# 初中数学

# 小题狂做®

恩波教育研究中心 编

## 巅峰版

### 九年级下

·苏科版·

本册主编 刘 军 渠东剑
编 委 张 杰 王永宽
朱奎祥 朱松林

江苏凤凰科学技术出版社·南京

Contents

# 目录

## 第 5 章　二次函数



## 第 6 章　图形的相似



## 第 7 章　锐角三角函数

## 第 8 章　统计和概率的简单应用



## 2025 年江苏 13 大市中考模拟压轴题精选

# 第 5 章　二次函数

## 巅峰训练 1　二次函数、二次函数的图像和性质(1)

### 挑战集结号

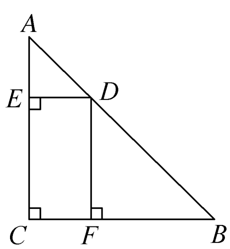
1. 如图，$\triangle ABC$ 是等腰直角三角形，$\angle C=90^\circ$，$AC=BC=2$，$D$ 为边 $AB$ 上一点(点 $D$ 不与点 $A$，$B$ 重合)，过点 $D$ 作 $DE\perp AC$，$DF\perp BC$，垂足分别为 $E$，$F$. 设 $DE=x$，$DF=y$，四边形 $CFDE$ 的面积为 $S$，下列说法正确的是　　(　　)

   A. $y$ 与 $x$ 满足一次函数关系，$S$ 与 $x$ 满足二次函数关系，且 $S$ 存在最大值

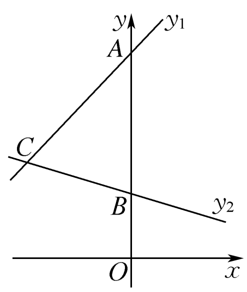
   B. $y$ 与 $x$ 满足一次函数关系，$S$ 与 $x$ 满足二次函数关系，且 $S$ 存在最小值

   C. $y$ 与 $x$ 满足反比例函数关系，$S$ 与 $x$ 满足二次函数关系，且 $S$ 存在最大值

   D. $y$ 与 $x$ 满足反比例函数关系，$S$ 与 $x$ 满足二次函数关系，且 $S$ 存在最小值

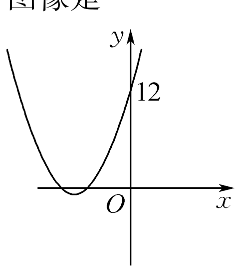


(第 1 题)

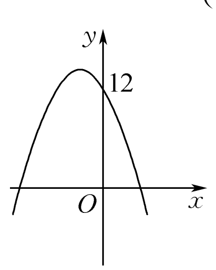


(第 2 题)

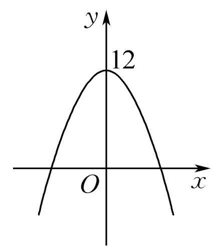
2. 如图，在平面直角坐标系中，经过点 $A(0,6)$的一次函数 $y_1$ 的图像与经过点 $B(0,2)$的一次函数 $y_2$ 的图像相交于点 $C$. 若点 $C$ 的纵坐标为 3，则函数 $y=y_1\cdot y_2$ 的大致图像是　　(　　)



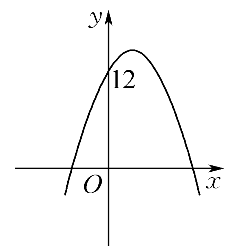
A



B



C



D

3. 对于二次函数 $y=ax^2+bx+c$，规定函数 $y=\begin{cases}ax^2+bx+c(x\geqslant 0),\\-ax^2-bx-c(x<0)\end{cases}$ 是它的相关函数. 已知点 $M$，$N$ 的坐标分别为$\left(-\frac{1}{2},1\right)$，$\left(\frac{9}{2},1\right)$，连接 $MN$. 若线段 $MN$ 与二次函数 $y=-x^2+4x+n$ 的相关函数的图像有两个公共点，则 $n$ 的取值范围为　　(　　)

   A. $-3<n\leqslant -1$ 或 $1<n\leqslant \frac{5}{4}$

   B. $-3<n<-1$ 或 $1\leqslant n\leqslant \frac{5}{4}$

   C. $n\leqslant -1$ 或 $1<n\leqslant \frac{5}{4}$

   D. $-3<n<-1$ 或 $n\geqslant 1$

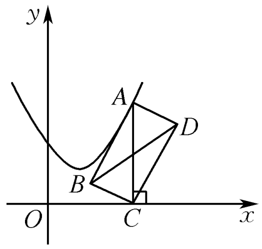
4. 已知二次函数 $y=x^2+2mx+2$，当 $x>2$ 时，$y$ 的值随 $x$ 值的增大而增大，则实数 $m$ 的取值范围是________.

5. 若 $x+y=5$，则 $xy+1$ 的最大值为________.

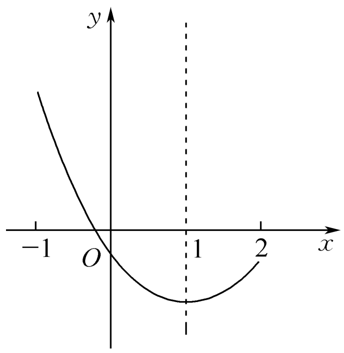
6. 已知点 $A(1,y_1)$，$B(2,y_2)$，$C(3,y_3)$，$D(4,a^2+c)$都在二次函数 $y=ax^2+bx+c$($a$，$b$，$c$ 为常数，且 $a\neq 0$)的图像上. 若 $y_1<y_2<y_3$，则 $a$ 的取值范围是________.

7. 如图，在平面直角坐标系 $xOy$ 中，点 $A$ 在抛物线 $y=x^2-2x+2$ 上运动. 过点 $A$ 作 $AC\perp x$ 轴于点 $C$，以 $AC$ 为对角线作矩形

$ABCD$,连接 $BD$,则对角线 $BD$ 长的最小值为________.



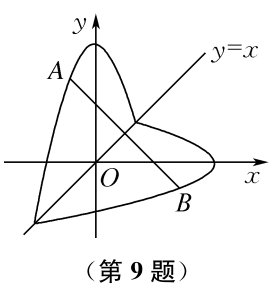

(第 7 题)



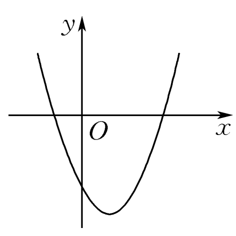

(第 8 题)

**8.** (2025·淮安市模拟)二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$的图像如图所示,对称轴是直线 $x=1$,给出下列结论:①$abc<0$;②关于 $x$ 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$ 必有一个根大于 2 且小于 3;③若$(0,y_1)$,$\left(\frac{3}{2},y_2\right)$是抛物线上的两点,则 $y_1<y_2$;④$11a+2c>0$;⑤对于任意实数 $m$,都有 $m(am+b)\geqslant a+b$.其中正确结论的序号是__________.

**9.** 如图,"爱心"图案是由函数 $y=-x^2+6$ 的部分图像与其关于直线 $y=x$ 的对称图形组成的.$A$ 是直线 $y=x$ 上方"爱心"图案上的任意一点,$B$ 是其对称点.若 $AB=4\sqrt{2}$,则点 $A$ 的坐标是________________.




(第 9 题)




(第 10 题)

**10.** 二次函数 $y=x^2-2x-3$ 的图像如图所示.若线段 $AB$ 在 $x$ 轴上,且 $AB=2\sqrt{3}$,以 $AB$ 为边作等边三角形 $ABC$,使点 $C$ 落在该函数 $y$ 轴右侧的图像上,则点 $C$ 的坐标为________________.

**11.** (2025·南京市模拟)已知二次函数 $y=ax^2-a^2x$($a$ 为常数).

(1) 求证:该函数的图像与 $x$ 轴总有两个公共点.

(2) 该函数图像的对称轴是直线 $x=$________(用含 $a$ 的代数式表示).

(3) 点 $A(x_1,y_1)$,$B(x_2,y_2)$在该函数图像上.对于 $2\leqslant x_1\leqslant3$,$2a\leqslant x_2\leqslant2a+1$,都有 $y_1<y_2$,请直接写出 $a$ 的取值范围.

## 思维大爆炸

**12.** 若$-2\leqslant a\leqslant2$,则满足 $a(a+b)=b(a+1)+a$ 的 $b$ 的取值范围是____________.

**13.** 已知点 $P(x_1,y_1)$,$Q(x_2,y_2)$在抛物线 $y=x^2-6x+3$ 上,且 $t<x_1<t+2$,$6-t<x_2<8-t$.若对于任意 $x_1$,$x_2$,都有 $y_1<y_2$,求 $t$ 的取值范围.

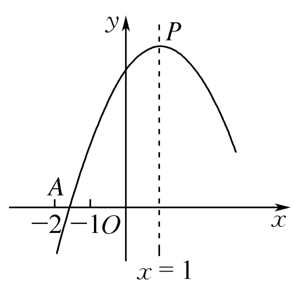
# 巅峰训练 2　二次函数、二次函数的图像和性质(2)

**挑战集结号**

**1.** 抛物线 $y=x^2+kx+4k$ 在直线 $y=16$ 下方的图像上恰好有五个横坐标为整数的点，则 $k$ 的值不可能是　(　　)

A. 2　　B. $\sqrt{5}$　　C. 13　　D. $4\pi+1$

**2.** (2025 · 烟台市中考)如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的部分图像与 $x$ 轴的一个交点 $A$ 位于点 $(-2,0)$ 和 $(-1,0)$ 之间，顶点 $P$ 的坐标为 $(1,n)$. 现有下列结论：①$abc<0$；②对于任意实数 $m$，都有 $am^2+bm-a-b\geqslant 0$；③$3b<2c$；④若该二次函数的图像与 $x$ 轴的另一个交点为 $B$，且 $\triangle PAB$ 是等边三角形，则 $n=-\frac{3}{a}$. 其中所有正确结论的序号是　(　　)




A. ①②　　B. ①③

C. ①④　　D. ①③④

**3.** 把二次函数 $y=ax^2+bx+c(a>0)$ 的图像作关于 $x$ 轴对称的变换，所得图像的函数表达式为 $y=-a(x-1)^2+2a$. 若 $(m-1)a+b+c\leqslant 0$，则 $m$ 的最大值是　(　　)

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 4

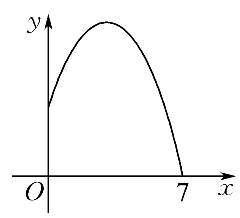
**4.** 若实数 $m$ 满足 $m^2+2\left(1+\frac{2}{m}\right)=0$，则下列对 $m$ 值的估计正确的是　(　　)

A. $-2<m<-1$　　B. $-1<m<0$

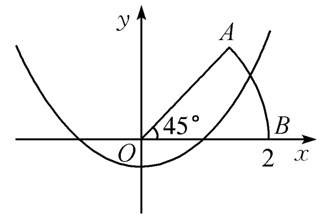
C. $0<m<1$　　D. $1<m<2$

**5.** 若二次函数 $y=ax^2-bx+2$ 有最大值 6，则 $y=-a(x+1)^2+b(x+1)+2$ 的最小值为________.

**6.** 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2+3x+c(0\leqslant x\leqslant 7)$ 与 $x$ 轴的交点坐标为 $(7,0)$，设该图像上任意两点的坐标分别是 $(x_1,y_1)$，$(x_2,y_2)$，其中 $x_1<x_2$，$d$ 为 $x_1\leqslant x\leqslant x_2$ 时 $y$ 的最大值与最小值的差. 若 $x_2-x_1=6$，则 $d$ 的取值范围是__________.




(第 6 题)




(第 7 题)

**7.** 如图，以扇形 $OAB$ 的顶点 $O$ 为原点，半径 $OB$ 所在的直线为 $x$ 轴，建立平面直角坐标系 $xOy$，点 $B$ 的坐标为 $(2,0)$. 若抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2+k$ 与扇形 $OAB$ 的边界总有两个公共点，则实数 $k$ 的取值范围是________.

**8.** 已知当 $x=-m$ 和 $x=m-4$ 时，多项式 $ax^2+bx+4a+1$ 的值相等，且 $m\neq 2$. 当 $-1<x<2$ 时，存在 $x$ 的值，使多项式 $ax^2+bx+4a+1$ 的值为 3，求 $a$ 的取值范围.

**9.** (2025·浙江中考)已知抛物线 $y=x^2-ax+5$($a$ 为常数)经过点$(1,0)$.

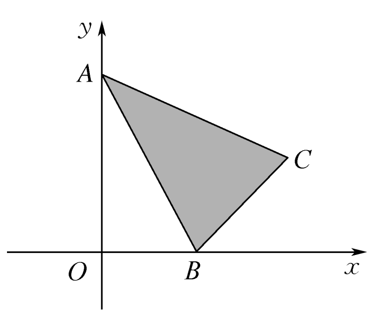
(1) 求 $a$ 的值.

(2) 过点 $A(0,t)$ 与 $x$ 轴平行的直线交抛物线于 $B,C$ 两点,且 $B$ 为线段 $AC$ 的中点,求 $t$ 的值.

(3) 设 $m<3<n$,抛物线的一段 $y=x^2-ax+5(m\leqslant x\leqslant n)$夹在两条均与 $x$ 轴平行的直线 $l_1,l_2$ 之间. 若直线 $l_1,l_2$ 之间的距离为 16,求 $n-m$ 的最大值.

## 思维大爆炸

**10.** 如图,已知$\triangle ABC$ 的顶点坐标分别为 $A(0,2),B(1,0),C(2,1)$. 若二次函数 $y=x^2+bx+1$ 的图像与阴影部分(含边界)一定有公共点,则实数 $b$ 的取值范围是 ( )




A. $b\leqslant-2$　　B. $b<-2$

C. $b\geqslant-2$　　D. $b>-2$

**11.** 定义:在平面直角坐标系 $xOy$ 中,函数图像上到一条坐标轴的距离等于 $a(a\geqslant0)$,到另一条坐标轴的距离不大于 $a$ 的点叫作该函数图像的"$a$ 级方点".

例如,点$(2,3)$为双曲线 $y=\dfrac{6}{x}$的"3 级方点",点$\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{3}\right)$为直线 $y=\dfrac{2}{3}x+\dfrac{2}{3}$的"$\dfrac{1}{2}$级方点".

(1) 下列函数中,其图像的"1 级方点"恰有两个的是________(填序号).

①$y=x$;②$y=-\dfrac{4}{x}$;③$y=-x^2+\dfrac{1}{2}$.

(2) 判断直线 $y=kx+k+\dfrac{1}{2}$的"2 级方点"的个数,并说明理由.

(3) 已知 $y$ 关于 $x$ 的二次函数 $y=-(x-a+1)^2+3(a-1)^2-3(a-1)+2$,当该函数图像的"$a$ 级方点"恰有三个时,求 $a$ 的值.

# 巅峰训练 3　用待定系数法确定二次函数表达式

挑战集结号

**1.** 已知一个二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的自变量 $x$ 与函数 $y$ 的几组对应值如下表：

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | … | $-5$ | $-3$ | 0 | 2 | 4 | … |
| $y$ | … | 12 | 0 | $-3$ | 5 | 21 | … |

则下列关于这个二次函数的结论正确的是　（　　）

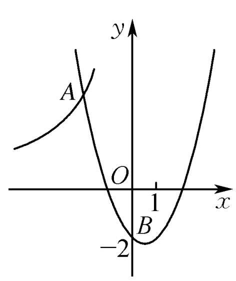
A. 图像的开口向下

B. 点$(-4,5)$在该函数图像上

C. 当 $x>2$ 时，$y$ 的值随 $x$ 的值增大而减小

D. 函数的最小值为$-3$

**2.** 如图，二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图像过点 $B(0,-2)$，它与反比例函数 $y=-\dfrac{8}{x}(x<0)$的图像交于点 $A(m,4)$，则这个二次函数的表达式为　（　　）




A. $y=x^2-x-2$　　B. $y=x^2-x+2$

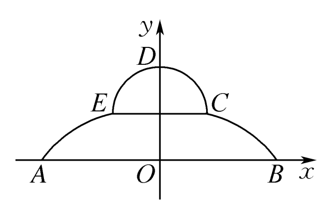
C. $y=x^2+x-2$　　D. $y=x^2+x+2$

**3.** 已知抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 过点 $\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{t}{2}\right)$，$\left(-\dfrac{1}{2},\dfrac{3t}{2}\right)$. 若 $-2\leqslant t\leqslant 4$，$-2\leqslant x\leqslant 3$ 时，$y$ 的最大值为$\dfrac{3}{2}$，则 $t$ 的值是　（　　）

A. $-2$　B. 0　C. 1　D. 4

**4.** (2025·上海市模拟)定义：抛物线 $C_1$ 上的所有点的横、纵坐标都扩大为原来的 $k$ 倍后得到新的抛物线 $C_2$，$C_2$ 叫作 $C_1$ 的“$k$ 倍衍生抛物线”. 例如：求抛物线 $L_1$：$y=3x^2-2$ 的“5 倍衍生抛物线 $L_2$”. 设抛物线 $L_2$ 上一点 $P'(x,y)$，则点 $P'$在抛物线 $L_1$ 上的对应点为 $P\left(\dfrac{x}{5},\dfrac{y}{5}\right)$. 因为点 $P$ 在抛物线 $L_1$ 上，所以$\dfrac{y}{5}=3\left(\dfrac{x}{5}\right)^2-2$，整理，得 $y=\dfrac{3}{5}x^2-10$，即抛物线 $L_2$ 的函数表达式为 $y=\dfrac{3}{5}x^2-10$. 参考上述方法，抛物线 $y=ax^2+bx+c(a\neq 0)$的“$k$ 倍衍生抛物线”的函数表达式为______________.

**5.** 如图，某公司“祥云”布艺图案是由一个半圆和左、右两支抛物线的一部分组成的，且关于 $y$ 轴对称. 其中半圆与 $y$ 轴交于点 $D$，两支抛物线的顶点分别为 $E$，$C$，与 $x$ 轴分别交于点 $A$，$B$. 已知 $CE=2$，$OD=1.9$，$AB=5$，则图案中 $AE$ 这段抛物线的函数表达式为______________.




**6.** 若二次函数 $y=ax^2+bx+c(a>0)$的图像向右平移 1 个单位长度后关于 $y$ 轴对称，现有下列说法：①$\dfrac{b}{a}=2$；②当$\dfrac{3}{2}\leqslant a\leqslant\dfrac{5}{2}$时，代数式 $a^2+b^2-5b+8$ 的最小值为 3；③对于任意实数 $m$，不等式 $am^2+bm-a+b\geqslant 0$ 一定成立；④$P(x_1,y_1)$，$Q(x_2,y_2)$为该二次函数图像上任意两点，且

$x_1<x_2$. 当 $x_1+x_2+2>0$ 时，一定有 $y_1<y_2$. 其中正确的说法是________（填序号）.

**7.** 已知抛物线 $y=a(x-h)^2-2$（$a,h$ 是常数，$a\neq0$）交 $x$ 轴于点 $A,B$，与 $y$ 轴交于点 $C$，$M$ 为抛物线的顶点.

（1）若点 $A(-1,0)$，$B(5,0)$，求该抛物线的函数表达式.

（2）若点 $A(-1,0)$，且 $\triangle ABM$ 是直角三角形，求该抛物线的函数表达式.

（3）若该抛物线与直线 $y=x-6$ 相交于 $M,D$ 两点.

①用含 $a$ 的式子表示点 $D$ 的坐标；

②当 $CD/\!/x$ 轴时，直接写出该抛物线的函数表达式.

## 思维大爆炸

**8.** 王老师在上函数复习课时，利用列表法给出了变量 $x,y$ 的三组对应值如下表，你觉得这三点可以同时位于哪个函数图像上（　　）

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | … | 1 | 2 | 4 | … |
| $y$ | … | $m$ | $2-m$ | $-3m^2+5m-1$ | … |

A. 一次函数和反比例函数

B. 二次函数和反比例函数

C. 一次函数和二次函数

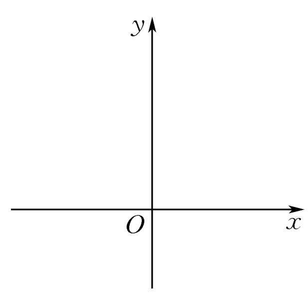
D. 一次函数和二次函数和反比例函数

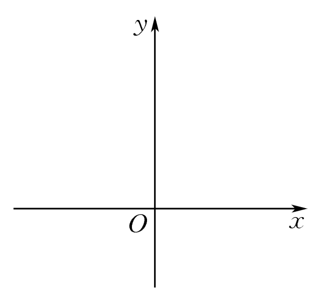
**9.** 我们将抛物线 $y=ax^2+bx+c$（$a\neq0$，$b\neq0$ 且 $a\neq b$）与抛物线 $y=bx^2+cx+a$ 称为"轮换抛物线". 例如：抛物线 $y=3x^2+4x+5$ 与抛物线 $y=4x^2+5x+3$ 就是一组"轮换抛物线". 已知抛物线 $C_1$：$y=ax^2+bx+4a-3$，其"轮换抛物线"记作 $C_2$.

（1）若 $C_1$ 与 $C_2$ 交于 $y$ 轴上的同一点 $M$，求 $a$ 的值.

（2）在(1)的条件下且 $b<0$，抛物线 $C_1$ 与其"轮换抛物线"$C_2$ 的另一个交点记作 $N$. 若将点 $M$ 绕点 $N$ 顺时针旋转 $90^\circ$ 后，点 $M$ 的对应点 $P$ 恰好落在抛物线 $C_1$ 上，求此时 $b$ 的值.

（3）小明用几何画板画了抛物线 $C_1$：$y=ax^2+bx+4a-3$ 及其"轮换抛物线"$C_2$，它们与 $y$ 轴的交点分别记作 $P$，$Q$（$P$，$Q$ 两点不重合）. 小明发现，不论 $a,b$ 为何值，两条抛物线始终有一交点 $G$ 在与 $x$ 轴垂直的某一固定直线上运动. 若 $PG=QG$，记 $S=ab$，求 $S$ 的最大值.




备用图

# 巅峰训练 4　二次函数与一元二次方程

挑战集结号

1. 用“Φ”定义一种新运算：对于任意有理数 $a$ 和 $b$，$a\Phi b=\begin{cases}a+\sqrt{b}\,(a\geqslant b),\\ b^2-a\,(a<b),\end{cases}$ 则抛物线 $y=x^2+(2\Phi 3)x-(6\Phi 4)$ 与 $x$ 轴交点的个数为　(　　)

A. 3　　B. 2　　C. 1　　D. 0

2. 已知函数 $y=-(x-m)(x-n)+3$，且 $a$，$b$ 是关于 $x$ 的方程 $(x-m)(x-n)=3$ 的两个根，则实数 $m,n,a,b$ 的大小关系可能是　(　　)

A. $m<a<b<n$　　B. $m<a<n<b$

C. $a<m<b<n$　　D. $a<m<n<b$

3. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c(b>a>0)$ 与 $x$ 轴最多有一个交点，现有以下四个结论：①该抛物线的对称轴在 $y$ 轴的左侧；②关于 $x$ 的方程 $ax^2+bx+c+2=0$ 无实数根；③$a-b+c\geqslant 0$；④$\dfrac{a+b+c}{b-a}$ 的最小值为 3. 其中正确结论的个数为　(　　)

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4

4. 已知 $A,B$ 两点的坐标分别为 $(3,-4)$，$(0,-2)$，抛物线 $y=a(x-1)^2+2$ 与线段 $AB$ 只有一个交点，则 $a$ 的取值范围是 (　　)

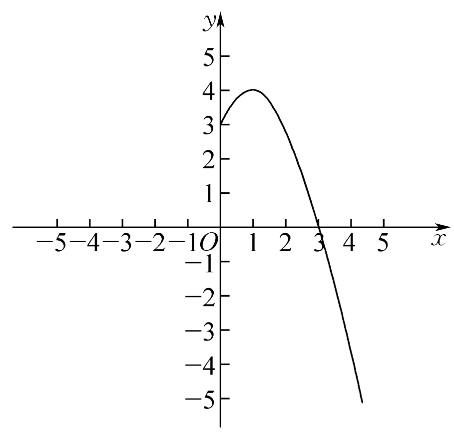
A. $-4\leqslant a<0$

B. $-\dfrac{3}{2}\leqslant a<0$

C. $-4<a\leqslant -\dfrac{3}{2}$

D. $a<-4$ 或 $a\geqslant -\dfrac{3}{2}$

5. 函数 $y=-x^2+2|x|+3$ 的自变量 $x$ 的取值范围为全体实数，其中 $x\geqslant 0$ 部分的图像如图所示，对于此函数现有以下列结论：①函数图像关于 $y$ 轴对称；②函数既有最大值，也有最小值；③当 $x<-1$ 时，$y$ 随 $x$ 的增大而增大；④当 $3<m<4$ 时，关于 $x$ 的方程 $-x^2+2|x|+3=m$ 有 4 个实数根. 其中正确的结论是________（填序号）.




6. 将二次函数 $y=x^2-1$ 的图像在 $x$ 轴下方的部分沿 $x$ 轴翻折，图像的其余部分保持不变，这样就形成了新的图像. 若直线 $y=x+m$ 与新图像有 4 个公共点，则 $m$ 的取值范围是__________.

7. 对于三个数 $a,b,c$，我们用 $\max\{a,b,c\}$ 表示这三个数中最大的数，如：$\max\{-1,0,2\}=2$. 若直线 $y=-\dfrac{1}{2}x+b$ 与函数 $y=\max\{x+1,3-x,-x^2+2x+3\}$ 的图像有且只有两个交点，则 $b$ 的取值范围为__________.

8. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c(a<0)$ 的对称轴为直线 $x=-2$，与 $x$ 轴的一个交点为 $(1,0)$. 若关于 $x$ 的一元二次方程 $ax^2+bx+c=p(p>0)$ 有整数根，则 $p$ 的值有________个.

9. 已知二次函数 $y=mx^2+nx+1$ 的图像经过点 $A(-1,0)$.

(1) 若该二次函数的图像与 $x$ 轴只有一个交点,求此时二次函数的表达式.

(2) 若该二次函数 $y=mx^2+nx+1$ 的图像与 $x$ 轴有两个交点,另一个交点为 $B$,与 $y$ 轴的交点为 $C$,且 $S_{\triangle ABC}=1$,求 $n$ 的值.

(3) 若当 $x=1$ 时,$y>2$,试判断该二次函数的图像在 $0<x<1$ 之间的部分与 $x$ 轴是否有公共点.若有,求出公共点的坐标;若没有,请说明理由.

思维大爆炸

10. 已知抛物线 $y=ax^2+bx+c(a>0)$ 经过点 $(1,0)$ 和 $(m,0)(-3<m<-2)$.给出下列结论:① $a+b-c>0$;② $a-2b<0$;③若关于 $x$ 的方程 $a(x-m)(x-1)+1=0$ 有实数根,则 $b^2\geqslant 4a(c+1)$.其中正确结论的个数是 ( )

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

11. (2025·南京市模拟)已知二次函数 $y=x^2-2mx+m^2+m+1$ 的图像为 $C$.

(1) 用 $m$ 表示图像 $C$ 的顶点坐标.

(2) 证明:当 $m<-1$ 时,图像 $C$ 与 $x$ 轴有两个交点.

(3) 记一次函数 $y=mx+m$($m$ 是常数,$m\neq 0$,$-1\leqslant x\leqslant 4$)的图像为线段 $AB$.若图像 $C$ 与线段 $AB$ 恰有一个公共点,请直接写出 $m$ 的取值范围.

# 巅峰训练 5　用二次函数解决问题(1)

## 挑战集结号

**1.** 割圆术是我国古代数学家刘徽创造的一种求周长和面积的方法:随着圆内接正多边形边数的增加,它的周长和面积越来越接近圆周长和圆面积. 用这种方法求出的二次函数 $y=\frac{1}{4}(x-4)^2$ 的图像与两坐标轴所围成图形的面积最接近的值是　(　　)

A. 5　　　　B. $\frac{22}{5}$

C. 4　　　　D. $17-4\pi$

**2.** 某电商销售一款夏季时装,进价为 40 元/件,售价为 110 元/件,每天销售 20 件,每销售 1 件需缴纳电商平台推广费用 $a$ 元($a>0$). 未来 30 天,这款时装将开展“每天降价 1 元”的夏令促销活动,即从第 1 天起每天的单价均比前一天降 1 元/件. 通过市场调研发现,该时装单价每降 1 元,每天销量增加 4 件. 在这 30 天内,要使每天缴纳电商平台推广费用后的利润随天数 $t$($t$ 为正整数)的增大而增大,则 $a$ 的取值范围应是____________.

**3.** (2025·陇南市模拟)图 1 是我国著名建筑“东方之门”,它通过简单的几何曲线处理,将传统文化与现代建筑融为一体,最大程度地传承了中国的历史文化.“门”的内侧曲线呈抛物线形,如图 2,已知其底部宽度 $AB$ 为 80 m,高度为 200 m,则离地面 128 m 处的水平宽度(即 $CD$ 的长)为________m.


图 1

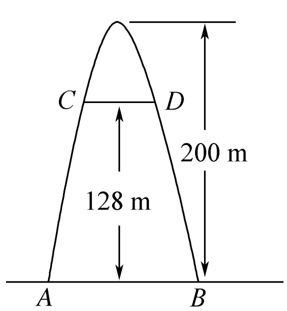


图 2

**4.** 小明的爸爸和妈妈分别驾车从家同时出发去上班,爸爸行驶到甲处时,看到前面路口是红灯,他立即刹车减速并在乙处停车等待,爸爸驾车从家到乙处的过程中,速度 $v$(m/s)与时间 $t$(s)之间的关系如图 1 中的实线所示,行驶路程 $s$(m)与时间 $t$(s)之间的关系如图 2 所示,在加速过程中,$s$ 与 $t$ 满足函数表达式 $s=at^2$.

(1) 根据图中的信息,写出小明家到乙处的路程,并求出 $a$ 的值.

(2) 求图 2 中点 $A$ 的纵坐标 $h$,并说明它的实际意义.

(3) 爸爸在乙处等待了 7 s 后绿灯亮起继续前行. 为了节约能源,减少刹车,妈妈驾车从家出发的行驶过程中,速度 $v$(m/s)与时间 $t$(s)的关系如图 1 中的折线 $O$-$B$-$C$ 所示,加速过程中的行驶路程 $s$(m)与时间 $t$(s)的关系也满足 $s=at^2$,当她行驶到甲处时,前方的绿灯刚好亮起,求此时妈妈驾车的行驶速度.

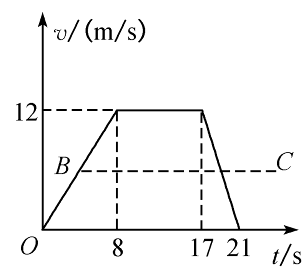


图 1

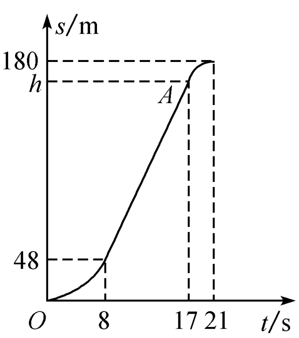


图 2

思维大爆炸

5. 小明同学在观察研究幼苗叶片生长的过程中,发现幼苗叶片下方轮廓线都可以看作是二次函数 $y=mx^2-4mx-20m+5$ 图像的一部分. 如图 1,该二次函数图像经过坐标系的原点,已知直线 $PD$ 与水平线的夹角为 45°,三天后,点 $D$ 长到与点 $P$ 同一水平位置的点 $D'$ 时,叶尖 $Q$ 落在射线 $OP$ 上,如图 2 所示. 则此时幼苗叶片的长度 $QD'$ 为________.

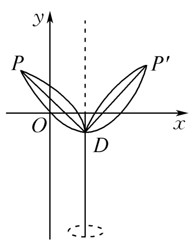


图 1

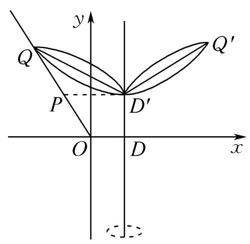


图 2

6. (2025·山西中考)综合与实践.

【问题情境】青蛙腾空阶段的运动路线可看作抛物线. 我国某科研团队根据青蛙的生物特征和运动机理设计出了仿青蛙机器人,其起跳后的运动路线与实际情况中青蛙腾空阶段的运动路线相吻合.

【实验数据】仿青蛙机器人从水平地面起跳,并落在水平地面上,其运动路线的最高点距地面 60 cm,起跳点与落地点的距离为 160 cm.


青蛙的运动路线


仿青蛙机器人

【数学建模】如图 1,将仿青蛙机器人的运动路线抽象为抛物线,其顶点为 $N$,对称轴为直线 $l$,仿青蛙机器人在水平地面上的起跳点为 $O$,落地点为 $M$. 以点 $O$ 为原点,$OM$ 所在直线为 $x$ 轴,过点 $O$ 与 $OM$ 所在水平地面垂直的直线为 $y$ 轴,建立平面直角坐标系.

(1) 请直接写出顶点 $N$ 的坐标,并求出该抛物线的函数表达式.

【问题解决】已知仿青蛙机器人起跳后的运动路线形状保持不变,即抛物线的形状不变.

(2) 如图 1,若仿青蛙机器人从点 $O$ 正上方的点 $P$ 处起跳,落地点为 $Q$,点 $P$ 的坐标为(0,75),点 $Q$ 在 $x$ 轴的正半轴上. 求起跳点 $P$ 与落地点 $Q$ 的水平距离 $OQ$ 的长.

【实验表明】

(3) 仿青蛙机器人在跃过障碍物时,与障碍物上表面的每个点在竖直方向上的距离不少于 3 cm,才能安全通过. 如图 2,水平地面上有一个障碍物,其纵切面为四边形 $ABCD$,其中 $\angle ABC=\angle BCD=90°$,$AB=57$ cm,$BC=40$ cm,$CD=48$ cm. 仿青蛙机器人从距离 $AB$ 左侧 80 cm 处的地面起跳,发现不能安全通过该障碍物. 若团队人员在起跳处放置一个平台,仿青蛙机器人从平台上起跳,则刚好安全通过该障碍物. 请直接写出该平台的高度(平台的大小忽略不计,障碍物的纵切面与仿青蛙机器人的运动路线在同一竖直平面内).

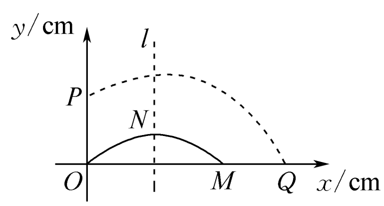


图 1

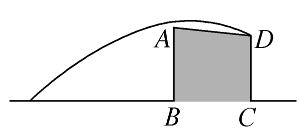
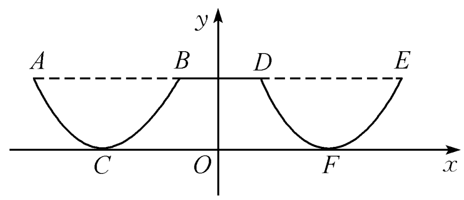


图 2

# 巅峰训练 6　用二次函数解决问题(2)

挑战集结号

1. 为了美观,在加工太阳镜时将下半部分轮廓制作成抛物线的形状(如图),对应的两条抛物线关于 $y$ 轴对称,$AE /\!/ x$ 轴,$AB=4$ cm,最低点 $C$ 在 $x$ 轴上,点 $C$ 到 $AB$ 的距离为 1 cm,$BD=2$ cm,则右轮廓 $DFE$ 所在抛物线的函数表达式为　　(　　)




A. $y=\frac{1}{4}(x+3)^2$　　B. $y=\frac{1}{4}(x-3)^2$

C. $y=-\frac{1}{4}(x+3)^2$　D. $y=-\frac{1}{4}(x-3)^2$

2. (2025·浙江中考)为了实时规划路径,卫星导航系统需要计算运动点与观测点之间距离的平方. 如图 1,$P$ 是一个固定观测点,运动点 $Q$ 从点 $A$ 处出发,沿笔直公路 $AB$ 向目的地点 $B$ 处运动. 设 $AQ$ 为 $x$ km $(0\leqslant x\leqslant n)$,$PQ^2$ 为 $y$ $\text{km}^2$. 如图 2,$y$ 关于 $x$ 的函数图像与 $y$ 轴交于点 $C$,最低点为 $D(m,81)$,且经过 $E(1,225)$ 和 $F(n,225)$ 两点. 则下列选项正确的是　　(　　)

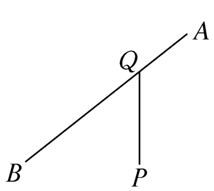


图 1

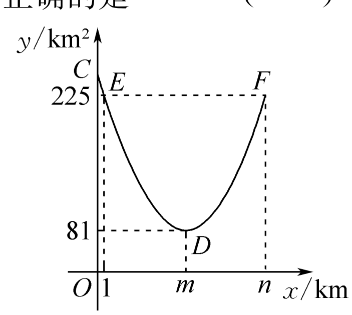


图 2

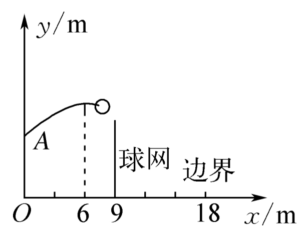
A. $m=12$

B. $n=24$

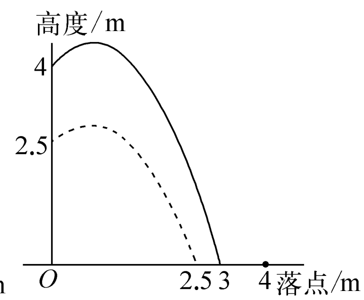
C. 点 $C$ 的纵坐标为 240

D. 点(15,85)在该函数图像上

3. 如图,排球运动员站在点 $O$ 处练习发球,将球从点 $O$ 正上方的点 $A$ 处发出,把球看成点,其运行的高度 $y$(m)与运行的水平距离 $x$(m)满足函数表达式 $y=-\frac{1}{40}(x-6)^2+h$. 已知球网与点 $O$ 的水平距离为 9 m,高度为 2.43 m,球场的边界距点 $O$ 的水平距离为 18 m. 若排球运动员本次练习发球过程中球会超过球网但不会出界(可以压线),则 $h$ 的取值范围是________.



(第 3 题)



(第 5 题)

4. 竖直上抛的小球离地面的高度是它运动时间的二次函数. 小军相隔 1 s 依次竖直向上抛出两个小球,假设两个小球离手时离地高度相同,在各自抛出后 1.1 s 时到达相同的最大离地高度,第一个小球抛出后 $t$ s时在空中与第二个小球的离地高度相同,则 $t=$________.

5. (2025·定西市模拟)如图,在水池中心点 $O$ 处竖直安装一水管,水管喷头喷出抛物线形水柱,喷头上下移动时,抛物线形水柱随之竖直上下平移,水柱落点与点 $O$ 在同一水平面. 安装师傅调试发现,喷头高 2.5 m 时,水柱落点与点 $O$ 相距 2.5 m;喷头高 4 m 时,水柱落点与点 $O$ 相距 3 m. 那么喷头高________m 时,水柱落点与点 $O$ 相距 2 m.

6. 露营已成为一种休闲时尚活动,各式帐篷成为户外活动的必要装备. 其中抛物线形帐篷(图 1)支架简单,携带方便,适合一般的休闲旅行使用.

（1）【建立模型】如图2，甲款帐篷搭建时张开的宽度 $AB=3$ m，顶部高度 $h=1.8$ m. 请在图2中以 $AB$ 的中点为坐标原点建立平面直角坐标系，求帐篷支架对应的抛物线函数表达式.

（2）【运用模型】每款帐篷张开时的宽度和顶部高度会影响容纳的椅子数量，图3为一把椅子摆入甲款帐篷后的简易视图，椅子高度 $EC=1$ m，宽度 $CD=0.6$ m，若在帐篷内沿 $AB$ 方向摆放一排此款椅子，求最多可摆放的椅子数量.

（3）【分析计算】现要设计一款抛物线形帐篷，要求顶部高度为 2.5 m，且一排能容纳5把高、宽分别为1 m和0.6 m的椅子. 设其抛物线形支架函数表达式的二次项系数为 $a(a<0)$，请写出 $a$ 的最小值：________.

图1

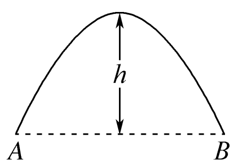



图2

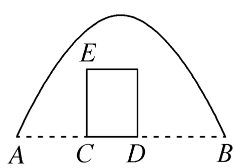
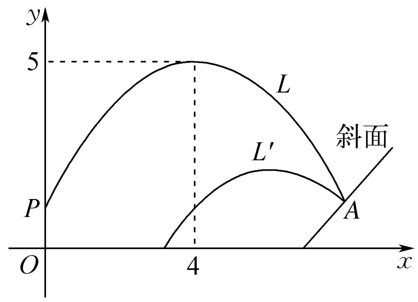



图3

思维大爆炸

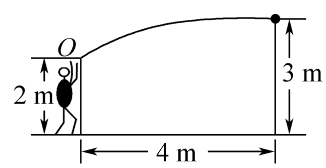
**7.** 如图，嘉嘉用计算机编程模拟抛出的弹跳球落在斜面上反弹后的距离，当弹跳球以某种特定的角度从点 $P(0,1)$ 处抛出后，弹跳球的运动轨迹是抛物线 $L$，其最高点的坐标为 $(4,5)$. 弹跳球落到斜面上的点 $A$ 处反弹后，弹跳球的运动轨迹是抛物线 $L'$，且开口大小和方向均与 $L$ 相同，但最大高度只是抛物线 $L$ 最大高度的 $\frac{2}{5}$. 若点 $A$ 与点 $P$ 的高度相同，且点 $A$ 在抛物线 $L'$ 的对称轴的右侧，则抛物线 $L'$ 的对称轴为直线________.




**8.** 篮球是一项广受喜爱的运动. 学习了二次函数后，小江同学打篮球时发现，篮球投出时在空中的运动可近似看作一条抛物线，于是建立模型，展开如下研究：如图，篮筐距离地面3 m，某同学身高2 m，站在距离篮球架 $L=4$ m 处，从靠近头部的点 $O$ 处将球正对篮筐投出，球经过最高点时恰好进入篮筐，球全程在同一平面内运动，轨迹可看作一条抛物线 $C$. 不计篮筐和球的大小、篮板厚度等.

（1）求抛物线 $C$ 的函数表达式.

（2）研究发现，当球击在篮筐上方0.2 m及以内范围的篮板上时，球会打板进筐. 若该同学正对篮筐，改用跳投的方式，出手点 $O$ 的位置升高了0.5 m，要能保证进球，求 $L$ 的取值范围（计算结果保留小数点后一位）.



# 第 5 章综合练(1)

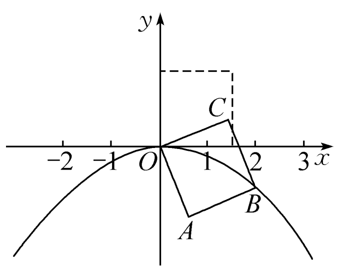
## 一、选择题

**1.** 若二次函数 $y=ax^2-x+c$ 的图像上所有的点都在 $x$ 轴下方，则 $a$，$c$ 应满足的关系是　(　　)

A. $\begin{cases}a<0,\\ ac>\frac{1}{4}\end{cases}$　　B. $\begin{cases}a<0,\\ ac<\frac{1}{4}\end{cases}$

C. $\begin{cases}a<0,\\ ac\geqslant\frac{1}{4}\end{cases}$　　D. $\begin{cases}a<0,\\ ac\leqslant\frac{1}{4}\end{cases}$

**2.** 如图，点 $O$ 为坐标原点，边长为$\sqrt{2}$的正方形 $OABC$ 的顶点 $A$ 在 $x$ 轴的正半轴上，将正方形 $OABC$ 绕顶点 $O$ 顺时针旋转 $75°$. 若点 $B$ 恰好落在某抛物线的图像上，则该抛物线的函数表达式为　(　　)




A. $y=\frac{2}{5}x^2$　　B. $y=-\frac{1}{3}x^2$

C. $y=-\frac{1}{2}x^2$　　D. $y=-3x^2$

**3.** 如图 1，在等腰直角三角形 $ABC$ 中，$\angle C=90°$，$AB=4$，点 $D$ 从点 $B$ 出发，沿 $B\to C\to A$ 方向运动，$DE\perp AB$ 于点 $E$，$\triangle DEB$ 的面积随着点 $D$ 的运动形成的函数图像(拐点左右两段都是抛物线的一部分)如图 2 所示，以下判断正确的是　(　　)

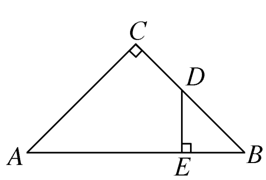



**图 1**

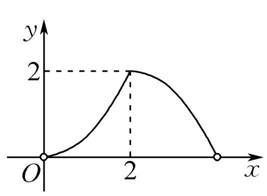



**图 2**

A. 函数图像上的点的横坐标表示 $DB$ 的长

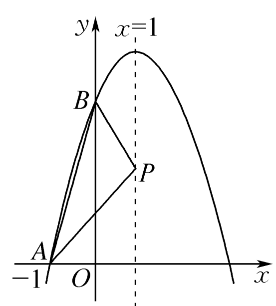
B. 当 $D$ 为 $BC$ 的中点时，$E$ 为线段 $AB$ 的三等分点

C. 两段抛物线的开口大小不一样

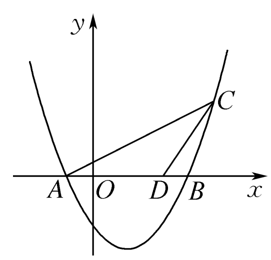
D. 函数图像上的点的横坐标为 3 时，纵坐标为$\frac{3}{2}$

## 二、填空题

**4.** 已知抛物线 $y=ax^2+bx+3$ 在平面直角坐标系 $xOy$ 中的位置如图所示，它与 $x$ 轴、$y$ 轴的交点分别为 $A$，$B$，$P$ 是其对称轴直线 $x=1$ 上的动点，根据图中提供的信息，给出以下结论：①$2a+b=0$；②$x=3$ 是关于 $x$ 的方程 $ax^2+bx+3=0$ 的一个根；③$\triangle PAB$ 周长的最小值是$\sqrt{10}+3\sqrt{2}$. 其中正确的是________(填序号).




**(第 4 题)**




**(第 5 题)**

**5.** (2025・连云港市模拟)如图，抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{3}{2}x-2$ 与 $x$ 轴交于 $A$，$B$ 两点，抛物线上点 $C$ 的横坐标为 5，点 $D$ 的坐标为 $(3,0)$，连接 $AC$，$CD$，$M$ 为平面内任意一点，将$\triangle ACD$ 绕点 $M$ 旋转 $180°$得到对应的$\triangle A'C'D'$(点 $A$，$C$，$D$ 的对应点分别为 $A'$，$C'$，$D'$). 若$\triangle A'C'D'$中恰有两个点落在抛物线上，则此时点 $C'$ 的坐标为______________(点 $C'$不与点 $A$ 重合).

**6.** (2025·成都市模拟)在平面直角坐标系中,如果点 $P(m,n)$ 的坐标满足 $n=m^2-1$,那么称 $P$ 为“修正抛物点”.若二次函数 $y=ax^2+(b+2)x+1(a,b$ 是常数,$a>1)$ 的图像上有且只有一个“修正抛物点”,令 $W=b^2+8a-8$,当 $-3\leqslant b\leqslant t$ 时,$W$ 的最大值与最小值之和为 16,则 $t=$________.

**7.** 在平面直角坐标系 $xOy$ 中,抛物线 $y=-x^2-bx+c$ 经过点 $(-2,1)$,且 $c=3b$.若点 $P(x_1,m)$,$Q(x_2,m)$ 均在该抛物线上,且 $x_1<x_2\leqslant 2$,则 $x_1^2+x_2$ 的最大值为________.

**8.** 已知二次函数 $y=ax^2-12ax+36a-5$ 的图像在 $4<x<5$ 的范围内位于 $x$ 轴下方,在 $8<x<9$ 的范围内位于 $x$ 轴上方,则 $a$ 的值为________.

## 三、解答题

**9.** (2025·江阴市模拟)已知:二次函数 $y=-x^2+bx+c$ 的图像与 $x$ 轴交于 $A,B$ 两点(点 $A$ 在点 $B$ 的左侧),与 $y$ 轴交于点 $C(0,3)$,且 $OC=3OA$.

(1) 求二次函数表达式.

(2) 若抛物线上有 $M(1-t,y_1)$,$N(t,y_2)$ 两点,当 $y_1<y_2$ 时,求 $t$ 的取值范围.

(3) 设 $P$ 是二次函数位于第一象限图像上一点,作 $PG\perp BC$ 于点 $G$,$GH\perp x$ 轴于点 $H$.当 $\sqrt{2}PG+GH$ 最大时,求点 $P$ 的横坐标.

**10.** 定义:若函数 $G_1$ 的图像上至少存在一个点,该点关于 $x$ 轴的对称点落在函数 $G_2$ 的图像上,则称函数 $G_1,G_2$ 为“关联函数”,这两个点称为函数 $G_1,G_2$ 的一对“关联点”.例如,函数 $y=2x$ 与函数 $y=x-3$ 为“关联函数”,点 $(1,2)$ 和点 $(1,-2)$ 是这两个函数的一对“关联点”.

(1) 判断函数 $y=x+2$ 与函数 $y=-\dfrac{3}{x}$ 是否为“关联函数”.若是,请直接写出一对关联点;若不是,请简要说明理由.

(2) 若对于任意实数 $k$,函数 $y=2x+b$ 与 $y=kx+k+5$ 始终为“关联函数”,求 $b$ 的值.

(3) 若函数 $y=x^2-mx+1$ 与函数 $y=2x-\dfrac{n^2}{4}$($m,n$ 为常数)为“关联函数”,且只存在一对“关联点”,求 $2m^2+n^2-6m$ 的取值范围.

# 第 5 章综合练(2)

## 一、选择题

**1.** (2025 · 无锡市模拟)下表记录了二次函数 $y=ax^2+bx-1(a\neq0)$ 中两个变量 $x$ 与 $y$ 的 3 组对应值：

| $x$ | … | $-2$ | 3 | 4 | … |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | … | $m$ | 0 | $m$ | … |

根据表中信息，当 $0<x<3$ 时，过点 $(0,n)$ 且平行于 $x$ 轴的直线与该二次函数图像有两个公共点，则 $n$ 的取值范围是（　　）

A. $-1<n<0$　　B. $-\frac{4}{3}<n<0$

C. $-\frac{4}{3}<n<-1$　　D. $-2<n<-\frac{4}{3}$

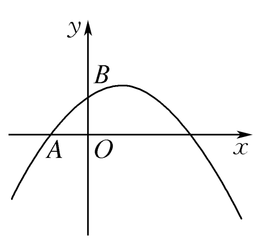
**2.** 某种产品按质量分为 10 个档次，生产最低档次产品，每件获利 8 元，每提高一个档次，每件产品利润增加 2 元. 用同样工时，最低档次产品每天可生产 60 件，提高一个档次将减少 3 件. 如果获利最大的产品是第 $k$ 档次(最低档次为第一档次，档次依次随质量增加)，那么 $k$ 的值为（　　）

A. 5　　B. 7　　C. 9　　D. 10

**3.** 二次函数 $y=-(x-1)^2+5$，当 $m\leqslant x\leqslant n$ 且 $mn<0$ 时，$y$ 的最小值为 $2m$，最大值为 $2n$，则 $m+n$ 的值为（　　）

A. $\frac{5}{2}$　　B. 2　　C. $\frac{3}{2}$　　D. $\frac{1}{2}$

**4.** 如图，二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的图像的顶点在第一象限，且经过 $A(-1,0)$，$B(0,1)$ 两点，给出下列结论：① $abc<0$；② $-1<a<0$；③ $0<b<1$；④ $0<a+b+c<2$. 其中正确的是（　　）

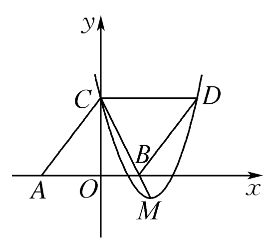



A. ①②　　B. ①③④

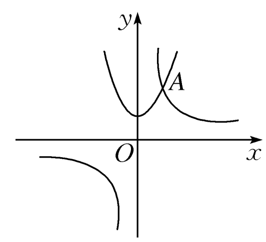
C. ①②④　　D. ①②③④

## 二、填空题

**5.** 如图，在平面直角坐标系 $xOy$ 中，菱形 $ABDC$ 的边 $AB$ 在 $x$ 轴上，顶点 $C$ 在 $y$ 轴上，点 $A(-6,0)$，$C(0,8)$. 若抛物线 $y=ax^2-10ax+c$ 的图像经过点 $C$，且顶点 $M$ 在直线 $BC$ 上，则该抛物线的函数表达式为__________.



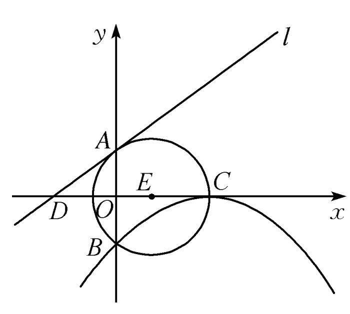

(第 5 题)




(第 6 题)

**6.** 如图，抛物线 $y=x^2+1$ 与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 的交点 $A$ 的横坐标是 1，则关于 $x$ 的不等式 $\frac{k}{x}+x^2+1<0$ 的解集为__________.

**7.** 如图，⊙$E$ 与 $y$ 轴相交于 $A$，$B$ 两点(点 $A$ 在点 $B$ 的上方)，与 $x$ 轴的正半轴相交于点 $C$，且圆心 $E$ 的坐标为 $(m,0)$，半径为 5. 直线 $l$ 的函数表达式为 $y=\frac{3}{4}x+n$，且经过点 $A$ 并与 $x$ 轴相交于点 $D\left(-\frac{16}{3},0\right)$. 若以 $C$ 为顶点的抛物线过点 $B$，则该抛物线的函数表达式为__________.



**8.** 定义符号 $\min\{a,b\}$ 的含义为:当 $a\geqslant b$ 时,$\min\{a,b\}=b$;当 $a<b$ 时,$\min\{a,b\}=a$. 如 $\min\{1,-3\}=-3$,$\min\{-4,-2\}=-4$,则 $\min\{-x^2+1,-x\}$ 的最大值是________.

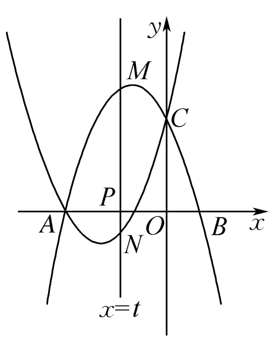
三、解答题

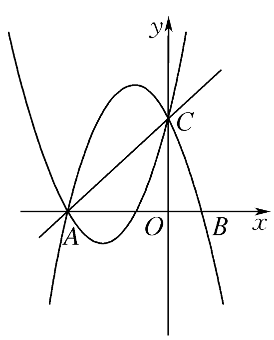
**9.** (2025·扬州市中考)如图,在平面直角坐标系中,二次函数 $y=-x^2-2x+3$ 的图像(记为 $G_1$)与 $x$ 轴交于点 $A$,$B$,与 $y$ 轴交于点 $C$,二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图像(记为 $G_2$)经过点 $A$,$C$. 直线 $x=t$ 与两个图像 $G_1$,$G_2$ 分别交于点 $M$,$N$,与 $x$ 轴交于点 $P$.

(1) 求 $b$,$c$ 的值.

(2) 当点 $P$ 在线段 $AO$ 上时,求 $MN$ 的最大值.

(3) 设点 $M$,$N$ 到直线 $AC$ 的距离分别为 $m$,$n$. 当 $m+n=4$ 时,对应的 $t$ 值有________个;当 $m-n=3$ 时,对应的 $t$ 值有________个;当 $mn=2$ 时,对应的 $t$ 值有________个;当 $\frac{m}{n}=1$ 时,对应的 $t$ 值有________个.



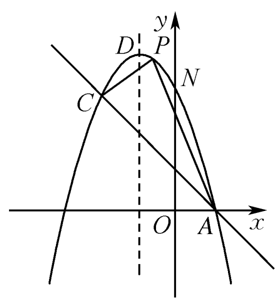

备用图

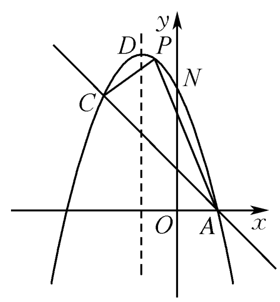
**10.** 如图,已知抛物线 $y=-x^2+bx+c$ 与一直线相交于 $A(1,0)$,$C(-2,3)$ 两点,与 $y$ 轴交于点 $N$,其顶点为 $D$.

(1) 请直接写出抛物线与直线 $AC$ 的函数表达式.

(2) 若 $P$ 是位于直线 $AC$ 上方的抛物线上的一个动点,求△$APC$ 面积的最大值及此时点 $P$ 的坐标.

(3) 在对称轴上是否存在一点 $M$,使△$ANM$ 的周长最小?若存在,求出点 $M$ 的坐标和△$ANM$ 周长的最小值;若不存在,请说明理由.



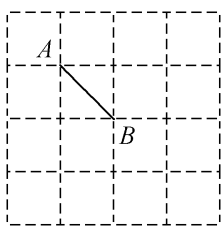

备用图

# 期末综合练(1)

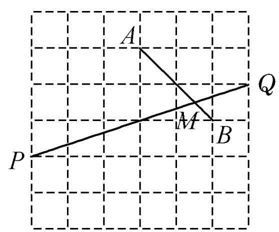
## 一、选择题

**1.** 如图,在边长均为 1 的小正方形组成的 $4\times4$ 网格中,网格线的交点称为格点.已知 $A$,$B$ 是两格点,在格点中任意放置点 $C$,恰好能使 $\triangle ABC$ 的面积为 1 的概率为 ( )

A. $\frac{4}{25}$　　B. $\frac{1}{5}$　　C. $\frac{6}{25}$　　D. $\frac{8}{25}$



(第 1 题)

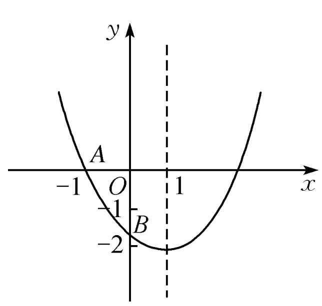


(第 2 题)

**2.** 如图是由边长相同的小正方形组成的网格,$A$,$B$,$P$,$Q$ 四点均在正方形网格的格点上,线段 $AB$,$PQ$ 相交于点 $M$,则 $\angle QMB$ 的正切值是 ( )

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1　　C. $\sqrt{3}$　　D. 2

**3.** 如图,已知二次函数 $y=ax^2+bx+c(a\neq0)$ 的图像与 $x$ 轴交于点 $A(-1,0)$,与 $y$ 轴的交点 $B$ 在点$(0,-2)$和点$(0,-1)$之间(不包括这两点),对称轴为直线 $x=1$.现有下列结论:①$abc>0$;②$4a+2b+c>0$;③$4ac-b^2<8a$;④$\frac{1}{3}<a<\frac{2}{3}$;⑤$b>c$.其中正确的结论是 ( )




A. ①③　　B. ①③④　　C. ②④⑤　　D. ①③④⑤

## 二、填空题

**4.** 如图 1,$PT$ 与 $\odot O_1$ 相切于点 $T$,$PB$ 与 $\odot O_1$ 相交于 $A$,$B$ 两点,可证明 $\triangle PTA\backsim\triangle PBT$,从而有 $PT^2=PA\cdot PB$.请应用以上结论解决下列问题:如图 2,$PB$,$PD$ 分别与 $\odot O_2$ 相交于 $A$,$B$,$C$,$D$ 四点,已知 $PA=2$,$PB=7$,$PC=3$,则 $CD=$________.

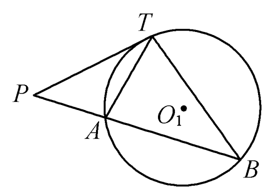


图 1

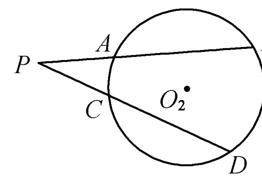
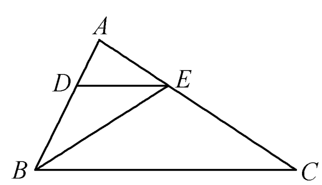
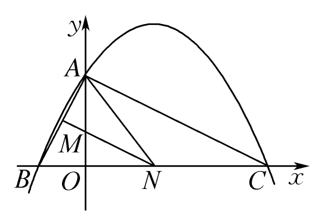


图 2

**5.** 如图,在 $\triangle ABC$ 中,$BE$ 平分 $\angle ABC$,$DE\parallel BC$.若 $DE=2AD$,$AE=2$,则 $EC=$________.



(第 5 题)



(第 7 题)

**6.** 在平面直角坐标系 $xOy$ 中,若 $P(m,m^2+4m+3)$,$Q(2n,4n-8)$是两个动点($m$,$n$ 为实数),则 $PQ$ 长的最小值为________.

**7.** (2025·盐城市模拟)如图,二次函数 $y=-\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{2}x+4$ 的图像与 $y$ 轴交于点 $A$,与 $x$ 轴交于点 $B$,$C$,连接 $AB$,$AC$.若点 $N$ 在线段 $BC$ 上运动(不与点 $B$,$C$ 重合).过点 $N$ 作 $NM\parallel AC$,交 $AB$ 于点 $M$,当 $\triangle AMN$ 面积最大时,点 $N$ 的坐标为________.

三、解答题

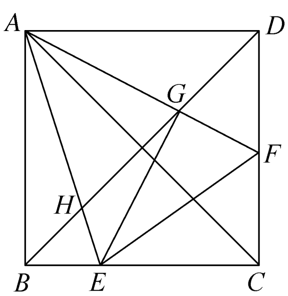
**8.** (2025·徐州市模拟)如图,在正方形 $ABCD$ 中,点 $E$,$F$ 分别在边 $BC$,$CD$ 上,且$\angle EAF=45^\circ$,连接 $BD$,分别交 $AE$,$AF$ 于点 $H$,$G$,连接 $AC$,$EF$,$EG$.

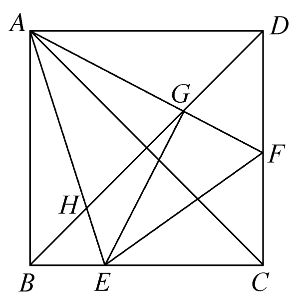
(1) 若正方形 $ABCD$ 的边长为 4 cm,则$\triangle CEF$ 的周长为________cm.

(2) 求证:$\triangle ACE\backsim\triangle ADG$.

(3) $AF$ 与 $EG$ 存在怎样的位置关系?请说明理由.

(4) 求证:$\dfrac{BE}{CE}\cdot\dfrac{DF}{CF}$为定值.



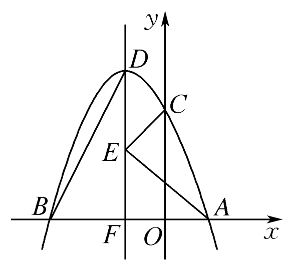

备用图

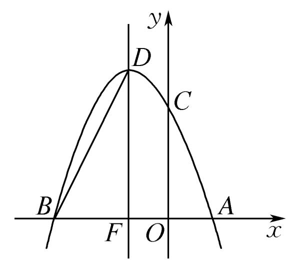
**9.** 如图,抛物线 $y=-x^2-2x+3$ 与 $x$ 轴交于$A$,$B$ 两点(点 $A$ 在点 $B$ 的右侧),与 $y$ 轴交于点$C$,顶点为 $D$.抛物线对称轴与 $x$ 轴交于点 $F$,$E$ 是对称轴上的一个动点.

(1) 若 $CE/\!/BD$,求 $\sin\angle DEC$ 的值.

(2) 若$\angle BCE=\angle BDF$,求点 $E$ 的坐标.

(3) 当 $AE+\dfrac{\sqrt{5}}{5}DE$ 取得最小值时,连接并延长 $AE$ 交抛物线于点 $M$,请直接写出 $AM$ 的长度.




备用图

# 2025 年江苏 13 大市中考模拟压轴题精选

## 中考模拟压轴 1

### 2025 年南京市玄武区中考模拟压轴题

**1.** 如图 1，将矩形纸片 $ABCD$ 对折，折痕为 $EF$；如图 2，展开纸片，连接 $BD$，$EC$ 交于点 $G$；如图 3，再沿过点 $A$ 的直线折叠，使点 $B$ 恰好落在点 $G$ 处，折痕为 $AH$. 则 $\dfrac{AD}{AB}$ 的值为　　　　（　　）

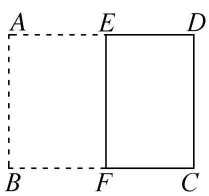



**图 1**

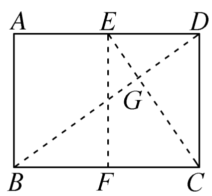



**图 2**

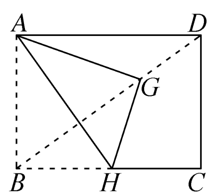



**图 3**

A. 2　　B. $\sqrt{2}$　　C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{5}$

**2.** 光的折射.

**物理常识**

光从一种介质斜射入另一种介质时，传播方向偏折的现象叫作光的折射.

当光从真空射入某种介质发生折射时，入射角 $\alpha$ 的正弦与折射角 $\beta$ 的正弦之比（$\alpha$，$\beta$ 均为锐角）叫作这种介质的绝对折射率，简称折射率，用符号 $n$ 表示，即 $n=\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}$.

(1) 如图 1，若入射角 $\alpha$ 的度数为 $60°$，折射率 $n=\sqrt{3}$，求折射角 $\beta$ 的度数.

(2) 如图 2，直线 $l$ 是真空与某种介质的分界线，折射率 $n=2$，$PA$ 是入射光线，$A$ 是入射点. 在图 2 中，用直尺和圆规作出折射光线 $AQ$.（保留作图痕迹，写出必要的文字说明）

(3) 如图 3，直线 $l$ 是真空与某种介质的分界线，折射率 $n=\dfrac{4}{3}$，直线 $l$ 上有一个位置固定的遮光板 $AB$，且 $M$ 是 $AB$ 的中点. 在直线 $l$ 下方有一个圆形区域 $\odot O$，且 $\odot O$ 与 $AB$ 相切于点 $M$. 光源点 $P$ 在直线 $l$ 的上方，经过遮光板 $AB$ 的遮挡，使得折射光线不能进入 $\odot O$ 的内部，已知 $\odot O$ 的半径为 $\sqrt{3}$，$AB=2$.（假设入射光线在端点 $A$，$B$ 处能够发生折射）

①光源点 $P$ 到直线 $l$ 距离的最大值是__________；

②满足条件的光源点 $P$ 所形成的区域面积随着折射率 $n$ 的值变大而________（填“变大”或“变小”）.

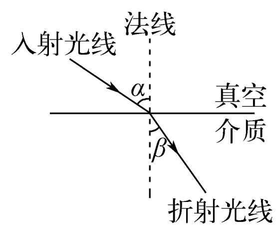



**图 1**

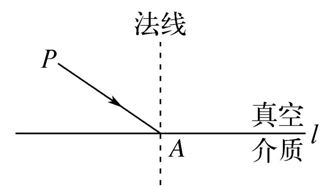



**图 2**

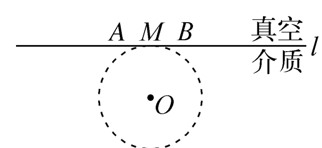



**图 3**