初中数学

小题狂做®

恩波教育研究中心 编

提优版

九年级上

·苏科版·

本册主编 康叶红 朱奎祥 渠东剑

编　　委 陈敏婕 杭正弘 何姝晴

康叶红 吴文涛 吴小波

朱松林 李　波 杨　平

江苏凤凰科学技术出版社 · 南京

Contents 目录

课时训练篇

课时训练篇

第 1 章　反比例函数

1.1　反比例函数的概念

（时间：25 min）

基础巩固

1. 下列各式中，y 是 x 的反比例函数的是（　　）

A. $y=\frac{5x}{2}$　　B. $y=\frac{5}{2x}$

C. $y=\frac{k}{x}$　　D. $y=2x+5$

2. 为了给学生们创建更好的学习和生活环境，某学校利用假期时间进行了装修改造，以下相关情境中，y 是 x 的反比例函数的是（　　）

A. 在校园的绿化带内重新栽种绿植，一个工人每小时栽种 6 m^2，栽种时间为 x h，栽种的总面积为 y m^2

B. 用长为 80 m 的栅栏围一个矩形劳动实践基地，矩形长 x m，宽 y m

C. 修建一个圆形花坛，花坛半径为 x m，面积为 y m^2

D. 对教学楼 2 000 m^2 的外墙重新粉刷，每天粉刷 x m^2，需要粉刷 y 天

3. 若函数 $y=(a+1)x^{a^2-2}$ 是关于 x 的反比例函数，则 a 的值为（　　）

A. 1　　B. -1

C. ±1　　D. 任意实数

4. 下列四个表格表示的变量关系中，变量 y 是 x 的反比例函数的是（　　）

A.

$-x$	…	-2	-1	1	2	…
$-y$	…	-6	-4	0	2	…

B.

$-x$	…	-2	-1	1	2	…
$-y$	…	2	1	-1	-2	…

C.

x	…	-2	-1	1	2	…
y	…	-6	-3	3	6	…

D.

x	…	-2	-1	1	2	…
y	…	3	6	-6	-3	…

5. 给出下列函数的表达式：①$y=\frac{x}{3}$；②$y=\frac{\sqrt{2}}{x}$；③$xy=21$；④$y=\frac{5}{x+2}$；⑤$y=-\frac{3}{2x}$；⑥$y=\frac{1}{x}+3$；⑦$y=x-4$；⑧$y=\frac{8}{x^2}$；⑨$\frac{y}{x}=4$；⑩$y=\frac{k+1}{x}$. 其中，y 是关于 x 的反比例函数的有________（填序号）.

6. 已知函数 $y=-\frac{6}{x}$，当 $x=-2$ 时，y 的值是________.

7. 把一个长、宽、高分别为 3 cm，2 cm，1 cm 的长方体铜块铸成一个圆柱体铜块，则该圆柱体铜块的底面积 S(cm^2)与高 h(cm)之间的函数表达式为____________.

8. 写出下列问题中两个变量之间关系的函数表达式，并指出它们是正比例函数还是反比例函数. 如果是反比例函数，请写出它们的比例系数 k 的值.

(1) 底边为 5 cm 的三角形的面积 y(cm^2)随底边上的高 x(cm)的变化而变化.

(2) 某村有耕地面积 200 亩，人均占有耕地

面积 y(亩)随人口数量 x(人)的变化而变化.

(3) 一个放置于水平地面上的物体重 120 N,物体对地面的压强 p(Pa)随该物体与地面的接触面积 S(m^2)的变化而变化.

拓展提优

1. 下列式子中:①$y=x^2$;②$y=\frac{2}{x}$;③$xy=1$;④$y=x^{-1}$;⑤$y=-\frac{2}{3}x$.能表示 y 是 x 的反比例函数的有 ( )

A. 4个 B. 3个 C. 2个 D. 1个

2. 若函数 $y=\frac{m-2}{x^{|m|-1}}$ 是反比例函数,则 m 的值为 ( )

A. 2或−2 B. 2

C. −2 D. 0

3. 若 $xy\neq0$,$x+y\neq0$,$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}$ 与 $x+y$ 成反比例,则 $(x+y)^2$ 与 x^2+y^2 ( )

A. 成正比例

B. 成反比例

C. 既不成正比例也不成反比例

D. 关系不确定

4. 如表,如果 x 与 y 成反比例关系,那么表格中“?”处应填________.

x	10	?
y	3	5

5. 若 y 与 x 成反比例,z 与 y 成反比例,则 z 与 x 成________.

6. 将 $x=\frac{2}{3}$ 代入反比例函数 $y=-\frac{1}{x}$ 中,所得函数值记为 y_1,又将 $x=y_1+1$ 代入反比例函数 $y=-\frac{1}{x}$ 中,所得函数值记为 y_2,再将 $x=y_2+1$ 代入反比例函数 $y=-\frac{1}{x}$ 中,所得函数值记为 y_3……如此继续下去,$y_{2\,025}=$________.

7. 用函数表达式表示下列问题中的两个变量之间的关系.

(1) 实数 m 与 n 的积为−200,m 随 n 的变化而变化.

(2) 一个面积为 6 400 m^2 的矩形的长 a(m)随它的宽 b(m)的变化而变化.

(3) 某银行为资助某社会福利厂,提供了20万元的无息贷款,该厂的平均年还款额 y(万元)随还款年限 x(年)的变化而变化.

(4) 游泳池的容积为 5 000 m^3,向池内注水,注满水所需时间 t(h)随注水速度 v(m^3/h)的变化而变化.

8. 已知 $y=y_1-y_2$,并且 y_1 与 x 成正比例,y_2 与 $(x-2)$ 成反比例,当 $x=-2$ 时,$y=-7$;当 $x=3$ 时,$y=13$.

(1) 求 y 关于 x 的函数表达式.

(2) 求当 $x=5$ 时的函数值.

1.2　反比例函数的图象与性质

课时训练 1　反比例函数的图象

（时间：20 min）

基础巩固

1. 已知点 $A(1,-3)$ 关于 x 轴的对称点 A' 在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq0)$ 的图象上，则实数 k 的值为　（　　）

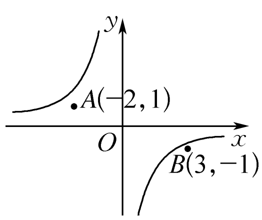
A. 3　B. $\dfrac{1}{3}$　C. -3　D. $-\dfrac{1}{3}$

2. （2025 南通市期中）若 $A(-3,y_1)$，$B(1,y_2)$ 两点在函数 $y=-\dfrac{3}{x}$ 的图象上，则　（　　）

A. $y_1=y_2$　B. $y_1=-y_2$

C. $y_1>y_2$　D. $y_1<y_2$

3. 已知反比例函数的图象如图所示，则这个反比例函数的表达式可能是　（　　）



A. $y=-\dfrac{4}{x}$　B. $y=-\dfrac{3}{x}$

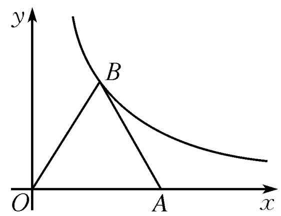
C. $y=\dfrac{8}{3x}$　D. $y=-\dfrac{5}{2x}$

4. 若一次函数 $y=3x$ 的图象与反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象的一个交点的横坐标为 2，则另一个交点的坐标为　（　　）

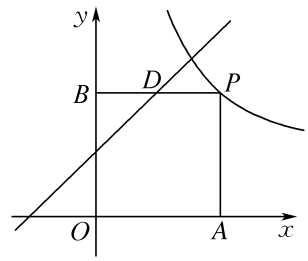
A. $(-1,-3)$　B. $(-2,-6)$

C. $(-2,6)$　D. $(2,6)$

5. 如图，已知点 $A(2,0)$，$\triangle ABO$ 是等边三角形，点 B 在第一象限内. 若双曲线 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq0)$ 经过点 B，则 k 的值是________.



（第 5 题）



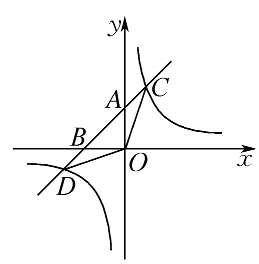
（第 6 题）

6. 如图，点 P 在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k>0)$ 的图象上，$PA\perp x$ 轴于点 A，$PB\perp y$ 轴于点 B，且 $PA=PB$. 一次函数 $y=x+1$ 的图象与 PB 交于点 D. 若 D 为 PB 的中点，则 k 的值为________.

7. （2026 宿迁市期末）如图，一次函数 $y_1=x+b$ 与 y 轴交于点 $A(0,2)$，与 x 轴交于点 B，与反比例函数 $y_2=\dfrac{k}{x}$ 分别交于点 C，$D(a,-1)$，连接 OC，OD.

(1) 求一次函数表达式和 k 的值.

(2) 求 $\triangle COD$ 的面积.



拓展提优

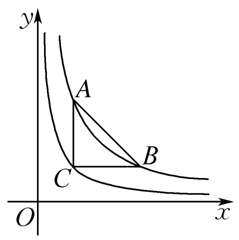
1. 将反比例函数 $y=\dfrac{3}{x}$ 的图象向下平移 1 个单位长度后，新图象与 x 轴的交点坐标是　（　　）

A. $(-3,0)$　B. $(-2,0)$

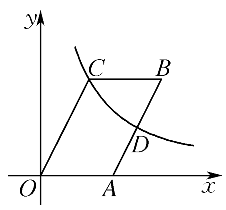
C. $(2,0)$　D. $(3,0)$

2. (2025南通市月考)如图,点 A,B 在反比例函数 $y=\frac{3}{x}(x>0)$ 的图象上,点 C 在反比例函数 $y=\frac{1}{x}(x>0)$ 的图象上. 若 $AC/\!/y$ 轴,$BC/\!/x$ 轴,且 $AC=BC$,则 AB 的长为 ( )

A. $\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{2}$ C. 4 D. $3\sqrt{2}$



(第2题)



(第3题)

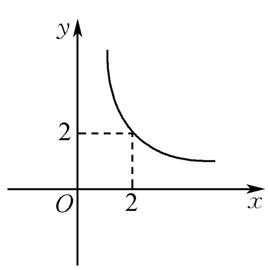
3. 如图,点 A 在 x 轴正半轴上,点 $B(5,4)$,四边形 $AOCB$ 为平行四边形,反比例函数 $y=\frac{8}{x}$ 的图象经过点 C,交边 AB 于点 D,则点 D 的坐标为 ( )

A. $(2,4)$ B. $(4,2)$

C. $\left(\frac{8}{3},3\right)$ D. $\left(3,\frac{8}{3}\right)$

4. 已知 $P(a,b)$ 是反比例函数 $y=\frac{1}{x}$ 的图象上异于点 $(-1,-1)$ 的一个动点,则 $\frac{2}{1+a}+\frac{2}{1+b}=$________.

5. 设△ABC 的一边长为 x,这条边上的高为 y,y 与 x 之间满足的反比例函数关系如图所示,则当△ABC 为等腰直角三角形时,$x+y$ 的值为________.



6. (2025宿迁市期末)定义:如图1,在平面直角坐标系中,P 是平面内任意一点(坐标轴上的点除外),过点 P 分别作 x 轴、y 轴的垂线,若由点 P、原点 O、两个垂足 A,B 为顶点的矩形 $OAPB$ 的周长与面积的数值相等,则称 P 是平面直角坐标系中的"美好点".

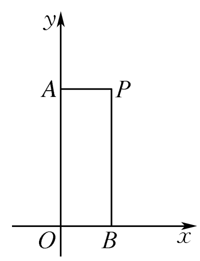
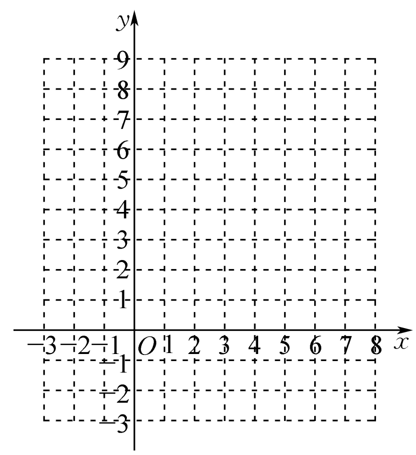


图1



备用图

【尝试初探】

(1) $C(2,3)$________"美好点"(填"是"或"不是");若 $D(6,b)$ 是第一象限内的一个"美好点",则 $b=$________.

【深入探究】

(2) 若"美好点" $E(m,4)(m>0)$ 在双曲线 $y=\frac{k}{x}(k\neq0$ 且 k 为常数$)$上,求 k 的值.

(3) 在(2)的条件下,点 $F(2,n)$ 在双曲线 $y=\frac{k}{x}$ 上,求 $S_{\triangle EOF}$ 的值.

课时训练 2　反比例函数的图象特征与性质

（时间：20 min）

基础巩固

1. 下列关于反比例函数 $y=-\frac{2}{x}$ 的说法不正确的是（　　）

A. 图象分布在第二、四象限

B. 当 $x>0$ 时，y 随 x 的增大而增大

C. 图象经过点 $(1,-2)$

D. 若点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$ 都在图象上，且 $x_1<x_2$，则 $y_1<y_2$

2. 若点 $A(-2,y_1)$，$B(-1,y_2)$，$C(3,y_3)$ 在反比例函数 $y=\frac{6}{x}$ 的图象上，则 y_1,y_2,y_3 的大小关系是（　　）

A. $y_2>y_3>y_1$　　B. $y_3>y_2>y_1$

C. $y_1>y_2>y_3$　　D. $y_3>y_1>y_2$

3. （2025 连云港市二模）“利用描点法画出函数图象，探究函数的一些简单性质“是初中阶段研究函数的常用方法，那么函数 $y=\frac{1}{x+2}-1$ 具有的性质是（　　）

A. $x>0$ 时，y 的值随 x 的增大而减小

B. $x<0$ 时，y 的值随 x 的增大而增大

C. 图象不经过第二象限

D. 图象不经过第四象限

4. 已知 y 是 x 的反比例函数，其部分对应值如下表：

x	…	-2	-1	1	2	…
y	…	a	b	m	n	…

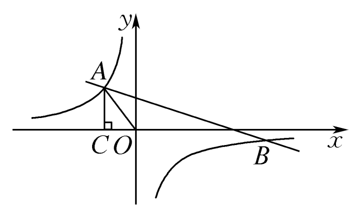
若 $a>b$，则 m______n（填“$>$”“$<$”或“$=$”）.

5. 如图所示，一次函数 $y=mx+n(m\neq0)$ 的图象与反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq0)$ 的图象交于第二、四象限的点 $A(-3,a)$ 和点 $B(b,-1)$，过点 A 作 x 轴的垂线，垂足为 C，$\triangle AOC$ 的面积为 6.

(1) 求一次函数与反比例函数的函数表达式.

(2) 结合图象直接写出 $mx+n-\frac{k}{x}\leqslant0$ 的解集.

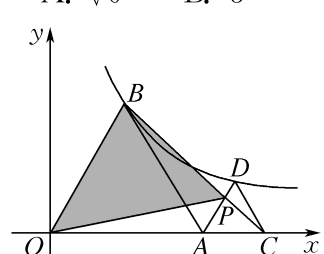
(3) 在 x 轴上取一点 P，当 $|PA-PB|$ 取得最大值时，求出点 P 的坐标.



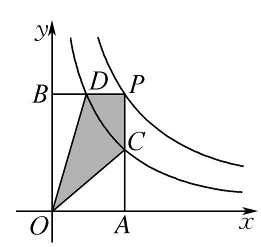
拓展提优

1. 如图，$\triangle AOB$ 和 $\triangle ACD$ 均为等边三角形，且顶点 B,D 均在双曲线 $y=\frac{6}{x}(x>0)$ 上，连接 BC 交 AD 于点 P，连接 OP，则图中 $S_{\triangle OBP}$ 的值为（　　）

A. $\sqrt{6}$　　B. 3　　C. 6　　D. 12



（第 1 题）



（第 2 题）

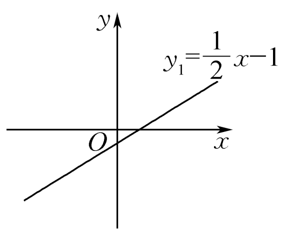
2. 反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ 和 $y=\frac{2}{x}$ 在第一象限内的图象如图所示，点 P 在 $y=\frac{k}{x}$ 的图象上，过

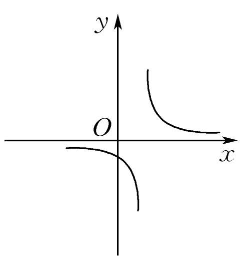
点 P 作 $PA\perp x$ 轴于点 A，交 $y=\dfrac{2}{x}$ 的图象于点 C，$PB\perp y$ 轴于点 B，交 $y=\dfrac{2}{x}$ 的图象于点 D. 当点 P 的横坐标逐渐变大时，四边形 $OCPD$ 的面积　　(　　)

A. 先变大再变小　　B. 先变小再变大

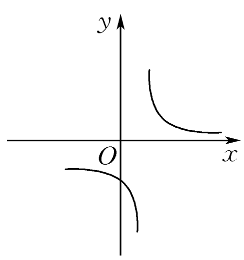
C. 不变　　D. 无法确定

3. 已知函数 $y_1=\dfrac{1}{2}x-1$ 在平面直角坐标系中的图象如图所示，则在平面直角坐标系中，函数 $y=\dfrac{1}{y_1}$ 的大致图象是　　(　　)

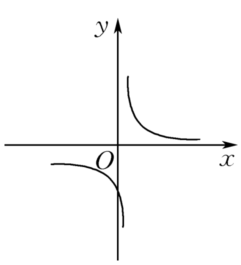




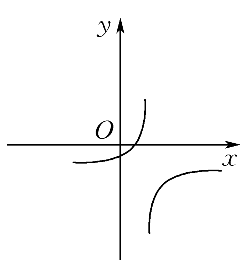
A



B

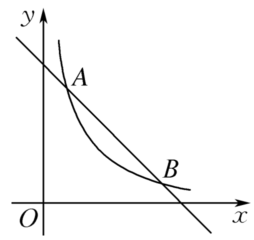


C



D

4. 如图，反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq0)$ 的图象与一次函数 $y=-x+b$ 的图象在第一象限内交于 $A(1,3)$，$B(3,1)$ 两点，已知点 $P(a,0)$ $(a>0)$，过点 P 作平行于 y 轴的直线，在第一象限内交一次函数 $y=-x+b$ 的图象于点 M，交反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象于点 N. 若 $PM>PN$，则 a 的取值范围是________.

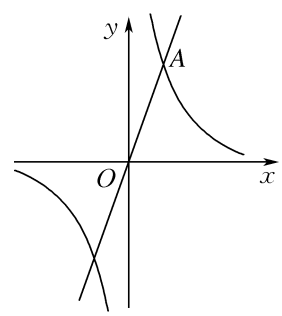


5. (2025 连云港市二模)如图，已知点 $A(a,6)$ 在直线 $y=3x$ 上，双曲线 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq0)$ 经过点 A.

(1) 求双曲线的函数表达式.

(2) 点 $M(x_1,b)$，$N(x_2,b)$ 分别在直线 $y=3x$ 和双曲线 $y=\dfrac{k}{x}$ 上，当 $x_1>x_2$ 时，直接写出 b 的取值范围.

(3) 点 B 在线段 OA 上(不与点 A 重合)，将点 A 绕着点 B 顺时针旋转 90° 得到点 C，当点 C 恰好落在双曲线 $y=\dfrac{k}{x}(x>0)$ 上时，求点 C 的坐标.

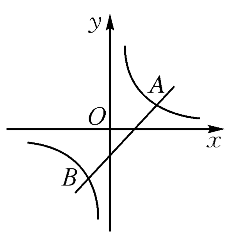


课时训练 3　反比例函数的取值范围

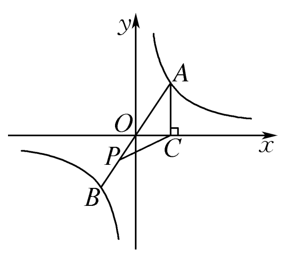
（时间：20 min）

基础巩固

1. 已知点 $A(x_1,y_1)$，$B(x_2,y_2)$ 均在反比例函数 $y=\dfrac{9}{x}$ 的图象上，若 $x_1<0<x_2$，则下列结论正确的是（　　）
   A. $0<y_2<y_1$　　B. $0<y_1<y_2$
   C. $y_2<0<y_1$　　D. $y_1<0<y_2$
2. 如图，一次函数 $y=x+a-2$ 的图象与反比例函数 $y=\dfrac{4}{x}$ 的图象交于 A，B 两点，则当线段 AB 的长度取最小值时，a 的值为（　　）
   A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 5

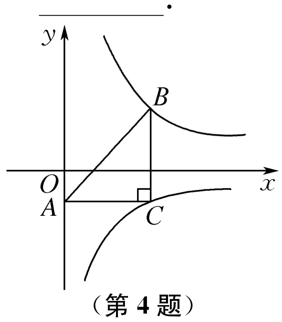


（第 2 题）

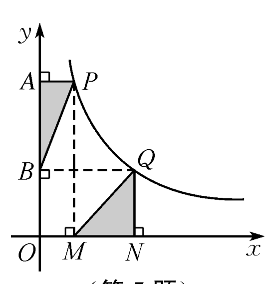


（第 3 题）

3. 如图，点 A 和 B 都在反比例函数 $y=\dfrac{2}{x}$ 的图象上，且线段 AB 过原点，过点 A 作 x 轴的垂线段，垂足为 C，P 是线段 OB 上的动点，连接 CP，设△ACP 的面积为 S，则下列说法正确的是（　　）
   A. $S>1$　　B. $S>2$
   C. $1<S<2$　　D. $1\leqslant S\leqslant 2$
4. 如图，点 A 在 y 轴上，点 B 在反比例函数 $y=\dfrac{4}{x}(x>0)$ 的图象上，点 C 在反比例函数 $y=-\dfrac{2}{x}(x>0)$ 的图象上，且 $BC/\!/y$ 轴，$AC\perp BC$，垂足为 C，则△ABC 的面积为________.

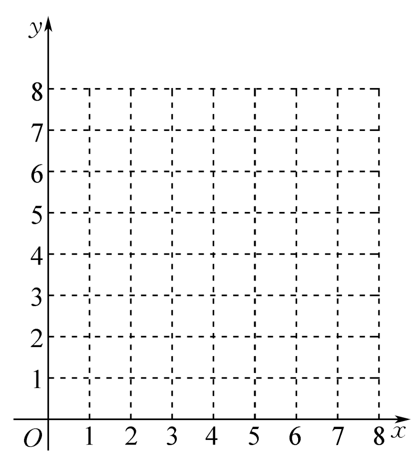


（第 4 题）



（第 5 题）

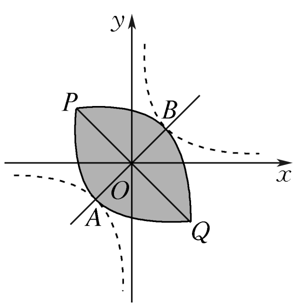
5. 如图，已知 P，Q 是反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 图象上的两点，$PA\perp y$ 轴于点 A，$QN\perp x$ 轴于点 N，$PM\perp x$ 轴于点 M，$QB\perp y$ 轴于点 B，连接 PB，QM. 若将△ABP 的面积记为 S_1，△QMN 的面积记为 S_2，则 S_1________S_2（填"＞""＜"或"＝"）.
6. 在平面直角坐标系中，记反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq 0,x>0)$ 的图象为 G，直线 l：$y=-2x+b$ 经过点 $A(2,4)$，与图象 G 交于 B，C 两点，且点 B 的横坐标小于点 C 的横坐标.
   (1) 求 b 的值.
   (2) 横、纵坐标都是整数的点叫作整点. 记图象 G 与直线 l 所围成的区域（含边界）为 W.
   ①若 $k=6$，求 B，C 两点的坐标，并写出区域 W 上的整点个数；
   ②若区域 W 上恰好有 7 个整点，结合函数图象，直接写出 k 的取值范围：________.



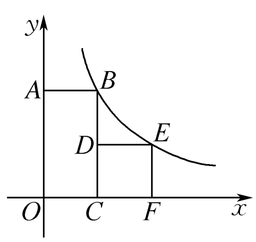
拓展提优

1. 如图,设双曲线 $y=\frac{k}{x}(k>0)$ 与直线 $y=x$ 交于 A,B 两点(点 A 在第三象限),将双曲线在第一象限内的一支沿射线 BA 的方向平移,使其经过点 A,将双曲线在第三象限内的一支沿射线 AB 的方向平移,使其经过点 B,平移后的两条曲线相交于 P,Q 两点,此时我们称平移后的两条曲线所围部分(图中阴影部分)为双曲线的"眸",PQ 为双曲线的"眸径".当双曲线 $y=\frac{k}{x}(k>0)$ 的"眸径"为 4 时,k 的值为 ( )

A. $\frac{2}{3}$　B. $\frac{3}{2}$　C. 2　D. 4



(第 1 题)



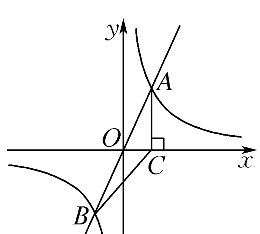
(第 2 题)

2. 如图,在矩形 $OABC$ 和正方形 $CDEF$ 中,点 A 在 y 轴正半轴上,点 C,F 均在 x 轴正半轴上,点 D 在边 BC 上,$BC=2CD$,$AB=2$,若点 B,E 在同一个反比例函数的图象上,则这个反比例函数的表达式是 ( )

A. $y=\frac{18}{x}$　B. $y=\frac{16}{x}$

C. $y=\frac{8}{x}$　D. $y=-\frac{10}{x}$

3. 如图,若正比例函数 $y=k_1x$ 与反比例函数 $y=\frac{k_2}{x}$ 的图象交于 $A(m,5)$,$B(-m,n)$ 两点,过点 A 作 $AC\perp x$ 轴,垂足为 C,且 $S_{\triangle ABC}=10$,则不等式 $k_1x<\frac{k_2}{x}$ 的解集为 ( )



A. $x>5$ 或 $-5<x<0$

B. $x>2$ 或 $-2<x<0$

C. $0<x<5$ 或 $x<-5$

D. $x<-2$ 或 $0<x<2$

4. 如何通过代数推理证明反比例函数图象的性质?代数推理是指从一定条件出发,依据代数的定义、公式、运算法则、等式的性质、不等式的性质等证明已知结果或结论.我们不妨来试试.

(1) 性质:反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 的图象是中心对称图形,对称中心是原点.

证明:在函数图象上任取一点 $A\left(x,\frac{3}{x}\right)$,则点 A 关于原点对称的点 B 的坐标为(______,______).因为____________,所以点 B 也在反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 的图象上.

因为 A 是反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 图象上的任意一点,它关于原点对称的点都在反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 的图象上,所以反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 的图象是中心对称图形,对称中心是原点.

(2) 性质:反比例函数 $y=\frac{3}{x}$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称,关于直线 $y=-x$ 对称.请运用代数推理进行证明.

(3) 试证明:对于反比例函数 $y=\frac{3}{x}$,当 $x>0$ 时,y 随 x 的增大而减小.

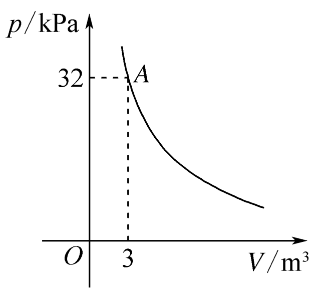
1.3　用反比例函数解决问题

课时训练 1　用反比例函数解决跨学科问题

（时间：20 min）

基础巩固

1. 当温度不变时，某气球内的气压 p(kPa)与气体体积 V(m^3)成反比例函数关系，其图象如图所示. 已知当气球内的气压 $p>160$ kPa 时，气球将爆炸，为了安全起见，气球内气体体积 V 应满足的条件是　(　　)



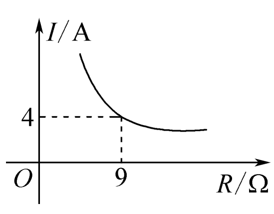
A. 不大于 0.6 m^3

B. 大于 0.6 m^3

C. 不小于 0.6 m^3

D. 小于 0.6 m^3

2. (2024 南通市中考)已知蓄电池的电压为定值，使用蓄电池时，电流 I(A)与电阻 R(Ω)成反比例函数关系，其图象如图所示. 如果以此蓄电池为电源的用电器，其限制电流不能超过 10 A，那么用电器可变电阻 R 应控制的范围是________.



3. (2024 泰州市姜堰区期末)阅读以下素材，探索完成任务.

极地探索时，冰面行走是否安全？	
素材 1	我国自主研发了一种四轮长航程极地机器人，其质量为 500 kg，在冰面上行走时，四轮均接触冰面.（极地机器人在冰面上的压力与重力相等）
素材 2	重力(G)＝质量(m)×重力系数(g)； 压强(p)＝$\dfrac{\text{压力}(F)}{\text{受力面积}(S)}$； 重力系数 $g\approx 10$ N/kg.
素材 3	南极某处冰面能承受的最大压强为 1×10^4 Pa.
任务 1	直接写出极地机器人对冰面的压强 p(Pa)关于受力面积 S(m^2)的函数表达式.
任务 2	为适应极地的不同应用环境，现将极地机器人改装成可更换 A，B，C 三种型号的履带(更换不同型号履带时，极地机器人整体质量保持不变，四轮均需更换履带)，A，B，C 三种型号对应的每条履带的接触面积分别为 1 000 cm^2，1 200 cm^2，1 500 cm^2. 利用函数的性质判断，极地机器人应更换哪种型号的履带方可安全通过该冰面.

拓展提优

1. 密度计常用来测量液体的密度，如图1是一款自制的木棒密度计，将木棒依次放入一系列密度已知的液体中，每次当其在液体中处于竖直漂浮状态时，在木棒上标出与液面位置相平的刻度线及相应密度值 ρ，并测量木棒浸入液体的深度 h，再利用收集的数据画出 ρ 关于 h 的反比例图象，如图2所示，下列说法正确的是 （　　）

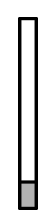


图1

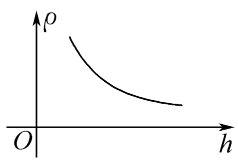


图2

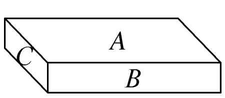
A. ρ 可能为0

B. 若 $h_1<h_3<h_2$，则 $\rho_1\leqslant\rho_3<\rho_2$

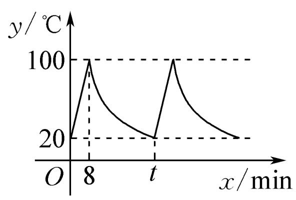
C. 密度 ρ 均匀增加时，深度 h 的变化量相同

D. 密度计的刻度线越往上，对应的密度值越小

2. 如图，一块砖的 A，B，C 三个面的面积比是 $4:2:1$，如果 B 面向下放在地上，地面所受压强为 a Pa，那么 A 面向下放在地上时，地面所受压强为________Pa.



（第2题）



（第3题）

3. (2024宿迁市宿城区期末)已知饮水机中原有水的温度为20 ℃，开机后，饮水机自动开始加热，此过程中，水温 y(℃)与开机后经过的时间 x(min)满足一次函数关系，当加热到100 ℃时，自动停止加热，随后水温开始下降，此过程中，水温 y(℃)与开机后经过的时间 x(min)成反比例函数关系. 当水温降至20 ℃时，饮水机又自动开始加热……如此循环下去(如图所示). 开机后56 min时，水的温度是________℃.

4. 【阅读材料】

材料1：图1为某款电子托盘秤对应的电路图，电源两端的电压保持不变，通过所称物体质量调节可变电阻 R_1 的大小，从而改变电路中的电流 I，最终通过显示器显示所称物体质量. 电流 I(mA)与总电阻 R(kΩ)成反比例，其中 $R=R_1+R_2$，已知 $R_2=10$ kΩ.

材料2：可变电阻 R_1(kΩ)与物体质量 x(kg)之间的关系如图2所示($R_1\geqslant0$)，当放置物体质量为2.2 kg时，电流表显示为0.3 mA.

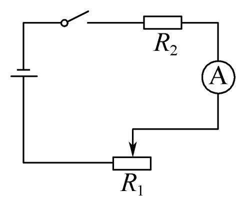


图1

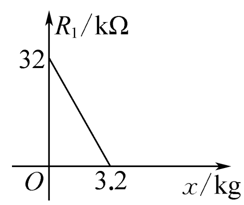


图2

【问题解决】

根据材料1和材料2完成下列问题.

(1) 当放置物体质量为2.2 kg时，求此时可变电阻 R_1 的值.

(2) 求电流 I 关于可变电阻 R_1 的函数表达式.

(3) 为保证电子托盘秤的电路安全，现将电流范围设定为 $0.15\leqslant I\leqslant0.5$(单位：mA)，求该电子托盘秤所称物体质量的最大值.

课时训练 2　用反比例函数解决实际问题

（时间：20 min）

基础巩固

1. 某司机驾驶汽车从甲地去乙地，他以 80 km/h 的平均速度用 4 h 到达乙地，当他按原路匀速返回时，汽车的速度 v(km/h)关于时间 t(h)的函数表达式是　（　　）

A. $v=320t$　　B. $v=\frac{320}{t}$

C. $v=20t$　　D. $v=\frac{20}{t}$

2. 如图 1，区间测速是指检测机动车在两个相邻测速监控点之间的路段（测速区间）上平均速度的方法，小聪发现安全驾驶且不超过限速的条件下，汽车在某一高速路的限速区间 AB 段的平均行驶速度 y(km/h)与行驶时间 t(h)是反比例函数关系（如图 2），已知高速公路上行驶的小型载客汽车最高车速不得超过 120 km/h，最低车速不得低于 90 km/h，小聪的爸爸按照此规定通过该限速区间 AB 段的时间可能是　（　　）

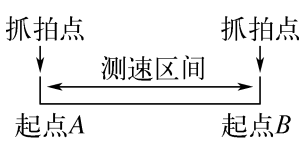


图 1

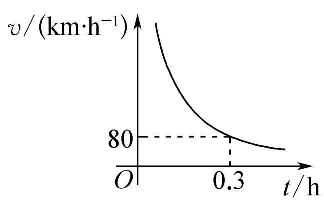
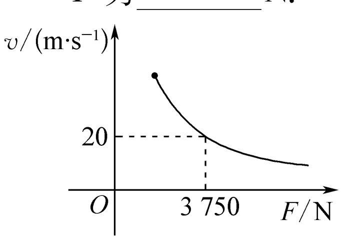


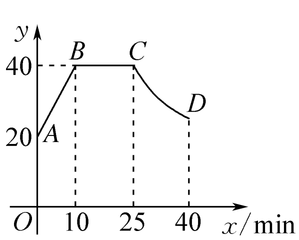
图 2

A. 10 min　B. 11 min　C. 15 min　D. 18 min

3. 某型号汽车行驶时功率一定，行驶速度 v(m/s)与所受阻力 F(N)是反比例函数关系，其图象如图所示. 若该型号汽车在某段公路上行驶时速度为 30 m/s，则所受阻力 F 为________N.



（第 3 题）



（第 4 题）

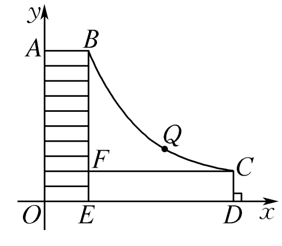
4. 心理学家研究发现，一般情况下，在一节 40 min 的课中，学生的注意力随教师讲课时间的变化而变化. 开始上课时，学生的注意力逐步增强，中间有一段时间学生的注意力保持较为理想的稳定状态，随后学生的注意力开始分散. 经过实验分析可知，学生的注意力指数 y 随时间 x(min)的变化规律如图所示，其中 AB，BC 均为线段，CD 为双曲线的一部分. 上课开始时，注意力指数为 20，第 10 min 时，注意力指数为 40. 根据图象信息，若开始上课第 t min 学生的注意力指数与下课时的注意力指数相等，则 t 的值为________.

5. 将某海洋公园娱乐设施"水上滑梯"的侧面图放在平面直角坐标系中（如图所示），其中 OD 为水面，滑梯 BC 段可看成是反比例函数图象的一部分，矩形 $AOEB$ 为向上攀爬的梯子，梯子高 OA 为 6 m，宽 AB 为 1 m，出口点 C 到 BE 的距离 CF 为 4 m.

(1) 求 BC 段所在反比例函数的表达式，并写出自变量的取值范围.

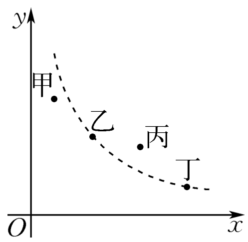
(2) 求点 C 到 x 轴的距离（CD 的长）.

(3) 若滑梯 BC 上有一个小球 Q，小球 Q 距水面 OD 的高度不高于 3 m，求小球 Q 到 BE 的距离 d 的取值范围.



拓展提优

1. 某市举行中学生梦想杯才艺大赛，如图用四个点分别描述甲、乙、丙、丁四所学校成绩的优秀率 y 与该校参赛人数 x 的情况，乙、丁两校对应的点在同一双曲线上，则四所学校中优秀人数最多的是 (　　)



A. 甲校　B. 乙校　C. 丙校　D. 丁校

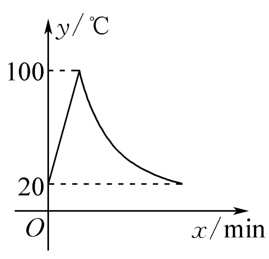
2. 学校的自动饮水机，开机加热时水温每分钟上升 10 ℃，加热到 100 ℃，停止加热，水温开始下降，此时水温 y(℃)与通电时间 x(min)成反比例，当水温降至 20 ℃时，饮水机再自动加热，若水温在 20 ℃时接通电源，水温 y 与通电时间 x 之间的关系如图所示，则下列说法正确的是 (　　)

A. 水温从 20 ℃加热到 100 ℃，需要 7 min

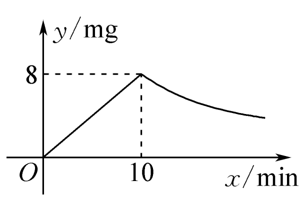
B. 水温下降过程中，y 与 x 的函数表达式是 $y=\frac{400}{x}$

C. 水温从 100 ℃降至 20 ℃，所需时间为 40 min

D. 水温不低于 30 ℃的时间为 $\frac{77}{3}$ min



(第 2 题)



(第 3 题)

3. 为预防传染病，某校定期对教室进行“药熏消毒”. 如图，药物燃烧阶段，教室内每立方米空气中的含药量 y(mg)与燃烧时间 x(min)成正比例；燃尽后，y 与 x 成反比例. 若 $y>1.6$，则 x 的取值范围是______.

4. 方方驾驶小汽车匀速地从 A 地行驶到 B 地，行驶路程为 480 km，设小汽车的行驶时间为 t h，行驶速度为 v km/h，且全程速度限定为不超过 120 km/h.

(1) v 关于 t 的函数表达式为________.

(2) 方方 8:00 驾驶小汽车从 A 地出发.

①若方方需要在当天 12:48～14:00(含 12:48 和 14:00)到达 B 地，则小汽车行驶速度 v 的取值范围是________；

②方方________在当天 11:30 前到达 B 地(填“能”或“不能”).

5. 探索机器狗的速度问题.

素材 1：机器狗是一种仿生腿足式机器人，通过模仿犬类或其他四足动物的运动方式，实现灵活移动与复杂任务执行，已从实验室走向家庭、工业等多领域应用. 已知某款机器狗的最快速度 v(m/s)与总质量 m(kg)(包括自身质量及所载物体的质量)的部分数据如下表.

总质量 m/kg	50	60	80	90	100	120	180	…
最快速度 v/(m·s^{-1})	7.2	6	4.5	4	3.6	3	2	…

素材 2：机器狗自身质量为 60 kg，实验室距离试验点 600 m，机器狗需从试验点出发，送 30 kg 设备到实验室，卸下设备后马上原路返回.(装卸设备时间忽略不计)

(1) 根据学习经验，判断 v 是 m 的哪种函数类型，并求出该函数表达式.

(2) 请画出 v 与 m 的函数图象.

(3) 求机器狗所用的最短时间.

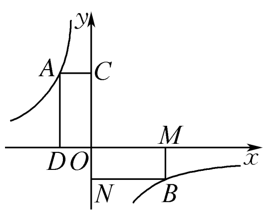
提优专题 1　反比例函数中“k”的几何意义

（时间：20 min）

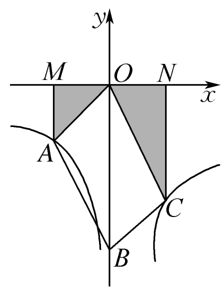
1. 如图，点 $A(x_1, y_1)$，$B(x_2, y_2)$ 在反比例函数 $y=-\dfrac{1}{x}$ 的图象上，过点 A 和 B 分别作坐标轴的垂线，得到矩形 $ACOD$ 和矩形 $BMON$，它们的面积分别为 S_1 和 S_2. 下列结论中正确的是（　　）

A. $S_1>S_2$　　B. $S_1=S_2$

C. $S_1<S_2$　　D. 无法确定



（第 1 题）



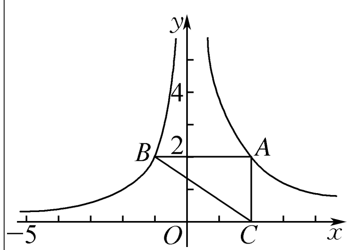
（第 2 题）

2. 如图，四边形 $OABC$ 是平行四边形，对角线 OB 在 y 轴上，位于第三象限的点 A 和第四象限的点 C 分别在反比例函数 $y=\dfrac{k_1}{x}$ 和 $y=\dfrac{k_2}{x}$ 的图象上，过点 A，C 分别作 x 轴的垂线，垂足分别为 M，N. 有下列结论：①$ON=OM$；②$\dfrac{AM}{CN}=\left|\dfrac{k_1}{k_2}\right|$；③阴影部分面积是 $\dfrac{1}{2}(k_1+k_2)$；④若四边形 $OABC$ 是菱形，则图中曲线关于 y 轴对称. 其中正确的是（　　）

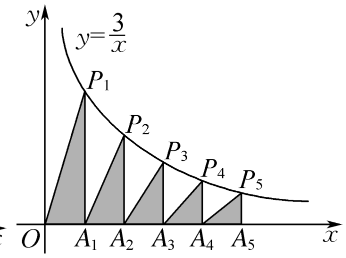
A. ①④　　B. ②③

C. ②③④　　D. ①②④

3. 如图，点 A 在反比例函数 $y=\dfrac{4}{x}(x>0)$ 的图象上，点 B 在反比例函数 $y=-\dfrac{2}{x}(x<0)$ 的图象上，且 $AB/\!/x$ 轴，$AC\perp AB$，垂足为 A，交 x 轴于点 C，则 $\triangle ABC$ 的面积为________.



（第 3 题）



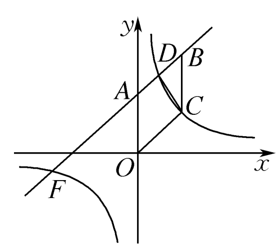
（第 4 题）

4. 如图，在 x 轴的正半轴依次截取 $OA_1=A_1A_2=A_2A_3$，过点 A_1，A_2，A_3 分别作 x 轴的垂线与反比例函数 $y=\dfrac{3}{x}(x>0)$ 的图象分别交于点 P_1，P_2，P_3，得 $\triangle OP_1A_1$，$\triangle A_1P_2A_2$，$\triangle A_2P_3A_3$，并设其面积分别为 S_1，S_2，S_3，以此类推，则 S_n 的值为________.

5. 如图，菱形 $OABC$ 的边长为 3，面积为 $3\sqrt{5}$，边 OA 与 y 轴重合，反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 经过点 C，与直线 AB 相交于 D，F 两点，其中 D 为线段 AB 的中点，连接 DC.

(1) 求反比例函数的表达式.

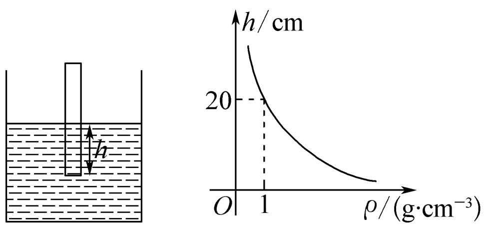
(2) 求四边形 $OADC$ 的面积.



综合与实践　密度计中的函数

（时间：10 min）

1. 综合实践小组的同学们利用自制密度计测量溶液的密度，当密度计悬浮在不同溶液中时，浸在溶液中的高度 h(cm)与溶液的密度 ρ(g/cm^3)之间满足反比例函数 $h=\frac{k}{\rho}$($k\neq0,\rho>0$)的关系，其图象如图所示. 当溶液密度 $\rho=4$ g/cm^3 时，密度计浸在溶液中的高度 h 为 (　　)



A. 2 cm　B. 3 cm　C. 4 cm　D. 5 cm

2. 密度计是一种重要的密度分析仪表，用于连续测量液体的密度，进而可以计算液体浓度、固液比等工艺参数，广泛应用于化工生产装置中，其检测精度和稳定性直接影响到产品质量. 如图，密度计悬浮在不同的液体中时，浸在液体中的高度 h(cm)是液体的密度 ρ(g/cm^3)的函数，其函数关系的部分对应值如下表($\rho>0$).

密度 ρ/(g·cm^{-3})	1	2	3	4	…
高度 h/cm	18	9	6	4.5	…

当液体密度 $\rho=12$ g/cm^3 时，浸在液体中的高度 $h=$________cm.

3. 某科技小组学习了测量密度后，查阅相关资料，自制了一个如图所示的简易吸管密度计(圆柱形)，并进行了调试实验，将吸管密度计浸入液体中，静止后浸入液体的深度记为 x cm，该液体的密度记为 y g/cm^3，部分实验数据如下表：

液体	x/cm	y/(g·cm^{-3})
1号	7.5	0.8
2号	6	1
3号	4	1.5

(1) 根据调试数据发现 y(g/cm^3)是 x(cm)的反比例函数，求 y(g/cm^3)与 x(cm)之间的函数表达式.

(2) 为了验证自制吸管密度计的准确性，小组成员将自制吸管密度计浸入已知密度为 1.2 g/cm^3 的液体中，静止后浸入液体的深度稳定在约多少厘米可说明此自制吸管密度计较准确？

(3) 调试结束之后，小组成员确定此吸管密度计最多可浸入液体的深度为 10 cm，最少浸入液体的深度需 3 cm 才能保持测量状态稳定，请直接写出这个吸管密度计能够测量的液体密度 y(g/cm^3)的取值范围.

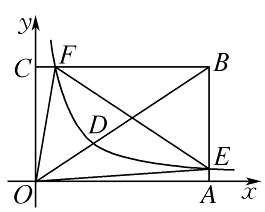
专题强化篇

专题强化1　反比例函数与几何图形的综合

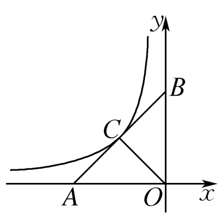
（时间:30 min）

1. 如图,D 为矩形 $OABC$(边 OA,OC 分别在 x,y 轴的正半轴上)对角线 OB 上的点,且 $OD=\frac{1}{2}BD$,经过点 D 的反比例函数 $y=\frac{k}{x}$的图象分别与 AB,BC 相交于点 E,F,连接 OE,OF,EF,若$\triangle OBF$ 的面积是 24,则$\triangle OEF$ 的面积为　　(　　)

A. 25　　B. 26　　C. $\frac{79}{3}$　　D. $\frac{80}{3}$



(第 1 题)



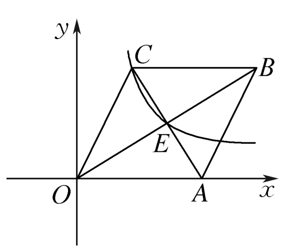
(第 2 题)

2. 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,直线 $y=ax+4$ 与 x 轴和 y 轴分别交于 A,B 两点,C 为 AB 的中点,反比例函数 $y=\frac{k}{x}$的图象经过点 C. 若 $OC=2.5$,则 k 的值为(　　)

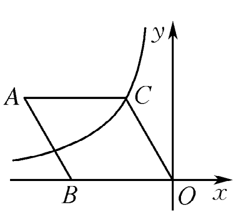
A. 3　　B. -4　　C. -3　　D. 4

3. 如图,反比例函数 $y=\frac{k}{x}(x>0)$的图象经过▱$OABC$ 的顶点 C 和对角线的交点 E,顶点 A 在 x 轴上. 若▱$OABC$ 的面积为 12,则 k 的值为　　(　　)

A. 8　　B. 6　　C. 4　　D. 2



(第 3 题)



(第 4 题)

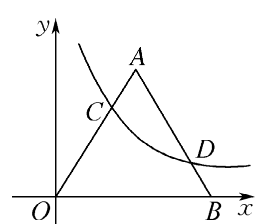
4. 如图,在菱形 $ABOC$ 中,$\angle A=60^\circ$,顶点 C 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$的图象上. 若将菱形 $ABOC$ 向下平移2个单位长度,点 A 恰好落在反比例函数的图象上,则反比例函数的表达式为　　(　　)

A. $y=-\frac{3\sqrt{3}}{x}$　　B. $y=-\frac{\sqrt{3}}{x}$

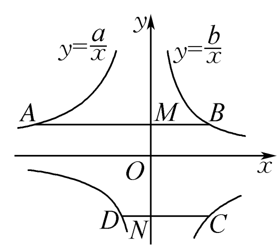
C. $y=-\frac{3}{x}$　　D. $y=\frac{\sqrt{3}}{x}$

5. 如图,在平面直角坐标系中,等边三角形 AOB 的边长为 6,点 C 在边 OA 上,点 D 在边 AB 上,$OC=3BD$. 若反比例函数 $y=\frac{k}{x}(k\neq 0)$的图象恰好经过点 C 和点 D,则 k 的值为　　(　　)

A. $\frac{81\sqrt{3}}{25}$　B. $\frac{81\sqrt{3}}{16}$　C. $\frac{81\sqrt{3}}{5}$　D. $\frac{81\sqrt{3}}{4}$



(第 5 题)

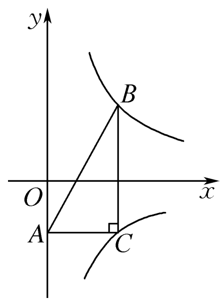


(第 6 题)

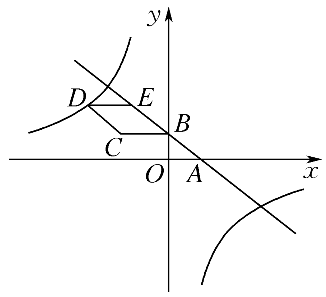
6. 如图,点 A,C 在反比例函数 $y=\frac{a}{x}$的图象上,过点 A 作 x 轴的平行线 AB,交 y 轴于点 M,交反比例函数 $y=\frac{b}{x}$的图象于点 B. 过点 C 作 x 轴的平行线 CD,交 y 轴于点 N,交 $y=\frac{b}{x}$的图象于点 D. 若 $AB=6$,$CD=3$,$MN=3$,则 $b-a$ 的值为　　(　　)

A. 15　　B. 12　　C. 9　　D. 6

7. 如图,点 B 在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(x>0)$ 图象上,点 C 在反比例函数 $y=-\dfrac{4}{x}(x>0)$ 图象上,且 $BC/\!/y$ 轴,$AC\perp BC$,垂足为 C,交 y 轴于点 A.若△ABC 的面积为 5,则 k 的值为________.



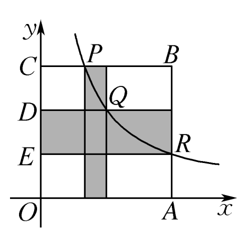
(第 7 题)



(第 8 题)

8. 如图,直线 $l:y=-\dfrac{3}{4}x+3$ 与 x 轴交于点 A,与 y 轴交于点 B,菱形 $BCDE$ 的边 $BC/\!/x$ 轴,另一边 BE 在直线 l 上,且 B 是 AE 的中点,点 D 在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq0)$ 的图象上,则 $k=$________.

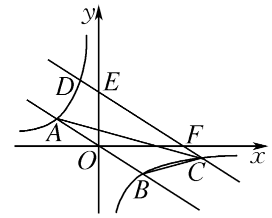
9. 如图所示,反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$(常数 $k>0$,$x>0$)图象经过点 P,Q,R,分别过这三个点作 x 轴、y 轴的平行线.若 $OE=ED=DC$,图中的"十字形"阴影部分的面积为 36,则 k 的值为________.



10. 如图,在平面直角坐标系中,O 为坐标原点,反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}(k\neq0)$ 的图象与正比例函数 $y=-\dfrac{2}{3}x$ 的图象交于 A,B 两点,其中点 A 的坐标为$(-3,m)$.

(1) 分别求出 m 和 k 的值.

(2) 将直线 AB 向上平移后,与反比例函数图象交于 C,D 两点,与 x 轴、y 轴分别相交于点 F,E,若 $S_{\triangle ABC}=12$,求直线 CD 的函数表达式.



11. 如图,反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 与一次函数 $y=mx+n$ 的图象相交于 $A(a,1)$ 和 $B(-1,3)$ 两点.

(1) 求这两个函数的表达式.

(2) 如图,直线 OA 与反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 的图象的另一个交点为点 C,点 M 在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 第四象限的图象上,当△ACM 的面积为 8 时,求点 M 的坐标.

(3) 在第(2)问的条件下,若 P 为 x 轴上的点,则在反比例函数 $y=\dfrac{k}{x}$ 第四象限的图象上是否存在点 Q,使得以 A,C,P,Q 四点为顶点的四边形是平行四边形?若存在,请求出所有符合条件的点 Q 的坐标;若不存在,请说明理由.