}=135^\circ$.

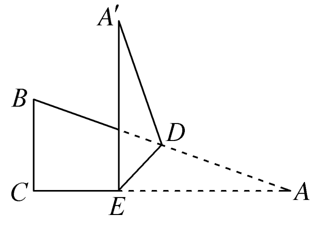



图 1

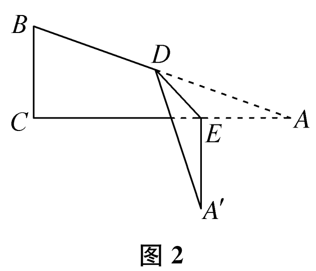


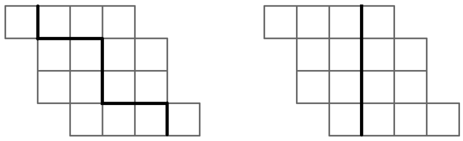

图 2

19. 解:(1) 原式$=-1+1+3=3$.

(2) 原式$=x^8-4x^8+x^8=-2x^8$.

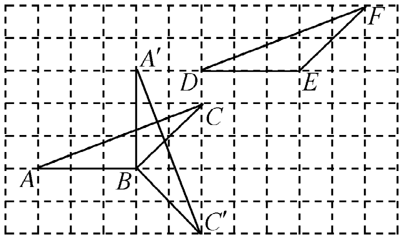
20. 解:原式$=2x^2+2x-(2x^2-x+4x-2)=2x^2+2x-2x^2+x-4x+2=-x+2$. 当$x=1$时,原式$=-1+2=1$.

21. 解:如图所示.(答案不唯一)



22. 解:(1) 如图所示,$\triangle DEF$ 即为所求.

(2) 如图所示,$\triangle A'BC'$即为所求.




23. (1) 225 **提示**:$1^3+2^3+3^3+4^3+5^3=(1+2+3+4+5)^2=15^2=225$.

(2) $\frac{1}{4}n^2(n+1)^2$ **提示**:原式$=[1+2+3+\cdots+(n-1)+n]^2=\left[\frac{1}{2}n(n+1)\right]^2=\frac{1}{4}n^2(n+1)^2$.

(3) **解**:$3^3+6^3+9^3+\cdots+57^3+60^3=(3\times1)^3+(3\times2)^3+(3\times3)^3+\cdots+(3\times20)^3=27\times1^3+27\times2^3+27\times3^3+\cdots+27\times20^3=27(1^3+2^3+3^3+\cdots+20^3)=27(1+2+3+\cdots+20)^2=27\times\frac{1}{4}\times20^2\times21^2=27\times44\ 100=1\ 190\ 700$.

24. 解:(1) 5

(2) 将数轴折叠,使$-2$与4对应的点重合,所以对折点表示的数值为1. 又因为数轴上$M$,$N$两点之间的距离为2 024,且通过题中方法折叠后互相重合,所以点$M$,$N$到1对应的点的距离均为1 012. 若点$M$在点$N$的左侧,则点$M$表示的数为$1-1\ 012=-1\ 011$,点$N$表示的数为$1+1\ 012=1\ 013$;若点$M$在点$N$的右侧,则点$M$表示的数为$1+1\ 012=1\ 013$,点$N$表示的数为$1-1\ 012=-1\ 011$,所以$M$,$N$两点表示的数为$-1\ 011$,$1\ 013$或$1\ 013$,$-1\ 011$.

(3) $-2$　4　6

(4) 设经过$t$ s,点$P$与点$A$的距离是点$P$与点$B$的距离的2倍. 分以下情况讨论:

①当点$P$在点$A$,$B$之间时,因为点$A$,$B$之间的距离为6,所以$2t=2(6-2t)$,解得$t=2$,此时点$P$表示的数为$-2+2t=-2+4=2$.

②当点$P$在点$B$的左侧时,因为点$A$,$B$之间的距离为6,点$P$与点$A$的距离是点$P$与点$B$的距离的2倍,所以$PA=2PB=2AB=2\times6=12$,所以$t=12\div2=6$,此时点$P$表示的数为$-2+2t=10$.

综上所述,经过2 s或6 s,点$P$与点$A$的距离是点$P$与点$B$的距离的2倍,此时,点$P$在“新数轴”上表示的数是2或10.

25. 解:(1) $-x^2+14x+10=-(x^2-14x)+10=-(x^2-14x+49-49)+10=-(x^2-14x+49)+49+10=-(x-7)^2+59$. 因为$(x-7)^2\geqslant0$,所以$-(x-7)^2\leqslant0$. 所以$-(x-7)^2+59\leqslant59$. 所以当$-(x-7)^2=0$,即$x=7$时,$-(x-7)^2+59$取得最大值,最大值为59. 所以$-x^2+14x+10$的最大值为59,此时$x$的值是7.

(2) 有最小值. 设其中一段铁丝的长度为

$x$ cm,则另一段铁丝的长度为$(24-x)$cm. 所以这两段铁丝做成的正方形边长分别为$\frac{x}{4}$ cm 和$\frac{24-x}{4}$ cm. 所以这两个正方形的面积之和 $S=\left(\frac{x}{4}\right)^2+\left(\frac{24-x}{4}\right)^2=\frac{1}{8}(x^2-24x)+36=\frac{1}{8}(x-12)^2+18$. 因为$(x-12)^2\geqslant0$,所以$\frac{1}{8}(x-12)^2+18\geqslant18$. 所以 $S$ 有最小值,最小值是 18. 此时 $x=12$,$24-x=12$. 所以这两个正方形面积之和有最小值,此时两段铁丝长度分别为 12 cm,12 cm,面积之和为 18 $cm^2$.

**26.** 解:(1) 设 $2\,025-x=a$,$x-2\,020=b$,则 $ab=4$,$a+b=(2\,025-x)+(x-2\,020)=5$,所以$(2\,025-x)^2+(x-2\,020)^2=a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=5^2-2\times4=17$.

(2) 根据题意,得 $FC=20-x$,$EC=12-x$. 因为长方形 $CEPF$ 的面积为 128,所以$(20-x)(12-x)=128$,所以$(20-x)(x-12)=-128$. 根据题意可知,阴影部分的面积为$(20-x)^2+(12-x)^2$. 设 $20-x=a$,$x-12=b$,则 $ab=-128$,$a+b=(20-x)+(x-12)=8$,所以$(20-x)^2+(12-x)^2=a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=8^2-2\times(-128)=320$. 所以阴影部分的面积为 320.

**27.** 解:(1) 由折叠的性质,可知$\angle DEF=\angle GEF$. 因为 $AD\,/\!/\,BC$,所以$\angle DEF=\angle EFG=68^\circ$. 所以$\angle GEF=68^\circ$,所以$\angle AEN=180^\circ-\angle DEF-\angle GEF=44^\circ$. 又因为 $AD\,/\!/\,BC$,所以$\angle BGN=180^\circ-\angle AEN=136^\circ$.

(2) 当点 $P$ 在线段 $AB$ 上时,$PQ\perp EF$;当点 $P$ 在线段 $BA$ 的延长线上时,$PQ/\!/EF$. 理由如下:

①如图 1,当点 $P$ 在线段 $AB$ 上时. 设 $PQ$ 交 $FE$ 的延长线于点 $T$. 因为 $PQ$ 平分$\angle APH$,所以$\angle APQ=\angle HPQ$. 设$\angle APQ=\angle HPQ=\alpha$,$\angle GEF=\angle DEF=\angle AET=\beta$. 在四边形 $APHE$ 中,$\angle A+\angle APH+\angle PHE+\angle AEH=360^\circ$,即 $90^\circ+2\alpha+90^\circ+180^\circ-2\beta=360^\circ$,所以 $\alpha=\beta$. 又因为$\angle 1=\angle 2$,所以$\angle PTE=\angle A=90^\circ$,即 $PQ\perp EF$.

②如图 2,当点 $P$ 在线段 $BA$ 的延长线上时. 设 $PQ$ 交 $EG$ 于点 $T$. 设$\angle APQ=\angle HPQ=\alpha$,$\angle DEF=\angle GEF=\beta$. 在四边形 $BPHG$ 中,$\angle B+\angle BPH+\angle PHG+\angle BGH=360^\circ$,即 $90^\circ+2\alpha+90^\circ+\angle BGH=360^\circ$,所以$\angle BGE=180^\circ-2\alpha$. 因为 $AD\,/\!/\,BC$,所以$\angle BGE=\angle DEG$,即 $180^\circ-2\alpha=2\beta$,所以 $\alpha+\beta=90^\circ$. 因为在$\triangle PTH$ 中,$\angle PTE=90^\circ-\alpha=\beta$,所以$\angle PTE=\angle GEF$,所以 $PQ/\!/EF$.

综上所述,当点 $P$ 在线段 $AB$ 上时,$PQ\perp EF$;当点 $P$ 在线段 $BA$ 的延长线上时,$PQ/\!/EF$.

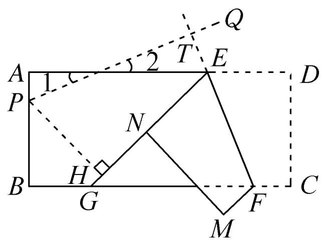



图 1

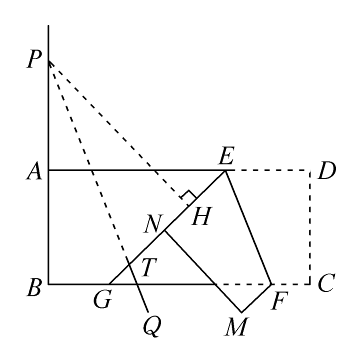



图 2

## 期末检测卷

**1.** D **2.** D **3.** D **4.** D **5.** A **6.** C **7.** D

**8.** C　**提示**:解不等式组,得 $1\leqslant x<m$. 由所有整数解的和是 6,得整数解为 1,2,3. 所以 $3<m\leqslant4$.

**9.** $\triangle ABC$ 的三个外角中至少有两个直角

**10.** $4\times10^{-10}$　**11.** 10　**12.** 20　**13.** 18

**14.** 8　**15.** $-9$

**16.** $96^\circ$　**提示**:在与 $\angle1$ 和 $\angle2$ 相邻的三角形中,$\angle A'+(180^\circ-\angle1)+(180^\circ-\angle2)=180^\circ$. 因为 $\angle1+\angle2=228^\circ$,所以 $\angle A=\angle A'=48^\circ$,所以 $\angle FED+\angle GDE=\angle AED+\angle ADE=180^\circ-\angle A=132^\circ$. 所以 $\angle3+\angle4=(180^\circ-\angle AED-\angle FED)+(180^\circ-\angle ADE-\angle GDE)=360^\circ-2\times132^\circ=96^\circ$.

**17.** $10\times12+1=121$　$2n(2n+2)+1=(2n+1)^2$

**18.** $-9<k<-\frac{3}{2}$　**提示**:因为 $2x+y=3$,所以 $y=3-2x$,所以 $k=x-y=x-(3-2x)=3x-3$. 因为 $x>-2$,$y>2$,所以 $3-2x>2$. 解得 $x<\frac{1}{2}$,所以 $-2<x<\frac{1}{2}$,所以 $-6<3x<\frac{3}{2}$,所以 $-9<3x-3<-\frac{3}{2}$,即 $-9<k<-\frac{3}{2}$.

**19.** **解**:(1) 原式 $=4-1+1=4$.

(2) 原式 $=a^2+3ab-2ab-6b^2-(4a^2-4ab+b^2)=-3a^2+5ab-7b^2$.

**20.** **解**:(1) $\begin{cases}x-2y=3①,\\3x+4y=-1②.\end{cases}$ ①×2,得 $2x-4y=6$③. ②+③,得 $5x=5$,解得 $x=1$. 把 $x=1$ 代入①,得 $y=-1$. 所以原方程组的解是 $\begin{cases}x=1,\\y=-1.\end{cases}$

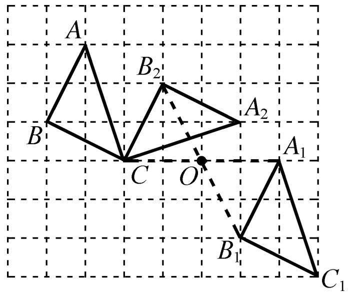
(2) $\begin{cases}2x\geqslant1-(x-1)①,\\\frac{1+x}{5}<2②.\end{cases}$ 由①,得 $x\geqslant\frac{2}{3}$. 由②,得 $x<9$. 所以原不等式组的解集为 $\frac{2}{3}\leqslant x<9$.

**21.** **解**:原式 $=x^2-2xy+y^2-(4x^2-y^2)+3x^2+3xy=2y^2+xy$. 因为 $|x+3|+(y-2)^2=0$,所以 $x+3=0$,$y-2=0$,解得 $x=-3$,$y=2$. 所以原式 $=2\times2^2+(-3)\times2=2$.

**22.** **解**:(1) 如图,$\triangle A_1B_1C_1$ 即为所求.

(2) 如图,$\triangle A_2B_2C$ 即为所求.

(3) 如图,连接 $CA_1$,$B_1B_2$,相交于点 $O$,则点 $O$ 即为所求.



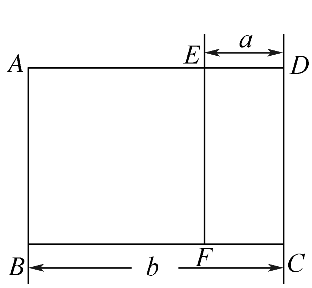

**23.** (1) 11

(2) **证明**:设四位对称数为 $\overline{abba}$,$\overline{abba}=1\,000a+100b+10b+a=1\,001a+110b=11\times91a+11\times10b=11\times(91a+10b)$. 因为 $91a+10b$ 是整数,所以 $11\times(91a+10b)$ 能被 11 整除,所以所有的四位对称数都能被 11 整除.

**24.** **解**:(1) ①$a^2-ab$　$ab-b^2$　$>$

②构图如图所示. 推理如下:

因为 $S_{长方形ABCD}=b(b-a)=b^2-ab$,$S_{长方形EFCD}=a(b-a)=ab-a^2$. 由图可得 $S_{长方形ABCD}>S_{长方形EFCD}$,所以 $b^2-ab>ab-a^2$,即 $a^2+b^2>2ab$.



(2) 作差可得 $a^2+b^2-2ab=(a-b)^2$. 因为 $a\neq b$,所以 $(a-b)^2>0$. 所以 $a^2+b^2-2ab>0$. 所以 $a^2+b^2>2ab$.

**25. 解**:(1) 根据题意,得$\begin{cases}a+b=11,\\40a+25b=350,\end{cases}$

解得$\begin{cases}a=5,\\b=6.\end{cases}$

(2) 设计划租用 A 型客车 $x$ 辆,则计划租用 B 型客车$(6-x)$辆.

①根据题意,得 $320x+200(6-x)\leqslant 1\,700$,解得 $x\leqslant 4\frac{1}{6}$. 因为 $x$ 为正整数,所以 $x$ 的最大值为 4.

答:最多能租用 4 辆 A 型客车.

②根据题意,得 $40x+25(6-x)\geqslant 195$,解得 $x\geqslant 3$,所以 $3\leqslant x\leqslant 4\frac{1}{6}$. 因为 $x$ 为正整数,所以 $x$ 可取 3 或 4. 所以有 2 种租车方案:

方案一:租用 A 型客车 3 辆,B 型客车 3 辆,费用为 $3\times 320+3\times 200=1\,560$(元).

方案二:租用 A 型客车 4 辆,B 型客车 2 辆,费用为 $4\times 320+2\times 200=1\,680$(元).

因为 $1\,560<1\,680$,所以最省钱的租车方案为租用 A 型客车 3 辆,租用 B 型客车 3 辆.

**26. 解**:(1) $12^\circ$

(2) $35^\circ$或$\left(\frac{110}{3}\right)^\circ$ **提示**:设最小的角为 $x^\circ$. 当最小的角与$\angle A$ 互为"开心角"时,$2x=70$,解得 $x=35$,所以最小的角为 $35^\circ$;当最小的角与另一个角互为"开心角"时,$x+2x+70=180$,解得 $x=\frac{110}{3}$,所以最小的角为$\left(\frac{110}{3}\right)^\circ$.

(3) 设$\angle A=x^\circ$. 因为$\angle A$ 是"开心三角形"$ABC$ 中最小的内角,所以与$\angle A$ 互为"开心角"的内角只能为 $2x^\circ$. 所以这个"开心三角形"的第三个内角为$(180-x-2x)^\circ$. 因为$\angle A$ 为最小的内角,所以 $x\leqslant 180-x-2x$,解得 $x\leqslant 45$,即 $0^\circ<\angle A\leqslant 45^\circ$.

(4) 因为 $AD$ 平分$\angle BAC$,所以$\angle CAE=\angle BAE=\angle\alpha$. 所以$\angle PAC=180^\circ-2\angle\alpha$. 设$\angle PCA=y$. 因为 $CD$ 平分$\angle BCF$,所以$\angle BCD=\angle DCF=\angle PCA=y$. 所以$\angle ACB=180^\circ-2y$. 因为$\angle P=30^\circ$,所以$\angle PAC+\angle PCA=180^\circ-\angle P$,即 $180^\circ-2\angle\alpha+y=150^\circ$. 所以 $y=2\angle\alpha-30^\circ$. 所以$\angle AEB=\angle CAE+\angle ACB=\angle\alpha+180^\circ-2y=240^\circ-3\angle\alpha$. 所以$\angle ABE=180^\circ-\angle BAE-\angle AEB=180^\circ-\angle\alpha-(240^\circ-3\angle\alpha)=2\angle\alpha-60^\circ$.

①当$\angle BAE$ 与$\angle ABE$ 互为"开心角"时,$\angle BAE=\frac{1}{2}\angle ABE$ 或$\angle BAE=2\angle ABE$,即$\angle\alpha=\frac{1}{2}(2\angle\alpha-60^\circ)$或$\angle\alpha=2(2\angle\alpha-60^\circ)$,解得$\angle\alpha=40^\circ$;

②当$\angle BAE$ 与$\angle AEB$ 互为"开心角"时,$\angle BAE=\frac{1}{2}\angle AEB$ 或$\angle BAE=2\angle AEB$,即$\angle\alpha=\frac{1}{2}(240^\circ-3\angle\alpha)$或$\angle\alpha=2(240^\circ-3\angle\alpha)$,解得$\angle\alpha=48^\circ$或$\left(\frac{480}{7}\right)^\circ$. 在$\triangle ABC$ 中,$\angle BAC+\angle ABC=2\angle\alpha+2\angle\alpha-60^\circ=4\angle\alpha-60^\circ<180^\circ$,所以$\angle\alpha<60^\circ$. 因为$\left(\frac{480}{7}\right)^\circ>60^\circ$,故舍去.

综上所述,$\angle\alpha$ 的度数为 $40^\circ$或 $48^\circ$.