

初中数学

小题才王做[®]

恩波教育研究中心 编

提优版

九年级下
· 苏科版 ·

本册主编 王云峰 朱奎祥 张杰
编委 高俊元 沙妍楠 王永宽
姜素青 朱松林 朱奎祥

Contents 目录

课时训练篇

| | |
|------------------------------|----|
| 第5章 二次函数 | 1 |
| 课时训练 1 二次函数 | 1 |
| 课时训练 2 二次函数的图像和性质(1) | 3 |
| 课时训练 3 二次函数的图像和性质(2) | 5 |
| 课时训练 4 二次函数的图像和性质(3) | 7 |
| 课时训练 5 二次函数的图像和性质(4) | 10 |
| 课时训练 6 二次函数的图像和性质(5) | 12 |
| 课时训练 7 用待定系数法确定二次函数表达式 .. | 14 |
| 课时训练 8 二次函数与一元二次方程(1) | 16 |
| 课时训练 9 二次函数与一元二次方程(2) | 18 |
| 课时训练 10 二次函数与一元二次方程(3) | 20 |
| 课时训练 11 用二次函数解决问题(1) | 22 |
| 课时训练 12 用二次函数解决问题(2) | 25 |
| 第6章 图形的相似 | 28 |
| 课时训练 13 图上距离与实际距离 | 28 |
| 课时训练 14 黄金分割 | 30 |
| 课时训练 15 相似图形 | 32 |
| 课时训练 16 探索三角形相似的条件(1) | 34 |
| 课时训练 17 探索三角形相似的条件(2) | 36 |
| 课时训练 18 探索三角形相似的条件(3) | 38 |
| 课时训练 19 探索三角形相似的条件(4) | 40 |
| 课时训练 20 探索三角形相似的条件(5) | 42 |
| 课时训练 21 相似三角形的性质(1) | 44 |
| 课时训练 22 相似三角形的性质(2) | 46 |
| 课时训练 23 图形的位似 | 48 |
| 课时训练 24 用相似三角形解决问题(1) | 50 |
| 课时训练 25 用相似三角形解决问题(2) | 52 |
| 第7章 锐角三角函数 | 54 |
| 课时训练 26 正切 | 54 |
| 课时训练 27 正弦、余弦(1) | 56 |
| 课时训练 28 正弦、余弦(2) | 58 |

| | |
|------------------------------|----|
| 课时训练 29 特殊角的三角函数 | 60 |
| 课时训练 30 由三角函数值求锐角 | 62 |
| 课时训练 31 解直角三角形(1) | 63 |
| 课时训练 32 解直角三角形(2) | 65 |
| 课时训练 33 用锐角三角函数解决问题(1) | 67 |
| 课时训练 34 用锐角三角函数解决问题(2) | 69 |
| 课时训练 35 用锐角三角函数解决问题(3) | 71 |

| | |
|-----------------------------|----|
| 第8章 统计和概率的简单应用 | 73 |
| 课时训练 36 中学生的视力情况调查 | 73 |
| 课时训练 37 货比三家 | 75 |
| 课时训练 38 统计分析帮你做预测 | 77 |
| 课时训练 39 抽签方法合理吗 | 79 |
| 课时训练 40 概率帮你做估计 | 81 |
| 课时训练 41 收取多少保险费才合理 | 83 |

专题强化篇

| | |
|----------------------------|----|
| 专题强化 1 二次函数的图像与性质 | 85 |
| 专题强化 2 构造相似三角形解决问题 | 87 |
| 专题强化 3 锐角三角函数与几何 | 89 |
| 专题强化 4 以二次函数为背景的综合问题 | 91 |

阶段检测篇

(见活页)

| | |
|--------------|---|
| 第5章检测卷 | 1 |
| 第6章检测卷 | 3 |
| 第7章检测卷 | 5 |
| 第8章检测卷 | 7 |
| 期末检测卷 | 9 |

答案全解精析(另册)

附:提优小帮手·数学思想与解题技巧

I n d e x 索引

第5章 二次函数

- 提优点 1 二次函数的基本概念 P1T1, P2T1
提优点 2 找寻等量关系列函数表达式 P1T7, P2T3, T4
提优点 3 二次函数的图像与性质 P8T1, T5, P11T4, P13T1
提优点 4 用待定系数法确定二次函数表达式 P14T4
提优点 5 二次函数与方程或不等式(组) P16T5, P17T1, T4, P18T2, P20T6
提优点 6 用二次函数解决实际问题 P22T2, T3, P24T7
提优点 7 用二次函数解决几何问题 P22T4, T9, P23T2, P24T6
提优点 8 用二次函数解决抛物线型问题 P25T1, T5, T6, P26T2
提优点 9 二次函数与其他函数的综合问题 P4T4, P15T1
提优点 10 二次函数与几何的综合问题 P7T8, P15T7

第6章 图形的相似

- 提优点 1 成比例线段与比例的性质 P28T4, T11, P29T6
提优点 2 黄金分割 P31T7
提优点 3 相似图形 P32T6, P33T2
提优点 4 平行线分线段成比例及其推论 P34T1, T2
提优点 5 两角分别相等的两个三角形相似中 A 形模型 P34T5, P37T5
提优点 6 两角分别相等的两个三角形相似中 X 形模型 P35T3
提优点 7 两角分别相等的两个三角形相似中 K 形模型 P39T5
提优点 8 三边成比例的两个三角形相似 P40T3
提优点 9 三角形的重心 P42T1, T3, P43T1
提优点 10 相似三角形(多边形)的周长比、面积比与相似比的关系 P44T2, T3
提优点 11 相似三角形对应线段的比等于相似比 P46T2, T6
提优点 12 利用或构造相似三角形解决问题 P37T2, P45T5
提优点 13 根据位似性质求对应点的坐标 P48T4, T5, P49T3
提优点 14 用相似三角形解决问题——平行投影 P51T5
提优点 15 用相似三角形解决问题——中心投影 P52T6

第7章 锐角三角函数

- 提优点 1 正切、正弦、余弦的定义 P54T4, P56T1, T6
提优点 2 网格中的锐角三角函数 P54T1, P56T3, P57T6
提优点 3 解直角三角形 P63T5, P65T5
提优点 4 构造直角三角形解决问题 P55T2, P66T6
提优点 5 锐角三角函数与函数的综合 P60T8
提优点 6 锐角三角函数与几何的综合 P55T5, P59T3, P63T4, P64T5
提优点 7 用锐角三角函数解决问题——坡度、坡角 P67T1, T6
提优点 8 用锐角三角函数解决问题——圆或多边形 P69T1, P70T4
提优点 9 用锐角三角函数解决问题——俯角、仰角、方位角 P71T1, T3, T4

第5章 二次函数

课时训练1 二次函数

(时间:25 min)

基础巩固

1. 下列函数中,属于二次函数的是 ()

- A. $y=ax^2+bx+c$
- B. $y=x(x-1)$
- C. $y=\frac{1}{x^2}$
- D. $y=(x-1)^2-x^2$

2. 下列函数关系中,属于二次函数的是 ()

- A. 在一定距离内,汽车行驶的速度与行驶时间之间的关系
- B. 矩形的长一定,矩形的面积与宽之间的关系
- C. 圆锥的高一定,圆锥的体积与底面半径之间的关系
- D. 在弹性限度内,弹簧的长度与所挂物体质量之间的关系

3. 已知一正方体的棱长是 3 cm,设棱长增加 x cm 时,正方体的表面积增加 y cm^2 ,则 y 与 x 之间的函数表达式是 ()

- A. $y=6x^2-36x$
- B. $y=-6x^2+36x$
- C. $y=x^2+36x$
- D. $y=6x^2+36x$

4. 二次函数 $y=2x(x-3)$ 的二次项系数与一次项系数的和为 ()

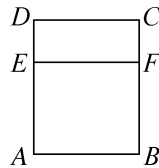
- A. 2
- B. -1
- C. -2
- D. -4

5. 若函数 $y=mx(x-1)-x^2$ 是关于 x 的二次函数,则 m 的取值范围是_____.

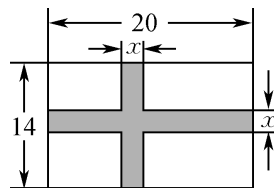
6. 某商店从厂家以 21 元/件的价格购进一批商品,该商店可以自行定价销售,若商品售价为 x 元/件,则可卖出 $(350-10x)$ 件,那

么商店所得利润 y (元)与售价 x (元/件)之间的函数表达式为_____.

7. 用长为 8 m 的铝合金条制成如图所示的矩形窗框,设 AB 的长为 x (m),则窗框的透光面积 y (m^2)关于 x (m)的函数表达式为_____.



8. 如图,在长为 20 m、宽为 14 m 的矩形花园内修建等宽的十字形小径,设小径的宽为 x (m),剩余花园的面积为 y (m^2),则 y 与 x 之间的函数表达式为_____.



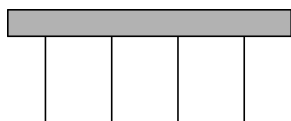
9. 已知函数 $y=(m+3)x^{m^2+m-4}+(m+2)x+3$ (其中 $x \neq 0$).

(1) 当 m 为何值时, y 是 x 的二次函数?

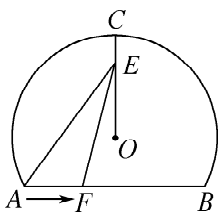
(2) 当 m 为何值时, y 是 x 的一次函数?

拓展提优

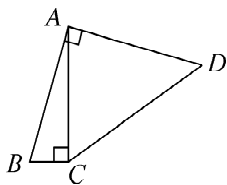
1. 若关于 x 的函数 $y=(a^2+a)x^{a^2-2a-1}$ 是二次函数, 则 ()
- A. $a=-1$ 或 $a=3$
 B. $a \neq -1$ 且 $a \neq 0$
 C. $a=-1$
 D. $a=3$
2. 如图, 某农场要盖一排三间长方形的羊圈, 打算一面利用旧墙, 其余各面用木材围成栅栏, 该农场计划用木材围成总长 24 m 的栅栏, 设面积为 $s(\text{m}^2)$, 垂直于墙的一边长为 $x(\text{m})$. 则 s 关于 x 的函数表达式为 _____, 自变量 x 的取值范围是 _____.



3. 如图, C 是 \widehat{ACB} 的中点, 点 O 是 \widehat{ACB} 所在圆的圆心, 弦 $AB=6 \text{ cm}$, E 为 OC 上任意一点, 动点 F 从点 A 出发, 以 1 cm/s 的速度沿 AB 方向向点 B 匀速运动. 设点 F 的运动时间为 $x \text{ s}$. 若 $y=AE^2-EF^2$, 则 y 与 x 之间的函数表达式为 _____.



(第3题)

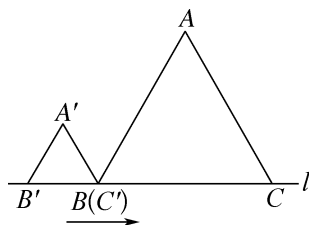


(第4题)

4. 如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $\angle BAD=\angle ACB=90^\circ$, $AB=AD$, $AC=4BC$. 设 CD 的长为 x , 四边形 $ABCD$ 的面积为 y , 则 y 与 x 之间的函数表达式为 _____.
5. 如果二次函数 $y=a_1x^2+b_1x+c_1$ ($a_1 \neq 0, a_1, b_1, c_1$ 是常数) 与 $y=a_2x^2+b_2x+c_2$ ($a_2 \neq 0, a_2, b_2, c_2$ 是常数) 满足 $a_1+a_2=0, b_1=b_2, c_1+c_2=0$, 那么称这两个函数互为“旋

转函数”. 若函数 $y=-x^2+\frac{4}{3}mx-2$ 与 $y=x^2-2nx+n$ 互为“旋转函数”, 则 $(m+n)^{2025}$ 的值为 _____.

6. 已知二次函数 $y=2x^2+2025$, 当 x 分别取 x_1, x_2 ($x_1 \neq x_2$) 时, 函数值相等, 则当 x 取 $2x_1+2x_2$ 时, 函数值为 _____.
7. 如图, $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 是边长分别为 5 和 2 的等边三角形, 点 B', C', B, C 都在直线 l 上, $\triangle ABC$ 固定不动, 将 $\triangle A'B'C'$ 在直线 l 上自左向右平移. 开始时, 点 C' 与点 B 重合, 当点 B' 移动到与点 C 重合时停止. 设 $\triangle A'B'C'$ 移动的距离为 x , 两个三角形重叠部分的面积为 y , 试求 y 与 x 之间的函数表达式.



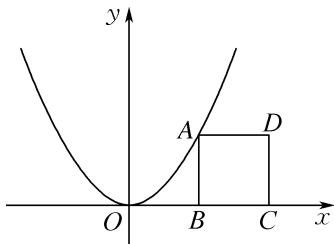
课时训练2 二次函数的图像和性质(1)

(时间:25 min)

基础巩固

- 对于函数 $y=x^2$, 下列判断正确的是 ()
 - 若 m, n 互为相反数, 则 $x=m$ 与 $x=n$ 对应的函数值相等
 - 对于同一自变量 x , 有两个函数值与之对应
 - 对于任意一个实数 y , 都有两个 x 值与之对应
 - 对于任意实数 x , 都有 $y>0$
- A, B 分别为抛物线 $y=x^2$ 上两点, 且线段 $AB \perp y$ 轴, 若点 A 的纵坐标为 3, 则线段 AB 的长为 ()
 - 3
 - 6
 - $\sqrt{3}$
 - $2\sqrt{3}$
- 函数 $y=x^2$ 与 $y=-x^2$ 的图像关于 _____ 对称, 也可以认为 $y=-x^2$ 的图像是由函数 $y=x^2$ 的图像绕 _____ 旋转得到的.
- 已知二次函数 $y=x^2$, 则当 $-3 < x < 0$ 时, y 的取值范围是 _____.
- 关于二次函数 $y=-x^2$ 的图像, 有下列说法: ①图像是一条抛物线, 且顶点坐标是 $(0, -1)$; ②图像的对称轴为直线 $x=0$; ③若 $(x_1, m), (x_2, m)$ 是该函数图像上的两个不同点, 则这两点是一对关于对称轴的对称点. 其中正确的说法有 _____ (填序号).

- 如图, 正方形 $ABCD$ 的顶点 A 在抛物线 $y=x^2$ 上, 顶点 B, C 在 x 轴的正半轴上, 且点 C 的坐标为 $(2, 0)$, 则点 A 的坐标为 _____.



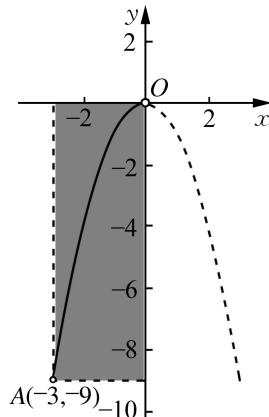
7. 阅读下列材料:

已知二次函数 $y=-x^2$. 当 $-3 < x < 0$ 时, 求 y 的取值范围.

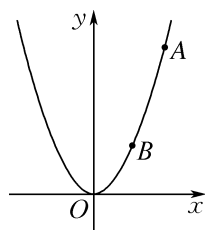
我们可以画出二次函数 $y=-x^2$ 的图像, 当 $-3 < x < 0$ 时, 抛物线只能取图中阴影区域的部分, 由图可知, 此时 y 的取值范围是 $-9 < y < 0$.

请运用以上方法解决下列问题:

- 当 $-2 < x < 3$ 时, 求 y 的取值范围;
- 当 $-4 < y \leq -1$ 时, 求 x 的取值范围.



- 如图, 已知点 $A(2, m), B(n, 1)$ 在抛物线 $y=x^2$ 上.
 - 求 m, n 的值;
 - 在 y 轴上找一点 P , 使得点 P 到 A, B 两点的距离之和最小, 求出此时点 P 的坐标.



拓展提优

1. 已知 $a < -1$, 若点 $(a-1, y_1), (a, y_2), (a+1, y_3)$ 都在函数 $y = -x^2$ 的图像上, 则

()

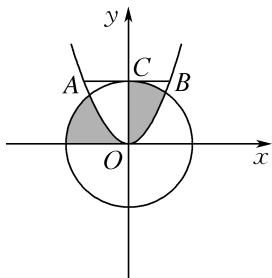
- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_1 < y_3 < y_2$
C. $y_3 < y_2 < y_1$ D. $y_2 < y_1 < y_3$

2. 点 $M(m, 2026)$ 在函数 $y = x^2$ 的图像上, 则下列选项正确的是

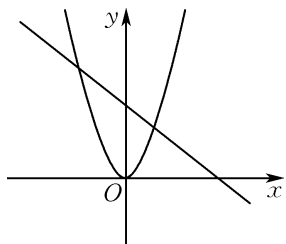
()

- A. $m > 45$ B. $m < 45$
C. $|m| > 45$ D. $|m| < 45$

3. 如图, A, B 为抛物线 $y = x^2$ 上的两点, 且 $AB \parallel x$ 轴, 与 y 轴交于点 C , 以点 O 为圆心, OC 的长为半径画圆. 若 $AB = 2\sqrt{2}$, 则图中阴影部分的面积是_____.



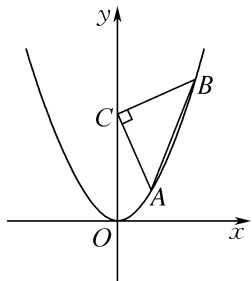
(第3题)



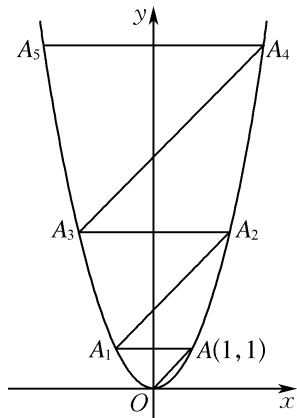
(第4题)

4. 已知函数 $y_1 = x^2$ 与函数 $y_2 = -\frac{1}{2}x + 3$ 的图像大致如图所示. 若 $y_1 < y_2$, 则自变量 x 的取值范围是_____.

5. 如图, 在等腰直角三角形 ABC 中, $\angle ACB = 90^\circ$, 点 A, B 在抛物线 $y = x^2$ 上, 点 C 在 y 轴上, A, B 两点的横坐标分别为 1 和 $b (b > 1)$, b 的值为_____.



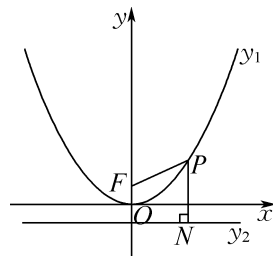
(第5题)



(第6题)

6. 在平面直角坐标系 xOy 中, 二次函数 $y = x^2$ 的图像如图所示. 已知点 A 的坐标为 $(1, 1)$, 过点 A 作 $AA_1 \parallel x$ 轴交抛物线于点 A_1 , 过点 A_1 作 $A_1A_2 \parallel OA$ 交抛物线于点 A_2 , 过点 A_2 作 $A_2A_3 \parallel x$ 轴交抛物线于点 A_3 , 过点 A_3 作 $A_3A_4 \parallel OA$ 交抛物线于点 A_4, \dots , 按如此方式进行下去, 则点 A_{2024} 的坐标为_____.

7. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知抛物线的函数表达式是 $y_1 = x^2$, 直线 l 的函数表达式是 $y_2 = -\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$, 点 $F(0, \frac{1}{4})$, P 是抛物线上的一个动点, 连接 PF , 过点 P 作 $PN \perp l$.

(1) 求证: $PF = PN$.(2) 设点 $E(-2, 6)$, 求 $PE + PF$ 的最小值及此时点 P 的坐标.

课时训练3 二次函数的图像和性质(2)

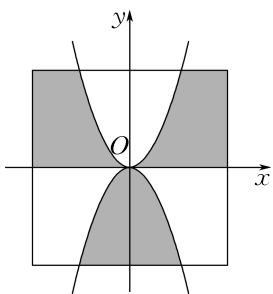
(时间:25 min)

基础巩固

1. 若抛物线 $y=ax^2$ 经过点 $P(1, -2)$, 则它也经过点 ()

- A. $P_1(-1, -2)$ B. $P_2(-1, 2)$
 C. $P_3(1, 2)$ D. $P_4(2, 1)$

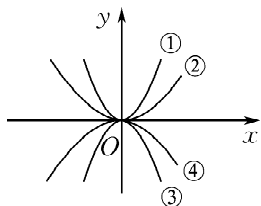
2. 如图, 大正方形的边长为 $\sqrt{6}$, 以正方形的中心为原点建立平面直角坐标系, 作出函数 $y=3x^2$ 与 $y=-3x^2$ 的图像, 则图中阴影部分的面积是 ()



- A. 3 B. 6 C. 4.5 D. 9

3. 若 $(m, p), (n, p)$ 是二次函数 $y=ax^2$ 上两个不同的点, 则 $m+n$ 的值为_____.

4. 如图, 四个二次函数的图像对应的表达式分别为① $y=ax^2$; ② $y=bx^2$; ③ $y=cx^2$; ④ $y=dx^2$. 则 a, b, c, d 的大小关系为_____ (用“>”连接).



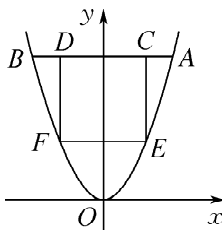
5. 已知点 $A(-1, y_1), B(\sqrt{2}, y_2), C(-2, y_3)$ 在函数 $y=(m^2+1)x^2$ 的图像上, 则 y_1, y_2, y_3 的大小关系为_____ (用“<”连接).

6. 当 $k =$ _____ 时, 二次函数 $y = (1 - k)x^{k^2-2}$ 有最小值.

7. 若抛物线 $y=ax^2$ 与 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 形状相同,

开口方向相反, 则抛物线 $y=ax^2$ 上纵坐标为 2 的点的坐标为_____.

8. 如图, 在平面直角坐标系中, 点 $A(2, 4)$ 在抛物线 $y=ax^2$ 上, 过点 A 作 y 轴的垂线, 交抛物线于另一点 B , 点 C, D 在线段 AB 上, 分别过点 C, D 作 x 轴的垂线交抛物线于 E, F 两点. 当四边形 $CDFE$ 为正方形时, 线段 CD 的长为_____.

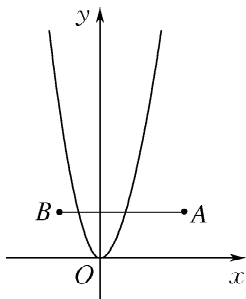


9. 已知函数 $y=(m+3)x^{m^2+3m-2}$.

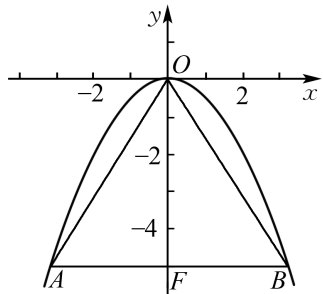
- (1) 当 m 为何值时, 该函数是关于 x 的二次函数?
- (2) 在(1)的条件下, 当 m 为何值时, 该函数的图像开口向下?
- (3) 在(1)的条件下, 当 m 为何值时, 该函数有最小值?

拓展提优

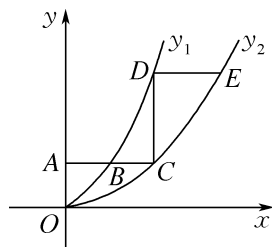
- 下列说法错误的是 ()
 - 在二次函数 $y=3x^2$ 中, 当 $x>0$ 时, y 的值随 x 值的增大而增大
 - 在二次函数 $y=-6x^2$ 中, 当 $x=0$ 时, y 有最大值 0
 - 在二次函数 $y=ax^2 (a \neq 0)$ 中, a 越大, 图像开口越小; a 越小, 图像开口越大
 - 不论 a 是正数还是负数, 抛物线 $y=ax^2 (a \neq 0)$ 的顶点一定是坐标原点
- 二次函数 $y=ax^2$ 与一次函数 $y=ax-1$ 的图像交点不可能在 ()
 - 第一象限
 - 第二象限
 - 第三象限
 - 第四象限
- 若抛物线 $y=ax^2 (a \neq 0)$ 与直线 $y=2x-3$ 相交于点 $A(1, b)$, 则 a 的值为_____.
- 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 的坐标是 $(6, 4)$, 点 A 关于直线 $x=2$ 的对称点为 B . 若抛物线 $y=ax^2 (a \neq 0)$ 与线段 AB 恰有一个公共点, 则 a 的取值范围是_____.



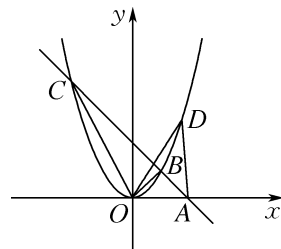
- 如图, 已知 A, B 为抛物线 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 上的两点, 且 $AB \parallel x$ 轴. 若 $\triangle ABO$ 是等边三角形, 则 $\triangle ABO$ 的边长为_____.



- 如图, 平行于 x 轴的直线 AC 分别交抛物线 $y_1=x^2 (x \geq 0), y_2=\frac{1}{4}x^2 (x \geq 0)$ 于 B, C 两点, 过点 C 作 y 轴的平行线交 y_1 于点 D , 直线 $DE \parallel AC$, 交 y_2 于点 E , 则 $\frac{DE}{AB} =$ _____.



- 如图, 直线 AB 过 x 轴上的点 $A(2, 0)$, 且与抛物线 $y=ax^2$ 相交于 B, C 两点, 点 B 的坐标为 $(1, 1)$.
 - 求直线 AB 和抛物线的函数表达式.
 - 在抛物线上是否存在一点 D , 使得 $S_{\triangle OAD} = S_{\triangle OBC}$? 若存在, 求出点 D 的坐标; 若不存在, 请说明理由.

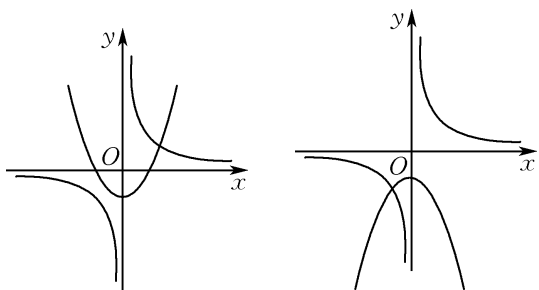


课时训练4 二次函数的图像和性质(3)

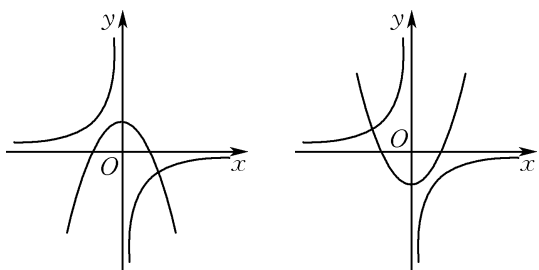
(时间:30 min)

基础巩固

- 关于二次函数 $y=2x^2+1$, 下列说法错误的是 ()
 - 图像的对称轴是 y 轴
 - 图像与 y 轴的交点坐标为 $(0,1)$
 - 当 $x < 0$ 时, y 的值随 x 值的增大而减小
 - y 的最大值为 1
- 在下列二次函数中, 其图像的对称轴为直线 $x=2$ 的是 ()
 - $y=(x+2)^2$
 - $y=2x^2-2$
 - $y=-2x^2-2$
 - $y=2(x-2)^2$
- 已知 $a \neq 0$, 则函数 $y=\frac{a}{x}$ 与 $y=-ax^2+a$ 在同一平面直角坐标系中的大致图像可能是 ()



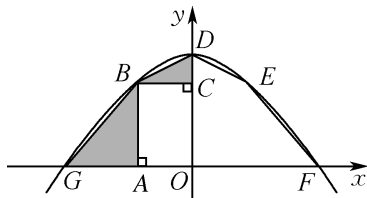
A B



C D

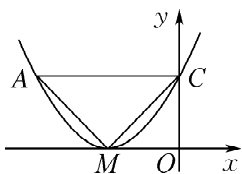
- 已知二次函数 $y=a(x-m)^2$ ($a > 0$) 的图像经过点 $A(-1,p)$, $B(3,q)$, 且 $p < q$, 则 m 的值不可能为 ()
 - 0
 - 2
 - 1
 - 2

- 在平面直角坐标系中, 直线 $y=-2$ 与二次函数 $y=3x^2+a$ 的图像相交于 A, B 两点, 与二次函数 $y=-2x^2+b$ 的图像相交于 C, D 两点, 其中 a, b 为整数. 若 $AB=2, CD=4$, 则 $a+b$ 的值是 ()
 - 1
 - 9
 - 16
 - 24
- (1) 将二次函数 $y=-x^2$ 的图像向下平移 3 个单位长度可以得到一条新的抛物线, 点 $A(-\frac{5}{2}, \frac{1}{8})$ _____ (填“在”或“不在”)这条新抛物线上;
 (2) 将二次函数 $y=-x^2$ 的图像向左平移 3 个单位长度可以得到一条新的抛物线, 点 $A(-\frac{5}{2}, \frac{1}{8})$ _____ (填“在”或“不在”)这条新抛物线上.
- (1) 若二次函数 $y=ax^2+a^2-4$ 有最小值 5, 则 a 的值为 _____.
 (2) 若抛物线 $y=ax^2-a-2$ 与 x 轴不相交, 则 a 的取值范围为 _____.
- 如图, 抛物线 $y=ax^2+c$ ($a < 0$) 交 x 轴于点 G, F , 交 y 轴于点 D , 在 x 轴上方的抛物线上有两点 B, E , 它们关于 y 轴对称, 点 G, B 在 y 轴的左侧, $BA \perp OG$ 于点 A , $BC \perp OD$ 于点 C . 若四边形 $OABC$ 与四边形 $ODEF$ 的面积分别为 6 和 10, 则 $\triangle ABG$ 与 $\triangle BCD$ 的面积之和为 _____.

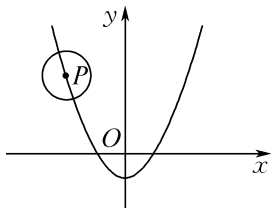


- 已知二次函数 $y=(x-3)^2$, 则当 $1 \leq x \leq 4$ 时, 函数 y 的取值范围是 _____.

10. 如图, 抛物线 $y=(x+1)^2$ 的顶点为 M , 与 y 轴交于点 C , A 是抛物线上的一点, 且 $AM=CM$, 则点 A 的坐标为_____.



(第 10 题)

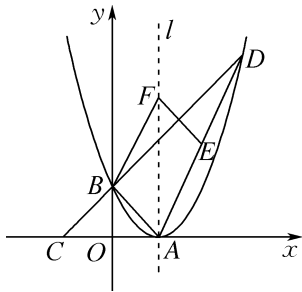


(第 12 题)

11. 已知二次函数的图像经过点 $P(2, 2)$, 顶点为 $O(0, 0)$. 若将该图像向右平移, 则当它再次经过点 P 时, 所得抛物线的函数表达式为_____.
12. 如图, 已知 $\odot P$ 的半径为 2, 圆心 P 在抛物线 $y=\frac{1}{2}x^2-3$ 上运动. 当 $\odot P$ 与 x 轴相切时, 圆心 P 的坐标为_____.
13. 如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知二次函数 $y=\frac{1}{2}(x-2)^2$ 的图像与 y 轴交于点 B , 抛物线的对称轴是直线 l , 顶点是 A , 过点 B 作 $CD \perp BA$ 交 x 轴于点 C , 交抛物线于点 D , 连接 AD . 将线段 AB 沿线段 AD 平移得到 EF (点 E 与点 A 对应, 点 F 与点 B 对应), 连接 BF .

(1) $OA =$ _____;

(2) 若点 F 恰好落在直线 l 上, 求 AF 的长.



拓展提优

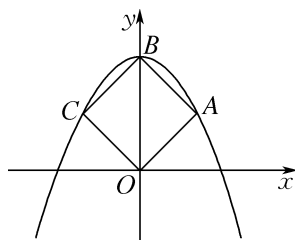
1. 已知 $a < -2$, 若点 $(a-2, y_1), (a, y_2), (a+2, y_3)$ 都在函数 $y=\frac{1}{2}x^2-2$ 的图像上, 则

()

- A. $y_1 < y_2 < y_3$ B. $y_1 < y_3 < y_2$
C. $y_3 < y_2 < y_1$ D. $y_2 < y_1 < y_3$

2. 如图, 抛物线 $y=ax^2-c$ 经过正方形 $OABC$ 的三个顶点 A, B, C , 点 B 在 y 轴上, 则 ac 的值为

()



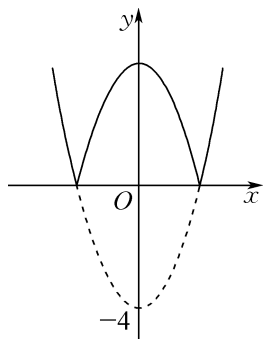
- A. -1 B. 1 C. -2 D. 2

3. 已知二次函数 $y=(x-h)^2$ (h 为常数), 当自变量 x 的值满足 $1 \leq x \leq 3$ 时, 其对应的函数值 y 的最小值为 1, 则 h 的值为

()

- A. 2 或 4 B. 0 或 4
C. 2 或 3 D. 0 或 3

4. 如图, 将二次函数 $y=x^2-4$ 位于 x 轴的下方的图像沿 x 轴翻折, 得到一个新函数的图像(实线部分), 当新函数中函数 y 随 x 的增大而增大时, 自变量 x 的取值范围是_____.

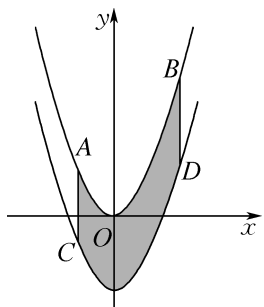


5. 抛物线 $y=a(x-h)^2$ 关于 x 轴对称的抛物线的函数表达式为_____, 关于

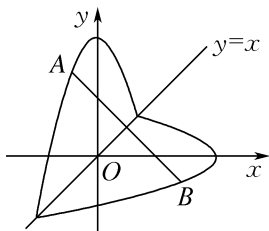
y 轴对称的抛物线的函数表达式为_____，关于原点对称的抛物线的函数表达式为_____.

6. 已知二次函数 $y=a(x-m)^2$ ，当 $x \leq 3$ 时， y 随 x 的增大而减小，则 m 的取值范围是_____.

7. 如图，点 A, B 和点 C, D 分别在 $y = \frac{1}{2}x^2$ 和 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4$ 的图像上. 若点 A, C 的横坐标均为 -2 ，点 B, D 的横坐标均为 4 ，则线段 AC, BD 与两条抛物线围成的阴影部分的面积是_____.



(第7题)

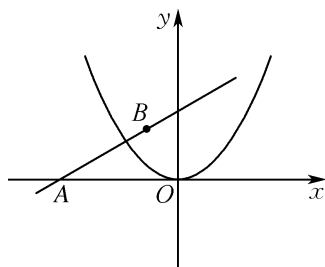


(第8题)

8. 如图，“爱心”图案是由函数 $y = -x^2 + 6$ 的部分图像与其关于直线 $y = x$ 的对称图形组成的. A 是直线 $y = x$ 上方“爱心”图案上的任意一点， B 是其对称点. 若 $AB = 4\sqrt{2}$ ，则点 A 的坐标是_____.

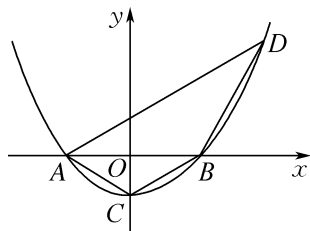
9. 如图，直线 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + b$ 经过点 $B(-\sqrt{3}, 2)$ ，与 x 轴交于点 A . 将抛物线 $y = \frac{1}{3}x^2$ 沿 x 轴左右平移，记平移后的抛物线为 C ，其顶点为 P .

- (1) 求直线 AB 的函数表达式.
- (2) 抛物线 C 与 y 轴交于点 E ，与直线 AB 交于两点，其中一个交点为 F . 当线段 $EF \parallel x$ 轴时，求平移后的抛物线 C 对应的函数表达式.



10. 如图，抛物线 $y = ax^2 + c$ 与 x 轴交于点 A, B ，与 y 轴交于点 C ，直线 BC 的函数表达式为 $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 2$.

- (1) 求抛物线的函数表达式.
- (2) 过点 A 作直线 AD 与抛物线在第一象限的交点为 D . 当 $S_{\triangle ABD} = 3S_{\triangle ABC}$ 时，确定直线 AD 与 BC 的位置关系.
- (3) 在第二象限的抛物线上存在一点 P ，使 $\angle PCA = 15^\circ$ ，求点 P 的坐标.



课时训练5 二次函数的图像和性质(4)

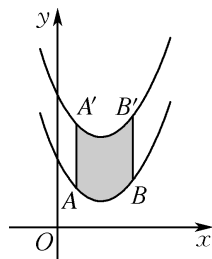
(时间:25 min)

基础巩固

- (2025·淮安市盱眙县一模)已知抛物线 $y = -2(x+h)^2 + k$ 的顶点在第四象限,则 ()
A. $h > 0, k > 0$ B. $h > 0, k < 0$
C. $h < 0, k > 0$ D. $h < 0, k < 0$
- (2025·徐州市二模)将抛物线 $y = 2x^2 - 1$ 向左平移 2 个单位长度,再向上平移 2 个单位长度后所得抛物线的表达式是 ()
A. $y = 2(x-2)^2 + 1$
B. $y = 2(x-2)^2 - 3$
C. $y = 2(x+2)^2 + 1$
D. $y = 2(x+2)^2 - 3$
- 设 $A(-2, y_1), B(1, y_2), C(2, y_3)$ 是抛物线 $y = -(x+1)^2 + m$ 上的三点,则 y_1, y_2, y_3 的大小关系为 ()
A. $y_1 > y_2 > y_3$ B. $y_1 > y_3 > y_2$
C. $y_3 > y_2 > y_1$ D. $y_2 > y_1 > y_3$
- 关于二次函数 $y = (x-1)^2 + 2$,下列说法正确的是 ()
A. 图像与 y 轴的交点坐标为 $(0, 2)$
B. 图像的对称轴在 y 轴的左侧
C. y 的最大值为 2
D. 当 $x > 1$ 时, y 的值随 x 值的增大而增大
- (2025·盐城市二模)已知二次函数 $y = (x-3)^2 + 2m + 1$ (m 为常数),其图像上有 $A(a-1, y_1), B(a+1, y_2)$ 两点. 如果 $y_1 > y_2$,那么 a 的取值范围是 ()
A. $a > 0$ 或 $a < -2$ B. $-1 < a < 3$
C. $a < 3$ D. $1 < a < 3$
- 已知抛物线 C_1 与 C_2 关于原点成中心对称,若抛物线 C_1 的函数表达式为 $y =$

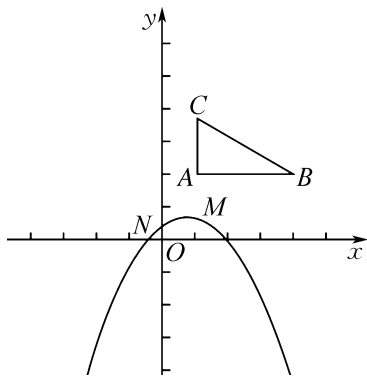
$-3(x+2)^2 - 1$,则抛物线 C_2 的函数表达式为_____.

- 已知关于 x 的二次函数 $y = (x+2)^2 + 1$,当 $-3 < x < 4$ 时,函数 y 的取值范围为_____.
- 给出下列关于二次函数 $y = -(x-m)^2 + m^2 + 1$ (m 为常数)的结论:①该函数的图像与函数 $y = -x^2$ 的图像形状相同;②该函数的图像一定经过点 $(0, 1)$;③当 $x > 0$ 时, y 的值随 x 值的增大而减小;④该函数的图像的顶点在函数 $y = x^2 + 1$ 的图像上.其中正确的有_____ (填序号).
- 如图,将函数 $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 1$ 的图像沿 y 轴向上平移得到一个新的函数图像,其中,点 $A(1, m), B(4, n)$ 平移后的对应点分别为 A', B' .若曲线段 AB 扫过的面积为 9(图中的阴影部分),则新图像的函数表达式是_____.



- 如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle BAC = 90^\circ$,点 $A(1, 2), B(4, 2), \angle ABC = 30^\circ$,抛物线 $L: y = -\frac{1}{2}(x-t)^2 + t$ ($t > 0$) 的顶点为 M ,与 y 轴的交点为 N .
(1) 抛物线有可能经过点 A 吗? 请说明理由.
(2) 设点 N 的纵坐标为 y_N ,直接写出 y_N 与 t 的函数表达式,并求 y_N 的最大值.

- (3) 在 L 的位置随 t 的值变化而变化的过程中, 直接写出点 M 在 $\triangle ABC$ 内部所经过的路线的长.

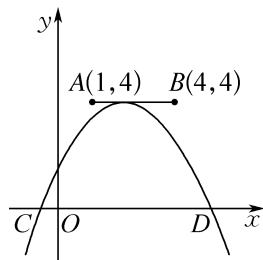


4. 若二次函数 $y = a(x-4)^2 + 4$ 的图像在 $2 < x < 3$ 范围内位于 x 轴的上方, 在 $6 < x < 7$ 范围内位于 x 轴的下方, 则 a 的值为_____.

5. 如图, 点 A, B 的坐标分别为 $(1, 4)$ 和 $(4, 4)$, 抛物线 $y = a(x-m)^2 + n$ 的顶点在线段 AB 上运动, 与 x 轴交于 C, D 两点(点 C 在点 D 的左侧).

(1) $n =$ _____;

- (2) 若点 C 的横坐标最小值为 -3 , 则点 D 的横坐标最大值为_____.



6. 已知点 $M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$ 都在抛物线 $y = \frac{1}{a}(x-2)^2 - 1$ 上, 且 $x_2 - x_1 = 3$.

(1) 若 $y_1 = y_2$, 则 $x_1 x_2 =$ _____;

- (2) 若点 M, N 在对称轴两侧, 且 $a > 0$, $y_1 > y_2$, 当 $x_1 \leq x \leq x_2$ 时, y 的最大值为 0 , 求 a 的取值范围.

拓展提优

1. (2024 · 济宁市一模) 已知二次函数 $y = a(x-1)^2 - a (a \neq 0)$, 当 $-1 \leq x \leq 4$ 时, y 的最小值为 -4 , 则 a 的值为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ 或 4 B. $-\frac{1}{2}$ 或 $-\frac{4}{3}$
C. $-\frac{4}{3}$ 或 4 D. $-\frac{1}{2}$ 或 4

2. (2024 · 南通市海安市一模) 设函数 $y = a(x+m)^2 + n (a \neq 0, m, n$ 是实数), 当 $x = 1$ 时, $y = 1$; 当 $x = 6$ 时, $y = 6$. 则 ()

- A. 若 $m = -3$, 则 $a < 0$
B. 若 $m = -4$, 则 $a > 0$
C. 若 $m = -5$, 则 $a < 0$
D. 若 $m = -6$, 则 $a > 0$

3. (2025 · 南京市鼓楼区模拟) 已知二次函数 $y = a(x-h)^2 + k (a < 0)$ 图像经过 $A(0, 4), B(20, 3)$ 两点, h 的值在下列数字中可能为 ()

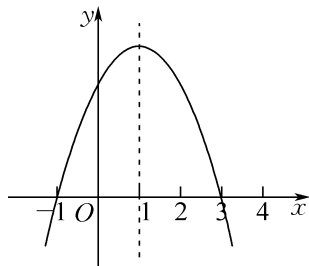
- A. 9 B. 10 C. 11 D. 12

课时训练 6 二次函数的图像和性质(5)

(时间:25 min)

基础巩固

1. 如图,已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图像,则点 $(b^2-4ac, 8a+c)$ 所在的象限是 ()



- A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限
2. (2025·徐州市铜山区三模)在平面直角坐标系中,二次函数 $y=x^2-mx+m^2-m+2$ (m 为常数)的图像经过点 $(0,2)$,点 $A(0, a)$, $B(1, b)$ 在这个二次函数的图像上,且 $a=b$,则该二次函数有 ()
- A. 最小值 $\frac{7}{4}$ B. 最小值 $-\frac{7}{4}$
C. 最小值 2 D. 最小值 -2
3. (2025·常州市模拟)若抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 的顶点为 $(-2, -1)$,该抛物线与 y 轴的交点位于 x 轴上方,则下列结论正确的是 ()
- A. $a < 0$ B. $c < 0$
C. $b^2-4ac=0$ D. $4a-2b+c=-1$
4. (2025·常州市模拟)已知二次函数 $y=-x^2+2cx+c$ 的图像经过点 $A(a, c)$, $B(b, c)$,且满足 $0 < a+b < 2$. 当 $-1 \leq x \leq 1$ 时,该函数的最大值 m 和最小值 n 之间满足的关系式是 ()
- A. $n=-3m-4$ B. $m=-3n-4$
C. $n=m-m^2$ D. $m=n^2+n$

5. 已知二次函数 $y=-ax^2+2ax+3$ ($a > 0$),若点 $P(m, 3)$ 在该函数的图像上,则 m 的值为_____.
6. 无论 m 为何实数,二次函数 $y=x^2+(m-1)x+m$ 的图像总是过定点_____.
7. 已知二次函数 $y=-x^2+2mx+c$,当 $x > 0$ 时, y 的值随 x 值的增大而减小,则实数 m 的取值范围是_____.
8. (2025·淮安市一模)二次函数 $y=\frac{1}{2}x^2-ax+a+3$ 的顶点为 P ,则点 P 到直线 $y=10$ 的距离的最小值为_____.
9. 已知抛物线 $y=ax^2-2x+1$ ($a \neq 0$) 的对称轴为直线 $x=1$.
- (1) 求 a 的值;
- (2) 若点 $M(x_1, y_1)$, $N(x_2, y_2)$ 都在此抛物线上,且 $-1 < x_1 < 0$, $1 < x_2 < 2$,比较 y_1 与 y_2 的大小,并说明理由;
- (3) 设直线 $y=m$ ($m > 0$) 与抛物线 $y=ax^2-2x+1$ 相交于点 A, B ,与抛物线 $y=3(x-1)^2$ 相交于点 C, D ,求线段 AB 与线段 CD 长度的比值.

拓展提优

- 将二次函数 $y=x^2-4x+a$ 的图像先向左平移 1 个单位长度,再向上平移 1 个单位长度.若得到的函数图像与直线 $y=2$ 有两个交点,则 a 的取值范围是 ()
 A. $a>3$ B. $a<3$
 C. $a>5$ D. $a<5$
- 现有关于函数 $y=x^2-6x+10$ 的四个命题:①当 $x=0$ 时, y 有最小值 10;② n 为任意实数, $x=3+n$ 时的函数值大于 $x=3-n$ 时的函数值;③若 $n>3$,且 n 是整数,则当 $n\leq x\leq n+1$ 时, y 的整数值有 $(2n-4)$ 个;④若函数图像过点 (a, y_0) 和 (b, y_0+1) ,其中 $a>0, b>0$,则 $a<b$.其中是真命题的是 ()
 A. ① B. ②
 C. ③ D. ④
- 在平面直角坐标系中,已知抛物线 $y=ax^2-2ax+4(a>0)$.若 $A(m-1, y_1), B(m, y_2), C(m+2, y_3)$ 为抛物线上三点,且总有 $y_1>y_3>y_2$,则 m 的取值范围可以是 ()
 A. $m<1$ B. $m>\frac{3}{2}$
 C. $0<m<\frac{1}{2}$ D. $1<m<\frac{3}{2}$
- 已知 a, b, m 满足 $a+2b=m^2-6m-5$, $3a+4b=-m^2+2m-6$,则 $a+b$ 的最大值为_____.
- (2025·盐城市大丰区一模)若 $t\leq x\leq t+2$ 时,二次函数 $y=2x^2+4x+1$ 的最大值为 31,则 t 的值为_____.
- 已知二次函数 $y=ax^2-4ax+5$ (其中 x 是自变量),当 $x\leq-2$ 时, y 随 x 的增大而增大,且 $-6\leq x\leq 5$ 时, y 的最小值为 -7 ,则 a 的值为_____.
- 已知二次函数 $y=-x^2+6x-5$.
 (1) 求二次函数图像的顶点坐标.
 (2) 当 $1\leq x\leq 4$ 时,函数的最大值和最小值分别为多少?
 (3) 当 $t\leq x\leq t+3$ 时,函数的最大值为 m ,最小值为 n .若 $m-n=3$,求 t 的值.

课时训练 7 用待定系数法确定二次函数表达式

(时间:25 min)

基础巩固

1. 某抛物线的顶点坐标为 $(-2, 1)$, 且经过原点, 则该抛物线对应的函数表达式为 ()

A. $y = (x-2)^2 + 1$
 B. $y = -\frac{1}{4}(x+2)^2 + 1$
 C. $y = (x+2)^2 + 1$
 D. $y = \frac{1}{4}(x+2)^2 + 1$

2. 若二次函数 $y = -x^2 + 2x + n$ 图像的顶点坐标是 $(m, 1)$, 则 $m - n$ 的值为 ()

A. -1 B. 0
 C. 1 D. 2

3. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的 y 与 x 的部分对应值如下表, 则二次函数表达式为_____.

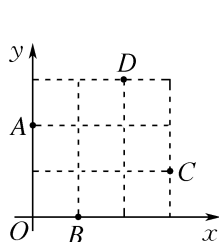
| | | | | | |
|-----|-----|------|-----|-----|-----|
| x | ... | -1 | 1 | 3 | ... |
| y | ... | 0 | 1 | 0 | ... |

4. 已知二次函数的图像与 x 轴的两个交点 A, B 关于直线 $x = -1$ 对称, 且 $AB = 6$, 顶点在函数 $y = 2x$ 的图像上, 则该二次函数的表达式为_____.

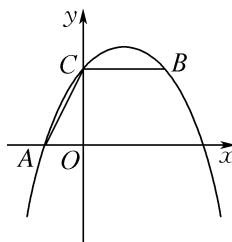
5. 若两个二次函数图像的顶点和开口方向都相同, 则称这两个二次函数为“和谐二次函数”. 已知关于 x 的二次函数 $y_1 = 2x^2 - 4mx + 2m^2 + 1$ 和 $y_2 = ax^2 + bx + 1$, 其中 y_1 的图像经过点 $A(1, 1)$, 若 $y_1 + y_2$ 与 y_1 是“和谐二次函数”, 则函数 y_2 的表达式为_____.

6. 在“探索函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的系数 a, b, c 与图像的关系”活动中, 老师给出了如图所示的平面直角坐标系中的四个点: $A(0,$

$2), B(1, 0), C(3, 1), D(2, 3)$. 同学们探索了经过这四个点中的三个点的二次函数图像, 发现这些图像对应的函数表达式各不相同, 则其中 a 的最大值为_____.



(第6题)



(第7题)

7. 如图, 点 A 的坐标为 $(-1, 0)$, 点 C 在 y 轴的正半轴上, 点 B 在第一象限, $CB \parallel x$ 轴, 且 $CA = CB$. 若抛物线 $y = a(x-1)^2 + k$ 经过 A, B, C 三点, 则该抛物线的函数表达式为_____.

8. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 的图像经过 $A(-1, 3), B(0, -2), C(1, 1)$ 三个点中的两个点, 若 $a + b + c = 0$, 则该二次函数的表达式为_____.

9. 在平面直角坐标系 xOy 中, 抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 + 2m - 1$ 的顶点为 A , 点 B 的坐标为 $(3, 5)$.

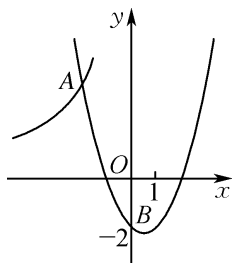
(1) 求抛物线过点 B 时顶点 A 的坐标;

(2) 点 A 的坐标记为 (x_1, y_1) , 求 y_1 关于 x_1 的函数表达式;

(3) 已知点 C 的坐标为 $(0, 2)$, 请问: 当 m 取何值时, 抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 + 2m - 1$ 与线段 BC 只有一个交点?

拓展提优

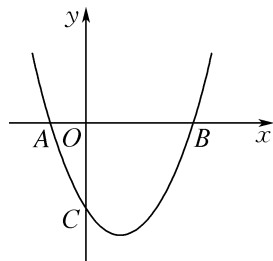
1. 如图,二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图像过点 $B(0,-2)$,与反比例函数 $y=-\frac{8}{x}$ ($x<0$) 的图像相交于点 $A(m,4)$,则这个二次函数的表达式为 ()



- A. $y=x^2+x+2$
 B. $y=x^2-x-2$
 C. $y=x^2-x+2$
 D. $y=x^2+x-2$
2. 设二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a>0, b>0$) 的图像经过 $(0, y_1)$, $(1, y_2)$ 和 $(-1, y_3)$ 三点,且满足 $y_1^2=y_2^2=y_3^2=1$,则这个二次函数的表达式为 ()
- A. $y=x^2+x-1$ B. $y=x^2-x-1$
 C. $y=x^2-x+1$ D. $y=x^2+x+1$
3. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$) 的图像过点 $A(0, m)$, $B(1, -m)$, $C(2, n)$, $D(3, -m)$,其中 m, n 为常数,则 $\frac{m}{n}$ 的值为_____.
4. 已知二次函数 $y=ax^2-2ax+a+2$ ($a\neq 0$) 图像的顶点为 A ,与 x 轴交于 B, C 两点, D 为 BC 的中点,且 $AD=\frac{1}{2}BC$,则 $a=_____$.
5. 已知二次函数的图像经过原点及点 $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4})$,且图像与 x 轴的另一个交点到原点的距离为 1,则该二次函数的表达式为_____.
6. 已知二次函数 $y=ax^2+4ax+3a$ ($a\neq 0$) 在 $-3\leq x\leq 1$ 时有最大值 3,则二次函数的

表达式为_____.

7. 如图,在平面直角坐标系中,二次函数 $y=x^2+bx+c$ 的图像与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$,与 y 轴交于点 C .
- (1) $b=_____$, $c=_____$;
- (2) 若点 D 在该二次函数的图像上,且 $S_{\triangle ABD}=2S_{\triangle ABC}$,求点 D 的坐标;
- (3) 若 P 是该二次函数图像上位于 x 轴上方的一点,且 $S_{\triangle APC}=S_{\triangle APB}$,请直接写出点 P 的坐标.



课时训练 8 二次函数与一元二次方程(1)

(时间:25 min)

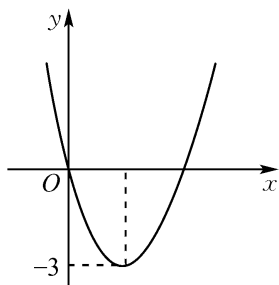
基础巩固

1. 若函数 $y=kx^2-6x+3$ 的图像与 x 轴有交点,则 k 的取值范围是 ()

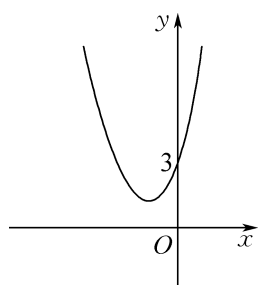
- A. $k < 3$ B. $k < 3$ 且 $k \neq 0$
C. $k \leq 3$ D. $k \leq 3$ 且 $k \neq 0$

2. 已知二次函数 $y=ax^2+bx$ 的图像如图所示. 若关于 x 的一元二次方程 $ax^2+bx+m=0$ 有实数根,则 m 的最大值为 ()

- A. -3 B. 3 C. -5 D. 9



(第2题)



(第3题)

3. (2025·南京市模拟)如图是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像,若关于 x 的方程 $ax^2+bx+c=m$ 总有一正一负两个实数根,则 m 的取值范围是 ()

- A. $m > 3$ B. $m < 3$
C. $m \geq 3$ D. $m \leq 3$

4. (2024·宿迁市沭阳县期末)已知抛物线 $y=x^2+mx+n$ 与 x 轴两个交点间的距离为4,将此抛物线向右平移5个单位长度,再向上平移3个单位长度,得到一条新抛物线,则新抛物线与 x 轴两个交点间的距离是 ()

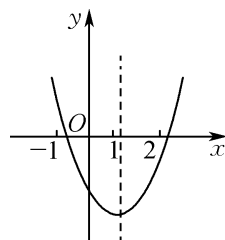
- A. 2 B. 3 C. 4 D. 5

5. (2024·宿迁市泗洪县三模)二次函数 $y=x^2+bx+3$ 的图像过点 $A(2,3)$,若关于 x 的一元二次方程 $x^2+bx=t-4$ (t 为实数) 在 $-1 < x < 4$ 的范围内有实数根,则 t 的

取值范围是 ()

- A. $6 < t < 11$ B. $2 \leq t < 11$
C. $3 \leq t < 12$ D. $3 \leq t < 7$

6. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像如图所示. 若 $M=4a+2b$, $N=a-b$,则 M, N 的大小关系为 M _____ N (填“ $>$ ”“ $<$ ”或“ $=$ ”).



7. (2024·扬州市期末)二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的图像经过点 $A(-4,4)$, $B(2,4)$, 则关于 x 的一元二次方程 $a(x-3)^2-4=b(3-x)-c$ 的解为_____.

8. 已知二次函数 $y=x^2+2mx+m^2-1$ (m 为常数).

(1) 求证:不论 m 为何值,该函数的图像与 x 轴总有两个公共点;

(2) 若该函数的图像与 x 轴的两个公共点分别在原点的两侧,求 m 的取值范围.

拓展提优

1. 已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数), $a > 0$, 顶点坐标为 $(\frac{1}{2}, m)$. 现给出下列结论: ①若点 (n, y_1) 与点 $(\frac{3}{2} - 2n, y_2)$ 在该抛物线上, 则当 $n < \frac{1}{2}$ 时, $y_1 < y_2$; ②关于 x 的一元二次方程 $ax^2 - bx + c - m + 1 = 0$ 无实数解. 其中 ()
- A. ①正确, ②正确
B. ①正确, ②错误
C. ①错误, ②正确
D. ①错误, ②错误
2. 已知二次函数 $y = -x^2 + bx + c$, 该二次函数的对称轴为直线 $x = 1$, 函数图像与 x 轴其中一个交点为 $(3, 0)$. 若一元二次方程 $-x^2 + bx + c + k = 0$ 在 $0 \leq x \leq 4$ 范围内只有一个解, 则 k 的取值范围是 ()
- A. $k \leq 5$
B. $-3 \leq k \leq 5$
C. $-3 < k \leq 5$ 或 $k = -4$
D. $-4 \leq k \leq 5$
3. (2024 · 南通市海安市月考) 已知抛物线 $y = (x - x_1)(x - x_2) + 1$ ($x_1 < x_2$), 抛物线与 x 轴交于 $(m, 0), (n, 0)$ 两点 ($m < n$), 则 m, n, x_1, x_2 的大小关系是 ()
- A. $x_1 < m < n < x_2$
B. $m < x_1 < x_2 < n$
C. $m < x_1 < n < x_2$
D. $x_1 < m < x_2 < n$
4. 已知二次函数 $y = a(x - x_1)(x - x_2)$ 与 x 轴的交点是 $(1, 0)$ 和 $(3, 0)$, 关于 x 的方程 $a(x - x_1)(x - x_2) = m$ (其中 $m > 0$) 的两个解分别是 -1 和 5 , 关于 x 的方程 $a(x - x_1)(x - x_2) = n$ (其中 $0 < n < m$) 也有两个整数解, 这两个整数解分别是_____.
5. “若抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ 与 x 轴有两个交点, 则一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 有两个不等实根.” 请根据你对这句话的理解, 解决下面问题: 若 d, e ($d < e$) 是关于 x 的方程 $1 + (x - f)(x - g) = 0$ 的两根, 且 $f < g$, 则 d, e, f, g 的大小关系是_____ (用“ $<$ ”连接).
6. 已知二次函数 $y = x^2 + mx + n$, 其中 m, n 为实数.
- (1) 若该函数的对称轴是直线 $x = 2$, 则 $m =$ _____;
- (2) 若该函数的图像经过点 $(m, 9n)$, 请判断该函数的图像与 x 轴的交点个数;
- (3) 若该函数的图像经过点 $(x_1, 0), (x_2, 0), (1, a), (5, b)$, 且 $x_2 - x_1 = 1$, 求 $a + b$ 的取值范围.

课时训练9 二次函数与一元二次方程(2)

(时间:25 min)

基础巩固

1. 如下表是二次函数 $y = x^2 + 2x - 10$ 的自变量 x 与函数 y 的部分对应值,那么方程 $x^2 + 2x - 13 = 0$ 的一个近似根是 ()

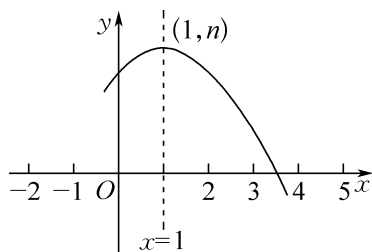
| | | | | |
|-----|------|------|------|------|
| x | -4.9 | -4.8 | -4.7 | -4.6 |
| y | 4.21 | 3.44 | 2.69 | 1.96 |

- A. -4.9 B. -4.8
C. -4.7 D. -4.6
2. (2025·泰州市泰兴市三模)已知二次函数 $y = ax^2 - 4ax + c$ 中部分 x 和 y 的值如下表:

| | | | | | |
|-----|------|------|------|------|------|
| x | 0.10 | 0.11 | 0.12 | 0.13 | 0.14 |
| y | -5.6 | -3.1 | -1.5 | 0.9 | 1.8 |

- 则方程 $ax^2 - 4ax + c = 0$ 的一个较大的根的范围是 ()
- A. $0.11 < x < 0.12$ B. $0.12 < x < 0.13$
C. $3.87 < x < 3.88$ D. $3.88 < x < 3.89$

3. 如图所示是抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 的部分图像,其顶点坐标为 $(1, n)$,且与 x 轴的一个交点在点 $(3, 0)$ 和点 $(4, 0)$ 之间,下列结论错误的是 ()



- A. $a - b + c > 0$
B. $3a + b = 0$
C. $b^2 = 4a(c - n)$
D. 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = n - 1$ 有两个不相等的实数根

4. 下表中列出了二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 中部分 x 和 y 的值,则一元二次方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 的一个较小根的范围是 _____ (两相邻整数之间).

| | | | | | | | |
|-----|-----|----|----|----|---|---|-----|
| x | ... | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | ... |
| y | ... | -2 | -3 | -2 | 1 | 6 | ... |

5. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ (a, b, c 是常数,且 $a \neq 0$) 的图像的对称轴为直线 $x = -1$,与 x 轴的一个交点为 $(-4, 0)$,与 y 轴的交点在点 $(0, 0)$ 和点 $(0, 3)$ (不包括这两点) 之间. 给出下列结论: ① $\frac{ab}{c} > 0$; ② 一元二次方程 $ax^2 + bx + c = b$ 有两个不相等的实数根; ③ 函数可取得最大值 $\frac{27}{8}$; ④ $-\frac{3}{4} < b < 0$. 其中正确的有 _____ (填序号).

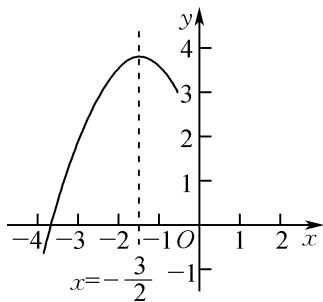
6. 在平面直角坐标系中,设函数 $y = ax^2 + bx + 1$ (a, b 是常数, $a \neq 0$).
- (1) 若该函数的图像经过 $(1, 0)$ 和 $(2, 1)$ 两点,求该函数的表达式,并写出该函数图像的顶点坐标.
- (2) 写出一组 a, b 的值,使函数 $y = ax^2 + bx + 1$ 的图像与 x 轴有两个不同的交点,并说明理由.
- (3) 已知 $a = b = 1$,当 $x = p, q$ (p, q 是实数, $p \neq q$) 时,该函数对应的函数值分别为 P, Q . 若 $p + q = 2$,求证: $P + Q > 6$.

拓展提优

1. 在平面直角坐标系中, 平移二次函数 $y = (x-6)(x-7)-3$ 的图像, 使其与 x 轴交于两点. 若此两点的距离为 1 个单位长度, 则平移方式为 ()

- A. 向左平移 3 个单位长度
- B. 向右平移 3 个单位长度
- C. 向上平移 3 个单位长度
- D. 向下平移 3 个单位长度

2. 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的部分图像如图所示, 给出以下结论: ① $abc > 0$; ② $3a - b = 0$; ③ $b^2 - 4ac > 0$; ④ $5a - 2b + c > 0$; ⑤ $4b + 3c > 0$. 其中错误结论的个数是 ()



- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

3. 方程 $2x^2 + x - 2 = 0$ 的近似根可以看作是 两个函数图像交点的横坐标, 这两个函数 可以是_____ (填序号).

- ① $y = 2x^2$ 和 $y = x - 2$; ② $y = 2x^2 + x$ 和 $y = 2$; ③ $y = 2x^2 - 2$ 和 $y = x$; ④ $y = -2x^2$ 和 $y = x + 2$; ⑤ $y = 2x + 1$ 和 $y = \frac{2}{x}$.

4. 已知抛物线 $y = x^2 + 2x - n$ 与 x 轴交于 A, B 两点, 抛物线 $y = x^2 - 2x - n$ 与 x 轴交于 C, D 两点, 其中 $n > 0$. 若 $AD = 2BC$, 则 n 的值为_____.

5. 在平面直角坐标系中, 对于任意一个函数, 将原函数中的自变量 x 替换为 $|x|$, 从而形成一个新的函数, 这个新函数叫作原函数的“绝对函数”. 例如, 函数 $y = x + 1$ 的“绝对函数”是

$$y = |x| + 1, \text{ 即 } y = \begin{cases} x+1(x \geq 0), \\ -x+1(x < 0), \end{cases} \text{ 函数 } y =$$

$$x^2 + 2x - 1 \text{ 的“绝对函数”是 } y = |x|^2 + 2|x| - 1, \text{ 即 } y = \begin{cases} x^2 + 2x - 1(x \geq 0), \\ x^2 - 2x - 1(x < 0). \end{cases} \text{ 函数}$$

$y = x + 1$ 的图像如图 1 所示, 则它的“绝对函数” $y = |x| + 1$ 的图像如图 2 所示.

- (1) $y = \frac{6}{x}$ 的“绝对函数”是_____;
- (2) 求 $y = -x + 2$ 的“绝对函数”, 并在图 3 中画出它的函数图像;
- (3) 若函数 $y = x^2 - 4x + 3$ 的“绝对函数”与直线 $y = -x + m$ 有四个交点, 求 m 的取值范围.

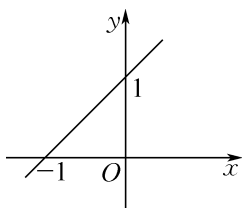


图 1

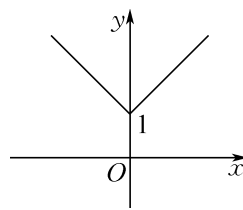


图 2

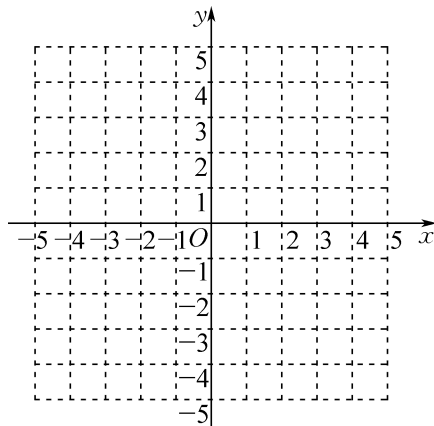


图 3

课时训练 10 二次函数与一元二次方程(3)

(时间:30 min)

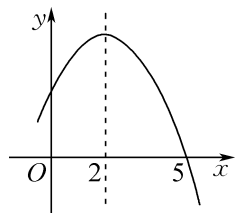
基础巩固

1. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的部分对应值如下表:

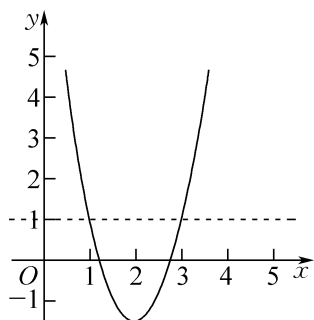
| | | | | | | | |
|-----|----|----|----|----|----|---|---|
| x | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| y | 5 | 0 | -3 | -4 | -3 | 0 | 5 |

则当函数值 $y>0$ 时, x 的取值范围是

- ()
- A. $x<-1$ 或 $x>3$ B. $0<x<3$
 C. $0<x<2$ D. $x<0$ 或 $x>2$
2. 如图所示是二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 的部分图像, 由图像可知, 不等式 $ax^2+bx+c>0$ 的解集是 ()
- A. $-1<x<5$ B. $x>5$
 C. $x<-1$ 且 $x>5$ D. $x<-1$ 或 $x>5$

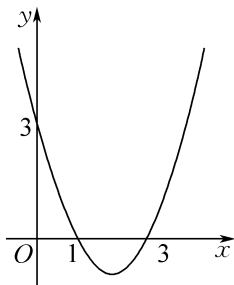


(第2题)

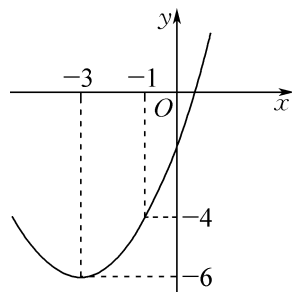


(第3题)

3. 如图, 过点 $(0,1)$ 且平行于 x 轴的直线与二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a>0$) 图像的交点坐标为 $(1,1)$, $(3,1)$, 则不等式 $ax^2+bx+c-1>0$ 的解集为 ()
- A. $x>1$ B. $1<x<3$
 C. $x<1$ 或 $x>3$ D. $x>3$
4. 二次函数 $y=ax^2+bx+c$ 图像如图所示, 则关于 x 的不等式 $a(x+2)^2+b(x+2)+c\leq 0$ 的解集为_____.

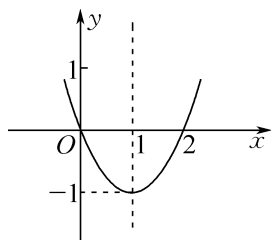


5. 已知一元二次方程 $ax^2-2ax+c=0$ 有一个根为 $x=3$, 且 $y=ax^2-2ax+c$ 过点 $(2,-3)$, 则不等式 $ax^2-2ax+c\leq -x-1$ 的解集为_____.
6. 如图, 已知顶点为 $(-3,-6)$ 的抛物线 $y=ax^2+bx+c$ 过点 $(-1,-4)$, 给出下列结论: ①对于任意的 m , 均有 $am^2+bm+c+6>0$; ②若 $ax^2+bx+c\geq -4$, 则 $x\geq -1$; ③不等式 $ax^2+bx+c\leq x-3$ 的解集为 $-3\leq x\leq -1$. 其中正确的结论有_____个.



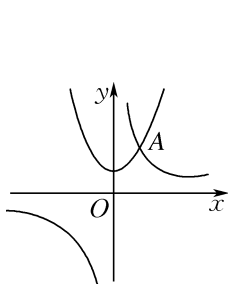
7. 抛物线 $y=ax^2+bx+c$ (a, b, c 是常数, $a<0$) 经过 $(-1,1)$, $(m,0)$ 两点, 且 $2<m<3$. 给出下列结论: ① $c>1$; ②当 $x>\frac{1}{2}$ 时, y 随 x 的增大而减小; ③关于 x 的不等式 $ax^2+bx<(c-1)x$ 的解集为 $x>0$ 或 $x<-1$; ④ $2a+c>\frac{2}{3}$. 其中正确的结论有_____ (填序号).
8. 已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a\neq 0$) 的图像如图所示.
- (1) 求这个二次函数的表达式;
- (2) 根据图像回答: 当 $y>0$ 时, 求 x 的取值范围;

(3) 当 $0 \leq x \leq \frac{3}{2}$ 时, 求 y 的取值范围.

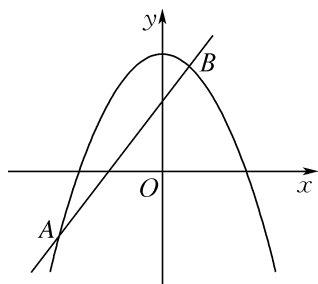


拓展提优

1. 如图, 抛物线 $y = x^2 + 1$ 与双曲线 $y = \frac{k}{x}$ 的交点 A 的横坐标是 1, 则关于 x 的不等式 $\frac{k}{x} - x^2 - 1 > 0$ 的解集是 ()
- A. $x > 1$ B. $x < -1$
 C. $0 < x < 1$ D. $-1 < x < 0$



(第 1 题)

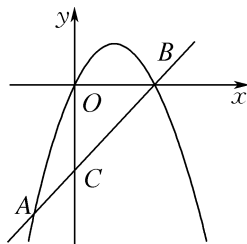


(第 2 题)

2. 如图, 已知抛物线 $y = ax^2 + c$ 与直线 $y = kx + m$ 相交于 $A(-3, y_1), B(1, y_2)$ 两点, 则关于 x 的不等式 $ax^2 + c \geq -kx + m$ 的解集是 ()
- A. $x \leq -3$ 或 $x \geq 1$ B. $x \leq -1$ 或 $x \geq 3$
 C. $-3 \leq x \leq 1$ D. $-1 \leq x \leq 3$
3. 已知点 $A(x_1, y_1)$ 在抛物线 $y_1 = nx^2 - 2nx + n$ 上, 点 $B(x_2, y_2)$ 在直线 $y_2 = -nx + n$ 上, 当 $n > 0$ 时, 下列判断正确的是 ()

- A. 当 $x_1 = x_2 < 1$ 时, $y_1 < y_2$
 B. 当 $x_1 = x_2 > 1$ 时, $y_1 < y_2$
 C. 当 $y_1 = y_2 > n$ 时, $x_1 > x_2$
 D. 当 $y_1 = y_2 < n$ 时, $x_1 > x_2$

4. 已知二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 满足: ①当 $x = -1$ 时, $y = 0$; ②对任意 x 的取值都有 $x \leq y \leq \frac{1+x^2}{2}$. 则该二次函数的表达式为 _____.
5. 已知直线 $y_1 = ax + 6a$ 经过抛物线 $y_2 = bx^2 + 6bx$ 的顶点. 若当 $x > 0$ 时, 总有 $y_1 < y_2$, 则当 $y_1 > y_2$ 时, x 的取值范围是 _____.
6. 如图, 抛物线 $y = -x^2 + mx$ 与直线 $y = x + b$ 相交于点 A 和点 B , 直线 AB 与 y 轴交于点 $C(0, -2)$.
- (1) 求抛物线的函数表达式及顶点坐标.
 (2) 求点 A 的坐标, 并结合图像直接写出关于 x 的不等式 $-x^2 + mx \leq x + b$ 的解集.
 (3) 若关于 x 的方程 $-x^2 + mx = n$ 在 $-1 \leq x \leq 2$ 的范围内只有一个实数根或两个相等的实数根, 直接写出 n 的取值范围.



课时训练 11 用二次函数解决问题(1)

(时间:30 min)

基础巩固

1. 飞机着陆后滑行的距离 y (m) 与滑行时间 t (s) 之间的函数表达式为 $y = -\frac{6}{5}t^2 + 60t$, 则飞机着陆至停下来滑行的距离是

()

- A. 25 m B. 50 m C. 625 m D. 750 m
2. 某网店销售某种商品, 成本为 30 元/件. 当销售单价为 60 元/件时, 每天可售出 100 件. 经市场调查发现, 销售单价每降低 1 元, 每天销售量增加 10 件. 若要使每天获取的利润最大, 则该商品的销售单价应为

()

- A. 30 元/件 B. 40 元/件
C. 50 元/件 D. 60 元/件
3. 科学家为了推测最适合某种珍奇植物生长的温度, 将这种植物分别放在不同温度的环境中, 经过一段时间后, 测量出这种植物高度的增长情况, 部分数据如下表:

| | | | | | |
|-----------------------|-----|----|----|----|-----|
| 温度 $t/^\circ\text{C}$ | ... | -5 | -3 | 2 | ... |
| 植物高度增长量 h/mm | ... | 34 | 46 | 41 | ... |

科学家推测出 h (mm) 与 t ($^\circ\text{C}$) 之间的关系可以近似地用二次函数来刻画. 已知温度越适合, 植物高度增长量越大, 由此可以推测最适合这种植物生长的温度为

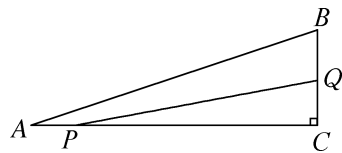
()

- A. -2°C B. -1°C
C. 0°C D. 1°C
4. 如图, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 6$ cm, $BC = 2$ cm. 点 P 在边 AC 上, 从点 A 向点 C 移动; 点 Q 在边 CB 上, 从点 C 向点 B 移动. 若点 P, Q 均以 1 cm/s 的速度同时出发, 且当其中一点移动到终点时, 另一点也随之停止, 连接 PQ , 则线段 PQ 的最小值是

()

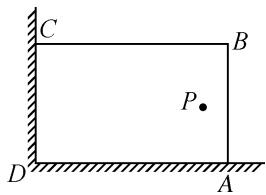
A. 20 cm

B. 18 cm

C. $2\sqrt{5}$ cmD. $3\sqrt{2}$ cm

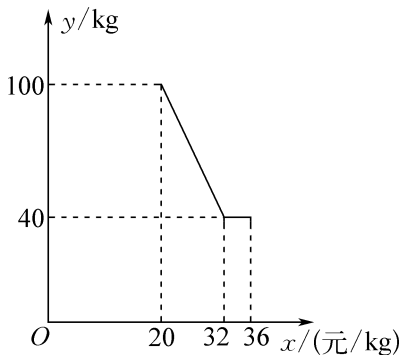
5. 一个球从地面上竖直向上弹起的过程中, 距离地面的高度 h (m) 与经过的时间 t (s) 满足函数表达式 $h = -5t^2 + 15t$, 则该球从弹起回到地面需要经过 _____ s, 距离地面的最大高度为 _____ m.
6. 便民商店经营一种商品, 在销售过程中, 发现一周利润 y (元) 与每件销售价 x (元) 之间的关系满足 $y = -2x^2 + 80x + 758$. 由于某种原因, 现价格需满足 $21 \leq x \leq 25$, 那么此时该店一周可获最大利润是 _____ 元.
7. 将一条长为 20 cm 的铁丝剪成两段, 并以每一段铁丝的长度为周长各做成一个正方形, 则这两个正方形面积之和的最小值是 _____ cm^2 .
8. 冬季蔬菜大棚内某天的温度 T ($^\circ\text{C}$) 与时间 t (h) 满足函数表达式 $T = -0.1t^2 + 2.4t + 5$, 其中 $0 \leq t \leq 24$. 现给出下列结论: ①蔬菜大棚内当天的温度 T 可以是 16°C ; ②蔬菜大棚内当天的温度 T 的最大值为 20°C ; ③蔬菜大棚内当天的温度 T 不低于 19°C 的时长为 4 h. 其中, 正确的结论有 _____ 个.
9. 在美化校园的活动中, 某兴趣小组想借助如图所示的直角墙角(两边足够长), 用 28 m 长的篱笆围成一个矩形花园 $ABCD$ (篱笆只围 AB, BC 两边). 设 $AB = m$ m, 若在点 P 处有一棵树与墙 CD, AD 的距离分别是 18 m 和 6 m, 要将这棵树围在花园内(含边界, 不考虑树的粗细), 则花园面积的最大值

为_____.



10. (2025·南京市玄武区二模)某商场销售某种产品,销售量 y (kg) 与售价 x (元/kg) ($20 \leq x \leq 36$) 之间的函数关系如图所示.

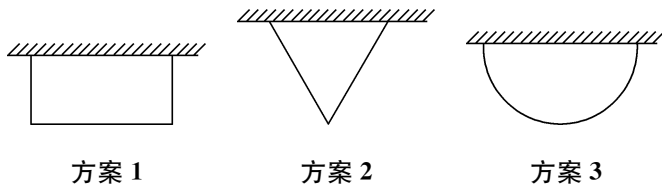
- (1) 当 $20 \leq x \leq 32$ 时,求 y 与 x 的函数表达式.
- (2) 若产品的进价为 12 元/kg,当售价为多少时,获得的利润最大? 最大利润是多少?



拓展提优

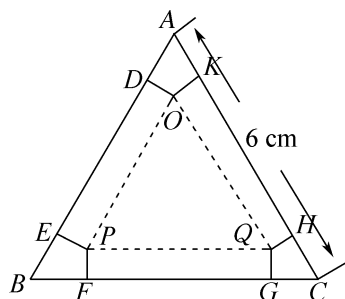
1. 某旅馆为满足游客住宿需要,开设了 100 张床位,当每张床位每天收费 100 元时,床位可全部租出.若每张床位每天收费提高 20 元,则相应地少租出 10 张床位.如果每张床位每天以 20 元为单位提高收费,为使租出的床位少且每天收入高,那么每张床位每天最合适的收费是 ()
 - A. 140 元
 - B. 150 元
 - C. 160 元
 - D. 180 元

2. 某班计划在劳动实践基地内种植蔬菜,班长买回来 8 m 长的围栏,准备围成一边靠墙(墙足够长)的菜园,为了让菜园面积尽可能大,同学们提出了围成矩形、等腰三角形(底边靠墙)、半圆形这三种方案,则最佳方案是 ()



- A. 方案 1
- B. 方案 2
- C. 方案 3
- D. 方案 1 或方案 2

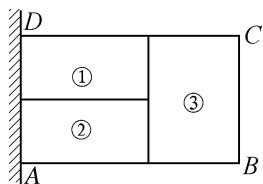
3. 如图,有一块边长为 6 cm 的正三角形纸板,在它的三个角处分别截去一个彼此全等的筝形,再沿图中的虚线折起,做成一个无盖的直三棱柱纸盒,则该纸盒侧面积的最大值是 ()



- A. $\sqrt{3}$ cm²
- B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ cm²
- C. $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ cm²
- D. $\frac{27\sqrt{3}}{2}$ cm²

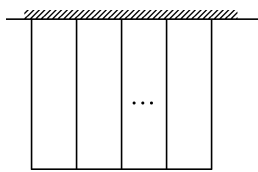
4. 某快餐店销售 A, B 两种快餐,每种快餐每份的利润分别为 12 元、8 元,每天卖出份数分别为 40 份、80 份.该店为了增加利润,准备降低每份 A 种快餐的利润,同时提高每份 B 种快餐的利润.售卖时发现,在一定范围内,每份 A 种快餐利润每降 1 元可多卖 2 份,每份 B 种快餐利润每提高 1 元就少卖 2 份.如果这两种快餐每天销售总份数不变,那么这两种快餐一天的总利润最多是_____元.

5. 为了节省材料,某农场主利用围墙(围墙足够长)为一边,用总长为 80 m 的篱笆围成了如图所示的①②③三块矩形区域,而且这三块矩形区域的面积相等,则能围成的矩形区域 $ABCD$ 的面积的最大值是_____ m^2 .



6. (2025·扬州市邗江区模拟)如图,学校准备开展劳动教育活动,计划利用围墙和栅栏围成一个矩形的菜园,并用栅栏将其分成 n 个相同大小的矩形小菜园,共用栅栏 40 m.

- 当 $n = 4$ 时,菜园面积的最大值为_____ m^2 ;
- 求菜园面积的最大值(用含 n 的代数式表示);
- 在第(2)问的条件下,存在 $n = a$ 和 $n = b$ 时,菜园面积的最大值之和为 100 m^2 ,且 $a \leq b$,直接写出所有满足条件的 a, b 的值:_____.



7. 某公司电商平台举行了商品打折促销活动,经市场调查发现,某种商品的周销售量 y (件)是关于售价 x (元/件)的一次函数,下表仅列出了该商品的售价 x ,周销售量 y ,周销售利润 W (元)的三组对应值数据.

| | | | |
|-----|-------|-------|-------|
| x | 40 | 70 | 90 |
| y | 180 | 90 | 30 |
| W | 3 600 | 4 500 | 2 100 |

- 求 y 关于 x 的函数表达式(不要求写出自变量的取值范围).
- 若该商品的进价为 a 元/件,则当售价 x 为多少时,周销售利润 W 最大? 并求出此时的最大利润.
- 销售旺季,该商品的进价提高了 m 元/件 ($m > 0$),公司为了回馈消费者,规定该商品售价 x 不得超过 55 元/件,且在今后的销售中,周销售量与售价仍满足(1)中的函数关系.若周销售最大利润是 4 050 元,求 m 的值.

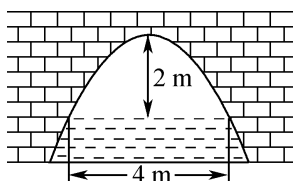
课时训练 12 用二次函数解决问题(2)

(时间:30 min)

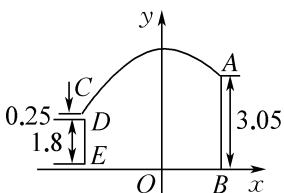
基础巩固

1. 如图是抛物线形拱桥,当拱顶离水面 2 m 时,水面宽 4 m,则当水面下降 2 m 时,水面宽度增加 ()

- A. $(4\sqrt{2}-2)$ m B. $(4\sqrt{2}-4)$ m
C. $(4\sqrt{2}-6)$ m D. $(4\sqrt{2}+2)$ m



(第1题)

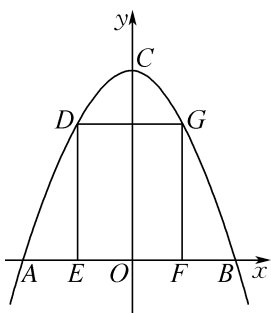


(第2题)

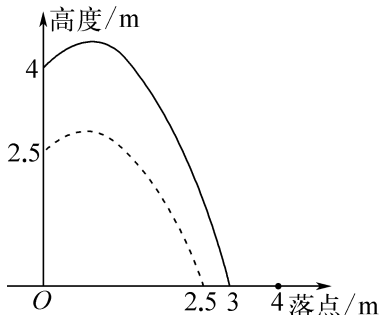
2. 一身高 1.8 m 的篮球运动员 DE 在与篮板 AB 相距 4 m (DE 与 AB 的水平距离)处跳起投篮,球在运动员头顶上方 0.25 m 处出手.在如图所示的平面直角坐标系中,球在空中运行的路线可以用抛物线 $y = -0.2x^2 + 3.5$ 来描述,那么球出手时,运动员跳离地面的高度为 ()

- A. 0.1 m B. 0.15 m
C. 0.2 m D. 0.25 m

3. 如图,搭建一座蔬菜大棚,其横截面形状为抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 8$ (m),施工队计划在大棚正中搭建一个矩形脚手架 $DEFG$,已知 $DE : EF = 3 : 2$,则脚手架高 DE 为 _____ m.



(第3题)



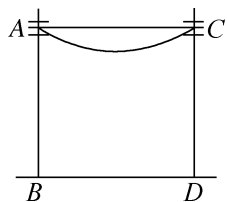
(第5题)

4. 一名男生推铅球,铅球行进高度 y (m) 与水平距离 x (m) 之间的关系是 $y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$,有下列结论:①这名男生铅球推出的水平距离为 10 m;②铅球到达最高点时的高度为 4 m;③当铅球的高度为 $\frac{8}{3}$ m,推出的水平距离为 2 m 或 6 m.其中,正确的结论是 _____ (填序号).

5. 如图,水池中心点 O 处竖直安装一水管,水管喷头喷出抛物线形水柱,喷头上下移动时,抛物线形水柱随之竖直上下平移,水柱落点与点 O 在同一水平面.安装师傅调试发现,喷头高 2.5 m 时,水柱落点与点 O 处的距离为 2.5 m;喷头高 4 m 时,水柱落点与点 O 处的距离为 3 m.那么喷头高 _____ m 时,水柱落点与点 O 处的距离为 2 m.

6. 某道路两侧有两个与地面垂直且长度相等的电线杆 AB 和 CD ,中间是自然垂下的电线,近似看作抛物线.两电线杆的距离为 10 m,电线杆上的电线离地面的距离均为 6 m,自然垂下的电线最低点到地面的距离为 5.5 m.

- (1) 请建立合适的平面直角坐标系,并求出该抛物线的函数表达式;
(2) 因实际需要,电力公司需要在 BD 之间增设一根电线杆 EF ,若增设的电线杆 EF 距离 AB 为 3 m,使得左边电线形成的抛物线的最低点距 EF 为 1 m,到地面的距离为 5 m,求电线杆 EF 上的电线离地面的距离.



拓展提优

1. (2025·无锡市一模)图1是直立的雷达,它的横剖面如图2所示, $CD \parallel MN$, $FG \perp MN$,雷达的反射面 DGC 和抛物线类似,在不考虑厚度的情况下,反射面口径 $CD = 12$ m,最大深度 $EG = 8$ m.为了更好地跟踪信号,雷达的底座 AB 绕着点 B 顺时针旋转了一定的角度.如图3,当 $\angle ABM = 45^\circ$ 时,且 $CH \parallel MN$,此时水平面宽度 CH 为 ()

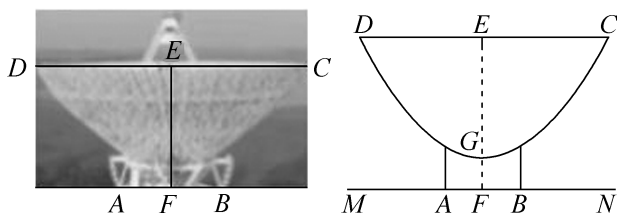


图1

图2

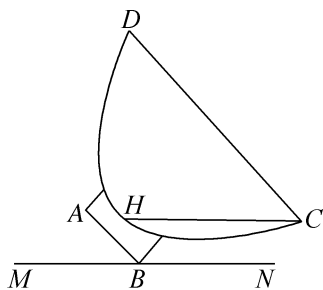
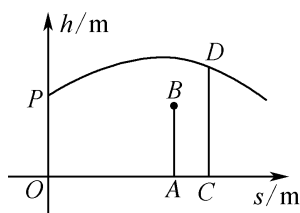


图3

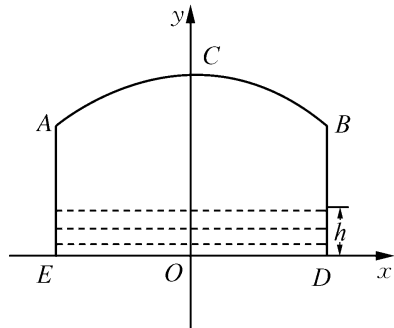
- A. $\frac{15\sqrt{2}}{2}$ m B. $7\sqrt{2}$ m
C. 9 m D. 10 m
2. 甲、乙两人进行羽毛球比赛,甲发出了一个十分关键的球,出手点为 P ,羽毛球距离地面的高度 h (m) 与其飞行的距离 s (m) 之间的表达式为 $h = -\frac{1}{12}s^2 + \frac{2}{3}s + \frac{3}{2}$. 如图,已知球网 AB 距原点的水平距离为 5 m,乙(用线段 CD 表示)扣球的最大高度为 $\frac{9}{4}$ m. 设乙的起跳点 C 的横坐标为 m ,若乙原地起跳,因球的高度高于乙扣球的最大高度而导致接球失败,则 m 的取值范围是_____.



3. 如图,小河上有一拱桥,拱桥及河道的截面轮廓线由抛物线的一部分 ACB 和矩形的三边 AE, ED, DB 组成. 已知河底 ED 是水平的, $ED = 16$ m, $AE = 8$ m, 抛物线的顶点 C 到 ED 的距离是 11 m, 以 ED 所在的直线为 x 轴, 抛物线的对称轴为 y 轴, 建立平面直角坐标系.

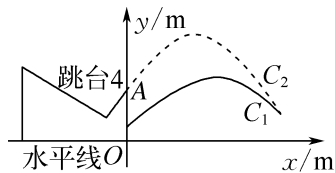
(1) 求该抛物线的函数表达式.

- (2) 已知从某时刻开始的 40 h 内, 水面与河底 ED 的距离 h (m) 随时间 t (h) 的变化满足函数关系 $h = -\frac{1}{128}(t-19)^2 + 8$ ($0 \leq t \leq 40$), 且当水面到顶点 C 的距离不大于 5 m 时, 需禁止船只通行. 请通过计算说明: 在这一时段内, 需多少小时禁止船只通行?



4. (2024·舟山市期中)如图是某跳台滑雪训练场的横截面示意图,取某一位置的水平线为 x 轴,过跳台终点 A 作水平线的垂线为 y 轴,建立平面直角坐标系,图中的抛物线 $C_1: y = -\frac{1}{12}x^2 + \frac{7}{6}x + 1$ 近似表示滑雪场地上的一座小山坡,某运动员从点 O 正上方 4 m 处的点 A 滑出,滑出后沿一段抛物线 $C_2: y = -\frac{1}{8}x^2 + bx + c$ 运动.

- (1) 当运动员运动到离点 A 的水平距离为 4 m 处时,离水平线的高度为 8 m,求抛物线 C_2 的函数表达式(不要求写出自变量 x 的取值范围).
- (2) 在(1)的条件下,当运动员运动的水平距离为多少米时,运动员与小山坡的竖直距离为 1 m?
- (3) 当运动员运动到坡顶正上方,且与坡顶距离超过 3 m 时,求 b 的取值范围.



5. 如图,隧道的截面由抛物线和矩形构成,矩形的长是 12 m,宽是 4 m. 建立如图所示的平面直角坐标系 xOy , 抛物线可以用 $y = -\frac{1}{6}x^2 + bx + c$ 表示,且抛物线上的点 C 到墙面 OB 的水平距离为 3 m,到地面 OA 的距离为 $\frac{17}{2}$ m.

- (1) 求该抛物线的函数表达式,并计算出拱顶 D 到地面 OA 的距离.
- (2) 一辆货运汽车载一长方体集装箱后高为 6 m,宽为 4 m,如果隧道内设双向行车道,那么这辆货车能否安全通过?请说明理由.
- (3) 在抛物线形拱壁上需要安装两排灯,使它们离地面的高度相等.如果灯离地面的高度不超过 8 m,那么两排灯的水平距离最小是多少米?

