

第1章 三角形

巅峰训练1 三角形中的线段和角 全等三角形

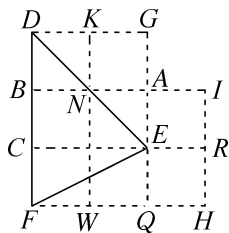
1. B 2. C 3. A

4. A 提示:若 $\triangle ABC$ 的形状、大小是唯一确定的,则点 C 的位置也是唯一确定的.当 $x=d$ 时, $BC \perp AM$,点 C 的位置是唯一确定的;当 $x \geq a$ 时,以点 B 为圆心, BC 长为半径作弧,与射线 AM 只有一个交点(点 A 除外).所以当 $x=d$ 或 $x \geq a$ 时, $\triangle ABC$ 的形状、大小是唯一确定的.

5. 315°

6. 12 提示:因为 $\triangle ADE \cong \triangle BDE$,所以 $BE = AE$,所以 $C_{\triangle AEC} = AE + EC + AC = BE + EC + AC = BC + AC$.因为 $AC : AB : BC = 2 : 3 : 4$,所以设 $AC = 2x$,则 $AB = 3x$, $BC = 4x$.因为 $C_{\triangle ABC} - C_{\triangle AEC} = 6$,即 $(AB + BC + AC) - (BC + AC) = 6$,所以 $AB = 3x = 6$,解得 $x = 2$.所以 $AC = 2x = 4$, $BC = 4x = 8$.所以 $C_{\triangle AEC} = BC + AC = 12$.

7. 11 提示:如图,以 DF, KW, GQ, BI, CR, FH 为一边均可找出2个全等的三角形.所以共有12个全等的三角形.除去 $\triangle DEF$ 外有11个与 $\triangle DEF$ 全等的三角形,分别为 $\triangle FAD, \triangle KRW, \triangle WIK, \triangle GCQ, \triangle QBG, \triangle BQI, \triangle IWB, \triangle CGR, \triangle RKC, \triangle FAH, \triangle HNF$.



8. 30° 提示:根据题意,得 $\angle BAC = 180^\circ - \angle ACB - \angle B = 25^\circ$, $\angle DAB = \angle BAC + \angle CAD = 30^\circ$.由 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$,得 $\angle D = \angle B$.又因为 $\angle DFE = \angle AFB$,所以 $\angle DEF = \angle DAB = 30^\circ$.

9. 12 提示:设三角形三边为 a, b, c ,且 $a < b < c$.因为 $a + b + c = 30, a + b > c$,所以 $10 < c < 15$.因为 c 为整数,所以 c 的值可以为11,12,13,14.①当 $c = 14$ 时,有5个

三角形,三边长分别是14,13,3;14,12,4;14,11,5;14,10,6;14,9,7.②当 $c = 13$ 时,有4个三角形,三边长分别是13,12,5;13,11,6;13,10,7;13,9,8.③当 $c = 12$ 时,有2个三角形,三边长分别是12,11,7;12,10,8.④当 $c = 11$ 时,有1个三角形,三边长分别是11,10,9.

10. 解:设经过 t s时,以 D, E, B 为顶点的三角形与以 B, C, A 为顶点的三角形全等,则 $AE = 3t$ cm. 根据题意,分2种情况讨论.当点 E 在点 B 的左侧时,若 $\triangle DEB \cong \triangle BCA$,则 $BE = AC$,即 $24 - 3t = 12$,解得 $t = 4$;若 $\triangle DEB \cong \triangle CBA$,则 $BE = AB$,即 $24 - 3t = 24$,解得 $t = 0$.当点 E 在点 B 的右侧时,若 $\triangle DEB \cong \triangle BCA$,则 $BE = AC$,即 $3t - 24 = 12$,解得 $t = 12$;若 $\triangle DEB \cong \triangle CBA$,则 $BE = AB$,即 $3t - 24 = 24$,解得 $t = 16$.综上所述,当点 E 经过0s或4s或12s或16s时,以 D, E, B 为顶点的三角形与以 B, C, A 为顶点的三角形全等.

11. C 提示:连接 BE, DF ,设 $S_{\triangle ABD} = 2S$,则 $S_{\triangle ACD} = 4S, S_{\triangle ABC} = 6S$.因为 E 是线段 AD 的中点,所以 $S_{\triangle ACE} = S_{\triangle DCE} = 2S$,故①正确;可知 $S_{\triangle BCE} = S_{\triangle DCE} + S_{\triangle DBE} = 3S$,因为 F 是线段 CE 的中点,所以 $S_{\triangle BCF} = \frac{1}{2} S_{\triangle BCE} = \frac{3}{2} S$,所以 $S_{\triangle BCF} : S_{\triangle ABC} = 1 : 4$,即 $S_{\triangle BCF} = \frac{1}{4} S_{\triangle ABC}$,故②正确;易得 $S_{\triangle DEF} = S_{\triangle DBE}$,设点 F 到 DE 的距离为 m ,点 B 到 DE 的距离为 n ,所以 $\frac{1}{2} DE \cdot m = \frac{1}{2} DE \cdot n$,则 $m = n$,因为 $S_{\triangle DFG} = \frac{1}{2} DG \cdot m, S_{\triangle DBG} = \frac{1}{2} DG \cdot n$,所以 $S_{\triangle DFG} = S_{\triangle DBG}$,所以 $S_{\triangle DEF} - S_{\triangle DFG} = S_{\triangle DBE} - S_{\triangle DBG}$,即 $S_{\triangle EFG} = S_{\triangle EBG} = \frac{1}{2} S_{\triangle BEF} = \frac{3}{4} S$,因为 $EH \parallel BF$,所以 $S_{\triangle GBH} = S_{\triangle EBG} = S_{\triangle EFG}$,故③正确;因为 $S_{\triangle EFG} + S_{\triangle DBG} = S_{\triangle EBG} + S_{\triangle DBG} = S, S_{\text{四边形CFGD}} = S_{\triangle DCE} - S_{\triangle EFG} = \frac{5}{4} S$,所以 $S_{\triangle EFG} + S_{\triangle DBG} \neq S_{\text{四边形CFGD}}$,故④错误.

12. 解:(1) 如图1,线段 AD 即为所求.

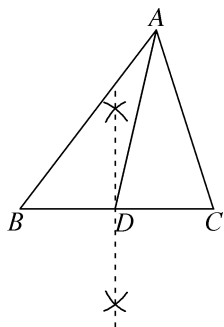


图 1

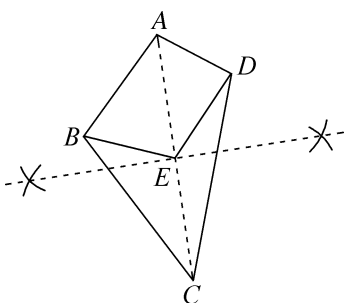


图 2

(2) 如图 2 所示,即为所求. 提示:易知

$S_{\triangle ADE} = S_{\triangle CDE}$, $S_{\triangle ABE} = S_{\triangle BCE}$, 所以 $S_{\triangle ADE} + S_{\triangle ABE} = S_{\triangle CDE} + S_{\triangle BCE}$, 所以 $S_{\text{四边形}ABED} = S_{\text{四边形}BCDE}$.

(3) 如图 3, 连接 AC, BD , 取 AC 的中点 O , 过点 O 作 $OE \parallel BD$ 交 CD 于点 E , 连接 BE , 则线段 BE 把四边形 $ABCD$ 分成面积相等的两部分. 提示: 连接 OD 交 BE 于点 F , 连接 OB . 因为 $OE \parallel BD$, 所以 $S_{\triangle DEF} = S_{\triangle OBF}$. 因为 O 是 AC 的中点, 所以 $S_{\triangle ADO} = S_{\triangle CDO}$, $S_{\triangle ABO} = S_{\triangle CBO}$, 所以 $S_{\triangle BCE} = S_{\triangle CBO} + S_{\triangle OBF} + S_{\triangle CEO} + S_{\triangle OEF} = S_{\triangle CBO} + S_{\triangle DEF} + S_{\triangle CEO} + S_{\triangle OEF} = S_{\triangle CBO} + S_{\triangle CDO}$, $S_{\text{四边形}ABED} = S_{\text{四边形}ABFD} + S_{\triangle DEF} = S_{\triangle ABO} + S_{\triangle ADO} - S_{\triangle OBF} + S_{\triangle DEF} = S_{\triangle ABO} + S_{\triangle ADO} = S_{\triangle CBO} + S_{\triangle CDO}$. 所以 $S_{\triangle BCE} = S_{\text{四边形}ABED}$. 所以线段 BE 把四边形 $ABCD$ 分成面积相等的两部分.

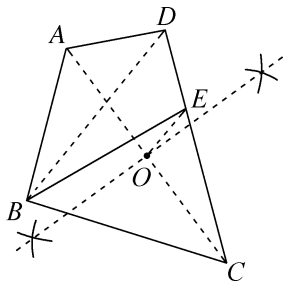


图 3

巅峰训练 2 全等三角形的判定(1)

1. C 2. B

3. C 提示: 在 BC 上截取 $BF = AB$, 连接 DF . 因为 $\angle ABC = \angle ACB = 40^\circ$, 所以 $\angle A = 180^\circ - \angle ACB - \angle ABC = 100^\circ$. 易证 $\triangle ABD \cong \triangle FBD$ (SAS), 所以 $DF = DA = DE$, $\angle BFD = \angle A = 100^\circ$, 所以 $\angle CFD = 180^\circ - \angle BFD = 80^\circ$, 所以 $\angle FDC = 180^\circ - \angle ACB - \angle CFD = 60^\circ$. 因为 BD 是 $\triangle ABC$ 的角平分线, 所以

$\angle ABD = \frac{1}{2} \angle ABC = 20^\circ$. 因为 $\angle EDC = \angle ADB = 180^\circ - \angle ABD - \angle A = 60^\circ$, 所以 $\angle FDC = \angle EDC$. 易证 $\triangle DCE \cong \triangle DCF$ (SAS), 所以 $\angle ECA = \angle ACB = 40^\circ$.

4. 3 提示: 因为 $AD \perp BC$, $CE \perp AB$, 所以 $\angle ADB = \angle CDF = \angle CEB = 90^\circ$, 所以 $\angle BAD + \angle B = \angle FCD + \angle B = 90^\circ$, 所以 $\angle BAD = \angle FCD$. 在 $\triangle ABD$

和 $\triangle CFD$ 中, $\begin{cases} \angle ADB = \angle CDF, \\ AD = CD, \\ \angle BAD = \angle FCD, \end{cases}$ 所以 $\triangle ABD \cong \triangle CFD$.

所以 $BD = FD$. 因为 $BC = 7$, $CD = AD = 5$, 所以 $FD = BD = BC - CD = 2$, 所以 $AF = AD - FD = 3$.

5. 32 提示: 过点 A 作 $AE \perp AC$, 交 CD 的延长线于点 E , 则 $\angle EAC = 90^\circ$. 因为 $\angle BAD = 90^\circ$, 所以 $\angle DAE + \angle DAC = \angle DAC + \angle BAC = 90^\circ$, 所以 $\angle DAE = \angle BAC$. 因为 $\angle BAD = \angle BCD = 90^\circ$, 所以 $\angle ADC + \angle B = 180^\circ$. 因为 $\angle EDA + \angle ADC = 180^\circ$, 所以 $\angle EDA = \angle B$. 在 $\triangle ABC$ 和

$\triangle ADE$ 中, $\begin{cases} \angle BAC = \angle DAE, \\ AB = AD, \\ \angle B = \angle EDA, \end{cases}$ 所以 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, 所以

$AE = AC = 8$, $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ADE}$. 所以 $S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\triangle AEC} = \frac{1}{2} AC \cdot AE = \frac{1}{2} \times 8 \times 8 = 32$.

6. ①③④⑤ 提示: 因为 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, 所以 $BD = CD$, 所以 $\triangle ABD$ 和 $\triangle ACD$ 的面积相等, 故①正确; 无法证明 $\angle BAD$ 和 $\angle CAD$ 相等, 故②错误;

在 $\triangle BDF$ 和 $\triangle CDE$ 中, $\begin{cases} BD = CD, \\ \angle BDF = \angle CDE, \\ DF = DE, \end{cases}$ 所以

$\triangle BDF \cong \triangle CDE$, 故③正确; 因为 $\triangle BDF \cong \triangle CDE$, 所以 $\angle F = \angle DEC$, 所以 $BF \parallel CE$, 故④正确; 因为 $\triangle BDF \cong \triangle CDE$, 所以 $CE = BF$, 故⑤正确.

7. 4 或 2 提示: 由 $\angle C = \angle BFC = \angle CEA = 90^\circ$, 易证 $\angle BCF = \angle CAE$. 在 $\triangle BFC$ 和 $\triangle CEA$ 中,

$\begin{cases} \angle BCF = \angle CAE, \\ \angle BFC = \angle CEA, \\ CB = AC, \end{cases}$ 所以 $\triangle BFC \cong \triangle CEA$, 所以 $CF =$

$AE = 3$, $CE = BF = 1$. 如图 1, $EF = CF + CE = 4$; 如图 2, $EF = CF - CE = 2$.

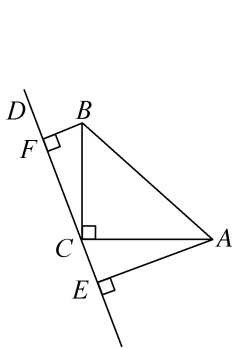


图 1

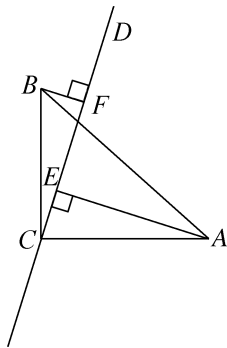
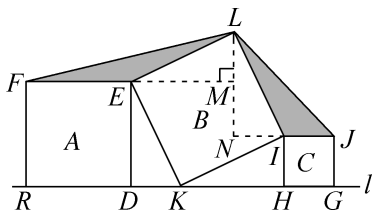


图 2

8. 15 提示:如图,过点 L 作 $LM \perp FE$, 交 FE 的延长线于点 M , 交 JI 的延长线于点 N . 因为四边形 A, B, C 都是正方形, 且正方形 A, C 的面积分别为 25, 9, 所以 $DE = 5, HI = 3$. 易证 $\triangle EDK \cong \triangle KHI$ (AAS), 所以 $DK = HI = 3$, 所以 $S_{\triangle EDK} = S_{\triangle KHI} = \frac{15}{2}$. 因为 $\angle LEM = 90^\circ - \angle KEM = \angle KED$, 所以易证 $\triangle EML \cong \triangle EDK$ (AAS), 所以 $EM = ED = EF$, 所以 $S_{\triangle EFL} = S_{\triangle EML} = S_{\triangle EDK} = \frac{15}{2}$. 同理 $\triangle LNI \cong \triangle KHI$ (AAS), 所以 $IN = IH = IJ$, 所以 $S_{\triangle LJI} = S_{\triangle LNI} = S_{\triangle KHI} = \frac{15}{2}$. 所以 $S_{\triangle EFL} + S_{\triangle LJI} = 15$, 即阴影部分的总面积为 15.



9. 解: (1) 延长 DE 至点 G , 使 $GE = DE$, 连接 BG . 在 $\triangle AED$ 和 $\triangle BEG$ 中,
$$\begin{cases} AE = BE, \\ \angle AED = \angle BEG, \\ DE = GE, \end{cases}$$
 所以 $\triangle AED \cong \triangle BEG$ (SAS). 所以 $AD = BG, \angle DAE = \angle GBE$. 因为 $AD \perp BC$, 所以 $\angle DAE + \angle ABD = 90^\circ$. 所以 $\angle GBE + \angle ABD = 90^\circ$, 即 $\angle GBD = \angle ADB = 90^\circ$. 在 $\triangle GBD$ 和 $\triangle ADB$ 中,
$$\begin{cases} BG = DA, \\ \angle GBD = \angle ADB, \\ BD = DB, \end{cases}$$

(SAS). 所以 $GD = AB$. 因为 $DE = \frac{1}{2}GD$, 所以 $DE = \frac{1}{2}AB = 4$. 同理可证 $DF = \frac{1}{2}AC = 3$. 所以四边形 $AEDF$ 的周长为 $AE + ED + DF + FA = 14$.

(2) 由(1)得 $AE = DE = \frac{1}{2}AB = 4, AF = DF = \frac{1}{2}AC = 3$, 在 $\triangle AEF$ 和 $\triangle DEF$ 中,
$$\begin{cases} AE = DE, \\ AF = DF, \\ EF = EF, \end{cases}$$
 所以 $\triangle AEF \cong \triangle DEF$ (SSS). 所以 $S_{\triangle AEF} = S_{\triangle DEF}$. 因为 $\angle BAC = 90^\circ$, 所以 $S_{\triangle AEF} = \frac{1}{2}AE \cdot AF = 6$. 所以 $S_{\text{四边形}AEDF} = S_{\triangle AEF} + S_{\triangle DEF} = 2S_{\triangle AEF} = 12$.

10. A 提示: 因为 $AE \perp AB$ 且 $AE = AB, EF \perp FH, BG \perp FH$, 所以 $\angle EAB = \angle EFA = \angle BGA = 90^\circ$. 因为 $\angle EAF + \angle BAG = 90^\circ, \angle ABG + \angle BAG = 90^\circ$, 所以 $\angle EAF = \angle ABG$. 在 $\triangle EFA$ 和 $\triangle AGB$ 中,
$$\begin{cases} \angle EFA = \angle AGB, \\ \angle EAF = \angle ABG, \\ AE = BA, \end{cases}$$
 所以 $\triangle EFA \cong \triangle AGB$, 所以 $AF = BG, EF = AG$. 同理可证 $\triangle BGC \cong \triangle CHD$, 所以 $GC = HD, BG = CH$. 所以 $FH = FA + AG + GC + CH = 3 + 6 + 4 + 3 = 16$, 所以 $S = \frac{1}{2} \times (6 + 4) \times 16 - 3 \times 4 - 6 \times 3 = 50$.

11. (1) 证明: 在 EF 上截取 $EH = BE$, 连接 AH . 因为 $AE \perp BF$, 所以 $\angle AEB = \angle AEH = 90^\circ$. 又因为 $AE = AE, EB = EH$, 所以 $\triangle ABE \cong \triangle AHE$, 所以 $\angle BAE = \angle HAE, AB = AH$. 因为 $AB = AC$, 所以 $AC = AH$. 因为 $\angle EAF = \frac{1}{2}\angle BAC$, 所以 $\angle BAE + \angle CAF = \angle EAF$, 所以 $\angle HAE + \angle CAF = \angle HAE + \angle HAF$, 所以 $\angle CAF = \angle HAF$. 在 $\triangle ACF$ 和

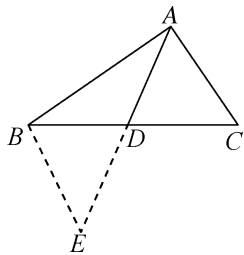
$\triangle AHF(SAS)$, 所以 $CF = HF$. 所以 $EF = EH + HF = BE + CF$.

在 BE 的延长线上截取 $EN = BE$, 连接 AN . 同(1)可证, $\triangle ABE \cong \triangle ANE$, 所以 $AN = AB = AC$, $\angle BAE = \angle NAE$. 因为 $\angle EAF = \frac{1}{2} \angle BAC$, 所以 $\angle NAF = \angle EAF + \angle NAE = \frac{1}{2} (\angle BAC + \angle BAN) = \frac{1}{2} \angle CAN = \angle CAF$, 同(1)可证 $\triangle ACF \cong \triangle ANF$ (SAS), 所以 $CF = NF = BF + 2BE$.

(2) 过点 F 作 $FD \perp AC$ 交 AC 于点 D , 由 (1) 知, $\triangle ADF \cong \triangle ECA$. 所以 $AD = EC$, $FD = AC = BC$. 因为 $\angle FGD = \angle BGC$, $\angle FDG = \angle BCG$, 所以 $\triangle FDG \cong \triangle BCG$ (AAS), 所以 $DG = CG$. 因为 $\frac{AG}{CG} = 3$, 所以 $\frac{AD}{CG} = 2$, 所以 $\frac{AD}{AC} = \frac{1}{2}$. 所以 $\frac{EC}{BC} = \frac{AD}{AC} = \frac{1}{2}$, 即 E 为 BC 的中点.

1. C

3. D 提示:根据题意,得 $12-8 < BC < 12+8$,
即 $4 < BC < 20$. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,延长 AD 至点 E ,使
 $DE=AD$,连接 BE . 因为 AD 是边 BC 上的中线,所以
 $BD=CD$. 易证 $\triangle ACD \cong \triangle EBD$, 所以 $EB=AC=8$. 在
 $\triangle ABE$ 中, $AB-EB < AE < AB+EB$, 所以 $12-8 <$
 $AE < 12+8$, 即 $4 < AE < 20$, 所以 $2 < AD < 10$.



5. B 提示:延长 BD 交 AC 于点 E . 因为 AD 平分 $\angle BAE$, $AD \perp BD$, 所以 $\angle BAD = \angle EAD$, $\angle ADB = \angle ADE$. 又因为 AD 为公共边, 所以 $\triangle ABD \cong \triangle AED$, 所以 $BD = ED$, $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle AED}$, 所以 $S_{\triangle BDC} = S_{\triangle EDC}$, 所

因为 $\angle A + \angle ABC + \angle C = 180^\circ$, 所以 $\alpha + 2\alpha + 2\alpha = 180^\circ$, 解得 $\alpha = 36^\circ$.

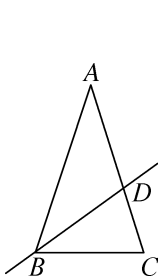


图 3

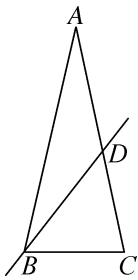


图 4

④如图 4, $AD = BD$, $BC = DC$. 此时 $\angle ABD = \angle A = \alpha$, $\angle DBC = \angle BDC = 2\alpha$, $\angle C = \angle ABC = 3\alpha$, 所以 $\alpha + 3\alpha + 3\alpha = 180^\circ$, 解得 $\alpha = \left(\frac{180}{7}\right)^\circ$.

13. 解: (1) ①补全图形如图 1 所示.

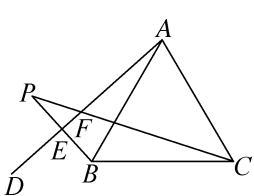


图 1

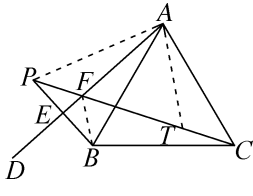


图 2

②如图 2, 连接 AP . 因为点 P, B 关于 AD 对称, 所以 $AP = AB = AC$. 设 $\angle APC = \angle ACP = x$, 则 $\angle PAC = 180^\circ - 2x$. 因为 $\angle BAC = 60^\circ$, 所以 $\angle PAB = 180^\circ - 2x - 60^\circ = 120^\circ - 2x$. 因为 $AP = AB$, 所以 $\angle APB = \angle ABP = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle PAB) = 30^\circ + x$. 所以 $\angle BPC = \angle APB - \angle APC = 30^\circ + x - x = 30^\circ$.

(2) $CF = AF + 2EF$. 证明如下:

如图 2, 连接 BF , 在 CP 上取一点 T , 使得 $TF = AF$, 连接 AT . 因为点 B, P 关于 AD 对称, 所以 $AE \perp PB$, $\angle AEB = 90^\circ$, $PF = BF$. 因为 $\angle BPC = 30^\circ$, 所以 $\angle PFE = \angle AFT = 60^\circ$, $BF = PF = 2EF$. 因为 $AF = TF$, 所以 $\triangle AFT$ 是等边三角形, 所以 $AF = AT$, $\angle FAT = 60^\circ$. 因为 $\triangle ABC$ 是等边三角形, 所以 $AB = AC$, $\angle BAC = \angle FAT = 60^\circ$, 所以 $\angle FAB = 60^\circ -$

$\angle BAT = \angle TAC$. 在 $\triangle FAB$ 和 $\triangle TAC$ 中, $\begin{cases} AF = AT, \\ \angle FAB = \angle TAC, \\ AB = AC, \end{cases}$ 所以 $\triangle FAB \cong \triangle TAC$, 所以 $CT = BF$. 所以 $CF = TF + CT = AF + BF = AF + 2EF$.

(3) 30° 或 75° . 提示: ①当 $PB = BC$ 时, $\angle PCB = \angle BPC = 30^\circ$, $\angle ACT = \angle ACB - \angle PCB = 30^\circ$. 因为 $\angle AFT = 60^\circ$, 所以 $\angle FAC = 180^\circ - \angle AFT - \angle ACT = 90^\circ$. 因为 $\angle BAC = 60^\circ$, 所以 $\alpha = \angle BAD = 30^\circ$. ②如图 3, 当 $PB = PC$ 时, 因为 $\angle BPC = 30^\circ$, 所以 $\angle PBC = \angle PCB = \frac{1}{2} \times (180^\circ - \angle BPC) = 75^\circ$, 所以 $\angle PBA = \angle PBC - \angle ABC = 15^\circ$, 所以 $\alpha = \angle BAD = 180^\circ - \angle AEB - \angle PBA = 75^\circ$. ③如图 4, 当 $BC = CP$ 时, $\angle BCP = 180^\circ - 2\angle BPC = 120^\circ$, AD 与 AC 重合, 不符合题意. 综上所述, α 的度数为 30° 或 75° .

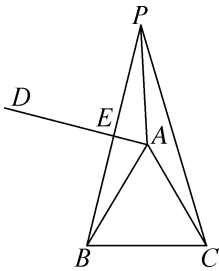


图 3

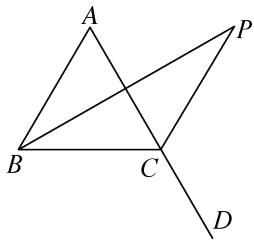


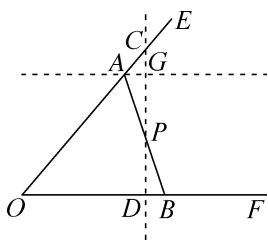
图 4

第 1 章综合练(1)

1. B 2. D

3. D 提示: 当 P 是 AB 的中点, 即 $PA = PB$ 时, $S_{\triangle AOB}$ 最小. 理由如下:

如图, 过点 P 作一条直线 CD 分别交 OE, OF 于点 C, D , 且 $PD < PC$, 过点 A 作 $AG \parallel OF$ 交 CD 于点 G . 易证 $\triangle APG \cong \triangle BPD$, 所以 $S_{\triangle APG} = S_{\triangle BPD}$, 所以 $S_{\text{四边形} AODG} = S_{\triangle AOB}$. 因为 $S_{\text{四边形} AODG} < S_{\triangle COD}$, 所以 $S_{\triangle AOB} < S_{\triangle COD}$ (同理, 当 $PD > PC$ 时, 也可证明 $S_{\triangle AOB} < S_{\triangle COD}$), 即当 P 是 AB 的中点时, $S_{\triangle AOB}$ 最小.



4. A 提示:判断①的反例:如图1,在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle AB'C$ 中, $AC=AC$, $BC=B'C$,高 $AH=AH$,但两个三角形不全等.

判断②的反例:如图2,在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABC'$ 中, $AB=AB$, $AC=AC'$,高 $AH=AH$,但两个三角形不全等.

判断③的反例:如图3,在 $\triangle ABC$ 中, AD , BE 分别是边 BC , AC 上的高,作 $\angle BAF = \angle BAC$, $\angle BFA = 90^\circ$,延长 BC , FA 交于点 C' ,则在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ABC'$ 中,高 $BF=BE$, $AD=AD$, $AB=AB$,但 $\triangle ABC$ 与 $\triangle ABC'$ 不全等.

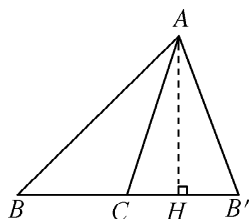


图1

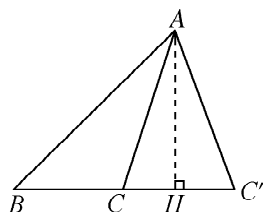


图2

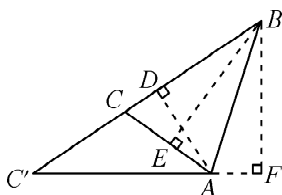


图3

5. 2 或 3 提示:设运动时间为 t s. 因为 $AB=AC=12$ cm, D 为 AB 的中点,所以 $BD=\frac{1}{2}AB=6$ cm. 由题意,得 $BP=2t$ cm, $CP=(8-2t)$ cm, $CQ=vt$ cm. 因为 $\angle B=\angle C$,所以①当 $\triangle BPD \cong \triangle CQP$ 时, $BP=CQ$, $BD=CP$,所以 $2t=vt$, $6=8-2t$,解得 $t=1$, $v=2$; ②当 $\triangle BPD \cong \triangle CPQ$ 时, $BP=CP$, $BD=CQ$,所以 $2t=8-2t$, $6=vt$,解得 $t=2$, $v=3$. 综上所述,当 v 的值为2或3时, $\triangle BPD$ 与 $\triangle CQP$ 全等.

6. $\frac{12}{5}$ 提示:因为 $DE \perp AB$, $DF \perp BC$,所以

$DE=DF$. 又因为 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD}$,所以 $36=$

$\frac{1}{2} \times 18DE + \frac{1}{2} \times 12DF$,所以 $DE=\frac{12}{5}$ cm.

7. 45° 或 135° 提示:分三种情况:①如图1,当 $\triangle ABC$ 为锐角三角形,高 AD , BE 均在三角形内部时,易证 $\triangle HBD \cong \triangle CAD$ (AAS),所以 $BD=AD$,因为 $\angle ADB=90^\circ$,所以 $\angle ABC=\angle BAD=45^\circ$; ②如图2,当 $\triangle ABC$ 为钝角三角形,且高 AD , BE 分别在三角形外部、内部时,同理易证 $\triangle HBD \cong \triangle CAD$ (AAS),所以 $AD=BD$,所以 $\angle DAB=\angle DBA$,因为 $\angle ADB=90^\circ$,所以 $\angle ABD=45^\circ$,所以 $\angle ABC=180^\circ-\angle ABD=135^\circ$; ③如图3,当 $\triangle ABC$ 为钝角三角形,且高 AD , BE 均在三角形外部时,同理易证 $\triangle HBD \cong \triangle CAD$ (AAS),所以 $AD=BD$,所以 $\angle DAB=\angle DBA$,因为 $\angle ADB=90^\circ$,所以 $\angle ABC=\angle ABD=45^\circ$. 综上所述, $\angle ABC$ 的度数为 45° 或 135° .

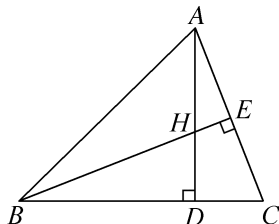


图1

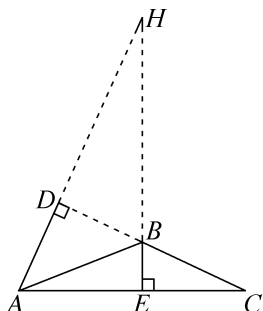


图2

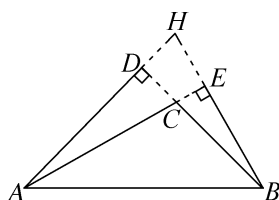


图3

8. 37 提示:连接 CE ,过点 E 作 $EN \perp AC$ 于点 N . 因为 DE 垂直平分 BC ,所以 $\angle EDB=90^\circ$, $CE=BE$,所以 $\angle ECB=\angle EBD=25^\circ$,所以 $\angle BEC=180^\circ-\angle EBD-\angle ECB=130^\circ$, $\angle ACE=\angle ACB+\angle ECB=53^\circ$. 因为 $EN \perp AC$, $EF \perp AM$, AE 平分 $\angle CAM$,所以 $EN=EF$. 又因为 $CE=BE$,所以 $\text{Rt} \triangle ENC \cong \text{Rt} \triangle EFB$ (HL),所以 $\angle EBF=\angle ACE=53^\circ$, $\angle BEF=\angle CEN$. 所以 $\angle BEF+\angle BEN=\angle CEN+\angle BEN$,即 $\angle NEF=\angle BEC=130^\circ$,所以 $\angle CAM=360^\circ-\angle ANE-\angle AFE-\angle NEF=50^\circ$,所以 $\angle BAE=\frac{1}{2} \angle CAM=25^\circ$. 因为 $\angle EBF=\angle BAE+\angle AEB=53^\circ$,所以 $\angle AEB=28^\circ$.

所以 $\angle AED = 90^\circ - \angle EBD - \angle AEB = 37^\circ$.

9. 证明: (1) 在 $\text{Rt}\triangle ACB$ 和 $\text{Rt}\triangle DEB$ 中, $\begin{cases} AC=DE, \\ BC=BE, \end{cases}$ 所以 $\text{Rt}\triangle ACB \cong \text{Rt}\triangle DEB$, 所以 $AB = DB$.

(2) 作 BM 平分 $\angle ABD$ 交 AK 于点 M . 因为 BF 平分 $\angle ABC$, BM 平分 $\angle ABD$, KB 平分 $\angle AKG$, $\angle ABC = \angle ABD = 90^\circ$, 所以 $\angle CBF = \angle ABF = 45^\circ$, $\angle ABM = \angle MBK = 45^\circ$, $\angle MKB = \angle GKB$. 因为 $\angle GBK = \angle CBF = 45^\circ$, 所以 $\angle MBK = \angle GBK$. 在 $\triangle BMK$ 和 $\triangle BGK$ 中, $\begin{cases} \angle MBK = \angle GBK, \\ BK = BK, \\ \angle MKB = \angle GKB, \end{cases}$ 所以 $\triangle BMK \cong \triangle BGK$, 所以 $BM = BG$, $KM = KG$.

在 $\triangle ABM$ 和 $\triangle DBG$ 中, $\begin{cases} AB = DB, \\ \angle ABM = \angle DBG, \\ BM = BG, \end{cases}$ 所以 $\triangle ABM \cong \triangle DBG$, 所以 $AM = DG$. 因为 $AK = AM + KM$, 所以 $AK = DG + KG$.

10. 解: (1) $2 < AD < 7$

(2) $AC \parallel BQ$. 证明如下:

因为 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线, 所以 $BD = CD$.

在 $\triangle QDB$ 和 $\triangle ADC$ 中, $\begin{cases} BD = CD, \\ \angle BDQ = \angle CDA, \\ DQ = DA, \end{cases}$ 所以 $\triangle QDB \cong \triangle ADC$, 所以 $\angle BQD = \angle CAD$, 所以 $AC \parallel BQ$.

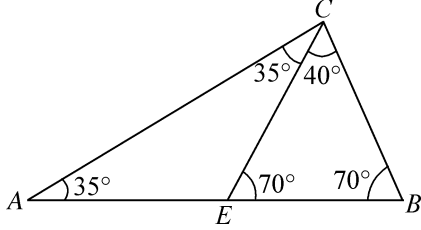
(3) $AD \perp EF$, $AD = \frac{1}{2}EF$. 证明如下:

延长 AD 至点 Q , 使得 $DQ = AD$, 连接 BQ . 由 (2) 得 $\triangle QDB \cong \triangle ADC$, 所以 $BQ = CA$. 因为 $AC = AF$, 所以 $BQ = AF$. 由 (2) 得 $AC \parallel BQ$, 所以 $\angle BAC + \angle ABQ = 180^\circ$. 因为 $\angle BAE = \angle FAC = 90^\circ$, 所以 $\angle BAC +$

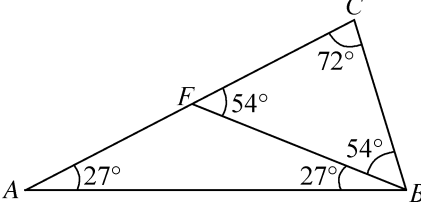
$\angle EAF = 180^\circ$, 所以 $\angle ABQ = \angle EAF$. 易证 $\triangle ABQ \cong \triangle EAF$, 所以 $AQ = EF$, $\angle BAQ = \angle AEF$. 延长 DA 交 EF 于点 P . 因为 $\angle BAE = 90^\circ$, 所以 $\angle BAQ + \angle EAP = 90^\circ$, 所以 $\angle AEF + \angle EAP = 90^\circ$, 所以 $\angle APE = 90^\circ$, 所以 $AD \perp EF$. 因为 $AD = DQ$, 所以 $AQ = 2AD$. 因为 $AQ = EF$, 所以 $AD = \frac{1}{2}EF$.

11. 解: (1) ①取线段 AB 的中点 D , 连接 CD , 则 CD 为 $\triangle ABC$ 的“双等腰线”(图略).

②如图所示.



③如图所示.



(2) 45° 或 36° 或 72° 或 $(\frac{540}{7})^\circ$. 提示: 如图 1、

图 2、图 3、图 4 所示.

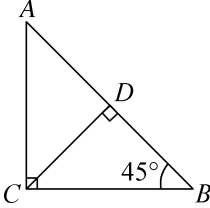


图 1

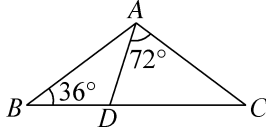


图 2

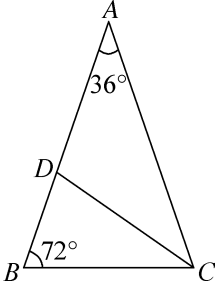


图 3

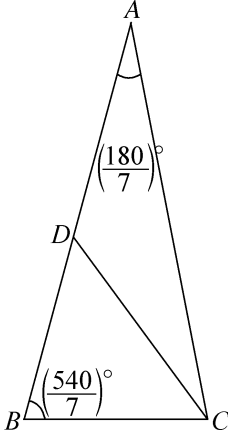
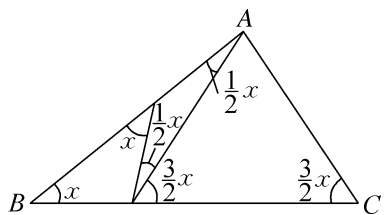
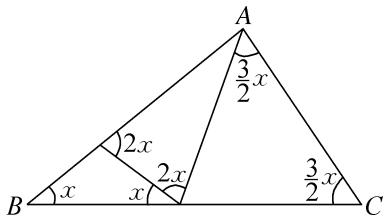


图 4

(3) 两种,如图所示.



第 1 章综合练(2)

1. A 提示: 因为 $OA = OD$, $AC = DE$, 所以 $OA + AC = OD + DE$, 即 $OC = OE$. 易证 $\triangle AOE \cong \triangle DOC$, 所以 $DC = AE$, $\angle C = \angle E$. 因为 $\angle 2 = \angle 1 + \angle E$, 所以 $\angle 2 = \angle 1 + \angle C$, 故①②均正确.

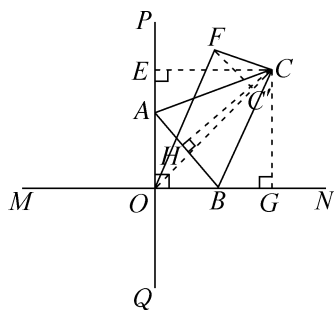
2. B 提示: 易证 $\triangle AOC \cong \triangle BOD$ (SAS), 所以 $\angle OCA = \angle ODB$, $\angle OAC = \angle OBD$, $AC = BD$, 故①正确; 因为 $\angle AMB + \angle OAC = \angle AOB + \angle OBD$, 所以 $\angle AMB = \angle AOB = 40^\circ$, 故②正确; 过点 O 分别作 $OG \perp MC$ 于点 G , $OH \perp MB$ 于点 H , 易证 $\triangle OCG \cong \triangle ODH$ (AAS), 所以 $OG = OH$, 进而可证 $\text{Rt}\triangle OGM \cong \text{Rt}\triangle OHM$ (HL), 所以 $\angle OMG = \angle OMH$, 所以 MO 平分 $\angle BMC$, 故④正确.

3. D 提示: 由条件易证 $\triangle ADC \cong \triangle AEB$ (SAS), 故①正确; 因为 $\triangle ADC \cong \triangle AEB$, 所以 $\angle ADC = \angle AEB$, 所以 $\angle AEG = \angle CDB$, 故②正确; 因为 $\angle BAC = 90^\circ$, 所以 $\angle ACD + \angle ADC = 90^\circ$, 因为 $FG \perp CD$, 所以 $\angle ACD + \angle CMF = 90^\circ$, 所以 $\angle ADC = \angle CMF$, 因为 $\angle ADC = \angle AEB = \angle GEM$, $\angle CMF = \angle GME$, 所以 $\angle GEM = \angle GME$, 所以 $EG = MG$, 即 $\triangle EGM$ 为等腰三角形, 故③正确; 过点 B 作 $BN \perp AB$, 交 GF 的延长线于点 N , 因为 $BN \perp AB$, $\angle ABC = 45^\circ$, 所以 $\angle NBF = 45^\circ = \angle ABF$, 因为 $AC \perp AB$, 所以 $BN \parallel AC$, 所以 $\angle N = \angle GME = \angle GEM = \angle GBN$, 所以 $BG = NG$, 因为 $\angle CAF + \angle BAF = 90^\circ$, $\angle CAF + \angle AEB = 90^\circ$, 所以 $\angle BAF = \angle AEB = \angle GEM =$

$\angle GBN = \angle N$, 又因为 $BF = BF$, $\angle ABF = \angle NBF$, 所以 $\triangle ABF \cong \triangle NBF$ (AAS), 所以 $AF = NF$, 因为 $NG = NF + FG$, 所以 $BG = AF + FG$, 故④正确.

4. C 提示: 过点 A 作 $AH \perp BC$ 于点 H . 易证 $\triangle ABC \cong \triangle ADE$, 所以 $S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ADE}$. 所以 $\frac{1}{2} BC \cdot AH = \frac{1}{2} DE \cdot AF$, 所以 $AH = AF$. 因为 $AF \perp DE$, $AH \perp BC$, 所以 $\angle AFG = \angle AHG = 90^\circ$. 易证 $\text{Rt}\triangle AFG \cong \text{Rt}\triangle AHG$, $\text{Rt}\triangle ADF \cong \text{Rt}\triangle ABH$, 所以 $S_{\text{四边形} DGBA} = S_{\text{四边形} AFGH} = 2S_{\triangle AFG} = 12$. 所以 $S_{\triangle AFG} = 6$. 因为 $AF = 4$, 所以 $\frac{1}{2} \times 4FG = 6$, 解得 $FG = 3$.

5. B 提示: 如图, 过点 C 作 $CE \perp PQ$ 于点 E , $CG \perp MN$ 于点 G , $CH \perp AB$ 于点 H , 连接 OC . 因为 AC 平分 $\angle PAB$, $CE \perp PQ$, $CH \perp AB$, 所以 $CE = CH$, 同理可得 $CG = CH$, 所以 $CE = CG$, 所以 OC 平分 $\angle AOB$, 即点 C 在 $\angle AOB$ 的平分线上, 所以 $\angle AOC = 45^\circ$. 因为 $\angle AOF = 24^\circ$, 所以 $\angle FOC = 45^\circ - \angle AOF = 21^\circ$. 过点 F 作 $FC' \perp OC$ 于点 C' , 则 $C'F \leq CF$, 即 CF 长的最小值为 $C'F$ 的长, 此时点 C 与点 C' 重合, 所以 $\angle FC'O = 90^\circ$, 所以 $\angle OFC' = 90^\circ - \angle FOC' = 69^\circ$, 所以当线段 CF 的长取最小值时, $\angle OFC$ 的度数为 69° .



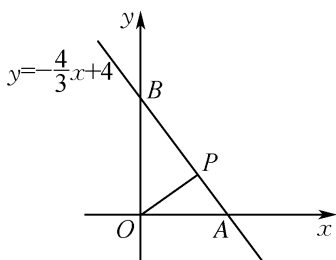
6. 17 提示: (逆向思维法) 先从 $1, 2, 3, \dots, 2\,004$ 中找出一组数, 以该组数中任意 3 个数均为边长均不构成三角形, 且该组数的个数为最多. 根据三角形三边之间的关系, 可得该组数为 $1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1\,597$, 共 16 个数. 所以 k 的最小值是 17.

7. 40° 提示: 因为 AP 是 $\angle BAC$ 的平分线, 所以 $\angle MAP = \angle CAP = \frac{1}{2} \angle CAB = 15^\circ$. 因为 $CM \perp AP$, 所以 $\angle ANC = \angle ANM = 90^\circ$, 所以 $\angle ACN = \angle AMN =$

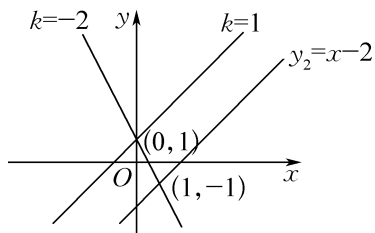
巅峰训练 17 一次函数的图象与性质(1)

1. B

2. B 提示:令 $x=3m, y=4-4m$, 则 $m=\frac{1}{3}x$, $y=4-\frac{4}{3}x$, 所以点 P 在直线 $y=-\frac{4}{3}x+4$ 上. 如图, 易知点 $A(3,0), B(0,4)$, 所以 $AO=3, OB=4$. 因为 $AB^2=AO^2+OB^2=3^2+4^2=25$, 所以 $AB=5$. 当 $PO \perp AB$ 时, PO 长最短, 此时, 由等积法可知, $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = \frac{1}{2} \times 5PO$, 所以 $PO=2.4$, 即 PO 长的最小值为 2.4.

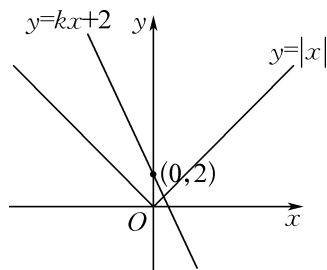


3. B 提示:设函数 y_1 的图象为直线 l_1 , 函数 y_2 的图象为直线 l_2 , 易知 l_1 经过定点 $(0,1)$. 当 $x=1$ 时, $y_2=-1$, 当 l_1 经过点 $(1,-1)$ 时, $k=-2, y_1=-2x+1$, 此时满足题意. 如图, 将 $y_1=-2x+1$ 绕点 $(0,1)$ 逆时针旋转至 $l_1 \parallel l_2$, 此时 $k=1$, 在旋转过程中, 均满足当 $x < 1$ 时, $y_1 > y_2$. 因为 $y_1=kx+1$ 为一次函数, 所以 $k \neq 0$. 所以 $-2 \leq k \leq 1$ 且 $k \neq 0$, 则 k 的值可以是 -1.



4. B 提示:设 $y_1=k_1x+b_1, y_2=k_2x+b_2$. 观察图象, 可知 $k_1 < 0, b_1 > 0$. 因为 $OA=OB$, 所以 $k_1=-1$. 因为 $y_1+2y_2=0$, 所以 $y_2=-\frac{1}{2}y_1=-\frac{1}{2}k_1x-\frac{1}{2}b_1$, 所以 $k_2=-\frac{1}{2}k_1=\frac{1}{2}, b_2=-\frac{1}{2}b_1 < 0$, 所以 y_2 的图象位于第一、三、四象限. 又因为 $k_2=\frac{1}{2}$, 所以选项 B 符合题意.

5. B 提示:如图, 画出直线 $y=kx+2$ 与函数 $y=|x|$ 的大致图象, 观察图象, 可知直线 $y=kx+2$ 必过点 $(0,2)$, 且绕该点旋转. 当 $y=kx+2$ 与 $y=x(x \geq 0)$ 有一个交点时, 其与 $y=-x(x < 0)$ 不相交, 此时 $k \leq -1$; 当 $y=kx+2$ 与 $y=-x(x < 0)$ 有一个交点时, 其与 $y=x(x \geq 0)$ 不相交, 此时 $k \geq 1$. 综上所述, k 的取值范围是 $k \geq 1$ 或 $k \leq -1$.

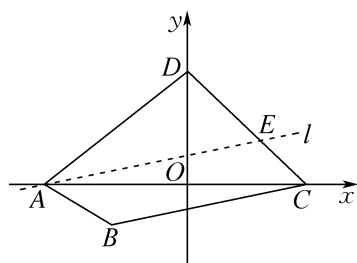
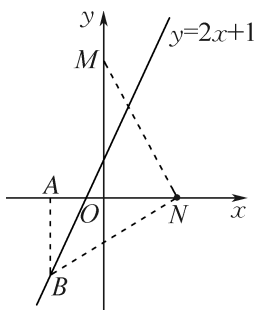


6. 5 提示:在一次函数 $y=kx-3k=k(x-3)$ ($k \neq 0$) 中, 令 $x=3$, 则 $y=0$, 所以该直线必过定点 $(3,0)$. 不妨设点 $P(3,0)$, 点 Q 到直线 $y=kx-3k(k \neq 0)$ 的距离是 h , 连接 PQ , 根据垂线段最短, 得 $h \leq PQ$, 所以点 Q 到直线 $y=kx-3k(k \neq 0)$ 的最大距离为 $PQ = \sqrt{3^2+4^2}=5$.

7. $x > 1$ 或 $x < 0$

8. $(7,0)$ 或 $(0, \frac{7}{2})$ 提示:当点 M 在 x 轴上

时, 由条件易知, 点 M 在点 N 的右侧, 设点 $M(a,0)$ ($a > 2$). 因为点 $N(2,0)$, 所以点 M 绕着点 N 逆时针旋转 90° 后的坐标为 $(2, a-2)$, 将其代入一次函数 $y=2x+1$ 中, 得 $a-2=2 \times 2+1$, 解得 $a=7$, 所以点 $M(7,0)$. 当点 M 在 y 轴上时, 由条件易知, 点 M 只能在 y 轴正半轴上, 设点 $M(0,b)$ ($b > 0$). 如图, 设点 M 绕着点 N 逆时针旋转 90° 后得到点 B , 过点 B 作 $BA \perp x$ 轴于点 A , 易证 $\triangle OMN \cong \triangle ANB$, 所以 $AN=OM=b, AB=ON=2$, 所以 $OA=AN-ON=b-2$, 所以点 $B(2-b, -2)$, 将其代入一次函数 $y=2x+1$ 中, 得 $-2=2(2-b)+1$, 解得 $b=\frac{7}{2}$, 所以点 $M(0, \frac{7}{2})$. 综上所述, 点 M 的坐标为 $(7,0)$ 或 $(0, \frac{7}{2})$.



9. (4, 12) 或 (12, 8) 提示: 因为直线 $y = -\frac{1}{2}x + 4$ 过点 $A(8, 0)$, $B(0, 4)$, 所以 $OA = 8$, $OB = 4$. 如图 1, 当 $\angle DBA = 90^\circ$, $DB = BA$ 时, 过点 D 作 $DE \perp y$ 轴于点 E . 易证 $\triangle DBE \cong \triangle BAO$, 所以 $ED = OB = 4$, $EB = OA = 8$, 所以 $OE = 12$. 所以点 $D(4, 12)$. 如图 2, 当 $\angle CAB = 90^\circ$, $CA = BA$ 时, 同理可求得 $FC = OA = 8$, $FA = OB = 4$, 所以 $OF = 12$. 所以点 $C(12, 8)$. 综上所述, 另一个顶点的坐标为 (4, 12) 或 (12, 8).

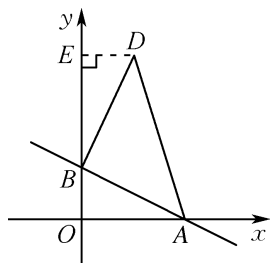


图 1

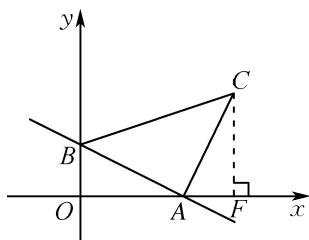


图 2

10. $y = \frac{1}{9}x + \frac{2}{3}$ 提示: 如图, 设直线 l 与 DC

交于点 E , 则四边形 $ABCE$ 的面积为 $\frac{1}{2} S_{\triangle ADC} + \frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times (6+4) \times 4 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times (6+4) \times 2 = 15$, 所以 $S_{\triangle ACE} = 15 - S_{\triangle ABC} = 5$, 所以点 E 纵坐标为 1. 设直线 CD 函数表达式为 $y = kx + b$. 因为点 $C(4, 0)$, $D(0, 4)$, 所以直线 CD 函数表达式为 $y = -x + 4$, 所以当 $y = 1$ 时, $x = 3$, 所以点 $E(3, 1)$. 因为点 $A(-6, 0)$. 设直线 l 函数表达式为 $y = mx + n$, 所以

$$\begin{cases} 1 = 3m + n, \\ 0 = -6m + n, \end{cases} \text{ 所以 } \begin{cases} m = \frac{1}{9}, \\ n = \frac{2}{3}, \end{cases} \text{ 所以直线 } l \text{ 函数表达式为}$$

$$y = \frac{1}{9}x + \frac{2}{3}.$$

11. (1) 在

(2) ①解: 因为 $y = -\frac{1}{2}x + b$ 的图象经过点 $D(-4, -2)$, 所以 $-2 = -\frac{1}{2} \times (-4) + b$, 解得 $b = -4$. 所以 $y = -\frac{1}{2}x - 4$. 易得点 $C(-8, 0)$, 所以 $OC = 8$. 易知点 $B(0, 6)$, 所以 $OB = 6$. 所以 $BC = \sqrt{OC^2 + OB^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$.

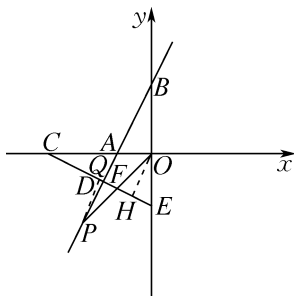
②证明: 设直线 $y = -\frac{1}{2}x - 4$ 与 y 轴交于点 $E(0, -4)$, 则 $BE = 10 = BC$. 易知点 $A(-3, 0)$, 所以 $AO = 3$. 连接 AE . 因为 $AC = CO - AO = 5$, $AE = \sqrt{AO^2 + OE^2} = 5$, 所以 $AE = AC$.

在 $\triangle ABE$ 和 $\triangle ABC$ 中, $\begin{cases} AB = AB, \\ AE = AC, \\ BE = BC, \end{cases}$ 所以 $\triangle ABE \cong \triangle ABC$, 所以 $\angle ABE = \angle ABC$, 即 AB 平分 $\angle OBC$.

③ $-\frac{1}{2}$ 或 $\frac{13}{14}$ 提示: 当点 O, P 在直线 CD 的同侧时, 因为点 O, P 到一次函数 $y = -\frac{1}{2}x - 4$ 的图象的距离相等, 所以 OP 与直线 $y = -\frac{1}{2}x - 4$ 平行, 所以 $m = -\frac{1}{2}$. 当点 O, P 在直线 CD 的异侧时, 过点 O 作 $OH \perp CE$ 于点 H , 过点 P 作 $PQ \perp CE$ 于点 Q , 直线 $y = mx$ 交 CE 于点 F , 如图. 因为点 O, P 到一次函数 $y = -\frac{1}{2}x - 4$ 的图象的距离相等, 所以 $OH = PQ$. 易证 $\triangle PQF \cong \triangle OHF$, 所以 $PF = OF$. 联立, 得

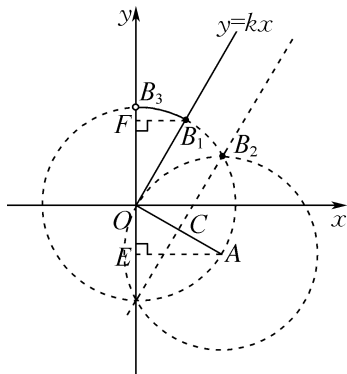
$$\begin{cases} y=mx, \\ y=2x+6, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=\frac{6}{m-2}, \\ y=\frac{6m}{m-2}, \end{cases} \text{所以点 } P\left(\frac{6}{m-2}, \frac{6m}{m-2}\right),$$

所以点 F 的坐标为 $\left(\frac{3}{m-2}, \frac{3m}{m-2}\right)$. 因为点 F 在一次函数 $y=-\frac{1}{2}x-4$ 上, 所以 $\frac{3m}{m-2}=-\frac{1}{2}\times\frac{3}{m-2}-4$, 解得 $m=\frac{13}{14}$. 综上所述, 符合条件的 m 的值为 $-\frac{1}{2}$ 或 $\frac{13}{14}$.



12. $k=\frac{\sqrt{3}}{3}$ 或 $k\geq\sqrt{3}$ 提示: 如图, 取线段 OA

的中点 C , 过点 C 作 OA 的垂直平分线, 以点 O 为圆心, OA 长为半径作圆 O , 以点 A 为圆心, AO 长为半径作圆 A , 则点 B 应在圆或线段 OA 的垂直平分线上. B_1 为以点 O 为端点的且垂直于 OA 的射线与圆 O 的交点, B_2 为圆 O 与圆 A 在第一象限的交点, B_3 为圆 O 与 y 轴的交点. 因为 $\triangle AOB$ 为等腰三角形, 故有三种情形: $OA=OB$ 或 $AO=AB$ 或 $BO=BA$. 观察图象, 由 $x>0$, 可知当射线 $y=kx$ 与弧 $\widehat{B_1B_3}$ (不包含点 B_3 , 包含点 B_1) 有交点或射线 $y=kx$ 经过点 B_2 时, 符合题意. 过点 A 作 $AE\perp y$ 轴于点 E , 过点 B_1 作 $B_1F\perp y$ 轴于点 F . 易证 $\triangle B_1OF\cong\triangle OAE$, 所以 $B_1F=OE=1$, $OF=AE=\sqrt{3}$. 将点 $B_1(1, \sqrt{3})$ 代入 $y=kx$, 得 $\sqrt{3}=k$. 根据题意, 可得 $k\geq\sqrt{3}$. 易知点 A 与点 B_2 关于 x 轴对称, 所以点 $B_2(\sqrt{3}, 1)$, 此时 $k=\frac{\sqrt{3}}{3}$.



13. 解: (1) $(5, 2)$

(2) $(5, 1)$

(3) $OE=\frac{1}{2}BD$. 证明如下: 如图 1, 过点 C

作 $CF\perp y$ 轴于点 F . 因为 $\angle ACF+\angle CAF=\angle BAO+\angle CAF$, 所以 $\angle ACF=\angle BAO$. 又因为 $\angle CFA=\angle AOB=90^\circ$, $CA=AB$, 所以 $\triangle CFA\cong\triangle AOB$, 所以 $CF=AO$, $FA=OB$. 因为 $OA=OD$, 所以 $FA+OA=OB+OD$, 即 $OF=BD$, $CF=DO$. 因为 $\angle CEF=\angle DEO$, $\angle CFA=\angle DOE$, 所以 $\triangle CFE\cong\triangle DOE$ (AAS), 所以 $FE=OE$, 所以 $OE=\frac{1}{2}OF$, 所以

$OE=\frac{1}{2}BD$.

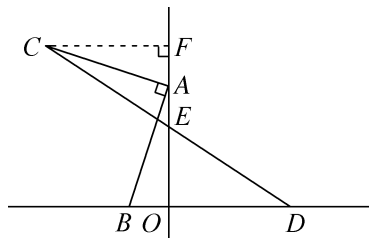


图 1

(4) $\left(0, \frac{5}{2}\right)$ 或 $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$. 提示: 如图 2, 当点 M

在 x 轴上方时, 设 DN 交 y 轴于点 F . 因为 $DE\perp x$ 轴, 所以 $\angle MEO=\angle NFO=90^\circ$. 又因为 $ON\perp OM$, 所以 $\angle MON=90^\circ$, 所以 $\angle EOM+\angle MOF=\angle FON+\angle MOF$, 所以 $\angle FON=\angle EOM$. 因为 $ON=OM$, 所以 $\triangle EOM\cong\triangle FON$ (AAS), 所以 $OF=OE=3$, $NF=ME=1$, 所以点 $N(-1, 3)$, $M(3, 1)$, 所以直线 MN 的函数表达式为 $y=-\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$, 当 $x=0$ 时,

$y=\frac{5}{2}$, 所以点 P 的坐标为 $\left(0, \frac{5}{2}\right)$. 如图 3, 当点 M 在 x 轴下方时, 延长 DN 交 y 轴于点 H . 同理可得 $\triangle EOM\cong\triangle HON$ (AAS), 所以 $OH=OE=3$, $NH=ME=1$, 所以点 $N(1, 3)$, $M(3, -1)$, 所以直线 MN 的函数表达式为 $y=-2x+5$, 当 $y=0$ 时, $x=\frac{5}{2}$, 所以点 P 的坐标为 $\left(\frac{5}{2}, 0\right)$. 综上所述, 点 P 的坐标

为 $(0, \frac{5}{2})$ 或 $(\frac{5}{2}, 0)$.

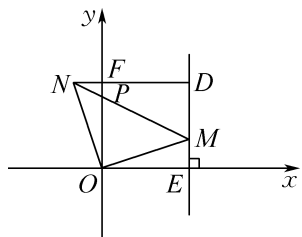


图 2

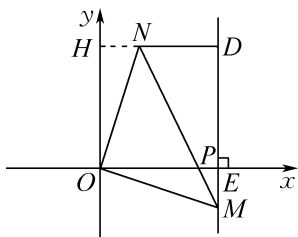


图 3

巅峰训练 18 一次函数的图象与性质(2)

1. D 2. D

3. C 提示: 因为点 A 的坐标为 $(0, 3)$, 所以点 A' 的纵坐标是 3. 又因为点 A 的对应点在直线 $y = \frac{3}{4}x$ 上, 所以 $3 = \frac{3}{4}x$, 解得 $x = 4$. 所以点 A' 的坐标是 $(4, 3)$, 所以 $AA' = 4$. 所以根据平移的性质, 可知 $BB' = AA' = 4$.

4. $(0, 6)$ 或 $(0, -2)$ 提示: 连接 AB, 交 y 轴于点 C. 由待定系数法, 得直线 AB 的函数表达式为 $y = -\frac{1}{3}x + 2$. 当 $x = 0$ 时, $y = 2$, 则点 $C(0, 2)$, $OC = 2$, 所以 $S_{\triangle AOB} = \frac{1}{2} \times 2 \times (3 + 3) = 6$, 所以 $S_{\triangle PAB} = 2S_{\triangle AOB} = 12$. 设点 $P(0, t)$, 当点 P 位于直线 AB 上方时, 则 $S_{\triangle PAB} = \frac{1}{2}(t - 2) \times (3 + 3) = 12$, 解得 $t = 6$; 当点 P 位于直线 AB 下方时, 则 $S_{\triangle PAB} = \frac{1}{2}(-t + 2) \times (3 + 3) = 12$, 解得 $t = -2$. 综上所述, 点 P 的坐标为 $(0, 6)$ 或 $(0, -2)$.

5. $y = \frac{1}{2}x + 3$ 提示: 由直线 $y = \frac{4}{3}x + 8$ 与 x 轴、y 轴分别交于点 A, B, 可得点 $A(-6, 0)$, $B(0, 8)$, 所以 $AO = 6$, $BO = 8$, 所以 $AB = 10$. 由折叠的性质, 可得 $AB' = AB = 10$, $B'P = BP$, 所以 $OB' = 10 - 6 = 4$. 设点 $P(0, y)$, 则 $OP = y$, $B'P = BP = 8 - y$. 在 $Rt\triangle POB'$ 中, $OP^2 + OB'^2 = B'P^2$, 所以 $y^2 + 4^2 = (8 - y)^2$, 解得 $y = 3$, 所以点 $P(0, 3)$. 所以易求得直线 AP 的函数表达式为 $y = \frac{1}{2}x + 3$.

6. $(0, \frac{3}{4})$ 提示: 因为这束光线从点 $A(3, 3)$ 出

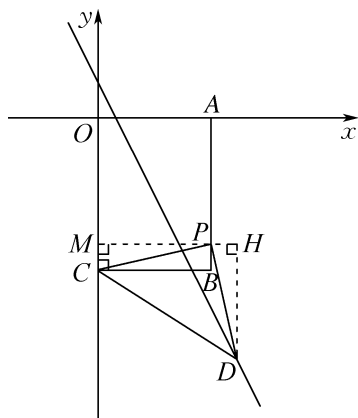
发, 经 y 轴上点 C 反射后, 正好经过点 $B(1, 0)$, 所以由反射定律, 可知 $\angle ACy = \angle OCB$. 延长 AC 交 x 轴于点 D, 则 $\angle ACy = \angle OCD$. 所以 $\angle OCB = \angle OCD$. 因为 $CO \perp DB$ 于点 O, 所以 $\angle COD = \angle COB$. 又因为 $OC = OC$, 所以 $\triangle OCD \cong \triangle OCB$. 所以 $OD = OB = 1$, 所以点 $D(-1, 0)$. 设直线 AD 的函数表达式为 $y = kx + b$ ($k \neq$

$$0), \text{ 则 } \begin{cases} 3 = 3k + b, \\ 0 = -k + b, \end{cases} \text{ 解得 } \begin{cases} k = \frac{3}{4}, \\ b = \frac{3}{4}, \end{cases} \text{ 即直线 AD 的函数表}$$

达为 $y = \frac{3}{4}x + \frac{3}{4}$. 所以直线 AD 与 y 轴的交点 C 的坐标为 $(0, \frac{3}{4})$.

7. $(\frac{11}{3}, -\frac{19}{3})$ 提示: 如图, 过点 P 作 $MH \perp y$

轴于点 M, 过点 D 作 $DH \perp MH$ 于点 H. 设点 P 的坐标为 $(3, m)$, 则 $PB = 4 + m$. 因为 $\angle CPD = 90^\circ$, $CP = DP$, 易证 $\triangle MCP \cong \triangle HDP$ (AAS), 所以 $CM = PH$, $PM = DH$, 所以点 D 的坐标为 $(7 + m, -3 + m)$. 又因为点 D 在直线 $y = -2x + 1$ 上, 所以 $-2(7 + m) + 1 = -3 + m$, 解得 $m = -\frac{10}{3}$, 所以点 D 的坐标为 $(\frac{11}{3}, -\frac{19}{3})$.



8. 解: (1) 因为点 $B(0, -8)$, $C(2, -4)$, 所以直线 AB 的函数表达式为 $y = 2x - 8$, 令 $y = 0$, 则 $x = 4$, 即点 $A(4, 0)$.

(2) 由点 $C(2, -4)$, 可得直线 OC 的函数表达式为 $y = -2x$. 当点 P 在 BC 下方时, 因为 $S_{\triangle PBC} = 2S_{\triangle BOC}$, 所以 $PO = 3OC$. 设点

$x = \frac{7}{8}$, 所以 $OQ_4 = OF + FQ_4 = 5 + \frac{7}{8} = \frac{47}{8}$, 所以点 $Q_4(0, \frac{47}{8})$. 综上所述, 点 Q 的坐标为 $(0, 14)$ 或 $(0, 4)$ 或 $(0, 1)$ 或 $(0, \frac{47}{8})$.

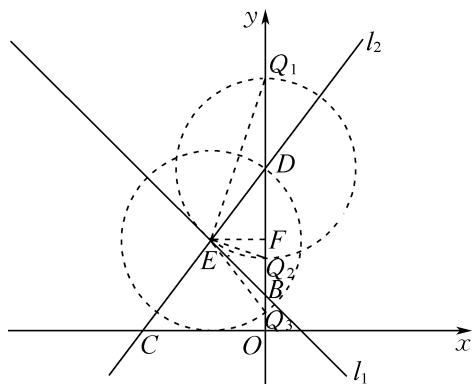


图 1

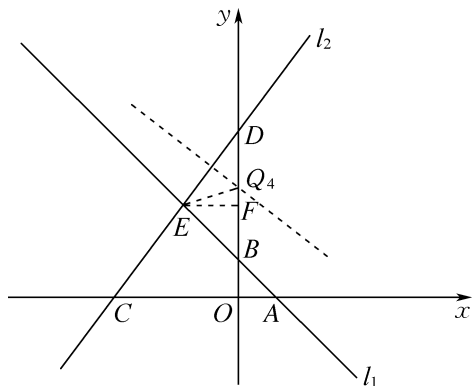


图 2

核心素养综合练(1)

1. C 提示: 因为 $\angle ABC = 60^\circ$, 所以 $\angle ACB + \angle CAB = 120^\circ$, 因为 AD 平分 $\angle BAC$, CE 平分 $\angle ACB$, 所以 $\angle FCA = \frac{1}{2} \angle ACB$, $\angle FAC = \frac{1}{2} \angle CAB$, 所以 $\angle AFC = 180^\circ - (\angle FCA + \angle FAC) = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle ACB + \angle CAB) = 120^\circ$, 故①正确; 当 AD 是 $\triangle ABC$ 的中线时, $S_{\triangle ABD} = S_{\triangle ADC}$, 而题干中无此条件, 故②错误; 如图 1, 延长 CE 至点 G , 使 $GE = CE$, 连接 BG , 因为 $AB = 2AE$, 所以 $AE = BE$, 因为 $\angle AEC = \angle BEG$, 所以 $\triangle ACE \cong \triangle BGE$ (SAS), 所以 $\angle ACE = \angle G$, 因为 $\angle ACE = \angle BCE$, 所以 $\angle BCE = \angle G$, 所以 $BC = BG$, 因

为 $CE = GE$, 所以 $BE \perp CE$, 即 $CE \perp AB$, 故③正确; 如图 2, 作 $\angle AFC$ 的平分线交 AC 于点 G , 由①得 $\angle AFC = 120^\circ$, 所以 $\angle AFG = \angle CFG = 60^\circ$, 所以 $\angle AFE = 60^\circ$, 所以 $\angle AFG = \angle CFG = \angle AFE = 180^\circ - \angle AFC = 60^\circ$, 因为 $\angle EAF = \angle GAF$, $\angle DCF = \angle GCF$, 所以 $\triangle AEF \cong \triangle AGF$ (ASA), 同理 $\triangle FDC \cong \triangle FGC$ (ASA), 所以 $AE = AG$, $CD = CG$, 所以 $CD + AE = CG + AG = AC$, 故④正确; 过点 G 作 $GM \perp FC$, $GH \perp AF$ 于点 M, H , 因为 FG 平分 $\angle AFC$, 所以 $GH = GM$, 所以 $S_{\triangle AGF} : S_{\triangle FGC} = AF : FC$, 因为 $\triangle AEF \cong \triangle AGF$, $\triangle FDC \cong \triangle FGC$, 所以 $S_{\triangle AEF} : S_{\triangle FDC} = AF : FC$, 故⑤正确.

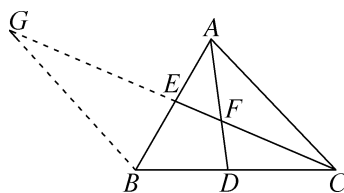


图 1

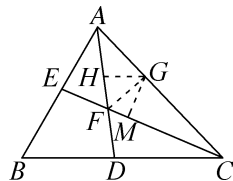
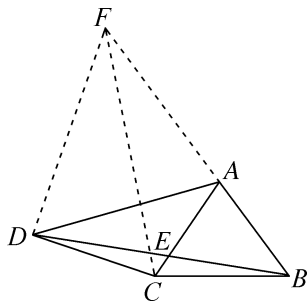


图 2

2. B 提示: 因为 $3 < \sqrt{15} < 4$, 所以 $[\sqrt{15}] = 3$, 故①正确; 因为 $2 < \sqrt{5} < 3$, $x = 8 + \sqrt{5}$, 所以 $\{x\} = \sqrt{5} - 2$, 因为 $y = 2 + \sqrt{5}$, 所以 $\{x\} \times y = (\sqrt{5} - 2) \times (2 + \sqrt{5}) = 5 - 4 = 1 \neq -1$, 故②错误; 因为 $[x] = 4$, $[y] = 2$, 所以 $4 \leq x < 5$, $2 \leq y < 3$, 所以 $6 \leq x + y < 8$, 所以 $[x + y]$ 所有可能的值为 6 和 7, 故③正确; 若 $x = 4.6$, $y = 5.7$, 则 $[x + y] = [4.6 + 5.7] = 10$, $[x] + [y] = [4.6] + [5.7] = 4 + 5 = 9$, 此时 $[x + y] > [x] + [y]$, 故④错误.

3. 60° 提示: 如图, 作 $\angle DAF = \angle BAC$, 且 $AF = AD$, 连接 CF, DF , 所以 $\triangle DAB \cong \triangle FAC$ (SAS), 所以 $DB = FC$, $\angle ADB = \angle AFC$. 因为 $BD = 2CD$, 所以 $FC = 2CD$. 因为 $\angle DAF = \angle BAC$, 所以 $\angle ABC = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BAC) = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle DAF) = \angle ADF$. 因为 $\angle ABC + \angle ADC = 90^\circ$, 所以 $\angle ADF + \angle ADC = 90^\circ$, 所以 $\angle FDC = 90^\circ$. 因为 $FC = 2CD$, 所以 $\angle CFD = 30^\circ$. 设 $\angle ABC = \angle ACB = \angle ADF = \angle AFD = \alpha$, 所以 $\angle BAC = 180^\circ - 2\alpha$. 因为 $\angle AFC = \angle AFD - \angle CFD = \alpha - 30^\circ$, 所以 $\angle ADB = \angle AFC = \alpha - 30^\circ$, 所以 $\angle BDC = \angle FDC - \angle ADF - \angle ADB = 90^\circ - \alpha - (\alpha - 30^\circ) = 120^\circ - 2\alpha$, 所以 $\angle BAC - \angle BDC = 180^\circ - 2\alpha - (120^\circ -$

$$2\alpha)=60^\circ.$$



4. $-3 \leq M \leq 4$ 提示:由题意得,下图阴影部分($\triangle OAB$ 所在的区域)为 x, y 满足题设条件的区域.

$$\text{联立,得} \begin{cases} y=x, \\ y=-x+2, \end{cases} \text{解得} \begin{cases} x=1, \\ y=1, \end{cases} \text{即点 } B(1,1). \text{ 对于}$$

$x+y-2=0$,令 $y=0$,则 $x=2$,故点 $A(2,0)$.由 $M=$

$2x-5y$ 整理,得 $y=\frac{2}{5}x-\frac{1}{5}M$.所以 $-\frac{1}{5}M$ 为直线

$y=\frac{2}{5}x-\frac{1}{5}M$ 与 y 轴交点的纵坐标.当直线 $y=\frac{2}{5}x-$

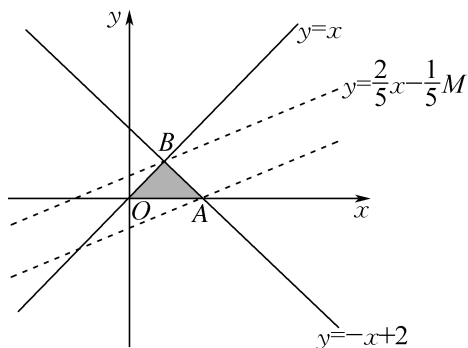
$\frac{1}{5}M$ 过点 A 时, $-\frac{1}{5}M$ 最小,即 M 最大,将点 A 的坐

标代入 $y=\frac{2}{5}x-\frac{1}{5}M$,得 $0=\frac{2}{5} \times 2-\frac{1}{5}M$,解得 $M=$

4.同理当直线 $y=\frac{2}{5}x-\frac{1}{5}M$ 过点 B 时, $-\frac{1}{5}M$ 最大,

即 M 最小,将点 B 的坐标代入 $y=\frac{2}{5}x-\frac{1}{5}M$,得 $1=$

$\frac{2}{5} \times 1-\frac{1}{5}M$,解得 $M=-3$.综上所述, $-3 \leq M \leq 4$.



5. $6\sqrt{3}$ 提示:如图,过点 D 作 $DG \perp AB$ 于点 G ,过点 E 作 $EK \perp AC$,交 AC 的延长线于点 K .因为 $\triangle ABD$ 是等边三角形, $DG \perp AB$,所以 $AG = BG =$

$\frac{1}{2}AB$,由勾股定理,得 $DG = \sqrt{3}AG$.因为 $\angle ABC = 30^\circ$,

所以 $AC = \frac{1}{2}AB$,所以 $AG = AC = \frac{1}{2}AB$.由勾股定理,

得 $BC = \sqrt{3}AC$,所以 $DG = BC = BE$.因为 $\angle EBA = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$,所以 $EB \perp AB$.所以 $DG \parallel EB$.所以 $\angle BEF = \angle GDF$, $\angle DGB = \angle EBF = 90^\circ$.在 $\triangle DGF$ 和

$$\triangle EBF \text{ 中,} \begin{cases} \angle GDF = \angle BEF, \\ DG = EB, \\ \angle DGF = \angle EBF, \end{cases} \text{所以 } \triangle DGF \cong \triangle EBF$$

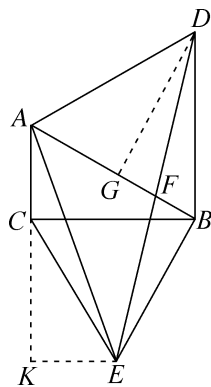
(ASA),所以 $DF = EF, GF = BF$.因为 $AG = BG, AF =$

$3\sqrt{6}$,所以 $FG = \sqrt{6}, AG = 2\sqrt{6}$,所以 $AB = 4\sqrt{6}, AC =$

$2\sqrt{6}, EC = BC = \sqrt{3}AC = 6\sqrt{2}$.在 $\text{Rt}\triangle CEK$ 中, $EK =$

$\frac{1}{2}EC = 3\sqrt{2}$,所以 $S_{\triangle ACE} = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot EK = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times$

$3\sqrt{2} = 6\sqrt{3}$.



6. 解:(1) 12

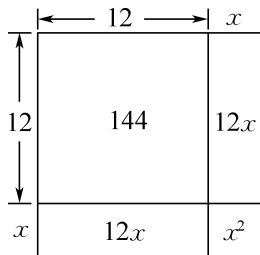
(2) 如图,图中正方形的面积 $S_{\text{正方形}} =$

$144 + 2 \times 12x + x^2$,又因为 $S_{\text{正方形}} = 157$,所以

$144 + 2 \times 12x + x^2 = 157$.当 $x^2 < 1$ 时,可忽略

x^2 ,得 $144 + 24x \approx 157$,解得 $x \approx 0.54$,所以

$\sqrt{157} \approx 12.54$.

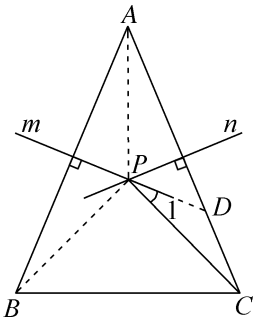


7. 解:(1) ①因为 AO 平分 $\angle BAC$,所以 $\angle EAO = \angle FAO$.因为 $OE \perp AB, OF \perp AC$,所以 $\angle AEO = \angle AFO = 90^\circ$,所以 $\triangle AOE \cong \triangle AOF$ (AAS).

期末压轴 1

1. C 提示: 设 $MN = x$, $AM = y$, 则 $DN = AM = y$, $AN = AM + MN = y + x$. 在 $\text{Rt}\triangle AND$ 中, $2a = S_{\text{正方形}ABCD} = AD^2 = AN^2 + DN^2 = (y + x)^2 + y^2$ ①. 由 $S_{\text{阴影}} = 4S_{\triangle MND} + S_{\text{正方形}MNPQ}$, 得 $2b = 4 \times \frac{1}{2}xy + x^2 = 2xy + x^2 = (y + x)^2 - y^2$ ②. (① + ②) $\div 2$, 得 $a + b = (y + x)^2$. 所以 $AN = y + x = \sqrt{a + b}$ (负值已舍).

2. 67° 提示: 如图, 连接 PA, PB , 设直线 m 交 AC 于点 D , 设 $\angle PAC = \alpha$. 因为直线 m, n 分别是 AB, AC 的垂直平分线, m, n 交于点 P , 所以 $PA = PB$, $PA = PC$, 所以 $PB = PA = PC$, $\angle PCA = \angle PAC = \alpha$. 又因为 $AB = AC$, 所以点 P, A 都在线段 BC 的垂直平分线上, 即 PA 垂直平分 BC . 所以 $\angle PAB = \angle PAC = \alpha$, 所以 $\angle BAC = \angle PAB + \angle PAC = 2\alpha$. 因为 $\angle 1 = 21^\circ$, 所以 $\angle PDA = \angle 1 + \angle PCA = 21^\circ + \alpha$. 易知 $\angle PDA + \angle BAC = 90^\circ$, 所以 $21^\circ + \alpha + 2\alpha = 90^\circ$, 解得 $\alpha = 23^\circ$, 所以 $\angle BAC = 2\alpha = 46^\circ$, 所以 $\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BAC) = 67^\circ$.



3. 解: (1) 因为 $\triangle EFP$ 是等腰直角三角形, 且 $\angle EFP = 90^\circ$, 所以 $EF = FP$. 因为四边形 $ABCD$ 是长方形, $PQ \perp AB$, 所以 $\angle A = \angle PQF = 90^\circ$, 所以 $\angle AFE = 90^\circ - \angle PFQ = \angle QPF$. 可证 $\triangle AEF \cong \triangle QFP$ (AAS), 所以 $FA = PQ = y$, $AE = QF = 1$. 因为 $AQ = FA + QF$, 所以 $x = y + 1$, 即 $y = x - 1$.

(2) 原理: 由(1)可知, 点 P 在以 A 为原

点, AB, AD 所在直线为 x 轴、 y 轴的平面直角坐标系中的函数 $y = x - AE$ 的图象上运动, 再根据两点确定一条直线即可作出满足条件的点 P .

作法: 如图 1, 在边 AB 上取点 N , 使得 $AN = AE$, 在边 AB 上任取一点 F , 连接 EF , 过点 F 作 $PF \perp EF$, $PF = EF$, 连接 NP 并延长, 交 DC 于点 M , 则线段 MN 即为所有满足条件的点 P 的轨迹.

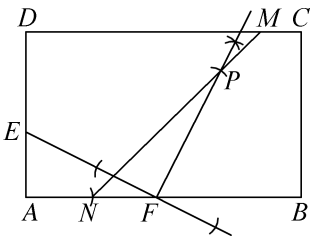


图 1

$$(3) S = \begin{cases} \frac{1}{2}n^2 (0 < n \leq 6), \\ -\frac{1}{2}n^2 + 12n - 36 (6 < n < 12), \\ 36 (n \geq 12). \end{cases}$$

提示: ①当 $0 < n \leq 6$ 时, 如图 2, 当点 E 与点 A 重合, 点 F 在边 AB 上运动时, 点 P 的轨迹为线段 AG , 且 $\angle BAG = 45^\circ$, 当点 F 与点 A 重合, 点 E 在边 AD 上运动时, 点 P 的轨迹为线段 AB , 当点 E, F 均运动时, 点 P 所形成的区域为等腰直角三角形 ABG , 所以 $S = \frac{1}{2}n^2$; ②当 $6 < n < 12$ 时, 如图 3, 同理可得, 点 P 所形成的区域为多边形 $ANPCM$, 由(1)可得 $PB = FA = AB - FB = AB - AD = n - 6$, 同理可得, $\triangle ADM, \triangle PBN$ 均是等腰直角三角形, 所以 $S = 6n - \frac{1}{2} \times 6^2 - \frac{1}{2}(n - 6)^2 = -\frac{1}{2}n^2 + 12n - 36$; ③当 $n = 12$ 时, 如图 4, $PB = AD = 6, AF = FB = 6$, 所以 $S = 6 \times 12 - 6 \times 6 = 36$; ④当 $n > 12$ 时, 如图 5, 易知四边形 $AFPM$ 为平行四边形, 所以 $S = S_{\text{四边形}AFPM} = 6 \times 6 = 36$. 综上所述, $S =$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}n^2 (0 < n \leq 6), \\ -\frac{1}{2}n^2 + 12n - 36 (6 < n < 12), \\ 36 (n \geq 12). \end{cases}$$

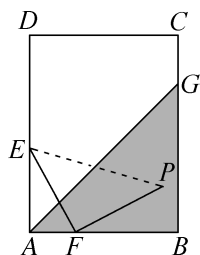


图 2

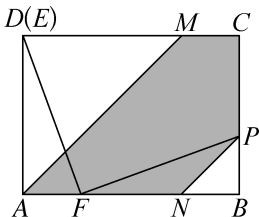


图 3

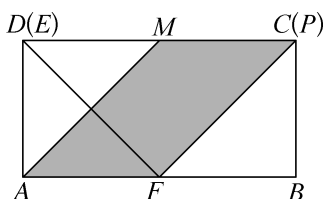


图 4

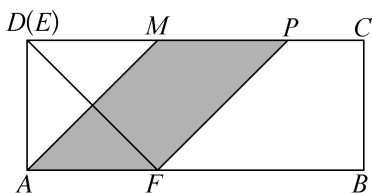


图 5

期末压轴 2

1. A

2. ①②④ 提示:由题图 2 可知,当 $x=15$ 时,

y 取得最大值,结合题图 1 可知, y 的最大值在点 P 运动到点 B 处取得,此时 $AP=15=AB$,故①正确.由题图 2 可知,当 $x=0$ 时, $y=9$,即 $AC=9$,所以 $BC=$

$\sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$.由等积法可知,斜边上的高的长度为 $\frac{9 \times 12}{15} = \frac{36}{5}$,故②正确.由直角三角形斜边上的中线等于斜边的一半,可知斜边 AB 上的中线长为

$\frac{15}{2}$,故③错误.过点 D 分别作 $DE \perp AC$ 于点 E , $DF \perp$

BC 于点 F ,则 $DE=DF=\frac{\sqrt{2}}{2}CD$.由等积法,可得 $AC \cdot$

$DE+BC \cdot DF=AC \cdot BC$,所以 $CD=\sqrt{2}DE=\sqrt{2} \cdot$

$\frac{AC \cdot BC}{AC+BC} = \frac{36\sqrt{2}}{7}$,故④正确.

3. 解:(1) 由题意,得 $|m|+|2m+2|=3$.

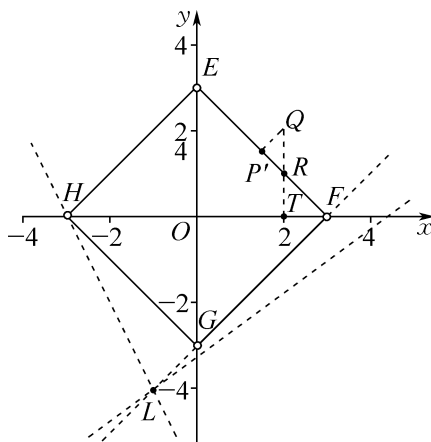
①当 $m \leq -1$ 时, $-m+(-2m-2)=3$,解

得 $m=-\frac{5}{3}$.②当 $-1 < m \leq 0$ 时, $-m+2m+2=3$.解得 $m=1$ (舍去).③当 $m > 0$ 时, $m+2m+2=3$,解得 $m=\frac{1}{3}$.综上所述, $m=-\frac{5}{3}$

或 $m=\frac{1}{3}$.

(2) A 提示:设点 $P(x,y)$,则 $|x|+|y|=3$.易知其图象为如图所示的正方形 $EFGH$ (不含顶点),其中点 $E(0,3)$, $F(3,0)$,即点 P 在正方形 $EFGH$ 的边上运动.过点 Q 作 $QP' \perp EF$ 于点 P' ,则当点 P 与点 P' 重合时, PQ 的值最小,最小值为 $P'Q$ 的长.过点 Q 作 $QT \parallel OE$,交 EF 于点 R ,交 OF 于点 T ,则点 $R(2,1)$, $T(2,0)$,所以 $RT=1$, $TF=1$.所以 $\triangle RTF$ 为等腰直角三角形,所以 $\angle QRP' = \angle TRF = 45^\circ$.在 $Rt\triangle QP'R$ 中,

易得 $P'Q = P'R = \frac{\sqrt{2}}{2}QR = \frac{\sqrt{2}}{2}$.



(3) $k \geq 1$ 或 $k < -2$ 提示:如(2)中图,一次函数 $y=kx+k-4=k(x+1)-4$ 恒过定点 $L(-1,-4)$.易得直线 LF 的函数表达式为 $y=x-3$ (点 G 在直线 LF 上).易知点 $H(-3,0)$,可得直线 LH 的函数表达式为 $y=-2x-6$.当所求的一次函数的 k 变化时,该函数图象绕着定点 L 旋转.观察图象,可知当 $k \geq 1$ 或 $k < -2$ 时,该函数图象与正方形 $EFGH$ (不含顶点)有交点.