

课时训练篇

第1章 数学与我们同行

课时训练1 生活 观察

【基础巩固】

1. B 2. C 3. C

4. B 提示:因为把一根木棒锯成3段,只需锯2次,所以锯1次需6 min,故锯成10段,即锯9次需54 min.

5. 810450611 6. ③ 7. 20 45

8. 解:(1) 因为 $C = 3.14 \times 8 = 25.12(\text{m})$, 所以 $S = 25.12 \times 8 \div 4 = 200.96 \div 4 = 50.24(\text{m}^2)$.

答:圆的面积为 50.24 m^2 .

(2) 因为 $C \cdot d \div 4 = 2\pi r \times 2r \div 4 = 4\pi r^2 \div 4 = \pi r^2$, $S = \pi r^2$, 所以 $S = C \cdot d \div 4$.

9. 解:得出的四阶幻方如下所示.

4	9	5	16
14	7	11	2
15	6	10	3
1	12	8	13

【拓展提优】

1. C 提示:设第一行第三个方格中的数为 x . 根据题意,得 $x + a + 12 = x + 13 + 8$, 即 $a + 12 = 21$, 解得 $a = 9$.

2. C 提示:设地球的半径是 R , 铁丝均匀地离开地面的高度是 h . 由圆的周长公式,得 $2\pi(R + h) = 2\pi R + 10$, 所以 $2\pi h = 10$, 所以 $h = \frac{10}{2\pi} \approx 1.6(\text{m})$.

3. 2 025 提示: $1 + 2 + \dots + 100 = \frac{(1+100) \times 100}{2} = 5050$. 因为一共有10行,且每行10个数之和均相等,所以每行10个数之和 $n = 5050 \div 10 = 505$, 所以 $4n + 5 = 4 \times 505 + 5 = 2025$.

4. 165 提示:根据题意,由题图表示满七进一,可得 $3 \times 7 \times 7 + 2 \times 7 + 4 = 165(\text{天})$.

5. 解:(1) 73 7

(2) 根据题意,得 $a = m + 1 + 2 = m + 3$, $b = 6 + 0 + 0 = 6$, $c = 3(m + 3) + 6 = 3m + 15$. 所以 $d = c + X = 3m + 15 + 6 = 3m + 21$. 因为 d 为10的整数倍,所以 $3m$ 只能为9. 所以 $m = 3$, 即被污染的数字为3.

(3) 这两个数字从左到右分别是4,0或2,6或9,5. 提示:设这两个数字从左到右分别是 p, q , 则 $a = p + 9 + 2 = p + 11$, $b = 6 + 1 + q = q + 7$. 所以 $c = 3(p + 11) + q + 7 = 3p + q + 40$, 所以 $d = c + X = 3p + q + 48$. 由 d 的取法可知, $3p + q$ 的个位数字是2. 由题意可知, $q - p = 4$ 或 $p - q = 4$, 且 p, q 均为0到9的整数, 所以枚举 p, q 的值为0,4或4,0; 1,5或5,1; 2,6或6,2; 3,7或7,3; 4,8或8,4; 5,9或9,5. 因为在这些取值中,满足 $3p + q$ 的个位数字是2的 p, q 的值分别为4,0或2,6或9,5, 所以这两个数字从左到右分别是4,0或2,6或9,5.

课时训练2 活动 思考

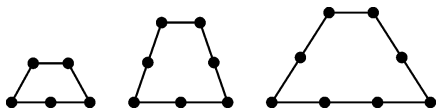
【基础巩固】

1. A 2. B

3. D 提示:设最小的数是 x . 因为 $x + x + 1 + x + 2 = 63$, 解得 $x = 20$, 故选项A不符合题意; 因为 $x + x + 7 + x + 14 = 63$, 解得 $x = 14$, 故选项B不符合题意; 因为 $x + x + 7 + x + 8 = 63$, 解得 $x = 16$, 故选项C不符合题意; 因为 $x + x + 6 + x + 7 = 63$, 解得 $x = \frac{50}{3}$, 故选项D符合题意.

4. A 5. C

6. B 提示:如图,由动手操作可知,5根、7根、8根火柴棒均可围成梯形,不能围成梯形的是6根.



7. 解:(1) 在月历中,横行相邻两数,后一数比前一数大1;竖列相邻两数下一数比上一数大7. (2) 设这一竖列上连续的三个数分别为 $x - 7, x, x + 7$. 根据题意,得 $(x - 7) + x + (x + 7) = 72$, 解得 $x = 24$. 所以 $x - 7 = 24 - 7 = 17$, $x + 7 = 24 + 7 = 31$.

课时训练3 交流 表达

【基础巩固】

1. A 提示: 因为 $2\ 021 - 1\ 898 = 123$ (年), $123 \div 12 = 10 \cdots 3$, 余数是 3, 牛年再向前 3 年是狗年, 所以 1898 年是狗年.
2. C
3. B 提示: 由题图可知: 第 1 个图中共有 $1 + 1 \times 3 = 4$ (个)点, 第 2 个图中共有 $1 + 1 \times 3 + 2 \times 3 = 10$ (个)点, 第 3 个图中共有 $1 + 1 \times 3 + 2 \times 3 + 3 \times 3 = 19$ (个)点……由此规律得出第 5 个图有 $1 + 1 \times 3 + 2 \times 3 + 3 \times 3 + 4 \times 3 + 5 \times 3 = 46$ (个)点.
4. 20:00 24:00
5. 奇数 提示: ①若中间三个圆点都是红色或白色, 则两端颜色不同的小段数目为 1; ②若中间三个圆点有两个红一个白或两个白一个红, 则两端颜色不同的小段数目为 1 或 3. 综上所述, 两端颜色不同的小段数目一定是奇数.

6. (1) $\frac{1}{5} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6}$ (答案不唯一)

(2) $\frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

(3) 解: 因为 $\frac{1}{2n(2n+2)} = \frac{1}{4n(n+1)} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} \right)$, 所以原式 = $\frac{1}{4} \times \left(1 - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \cdots + \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{1\ 013} - \frac{1}{1\ 014} \right) = \frac{1}{4} \times \left(1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{1\ 013} - \frac{1}{1\ 014} \right) = \frac{1}{4} \times \left(1 - \frac{1}{1\ 014} \right) = \frac{1}{4} \times \frac{1\ 013}{1\ 014} = \frac{1\ 013}{4\ 056}$.

【拓展提优】

1. C 提示: 由题图, 可得甲烷的 C 有 1 个, H 有 $2 + 2 \times 1 = 4$ (个), 乙烷的 C 有 2 个, H 有 $2 + 2 \times 2 = 6$ (个), 丙烷的 C 有 3 个, H 有 $2 + 2 \times 3 = 8$ (个)……所以十六烷的化学式中的 C 有 16 个, H 有 $2 + 2 \times 16 = 34$ (个), 即十六烷的化学式为 $C_{16}H_{34}$.

答: 这三天分别是 17 号、24 号、31 号.

(3) 设圈出的四个数中, 最小的数为 y , 则另三个数分别为 $y+1, y+7, y+8$. 根据题意, 得 $y + (y+1) + (y+7) + (y+8) = 56$. 解得 $y = 10$. 所以 $y+1 = 10+1 = 11$, $y+7 = 10+7 = 17$, $y+8 = 10+8 = 18$.

答: 这四天分别是 10 号、11 号、17 号、18 号.

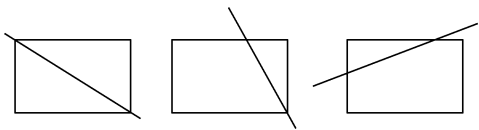
【拓展提优】

1. B 2. 二

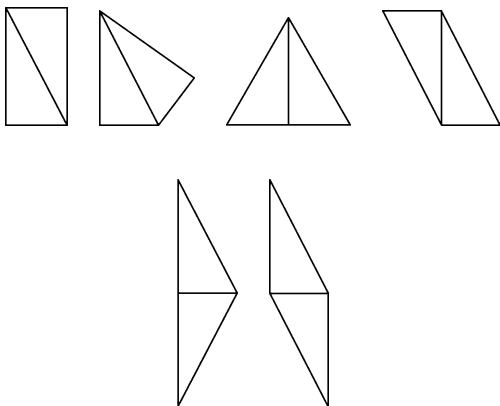
3. 三 提示: 因为三个星期一的日期都是偶数, 所以此月一定有五个星期一, 而第一个星期一和最后一个星期一相差 28 天, 星期一的日期又都是偶数, 所以星期一是 2 号、9 号、16 号、23 号、30 号, 因而 18 日一定是星期三.

4. 15 提示: 由题意, 可得 $2(a-4) + 4 = 26$, 解得 $a = 15$.

5. 3 或 4 或 5 画图如图所示.



6. 解: 如图, 可以拼成 6 种不同形状的平面图形.



7. (1) 225

(2) 解: 存在, 右下角的数是 35. 提示: 设中间的数是 x , 则 $(x-8) + (x-7) + (x-6) + (x-1) + x + (x+1) + (x+6) + (x+7) + (x+8) = 243$, 即 $9x = 243$, 解得 $x = 27$. 所以右下角的数是 $x+8 = 35$.

2. 4 312

3. 172 提示:因为第7次计算后得到1,所以第6次计算后得到的一定是2,所以第5次计算后得到的一定是4,所以第4次计算后得到的是1或8,其中1不符合题意,因此第4次计算后得到的一定是8,所以第3次计算后得到的一定是16,所以第2次计算后得到的是5或32,所以第1次计算后得到的是10或64.若第1次计算后得到的是10,则原数 m 是3或20;若第1次计算后得到的是64,则原数 m 是21或128.所以 m 是3或20或21或128,所以满足条件的 m 的所有的值的和为 $3+20+21+128=172$.

4. 761 提示:由题图可知,第①个图形黑点的个数为1;第②个图形黑点的个数为 $2 \times 2 + 1 \times 1 = 5$;第③个图形黑点的个数为 $3 \times 3 + 2 \times 2 = 13 \cdots \cdots$ 以此类推,第 n 个图形黑点的个数为 $n \cdot n + (n-1)(n-1)$.当 $n=20$ 时,即第②⑩个图形中黑点的个数为 $20 \times 20 + 19 \times 19 = 761$.

5. 解:题图1中黑点的个数为 $3=1 \times 3$;题图2中黑点的个数为 $8=2 \times 4$;题图3中黑点的个数为 $15=3 \times 5$;题图4中黑点的个数为 $24=4 \times 6 \cdots \cdots$ 以此类推,图 n 中黑点的个数为 $n(n+2)$ 个.所以 $\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \cdots + \frac{1}{a_{12}} = \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{2 \times 4} + \frac{1}{3 \times 5} + \cdots + \frac{1}{12 \times 14} = \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5}\right) + \cdots + \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{12} - \frac{1}{14}\right) = \frac{1}{2} \times \left(1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{12} - \frac{1}{14}\right) = \frac{1}{2} \times \left(1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{13} - \frac{1}{14}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{123}{91} = \frac{123}{182}$.

第2章 有理数

课时训练4 正数与负数

【基础巩固】

1. D 2. C 3. C 4. C 5. D 6. $+0.25$
7. 符合 提示:标准质量最多为10.03 kg,质量最少

为9.97 kg,所以9.98 kg符合标准.

8. 0 提示:正数有 20% , $\frac{22}{7}$,0.3,21,7.010 010 001 $\cdots$ (每两个1之间0的个数逐次增加1),共5个,则 $m=5$;非负整数有0,21,共2个,则 $n=2$;正分数有 20% , $\frac{22}{7}$,0.3,共3个,则 $k=3$.所以 $m-n-k=0$.

9. 正整数: $\{6, +67, 2\ 025\}$;

正数: $\left\{6, +3\frac{1}{4}, 0.01, +67, \frac{3}{101}, 2\ 025\right\}$;

负分数: $\left\{-100.1, -7\frac{1}{3}, -2.25, -\frac{2}{7}, -10\%\right\}$;

负数: $\left\{-100.1, -7\frac{1}{3}, -100, -2.25, -\frac{2}{7}, -10\%, -18\right\}$;

非负整数: $\{6, 0, +67, 2\ 025\}$;

分数: $\left\{-100.1, -7\frac{1}{3}, +3\frac{1}{4}, -2.25, 0.01, -\frac{2}{7}, -10\%, \frac{3}{101}\right\}$.

10. 解:(1)因为 0.2% , 0.3% , 0.4% 是正数,所以3月、5月、6月是增长的.

(2)今年1月和4月相比去年同月增长率是负数表示营业额下降.

(3)因为 -1.8% 和 -1.5% 是负数,0表示不变,所以营业额没有增长的是1月、2月、4月.

【拓展提优】

1. ①④②③ 提示:由题意可知标记①②③④的时钟均为12小时制时钟.①时钟表示8:00;②时钟表示3:00;③时钟表示4:00;④时钟表示6:00.若①时钟8:00表示悉尼时间,则北京时间为6:00对应④时钟;伦敦时间为10:00,找不到对应的时钟,故标记①的时钟不能表示悉尼时间.若②时钟3:00表示悉尼时间,则北京时间为1:00,找不到对应的时钟,故标记②的时钟不能表示悉尼时间.若③时钟4:00表示悉尼时间,则北京时间为2:00,找不到对应的时钟,故标记③的时钟不能表示悉尼时间.若④时钟6:00表示悉尼时间,则北京时间为4:00,

$$\cdots + \frac{2^5}{3^6} = \frac{1}{3} + \frac{2^1}{3^2} + \frac{2^2}{3^3} + \cdots + \frac{2^5}{3^6} = 1 - 2 \times \frac{2^5}{3^6} = 1 - \frac{2^6}{3^6} = 1 - \frac{64}{729} = \frac{665}{729}.$$

2. 5 050² 提示:由所给图形可知, $1^3 + 2^3 = (1+2)^2 = 3^2$, $1^3 + 2^3 + 3^3 = (1+2+3)^2 = 6^2$, $1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = (1+2+3+4)^2 = 10^2$, $\cdots$, 以此类推, $1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3 = (1+2+3+\cdots+n)^2$ (n 是正整数), 当 $n=100$ 时, $1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + 100^3 = (1+2+3+\cdots+100)^2 = 5\,050^2$.

3. (1) 3 4

(2) 解: 因为 $a=4^2$, $b^3=8$, 所以 $a=16$, $b=2$, 所以 $(b, a) = (2, 16)$. 因为 $2^4=16$, 所以 $(b, a)=4$.

课时训练 19 有理数的混合运算(1)

【基础巩固】

1. B 2. D 3. 2 025 4. ± 9 5. -11
6. 解: (1) 原式 $= 11 - (-24) + (-3) = 11 + 24 - 3 = 32$.
 (2) 原式 $= 5 - 6 + 1 = 0$.
 (3) 原式 $= 8 - 10 + 9 = 7$.
 (4) 原式 $= \frac{2}{3} \times (-24) + \frac{1}{2} \times 24 + \frac{5}{4} \times 24 + 16 \div (-8) + 1 = -16 + 12 + 30 - 2 + 1 = 25$.
7. (1) 5
 (2) -2
 (3) 解: 由题意, 得 $2^3 \times [1 - (-2)] = 24$.
 (答案不唯一)

【拓展提优】

1. C 提示: 当填入“+”时, $5 - |-2+6| = 5-4=1$; 当填入“-”时, $5 - |-2-6| = 5-8=-3$; 当填入“ $\times$ ”时, $5 - |-2 \times 6| = 5-12=-7$; 当填入“ $\div$ ”时, $5 - |-2 \div 6| = 5 - \frac{1}{3} = 4\frac{2}{3}$. 因为 $-7 < -3 < 1 < 4\frac{2}{3}$, 所以在算式 $5 - |-2 \square 6|$ 中的“ $\square$ ”所在位置填入“ $\times$ ”时, 计算出来的值最小.

2. $-\frac{27}{20}$ 提示: 根据题意, 得 $(-\frac{1}{2}) * 2 = (-\frac{1}{2})^2 - 2[3 \times (-\frac{1}{2}) - \frac{1}{2}] \div (-\frac{1}{2} - 2) = \frac{1}{4} - 2 \times (-\frac{3}{2} - \frac{1}{2}) \div (-\frac{5}{2}) = \frac{1}{4} - 2 \times (-2) \times (-\frac{2}{5}) = \frac{1}{4} - \frac{8}{5} = -\frac{27}{20}$.

3. $-\frac{999}{2\,024}$ 提示: 原式 $= (-\frac{2\,023}{2\,024}) \times (-\frac{2\,022}{2\,023}) \times (-\frac{2\,021}{2\,022}) \times (-\frac{2\,020}{2\,021}) \times \cdots \times (-\frac{999}{1\,000}) = -\frac{999}{2\,024}$.

4. 8 (1, 2) 或 (4, 1) 提示: 根据题意, 得 $3 + (-2)^2 + 1 = 8$; 根据题意, 得 $x + y^2 + 1 = 6$, 当 $x=1$ 时, $y=2$; 当 $x=4$ 时, $y=1$, 所以 (x, y) 为 (1, 2) 或 (4, 1).

5. 解: (1) 0

(2) ① 当 a, b 都是偶数时, $a \oplus b = (-1)^a + (-1)^b = 1 + 1 = 2$; ② 当 a, b 为一奇一偶时, $a \oplus b = (-1)^a + (-1)^b = 0$; ③ 当 a, b 都是奇数时, $a \oplus b = (-1)^a + (-1)^b = -1 + (-1) = -2$. 所以 $a \oplus b$ 的所有可能的值为 2, 0, -2.

(3) B 提示: 因为 $a \oplus b = (-1)^a + (-1)^b$, $b \oplus a = (-1)^b + (-1)^a$, 所以 $a \oplus b = b \oplus a$, 故选项 A 正确; 当 a 为奇数, b 为偶数时, $(a+1) \oplus b = (-1)^{a+1} + (-1)^b = 1 + 1 = 2$, $a \oplus (b+1) = (-1)^a + (-1)^{b+1} = -1 + (-1) = -2$, 故选项 B 错误; 当 a 为奇数时, $a+1$ 为偶数, 当 a 为偶数时, $a+1$ 为奇数, 所以 $a \oplus (a+1) = (-1)^a + (-1)^{a+1} = 0$, 故选项 C 正确; $2a \oplus 2b = (-1)^{2a} + (-1)^{2b} = 1 + 1 = 2$, 故选项 D 正确.

6. 解: (1) 因为 5 的正因数有 1, 5, 其中 1 是 5 的真因数, 所以 5 的“完美指标”是 $1 \div 5 = \frac{1}{5}$.

(2) 因为 6 的正因数有 1, 2, 3, 6, 其中 1, 2, 3 是 6 的真因数, 所以 6 的“完美指标”是 $(1+2+3) \div 6 = 1$. 因为 9 的正因数有

1, 3, 9, 其中 1, 3 是 9 的真因数, 所以 9 的“完美指标”是 $(1+3) \div 9 = \frac{4}{9}$.

(3) 因为 15 的正因数有 1, 3, 5, 15, 其中 1, 3, 5 是 15 的真因数, 所以 15 的“完美指标”是 $(1+3+5) \div 15 = \frac{3}{5}$. 因为 16 的正因数有 1, 2, 4, 8, 16, 其中 1, 2, 4, 8 是 16 的真因数, 所以 16 的“完美指标”是 $(1+2+4+8) \div 16 = \frac{15}{16}$. 因为 17 的正因数有 1, 17, 其中 1 是 17 的真因数, 所以 17 的“完美指标”是 $\frac{1}{17}$. 因为 18 的正因数有 1, 2, 3, 6, 9, 18, 其中 1, 2, 3, 6, 9 是 18 的真因数, 所以 18 的“完美指标”是 $(1+2+3+6+9) \div 18 = \frac{7}{6}$. 因为 19 的正因数有 1, 19, 其中 1 是 19 的真因数, 所以 19 的“完美指标”是 $\frac{1}{19}$. 因为 20 的正因数有 1, 2, 4, 5, 10, 20, 其中 1, 2, 4, 5, 10 是 20 的真因数, 所以 20 的“完美指标”是 $(1+2+4+5+10) \div 20 = \frac{11}{10}$. 因为 $\left| \frac{15}{16} - 1 \right| < \left| \frac{11}{10} - 1 \right| < \left| \frac{7}{6} - 1 \right| < \left| \frac{3}{5} - 1 \right| < \left| \frac{1}{17} - 1 \right| < \left| \frac{1}{19} - 1 \right|$, 所以 16 的“完美指标”最接近 1, 即 15 到 20 的自然数中, 最“完美”的数是 16.

课时训练 20 有理数的混合运算(2)

【基础巩固】

1. C 2. A 3. -100

4. 10 提示: $\frac{21 - (-39)}{6} \times 1 = 10(\text{km})$, 故此处的高度大约是 10 km.

5. 10

6. 解: (1) 原式 $= -9 - \frac{1}{5} \times [4 - (-1)] = -9 - \frac{1}{5} \times 5 = -9 - 1 = -10$.

(2) 原式 $= -\frac{2}{5} + \left(-\frac{5}{8}\right) \times 24 + \left(-\frac{1}{6}\right) \times 24 + \frac{7}{12} \times 24 = -\frac{2}{5} - 15 - 4 + 14 = -5\frac{2}{5}$.

(3) 原式 $= (-1) \times (-5) \div [9 + (-10)] = (-1) \times (-5) \div (-1) = -5$.

7. 解: (1) 小明的解答正确, 因为一个数的倒数的倒数等于原数.

(2) 原式的倒数为 $\left(\frac{1}{6} - \frac{2}{7} + \frac{2}{3} - \frac{3}{14}\right) \div \left(-\frac{1}{42}\right) = \left(\frac{1}{6} - \frac{2}{7} + \frac{2}{3} - \frac{3}{14}\right) \times (-42) = -7 + 12 - 28 + 9 = -14$, 所以 $\left(-\frac{1}{42}\right) \div \left(\frac{1}{6} - \frac{2}{7} + \frac{2}{3} - \frac{3}{14}\right) = -\frac{1}{14}$.

【拓展提优】

1. D

2. C 提示: 当 n 是奇数时, $\frac{1^n}{2} + \frac{(-1)^n}{2}$ 的值为 0; 当 n 是偶数时, $\frac{1^n}{2} + \frac{(-1)^n}{2}$ 的值为 1.

3. C 提示: 因为 a, b, c, d 是四个不相等的正整数, 所以四个括号内的值分别为 $\pm 1, \pm 5$. 不妨设 $6-a = -1, 6-b = 1, 6-c = -5, 6-d = 5$, 解得 $a = 7, b = 5, c = 11, d = 1$, 所以 $a+b+c+d = 7+5+11+1 = 24$.

4. $(0, -2^{1014})$ 提示: 根据题意, 可知 $P_1(-2, 2) = (0, -4), P_2(-2, 2) = P_1(0, -4) = (-4, 4), P_3(-2, 2) = P_1(-4, 4) = (0, -8), P_4(-2, 2) = P_1(0, -8) = (-8, 8), P_5(-2, 2) = P_1(-8, 8) = (0, -16), P_6(-2, 2) = P_1(0, -16) = (-16, 16), \dots$, 所以当 n 是奇数时, $P_n(-2, 2) = (0, -2^{\frac{n+3}{2}})$;

当 n 是偶数时, $P_n(-2, 2) = \left(-2^{\frac{n+2}{2}}, 2^{\frac{n+2}{2}}\right)$. 所以 $P_{2025}(-2, 2) = (0, -2^{1014})$.

5. -5.5 6. $4 \times 7 - 3 - 1$ (答案不唯一)

$x)=68$,解得 $x=13.5$. 因为 13.5 不是整数,所以他不可能得 68 分.

6. 解:(1) 设甲单独完成这批零件需要 x 天,则乙单独完成这批零件需要 $(x-5)$ 天. 根据题意,得 $16x=24(x-5)$,解得 $x=15$,则 $x-5=10$.

答:甲需要 15 天,乙需要 10 天.

(2) 设甲、乙合作需要 y 天. 根据题意,得 $\frac{1}{10} \times 5 + \left(\frac{1}{15} + \frac{1}{10}\right)y = 1$,解得 $y=3$,则 $3 \times 160=480$ (元), $(3+5) \times 240=1\,920$ (元).

答:甲获得报酬 480 元,乙获得报酬 1 920 元.

【拓展提优】

1. C 提示:设先安排的整理人员有 x 人. 根据题意,得 $\frac{1}{30}x + \frac{1}{30}(x+6) \times 2 = 1$,解得 $x=6$. 所以先安排的整理人员有 6 人.

2. 22 提示:由题意,得 $8x + 10(ax-4) + 12(x-6) = 1\,188$. 化简,得 $(2+a)x = 130$. 所以 $a = \frac{130}{x} - 2$. 因为 a 为正整数,所以 130 必能被 x 整除,则 x 可为 10, 13, 26. 当 $x=10$ 时, $a=13-2=11$; 当 $x=13$ 时, $a=10-2=8$; 当 $x=26$ 时, $a=5-2=3$. 所以 a 的和为 $11+8+3=22$.

3. 解:设 x 名工人缝制上衣, $(40-x)$ 名工人缝制裤子.

根据题意,得 $2 \times 3x = 4(40-x)$,解得 $x=16$,则 $40-x=24$.

答:应分配 16 名工人缝制上衣, 24 名工人缝制裤子.

4. 解:(1) 根据题意,得 $3(x+300) - 4x = 300$,解得 $x=600$.

答: x 的值为 600.

(2) 设甲工程队先单独施工 m 天,则乙工程队单独施工 $(22-m)$ 天.

根据题意,得 $(600+300)m + 600(22-m) = 15\,000$,解得 $m=6$. 则 $22-m=16$. 所以施工费用为 $3\,600 \times 6 + 2\,200 \times 16 = 56\,800$ (元).

答:该段时间内体育中心需要支付 56 800

元施工费用.

5. 解:当容器乙中的水未注入容器甲之前,由题意,注入单个容器中水位上升的高度与时间的关系为 $\frac{5}{6}$ cm/min,所以当乙中水位

为 2.5 cm 时满足条件,所用时间为 $2.5 \div$

$\frac{5}{6} = 3$ (min). 当容器乙中的水注入容器甲

之后,当甲容器中的水位为 5.5 cm,容器乙中的水位为 6 cm 时,满足题意. 设注水

时间为 x min,则 $2 \times \frac{5}{6}x + 2 = 2 \times 6 + 5.5$,

解得 $x=9.3$. 要使乙中水位高出甲 0.5 cm,则需注水的时间为 9.3 min.

答:开始注水 3 min 或 9.3 min 后,乙的水位高度比甲的水位高度高 0.5 cm.

第 5 章 走进几何世界

课时训练 39 观察 抽象

【基础巩固】

1. D 2. D 3. D 4. D

5. D 提示:设容器内的水将升高 x cm. 根据题意,得 $\pi \times 10^2 \times 12 + \pi \times 2^2 \times (12+x) = \pi \times 10^2 \times (12+x)$,解得 $x=0.5$. 所以容器内的水升高了 0.5 cm.

6. 4 提示:因为这个棱柱有 8 个面,所以这个棱柱是六棱柱,有 6 条侧棱. 因为所有侧棱的和为 24 cm,所以每条侧棱的长是 $24 \div 6 = 4$ (cm).

7. (1) 6 12 8 (2) 8 18 12

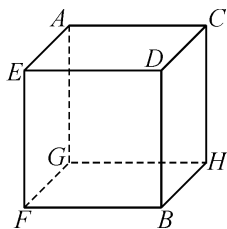
(3) $(n+2)$ $3n$ $2n$

【拓展提优】

1. B 提示:观察该三阶金字塔魔方可知,中心块数为 $3 \times 4 = 12$ (每个面上有 3 个中心块),棱块数为 $1 \times 6 = 6$ (每条棱上有 1 个棱块),角块数为 $1 \times 4 = 4$ (每个顶点处有 1 个角块),所以“棱块数+角块数-中心块数”为 $6+4-12=-2$.

2. B 提示:由长方体和第一部分所对应的几何体可知,第一部分所对应的几何体上面有两个正方体,下面有两个正方体,与选项 B 相符.

3. 6 提示:如图,走法:① $A \rightarrow C \rightarrow H \rightarrow B$,② $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B$,③ $A \rightarrow E \rightarrow D \rightarrow B$,④ $A \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow B$,⑤ $A \rightarrow G \rightarrow F \rightarrow B$,⑥ $A \rightarrow G \rightarrow H \rightarrow B$.一共6种.



4. 6 提示:由题图中①②两种状态可知,1的对面是6,再结合第③种状态可知,3的对面是4,从而得知2的对面是5.比较②③两种状态,发现③中标有数字1的一面已经到了后面,故前面是标有数字6的一面,即“?”处的数字是6.

5. 解:第1个图中的物体是由圆锥、圆柱、正方体组成的;第2个图中的物体是由三棱柱、长方体、圆柱组成的;第3个图中的物体是由球、五棱柱组成的.

6. (1) 6 6 $V+F-E=2$

(2) 12 提示:设这个多面体的顶点数为 x ,则其面数为 $(x-8)$.根据题意,得 $x-8+x-30=2$,解得 $x=20$.所以这个多面体的面数是12.

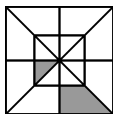
(3) 解:因为 $\frac{3V}{2}=36$,所以 $V=24$.又因为 $V+F-E=2$,所以 $F=14$.设八边形的个数为 y ,则三角形的个数为 $2y+2$.根据题意,得 $y+2y+2=14$,解得 $y=4$.所以 $2y+2=10$,即该多面体外表面三角形的个数为10.

课时训练 40 运动 想象

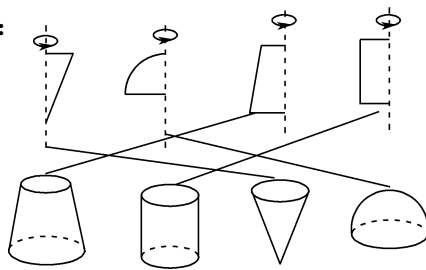
【基础巩固】

1. C 2. D 3. $\frac{1}{2}a^2$ 4. 14

5. 解:题图3中的阴影部分如图所示.



6. 解:

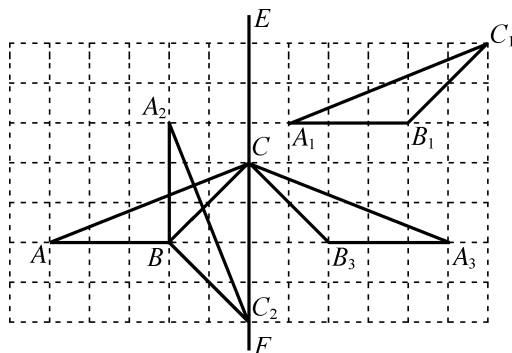


7. 解:(1) 3

(2) 如图,三角形 $A_1B_1C_1$ 即为所求.

(3) 如图,三角形 A_2BC_2 即为所求.

(4) 如图,三角形 A_3B_3C 即为所求.



【拓展提优】

1. D 2. 2

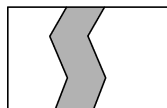
3. (1) 7 (2) 2 (3) 涂色略. 5

4. 解:(1) 方案一: $\pi \times (4.5)^2 \times 6 = 121.5\pi(\text{cm}^3)$.

方案二: $\pi \times 3^2 \times 9 = 81\pi(\text{cm}^3)$.因为 $121.5\pi > 81\pi$,所以方案一构造的圆柱体积大.

(2) 以较短一条边所在的直线为轴旋转 360° ,其体积为 $\pi \times 9^2 \times 6 = 486\pi(\text{cm}^3)$.以较长一条边所在的直线为轴旋转 360° ,其体积为 $\pi \times 6^2 \times 9 = 324\pi(\text{cm}^3)$.

5. 解:(1) 如图所示(答案不唯一).



(2) 图1、图2和(1)中所画图形中除去阴影部分后剩余部分的面积都为 $ab-b$.

(3) $40 \times 10 - 10 \times 1 = 390(\text{m}^2)$.

答:这块草地的面积是 390 m^2 .

课时训练 41 转化 表达

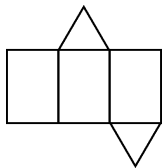
【基础巩固】

1. C
2. C 提示:3的唯一对面是5,4的对面是2或6,7的对面是1或2,所以剪去1或2或6,余下的部分都能折成正方体,剪去3余下的部分不能折成正方体.

3. D 4. $\frac{2}{\pi}$ 5. 48 6. BD 或 CD

7. (1) 9 5

(2) 解:补全展开图如图所示(答案不唯一).



- (3) 5 31 提示:由图形可知,没有剪开的棱的条数是4,则至少需要剪开的棱的条数是 $9-4=5$.所以需剪开棱的棱长的和的最大值为 $7 \times 3 + 5 \times 2 = 31(\text{cm})$.

8. 解:(1) 圆柱

(2) 该几何体的表面积为 $2\pi \times 2^2 + 5 \times 4\pi = 28\pi$.

(3) 该几何体的体积为 $\pi \times 2^2 \times 5 = 20\pi$.

【拓展提优】

1. B 2. 小张

3. 解:(1) 如图1,取三边中点连线即可.

(2) 如图2,在中间画一个小正三角形,再分割.

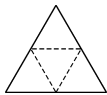


图 1

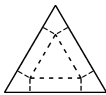
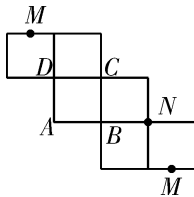


图 2

4. 解:点 M, N 的位置如图所示.

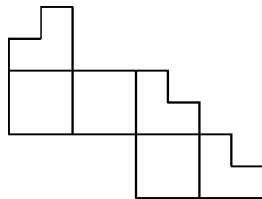


5. 解:(1) =

(2) 根据题意,得 $3(1-x) + 9 + 9x - 12 =$

3,解得 $x = \frac{1}{2}$. 所以当 $x = \frac{1}{2}$ 时,小明的说法才正确.

(3) 不是,应该有三个正方形上有缺口,修正题图3如图所示.



第6章 平面图形的初步认识

课时训练 42 直线、射线、线段(1)

【基础巩固】

1. C 2. B 3. B 4. B

5. D 提示:由题意可知, BE 是必须经过的路段,所以由两点之间线段最短,可得点 A 到点 E 的最短路径为 A—F—E,所以从居民楼(点 A)到快递站(点 B)的最短路径是 A—F—E—B.

6. 两点之间线段最短 7. 6 3 8. 20

9. 2 提示:由题图可知,能用字母表示的以 C 为端点的线段的条数 $m=4$,能用字母表示的以 C 为端点的射线的条数 $n=2$,所以 $m-n$ 的值为 2.

10. 解:(1) 如图1所示. (2) 如图2所示.

(3) 如图3所示.

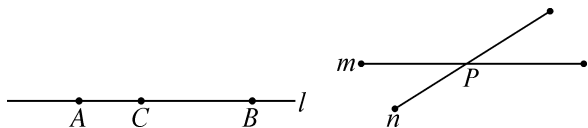


图 1

图 2

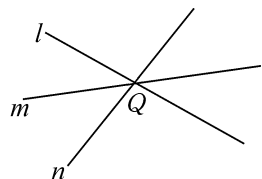


图 3

【拓展提优】

1. D 提示:因为第1个图形由4条线段组成,第2个图形由 $4+6=10$ (条)线段组成,第3个图形由 $4+6+8=18$ (条)线段组成,第4个图形由 $4+6+$

5. 解: (1) 如图所示(答案不唯一).

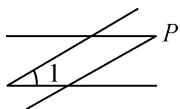


图 1

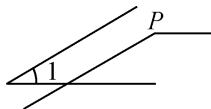


图 2

(2) $\angle 1 = \angle P$ 或 $\angle 1 + \angle P = 180^\circ$

(3) 相等或互补

(4) 另一个角为 30° 或 150° .

6. 解: (1) $AC \parallel EF$. 理由如下:

因为 $\angle 1 = \angle BCE$, 所以 $AD \parallel EC$. 所以 $\angle 2 = \angle 4$. 因为 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ$, 所以 $\angle 4 + \angle 3 = 180^\circ$. 所以 $AC \parallel EF$.

(2) 因为 $\angle 1 = 72^\circ$, $\angle 1 = \angle BCE$, 所以 $\angle BCE = 72^\circ$. 因为 AC 平分 $\angle BCE$, 所以 $\angle 4 = \frac{1}{2} \angle BCE = 36^\circ$. 因为 $\angle 2 = \angle 4$, 所以 $\angle 2 = 36^\circ$. 因为 $EF \perp AB$, 所以 $\angle BFE = 90^\circ$. 因为 $AC \parallel EF$, 所以 $\angle BAC = \angle BFE = 90^\circ$. 所以 $\angle BAD = \angle BAC - \angle 2 = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$.

课时训练 54 多边形

【基础巩固】

1. D 2. C 3. D 4. ②③⑤

5. (1) $9 \frac{6 \times (6-3)}{2} = 9$

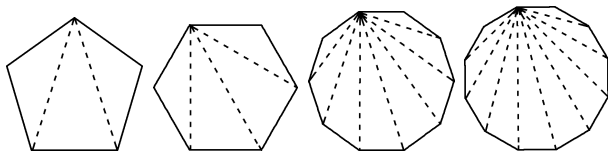
(2) 边数为 n 的多边形对角线条数的算法

$$\text{为 } \frac{n \times (n-3)}{2}$$

【拓展提优】

1. C 2. B 3. 6

4. 解: (1) 如图所示.



(2) 过正五边形的一个顶点作对角线把正

五边形分割成 3 个三角形, 而 $3 = 5 - 2$; 过正六边形的一个顶点作对角线把正六边形分割成 4 个三角形, 而 $4 = 6 - 2$; 过正十边形的一个顶点作对角线把正十边形分割成 8 个三角形, 而 $8 = 10 - 2$; 过正十二边形的一个顶点作对角线把正十二边形分割成 10 个三角形, 而 $10 = 12 - 2$. 根据分割结果猜想: 过正 n 边形的一个顶点作对角线把正 n 边形分割成 $(n-2)$ 个三角形, 所以过正三十边形的一个顶点作对角线把正三十边形分割成 $30 - 2 = 28$ 个三角形.

(3) 结论成立. 提示: 因为过多边形的一个顶点作对角线, 把多边形分割成三角形的个数与边的长短、角的大小无关, 所以过任意三十边形的一个顶点作对角线可以把任意三十边形分割成 28 个三角形, 故当把正三十边形换为任意三十边形时, 结论还能成立.

5. (1) 6 3 8 7 5.5 2 9 6.5

$$(2) S = N + \frac{L}{2} - 1$$

(3) 解: 由图可得 $N = 11, L = 11$, 则 $S = N + \frac{L}{2} - 1 = 11 + 5.5 - 1 = 15.5$. 所以格点凸多边形 V 的面积为 15.5.

专题强化篇

强化训练 1 数形结合话数轴

1. B 2. D 3. B 4. B

5. D 提示: 因为点 A 表示的数为负数, 所以 $a - c < 0$, 所以 $a < c$. 因为点 B 表示的数为正数, 所以 $b - a > 0$, 所以 $b > a$. 由数轴可知, $|a - c| < |b - a|$, 所以 $c - a < b - a$, 所以 $c < b$. 综上所述, $a < c < b$.

6. B 提示: 解法 1 易知 $|x - 2| + 2|x + 1| = |x - 2| + |x + 1| + |x + 1|$. 因为 $|x - 2| + |x + 1|$ 可以看成数轴上表示数 x 的点与表示数 2 的点的距离与表示数 x 的点与表示数 -1 的点的距离之和, 且由绝对值的几何意义可知, 该和的最小值为 3, 此时表示数 x 的点在表示数 2 的点与表示数 -1 的点

之间(包括两端点),所以 $|x-2|+|x+1|+|x+1|$ 的最小值可以看成前面两式和的最小值与 $|x+1|$ 的最小值之和.因为 $|x+1|$ 的最小值为0,且取得最小值时 x 的值为-1,符合 $|x-2|+|x+1|$ 取最小值的条件,所以式子 $|x-2|+2|x+1|$ 的最小值是 $3+0=3$.

解法2 当 $x>2$ 时, $|x-2|+2|x+1|=3x>6$;当 $x<-1$ 时, $|x-2|+2|x+1|=-3x>3$;当 $-1\leq x\leq 2$ 时, $|x-2|+2|x+1|=x+4\geq 3$,所以 $|x-2|+2|x+1|\geq 3$.综上所述, $|x-2|+2|x+1|$ 的最小值是3.

7. -2

8. 4 050 **提示:**由题意,得点 A_1 表示的数是 $2-4=-2$,点 A_2 表示的数是 $-2+8=6$,点 A_3 表示的数 $6-12=-6$,点 A_4 表示的数 $-6+16=10$,点 A_5 表示的数 $10-20=-10\cdots\cdots$ 依次类推,当 n 为奇数时,点 A_n 表示的数是 $-2n$;当 n 为偶数时,点 A_n 表示的数是 $2n+2$.所以点 $A_{2\ 024}$ 表示的数是 $2n+2=4\ 050$.

9. **解:**(1) 2 -5 7

(2) ①当 $m<-5$ 时, $|m-2|+|m+5|=2-m-m-5=9$,解得 $m=-6$;

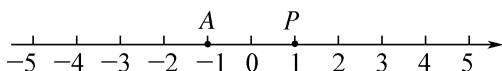
②当 $-5\leq m\leq 2$ 时, $|m-2|+|m+5|=2-m+m+5=9$,此时方程无解,舍去;

③当 $m>2$ 时, $|m-2|+|m+5|=m-2+m+5=9$,解得 $m=3$.

综上所述, $m=-6$ 或 $m=3$.

(3) 设点 Q 表示的数为 x 时,到 A,B,C 各点距离之和最短,即 $|x+2|+|x-3|+|x-7|$ 的值最小.由数轴可知,当 $x=3$ 时, $|x+2|+|x-3|+|x-7|$ 的值最小,最小值为 $7-(-2)=9$.依题意,因为 $1-2+3-4+5=3$,所以 $1+2+3+4+5=15$,所以当点 Q 运动15 s后到 A,B,C 各点距离之和最短.

10. **解:**(1) 如图所示.



(2) -5 **提示:**因为点 P 表示的数为-6,点 A

表示的数为-1,所以点 P 是点 A 向左移动5个单位长度得到的,所以 $|b|=5$ 且 $b<0$,所以 $b=-5$,所以点 B 表示的数为-5.

(3) ① $8-2t$

②存在.易知点 A 表示的数为 $-1+t$.当 $0<t\leq 4$ 时, $8-2t\geq 0$,此时点 A 关于点 B 的“伴侣点” P 表示的数为 $-1+t+2=t+1$.因为 $t>0$,所以 $t+1>1$,所以当 $0<t\leq 4$ 时,点 P 不可能与原点重合.当 $t>4$ 时, $8-2t<0$,此时点 A 关于点 B 的“伴侣点” P 表示的数为 $-1+t-|8-2t|=-1+t-(2t-8)=7-t$,所以当 $t=7$ 时,点 P 与原点重合.综上所述,存在 $t=7$,使得点 A 关于点 B 的“伴侣点” P 与原点重合.

11. **解:**(1) $4t-18-2t$

(2) 根据题意,得 $PQ=|4t-(18-2t)|=6$,即 $|6t-18|=6$.所以 $6t-18=6$ 或 $6t-18=-6$,解得 $t=4$ 或 $t=2$.

答:经过2 min或4 min电子蚂蚁 P,Q 之间相距6 dm.

(3) 存在.根据题意,得 $PC=a=|4t-6|$, $QB=b=2t$.因为 $a+b=4$,所以 $|4t-6|+2t=4$,即 $|4t-6|=4-2t$.所以 $4t-6=4-2t$ 或 $4t-6=-(4-2t)$,解得 $t=\frac{5}{3}$ 或 $t=1$.所以当 $t=\frac{5}{3}$ 或 $t=1$ 时,使得 $a+b=4$.

12. **解:**(1) $AB=OA-OB=|a|-|b|$.因为 $a<0,b<0$,所以 $|a|=-a,|b|=-b$.所以 $AB=-a-(-b)=b-a$.

(2) 1

(3) 由题意可知,在数轴上,线段的长等于线段右侧端点表示的数减去左侧端点表示的数.设点 P 表示的数为 x ,则点 P' 表示的数为 $\frac{1}{5}x-2$.根据题意,得 $\frac{1}{5}x-2=x$,

解得 $x = -\frac{5}{2}$. 同理, 设点 Q 表示的数为 y , 则 $\frac{1}{5}y - 2 = \frac{1}{3}y$, 解得 $y = -15$. 所以线段 PQ 的长为 $-\frac{5}{2} - (-15) = \frac{25}{2}$.

强化训练 2 整式的运算

1. A 2. C 3. B 4. -3 5. 8 6. $\frac{4}{7}$
7. 6 提示: 设小长方形的长为 a cm、宽为 b cm, 大长方形的宽为 x cm, 则长为 $(x+3)$ cm. 所以 $C_1 = 2(x+x+3) = 4x+6$, $C_2 = 2(x+3) + 2[(x-2b)+(x-a)] = 6x+6-2(a+2b)$. 由题图 3 可知, $x+3=a+2b$, 所以 $C_2 = 6x+6-2(a+2b) = 6x+6-2(x+3) = 4x$. 所以 $C_1 - C_2 = 4x+6-4x=6$.
8. $n(n-1)+1$
9. (1) 解: 能被 11 整除. 理由如下:
因为 $(\overline{ab} + \overline{ba}) = (10a+b) + (10b+a) = 11a+11b = 11(a+b)$, 所以能被 11 整除.
(2) ① $100x+10y+z$ ② $9(11x+y)$
10. 解: (1) 76 提示: 里程费为 $1.6 \times 30 = 48$ (元), 时长费为 $0.5 \times 40 = 20$ (元). 因为里程 $30 \text{ km} > 10 \text{ km}$, 所以远途费为 $0.4 \times (30-10) = 8$ (元), 所以车费为 $48+20+8=76$ (元).
(2) 当 $0 \leq m \leq 10$ 时, 应付车费为 $(1.6m+0.5n)$ 元; 当 $m > 10$ 时, 应付车费为 $1.6m+0.5n+0.4(m-10) = (2m+0.5n-4)$ 元.
(3) 选择路线 1 所付车费较少. 理由如下:
路线 1 的费用为 $(1.6x+0.5y)$ 元. 路线 2 的费用为 $1.6(x+5)+0.5(y-10)+0.4(x+5-10) = (2x+0.5y+1)$ 元. 所以 $(2x+0.5y+1) - (1.6x+0.5y) = 0.4x+1$. 因为 $5 < x < 10$, 所以 $0.4x+1 > 0$, 故 $2x+0.5y+1 > 1.6x+0.5y$. 因此, 路线 1 的费用较少.
11. 解: (1) a^2-b^2
(2) $(a-b)(a+b)$

$$(3) a^2-b^2=(a-b)(a+b)$$

$$(4) 103^2-97^2=(103-97) \times (103+97)=1\,200.$$

$$(5) \text{观察题表格可知, } a=x-9, b=x+7, c=x+9, d=x-7. \text{ 所以 } bd-ac=(x+7)(x-7)-(x-9)(x+9)=(x^2-49)-(x^2-81)=32.$$

强化训练 3 一元一次方程的综合问题

1. A 2. C
3. D 提示: 当 $x \geq 1$ 时, 有 $|x|-1=1$, 解得 $x=2$ 或 $x=-2$ (舍去); 当 $x < 1$ 时, 有 $\frac{x}{3}+2=1$, 解得 $x=-3$. 综上所述, 输入的数值 x 为 2 或 -3.
4. B 提示: 设行驶途中停下来的位置为 C 地, $AC=x$ km. 从甲车的角度考虑问题, 要想 B 地离 A 地最远, 甲车在 C 地注入乙车的气体燃料需注满乙车 (这样乙车才能行驶更远), 且甲车能从 C 地刚好返回 A 地, 由于从 A 地到 C 地, 甲、乙两车消耗的燃料一样多, 所以甲车在 C 地注入给乙车的燃料能使乙车多行驶 x km, 所以对于甲车, $x+x+x=210$, 解得 $x=70$. 从乙车的角度考虑问题, 乙车从 C 地加满燃料行驶到 B 地后, 返回 A 地时刚好燃料用完, 此时 B 地离 A 地最远, 所以 $AB=(210+70) \div 2=140$ (km), 即 B 地最远可距离 A 地 140 km.
5. 9
6. -81 提示: 设这三个数中的中间一个数为 n , 则前面一个数为 $-\frac{1}{3}n$, 后面一个数为 $-3n$. 所以 $n - \frac{1}{3}n - 3n = -567$, 解得 $n=243$. 所以这三个数中的第一个数是 $-\frac{1}{3}n = -81$.
7. 解: (1) 2
(2) 将 $4x+3m+1=0$ 写成 $4x-(-3m-1)=0$ 的形式, 将 $5x-n+2=0$ 写成 $5x-(n-2)=0$ 的形式. 因为 $4x+3m+1=0$ 与 $5x-n+2=0$ 互为“伴生方程”, 所以 $-3m-1=5, n-2=4$, 解得 $m=-2, n=6$.
(3) 因为 $5x-b=0$, 所以 $x=\frac{b}{5}$. 因为 $5x-$

$b=0$ 的“伴生方程”是 $bx-5=0$, 解得 $x=\frac{5}{b}$. 因为 $\frac{b}{5}, \frac{5}{b}$ 均为整数, 所以 $b=\pm 5$.

8. 解: (1) $(x-6)$

(2) 由题意可知, 他们点了 6 份 C 套餐, 点了 2 份 B 套餐, 则点 A 套餐的份数为 $13-6-2=5$. 所以他们应该花费 $5 \times 18 + 2 \times 26 + 6 \times 30 = 322$ (元). 又因为消费满 300 元, 减 30 元, 所以实际花费为 $322 - 30 = 292$ (元).

答: 若他们点的套餐共有 8 份青菜, 则实际花费 292 元.

(3) 由题意可知, 他们点了 6 份 C 套餐, 点了 $(x-6)$ 份 B 套餐, 则点 A 套餐的份数为 $13-6-(x-6)=13-x$. 因为他们点套餐优惠后实际花费了 300 元, 消费满 300 元, 减 30 元, 所以他们点套餐优惠前花费了 330 元. 所以 $18(13-x) + 26(x-6) + 6 \times 30 = 330$, 解得 $x=9$, 则 $x-6=3$, $13-x=4$.

答: 他们点了 4 份 A 套餐, 3 份 B 套餐, 6 份 C 套餐.

9. 解: (1) 由题意可知, 储水箱水面下降的速度为 $\frac{12}{4+2}=2$ (dm/min), 水池水面在前 4 min

内上升的速度为 $\frac{14-2}{4}=3$ (dm/min). 设注水

t min 后, 储水箱和水池中的水深相同. 根据题意, 得 $12-2t=2+3t$, 解得 $t=2$.

答: 注水 2 min 后, 储水箱和水池中的水深度相同.

(2) 解法 1 设石柱的底面积为 $x \text{ dm}^2$.

因为水池前 4 min 注入的水量是后 2 min 注入水量的 2 倍, 所以 $(14-2)(42-x)=2 \times (19-14) \times 42$, 解得 $x=7$. 所以石柱的底面积为 7 dm^2 .

解法 2 由题意可知, 水池水面在后 2 min

内上升的速度为 $\frac{19-14}{2}=2.5$ (dm/min). 又

由(1)可知, 水池水面在前 4 min 内上升的速度为 3 dm/min. 所以(水池的底面积-石柱的底面积): 水池的底面积 $=2.5:3=5:6$. 又因为水池的底面积为 42 dm^2 , 所以石柱的底面积为 7 dm^2 .

解法 3 由解法 2 可知, 水池水面在前 4 min 内上升的速度为 3 dm/min, 在后 2 min 内上升的速度为 2.5 dm/min. 设石柱的底面积为 $x \text{ dm}^2$. 根据题意, 得 $3 \times 4 \times (42-x) = 2 \times 2.5 \times 2 \times 42$, 解得 $x=7$. 所以石柱的底面积为 7 dm^2 .

(3) $1\ 080 \text{ dm}^3$. 提示: 由条件, 得石柱的底面积为 $168 \div 14 = 12 (\text{dm}^2)$. 又由(2)解法 2, 可得(水池的底面积-石柱的底面积): 水池的底面积 $=2.5:3=5:6$, 所以水池的底面积为 72 dm^2 . 因为 6 min 后储水箱中的水全部注入了水池, 所以注水前储水箱中水的体积等于水池中最终含有的水的体积减去水池中原有的水的体积, 所以注水前储水箱中水的体积为 $72 \times 19 - 168 - (72 - 12) \times 2 = 1\ 080 (\text{dm}^3)$.

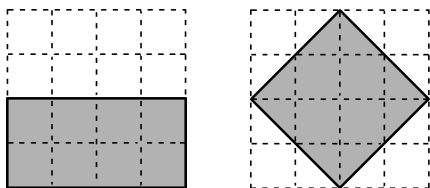
强化训练 4 立体图形与平面图形

1. B 2. A 3. A 4. B 5. A

6. ①②③④ 7. 8 8. 2

9. 解: (1) ①它们都是对称的. ②它们的面积都是 8, 都是正方形面积的一半. (合理即可)

(2) 如图所示. (合理即可)

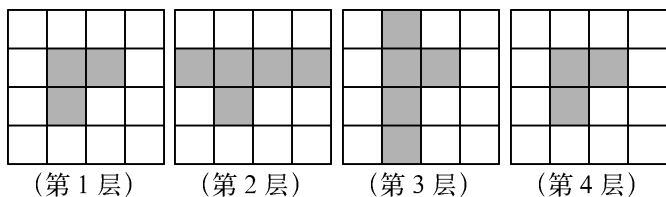


10. 解: (1) 圆柱 面动成体

(2) 这个几何体的表面积是 $2 \times \pi \times 4 \times 5 + \pi \times 4^2 \times 2 = 72\pi (\text{cm}^2)$.

(3) 这个几何体的体积是 $\pi \times 4^2 \times 5 = 80\pi (\text{cm}^3)$.

11. 解:(1) 如图所示.



(2) 这个正方体模型的体积是 $(13+11+11+13) \times (1 \times 1 \times 1) = 48$.

强化训练 5 线与角

1. D 2. B 3. B

4. C 提示:由条件,得 $BO=2AO$, $AB=BO+AO$.

所以 $AO=\frac{1}{3}AB$, $BO=\frac{2}{3}AB$. 所以 $AO+\frac{1}{2}AB=$

$AO+\frac{1}{2}(AO+BO)=\frac{5}{4}BO$, $2AO+\frac{1}{2}BO=BO+$

$AO=AB$,故选项 A,B,D 错误,选项 C 正确.

5. A 提示:因为 $\angle ABE=30^\circ$, 所以 $\angle BEA' =$

$\angle BEA=60^\circ$, 所以 $\angle A'EA=120^\circ$. 因为 $\angle AED =$

n° , 所以 $\angle A'ED = \angle A'EA - \angle AED = (120 -$

$n)^\circ$, 所以 $\angle DED' = 180^\circ - \angle A'ED = (60 + n)^\circ$. 因

为 $\angle CED' = \angle CED$, 所以 $\angle CED' = \frac{1}{2} \angle DED' =$

$(\frac{60+n}{2})^\circ$. 因为 $A'D' \parallel BC$, 所以 $\angle BCE =$

$\angle CED' = (\frac{60+n}{2})^\circ$.

6. 34° 提示:延长 DC 交 AE 于点 F. 因为 $AB \parallel CD$,

$\angle BAE=87^\circ$, 所以 $\angle CFE=87^\circ$. 又因为 $\angle DCE =$

121° , 所以 $\angle ECF = 180^\circ - \angle DCE = 59^\circ$, $\angle E =$

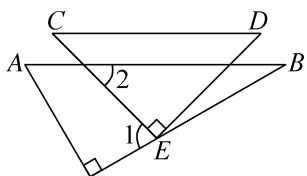
$180^\circ - \angle ECF - \angle CFE = 180^\circ - 59^\circ - 87^\circ = 34^\circ$.

7. 75° 提示:如图,由题意,得 $\angle C = \angle D = 45^\circ$. 因为

$AB \parallel CD$, 所以 $\angle 2 = \angle C = 45^\circ$. 因为 $\angle B = 30^\circ$, 所

以 $\angle CEB = 180^\circ - \angle 2 - \angle B = 105^\circ$, 所以 $\angle 1 =$

$180^\circ - \angle CEB = 180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$.



8. 110° 或 70° 提示:分两种情况讨论. ①如图 1, 若

OM 在 AC 上方, 因为 OD 平分 $\angle BOC$, 所以

$\angle COD = \angle BOD$. 因为 $4\angle BOE + \angle BOC = 180^\circ$,

$\angle AOB + \angle BOC = 180^\circ$, 所以 $\angle AOB = 4\angle BOE$,

即 $\angle AOE = 3\angle BOE$. 设 $\angle BOE = \alpha$, 则 $\angle AOE =$

3α , $\angle COD = \angle BOD = \angle DOE - \angle BOE = 70^\circ - \alpha$.

因为 $\angle AOE + \angle DOE + \angle COD = 180^\circ$, 所以 $3\alpha +$

$70^\circ + 70^\circ - \alpha = 180^\circ$, 解得 $\alpha = 20^\circ$. 所以 $\angle BOE =$

20° . 因为 $OM \perp OB$, 所以 $\angle MOB = 90^\circ$. 所以

$\angle MOE = \angle BOE + \angle MOB = 20^\circ + 90^\circ = 110^\circ$. ②如

图 2, 若 OM 在 AC 下方, 则 $\angle MOE = \angle MOB -$

$\angle BOE = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$.

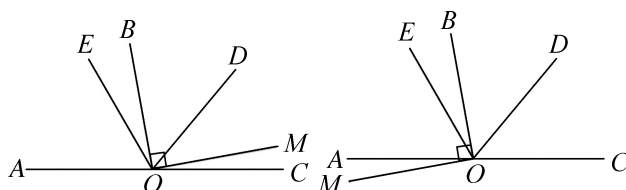


图 1

图 2

9. 2 或 3 或 5 提示:分三种情况:①当 $A'C \parallel AB$

时, $\angle A'CA = \angle BAC = 45^\circ$, 所以 $15t = 45$, 解得 $t =$

3; ②当 $A'D' \parallel AC$ 时, $\angle A'CA = \angle A' = 30^\circ$, 所以

$15t = 30$, 解得 $t = 2$; ③当 $A'D' \parallel AB$ 时, 如图, 过点

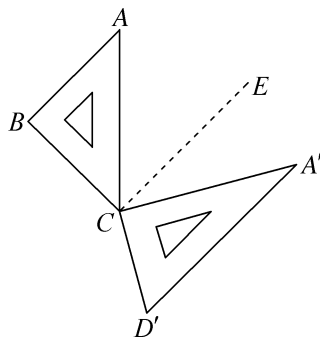
C 作 $CE \parallel A'D'$, 可证 $CE \parallel AB$, 所以 $\angle A'CA =$

$\angle A + \angle A' = 75^\circ$, 所以 $15t = 75$, 解得 $t = 5$. 综上所述,

当旋转时间 $t = 2$ s 或 $t = 3$ s 或 $t = 5$ s 时, 三角

板 $A'CD'$ 有一条边与三角板 ABC 的一条边恰好

平行.



10. 解:(1) 因为 M, N 分别是 AC, BC 的中

点, 所以 $MN = MC + CN = \frac{1}{2}AC +$

$\frac{1}{2}BC = 4 + 3 = 7$.

(2) $MN = \frac{1}{2}m$. 理由如下:

因为 M, N 分别是 AC, BC 的中点, 所

以 $MN = MC + CN = \frac{1}{2}AC + \frac{1}{2}BC =$

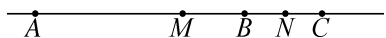
$$\frac{1}{2}(AC+BC)=\frac{1}{2}AB=\frac{1}{2}m.$$

(3) 成立. 理由如下:

如图, 因为 M, N 分别是 AC, BC 的中点,

$$\text{所以 } MN = MC - CN = \frac{1}{2}AC - \frac{1}{2}BC =$$

$$\frac{1}{2}(AC - BC) = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}m.$$



11. 解: (1) 因为 $AC \parallel DE$, 所以 $\angle D + \angle ACD = 180^\circ$. 又因为 $\angle D + \angle BAC = 180^\circ$, 所以 $\angle ACD = \angle BAC$, 所以 $AB \parallel CD$.

(2) 因为 $AC \parallel DE$, $\angle CED = 35^\circ$, 所以 $\angle ACE = \angle CED = 35^\circ$. 因为 CE 平分 $\angle ACD$, 所以 $\angle ACD = 2\angle ACE = 70^\circ$. 由 (1) 知 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle BAC = \angle ACD = 70^\circ$. 又因为 $AB \perp BC$, 所以 $\angle B = 90^\circ$, 所以 $\angle ACB = 180^\circ - \angle B - \angle BAC = 180^\circ - 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$.

12. 解: (1) ① 75°

② $2\angle AOM - \angle BOE = 180^\circ$. 理由如下:

因为 $AB \perp CD$, 所以 $\angle BOD = \angle BOC = \angle AOC = 90^\circ$. 设 $\angle COM = x$, 所以 $\angle BOM = \angle BOC - \angle COM = 90^\circ - x$, $\angle AOM = \angle AOC + \angle COM = 90^\circ + x$. 因为 OM 平分 $\angle COF$, 所以 $\angle MOF = \angle COM = x$, 所以 $\angle BOF = \angle MOF - \angle BOM = x - (90^\circ - x) = 2x - 90^\circ$. 因为 $\angle EOF = 90^\circ$, 所以 $\angle BOE = \angle EOF + \angle BOF = 90^\circ + 2x - 90^\circ = 2x$, 所以 $2\angle AOM - \angle BOE = 2(90^\circ + x) - 2x = 180^\circ$.

(2) $2\angle AOM - \angle BOE$ 等于 210° 或 150° , $2\angle AOM + \angle BOE$ 等于 210° 或 510° .

提示: 在旋转过程中, 依各射线的位置关系的变化, 角之间的和差关系, 以及所指代不超过 180° 的角必然发生变化, 所以具有下述图 1~9 的各种情形. 至于具体细节论述, 可参照 (1) 题的第 ② 小题.

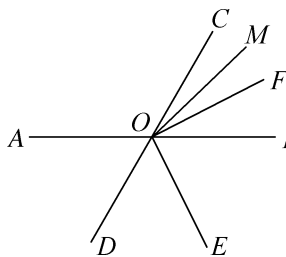


图 1: $0^\circ < \angle COM \leq 30^\circ$

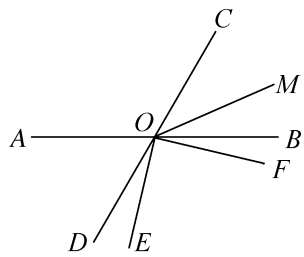


图 2: $30^\circ < \angle COM \leq 45^\circ$

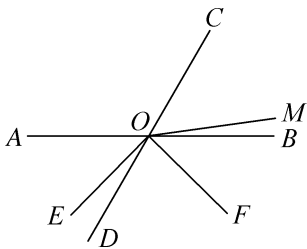


图 3: $45^\circ < \angle COM \leq 60^\circ$

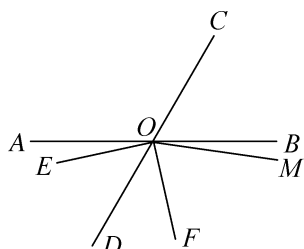


图 4: $60^\circ < \angle COM \leq 75^\circ$

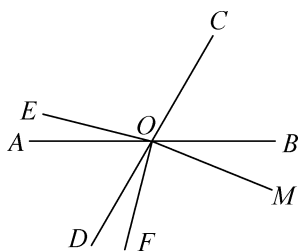


图 5: $75^\circ < \angle COM \leq 90^\circ$

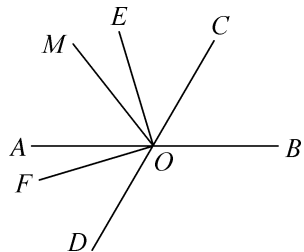


图 6: $60^\circ < \angle COM \leq 90^\circ$

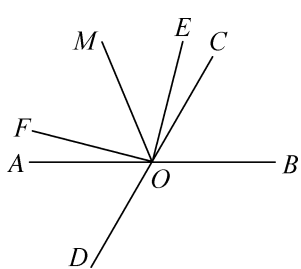


图 7: $45^\circ < \angle COM \leq 60^\circ$

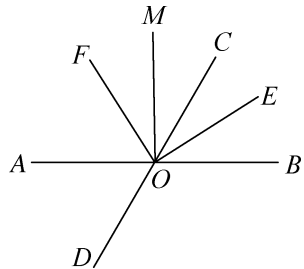


图 8: $15^\circ < \angle COM \leq 45^\circ$

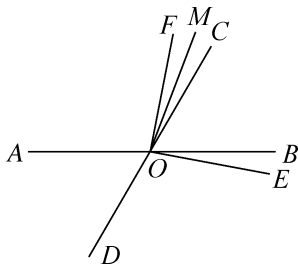


图 9: $0^\circ \leq \angle COM \leq 15^\circ$

13. 解: (1) 过点 A 作 $AK \parallel EF$. 因为 $AK \parallel EF$, 所以 $\angle AEF + \angle EAK = 180^\circ$. 因为 $EF \parallel BC$, $AK \parallel EF$, 所以 $AK \parallel BC$. 所以 $\angle ABC + \angle KAB = 180^\circ$, 所以 $\angle AEF + \angle EAK + \angle ABC + \angle KAB = 360^\circ$, 即

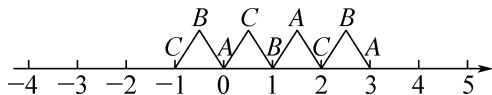
$$\angle A + \angle AEF + \angle ABC = 360^\circ.$$

(2) 120

(3) 因为 $AD \perp AE$, 所以 $\angle DAE = 90^\circ$. 因为 AH 平分 $\angle BAD$, 所以 $\angle BAH = \angle HAD$. 设 $\angle BAH = \angle HAD = \alpha$, $\angle CAD = \beta$, 则 $\angle ACE = 3\angle BAH = 3\alpha$, 所以 $\angle BAC = 2\alpha + \beta$. 因为 AC 平分 $\angle BAE$, 所以 $\angle EAC = \angle BAC = 2\alpha + \beta$, 所以 $\angle DAE = \angle CAD + \angle EAC = 2\alpha + 2\beta = 90^\circ$, 所以 $\angle HAC = \alpha + \beta = 45^\circ$. 因为 $AB \perp BC$, 所以 $\angle ABC = 90^\circ$. 过点 A 作 $AM \parallel BC$. 所以 $\angle ABC + \angle BAM = 180^\circ$, 所以 $\angle BAM = 90^\circ$, 所以 $\angle MAC = \angle BAM - \angle BAC = 90^\circ - (2\alpha + \beta) = 45^\circ - \alpha$, $\angle MAD = \angle MAB - \angle BAD = 90^\circ - 2\alpha$, 所以 $\angle EAM = \angle DAE - \angle MAD = 2\alpha$. 因为 $GF \parallel BC$, $AM \parallel BC$, 所以 $AM \parallel GF$, 所以 $\angle GEA = \angle EAM = 2\alpha$, 所以 $\angle AEF = 180^\circ - 2\alpha$. 因为 $\angle AEC + \angle GEC = 180^\circ$, $\angle GEC + \angle CEF = 180^\circ$, 所以 $\angle AEC = \angle CEF = \frac{1}{2} \angle AEF = 90^\circ - \alpha$. 因为 $AM \parallel BC$, 所以 $\angle ACB = \angle MAC = 45^\circ - \alpha$, 所以 $\angle ECB = \angle ACE + \angle ACB = 3\alpha + 45^\circ - \alpha = 2\alpha + 45^\circ$. 因为 $GF \parallel BC$, 所以 $\angle CEF = \angle ECB$, 即 $90^\circ - \alpha = 2\alpha + 45^\circ$, 所以 $\alpha = 15^\circ$, 所以 $\angle GEA = \angle EAM = 2\alpha = 30^\circ$.

素养提升 1

1. A 提示: 如图, 每 3 次翻转为一个循环组依次循环. 因为 $2\,024 \div 3 = 674 \cdots 2$, 所以翻转 2 024 次后点 B 在数轴上, 所以点 B 表示的数是 $2\,024 - 1 = 2\,023$.



2. A 提示: 观察第一行: $2, 4, 6, 8, 10, 12, \dots, 2n$, 所以第 100 个数为 $2 \times 100 = 200$, 所以 $x = 200$; 观察

第二行: $-3, 5, -7, 9, -11, 13, \dots, (-1)^n(2n+1)$, 所以第 100 个数为 $(-1)^{100} \times (2 \times 100 + 1) = 201$, 所以 $y = 201$; 观察第三行: $1, -4, 9, -16, 25, -36, \dots, (-1)^{n-1}n^2$, 所以第 100 个数为 $(-1)^{99} \times 100^2 = -10\,000$, 所以 $z = -10\,000$. 所以 $2x + y - z = 2 \times 200 + 201 - (-10\,000) = 10\,601$.

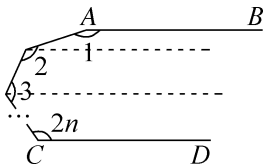
3. B 提示: 因为 $T(x, y) = \frac{2x+y}{x+y}$, 所以 $T(0, 1) = \frac{2 \times 0 + 1}{0 + 1} = 1$, 故①正确; 当 $x + y \neq 0$, $T(x, y) = \frac{2x+y}{x+y} = 1 + \frac{x}{x+y}$, 当 $x = 2, y = -3$ 时, $T(x, y) = 1 + \frac{x}{x+y} = 1 + \frac{2}{2 + (-3)} = -1 < 1$, 故②错误; $T(0, 1) + T(1, 2) + T(2, 3) + \dots + T(100, 101) + T(101, 101) + T(101, 100) + \dots + T(3, 2) + T(2, 1) + T(1, 0) = \frac{1}{1} + \frac{2 \times 1 + 2}{1 + 2} + \frac{2 \times 2 + 3}{2 + 3} + \dots + \frac{2 \times 100 + 101}{100 + 101} + \frac{2 \times 101 + 101}{101 + 101} + \frac{2 \times 101 + 100}{101 + 100} + \dots + \frac{3 \times 2 + 2}{3 + 2} + \frac{2 \times 2 + 1}{2 + 1} + \frac{2 \times 1 + 0}{1 + 0} = 1 + \frac{4}{3} + \frac{7}{5} + \dots + \frac{301}{201} + \frac{303}{202} + \frac{302}{201} + \dots + \frac{8}{5} + \frac{5}{3} + 2 = 3 \times 101 + \frac{3}{2} = 304 \frac{1}{2}$, 故③错误.

4. D 提示: 因为 $\angle MOA_1$ 的度数是 m° , 所以 $\angle A_1OA_2 = \frac{1}{2} \angle MOA_1 = \frac{1}{2} m^\circ$, 所以 $\angle MOA_2 = \angle MOA_1 + \angle A_1OA_2 = m^\circ + \frac{1}{2} m^\circ = \frac{3}{2} m^\circ = \left(2 - \frac{1}{2^1}\right) m^\circ$, $\angle A_2OA_3 = \frac{1}{2} \angle A_1OA_2 = \frac{1}{4} m^\circ$, 所以 $\angle MOA_3 = \angle MOA_2 + \angle A_2OA_3 = \frac{3}{2} m^\circ + \frac{1}{4} m^\circ = \frac{7}{4} m^\circ = \left(2 - \frac{1}{2^2}\right) m^\circ$, $\angle A_3OA_4 = \frac{1}{2} \angle A_2OA_3 = \frac{1}{8} m^\circ$, 所以 $\angle MOA_4 = \angle MOA_3 + \angle A_3OA_4 = \frac{7}{4} m^\circ + \frac{1}{8} m^\circ = \frac{15}{8} m^\circ = \left(2 - \frac{1}{2^3}\right) m^\circ \cdots$ 以此类推, 所以 $\angle MOA_n = \left(2 - \frac{1}{2^{n-1}}\right) m^\circ$.

5. C 提示: 由图可知, P_1 到 P_5 为顺时针, P_5 到 P_9 为逆时针, 每 8 个点为一周期循环. 因为 $(2\,024 - 1) \div 8 = 252 \cdots 7$, 所以点 $P_{2\,024}$ 落在射线 OC 上.

6. $180(2n-1)^\circ$ 提示: 如图, 过每个角的顶点作

AB 的平行线. 由“两直线平行, 同旁内角互补”可得两条平行线间的两个同旁内角的和为 180° , 一共有 $2n$ 个角, 则有 $(2n-1)$ 个 180° , 所以 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \cdots + \angle 2n = 180(2n-1)^\circ$.



7. (1) 线段 PQ

(2) 垂线段最短 两点之间线段最短

(3) 解: 连接 MQ. 根据基本事实“两点之间线段最短”, 可得 $OM + OQ > MQ$. 再根据基本事实“垂线段最短”, 可得 $MQ > MN$. 所以 $OM + OQ > MQ > MN$. 又因为 $OP = OM$, 所以 $PO + OQ > MN$, 即 $PQ > MN$.

8. 解: (1) 因为 $13 \times 77 = 1\,001$, 所以 $\overline{xyz} \times 13 \times 77 = \overline{xyz} \times 1\,001 = \overline{xyz} \times (1\,000 + 1) = \overline{xyz}000 + \overline{xyz} = \overline{xyzxyz}$, 所以 $\overline{xyz} \times 13 \times 77 = \overline{xyzxyz}$.

(2) 因为 $\overline{xyz} \times n001 = \overline{xyz} \times (1\,000n + 1) = 1\,000n \times \overline{xyz} + \overline{xyz}$, 又因为 $1\,000n \times \overline{xyz}$ 能被 1 000 整除, 所以 $1\,000n \times \overline{xyz} + \overline{xyz}$ 被 1 000 除的余数为 $\overline{xyz}$, 即 $\overline{xyz} \times n001$ 被 1 000 除的余数为 $\overline{xyz}$.

(3) 由(2)可知 $ab = \overline{n001}$, 当公钥 a 为 69, 则匹配的私钥 $b = \frac{\overline{n001}}{69}$. 因为 b 为两位正

整数, 所以当 $n = 2$ 时, 满足条件, 有 $b = \frac{2\,001}{69} = 29$.

(4) 11 91 (答案不唯一) 提示: 因为 $\overline{xyz} \times 1\,001 = \overline{xyzxyz}$, 所以对于匹配的钥匙 (a, b) , 则有 $ab = 1\,001$. 因为 $11 \times 91 = 1\,001$, 所以匹配的钥匙 $(11, 91)$.

素养提升 2

1. B 提示: 因为 $(x-2)^2$ 与 $|y+1|$ 互为相反数, 所以 $(x-2)^2 + |y+1| = 0$, 所以 $x-2=0, y+1=0$, 所以 $x=2, y=-1$, 所以 $\left(\frac{x}{y}\right)^3 = \left(\frac{2}{-1}\right)^3 = -8$.

2. B 提示: 由题可知, 设 $BC = n$, 则 $S_1 = 2b(n-a), S_2 = a(n-4b)$, 所以 $S_1 - S_2 = 2b(n-a) - a(n-4b) = (2b-a)n - 2ab + 4ab = (2b-a)n + 2ab$. 因为 $a=4, b=2$, 所以 $S_1 - S_2 = (2 \times 2 - 4)n + 2 \times 4 \times 2 = 16$.

3. B 提示: 由题意, 得 1 的个数比 -1 的个数多 25 个, 所以 -1 的个数为 $\frac{2\,025 - 25}{2} = 1\,000$. 因为 $1 - 1 = 0, -1 - 1 = -2$, 所以 $(x_1 - 1)^2 + (x_2 - 1)^2 + (x_3 - 1)^2 + \cdots + (x_{2\,025} - 1)^2 = 1\,000 \times (-2)^2 = 4\,000$.

4. $-\frac{5}{2\,021}$ 提示: 设 $\frac{1}{2\,022} + \frac{1}{2\,023} + \frac{1}{2\,024} = a$, 则原式 $= a - 2 \times \left(\frac{1}{2\,021} - a\right) - 3 \times \left(\frac{1}{2\,021} + a\right) = a - \frac{2}{2\,021} + 2a - \frac{3}{2\,021} - 3a = -\frac{5}{2\,021}$.

5. 15 提示: 由题意, 得 $1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 8 + 4 + 2 + 1 = 15$, 即将二进制数 1111 换算成十进制数为 15.

6. (1) $6x - 12y$

(2) -1 提示: 由题意, 得 $x^2 + x + 1 = 3$, 所以 $x^2 + x = 2$, 所以 $2x^2 + 2x - 5 = 2(x^2 + x) - 5 = 2 \times 2 - 5 = -1$.

(3) 解: 因为 $2b - c$ 的值为最大的负整数, 所以 $2b - c = -1$. 因为 $a - 2b = 7$, 所以 $3a + 4b - 2(3b + c) = 3a + 4b - 6b - 2c = 3(a - 2b) + 2(2b - c) = 3 \times 7 + 2 \times (-1) = 21 + (-2) = 19$.

7. 解: (1) 方程 $4x - (x + 5) = 1$ 与方程 $-2y - y = 3$ 是“美好方程”. 理由如下: 由 $4x - (x + 5) = 1$, 解得 $x = 2$; 由 $-2y - y = 3$, 解得 $y = -1$. 因为 $-1 + 2 = 1$, 所以方程 $4x - (x + 5) = 1$ 与方程 $-2y - y = 3$ 是“美好方程”.

(2) 因为“美好方程”的两个解的和为 1, 其中一个解为 n , 所以另一个方程的解为 $1 - n$. 因为两个解的差为 8, 所以 $1 - n - n = 8$ 或 $n - (1 - n) = 8$, 解得 $n = -\frac{7}{2}$ 或 $n = \frac{9}{2}$.

8. 解: (1) ①③ 提示: 解 $3x - \frac{9}{4} = 0$, 得 $x = \frac{3}{4}$,

$\angle DFO$.

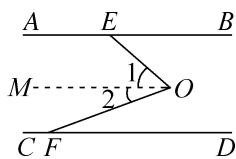


图 1

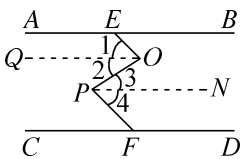


图 2

(2) $\angle EOP + \angle PFC = \angle BEO + \angle OPF$.

理由如下:

如图 2, 过点 O 向左作 $OQ \parallel AB$, 过点 P 向右作 $PN \parallel CD$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $OQ \parallel PN \parallel AB \parallel CD$, 所以 $\angle 1 = \angle BEO$, $\angle 2 = \angle 3$, $\angle 4 = \angle PFC$, 所以 $\angle 1 + \angle 2 + \angle PFC = \angle BEO + \angle 3 + \angle 4$, 即 $\angle EOP + \angle PFC = \angle BEO + \angle OPF$.

24. 解: (1) 因为 $AB = 28$ cm, 点 D, C 在线段 AB 上, $AC : BC = 5 : 2$, $DC : AB = 1 : 4$, 所以 $AC = 28 \times \frac{5}{7} = 20$ (cm), $DC = 28 \times \frac{1}{4} = 7$ (cm). 所以 $AD = 20 - 7 = 13$ (cm).

(2) 因为 $AC : BC = 5 : 2$, 所以 $BC = 28 \times \frac{2}{7} = 8$ (cm). 在点 P 到达点 C 前, 根据题意, 得 $8 - t = 20 - 4t$, 解得 $t = 4$; 在点 P 由点 C 返回后, 根据题意, 得 $8 - t = 4t - 20$, 解得 $t = 5.6$. 综上所述, t 的值为 4 或 5.6.

(3) 在点 P 到达点 C 前, 根据题意, 得 $8 - t + (20 - 4t) = 7$, 解得 $t = \frac{21}{5}$; 在点 P 从点 C 返回, 没有到达点 D 前, 根据题意, 得 $8 - t + (4t - 20) = 7$, 解得 $t = \frac{19}{3}$; 当点 P 从点 C 返回, 到达点 D 时, $t = 27 \div 4 = 6.75$, 此时点 Q 未到达点 C , 因为 $DC = 7$ cm, 所以当 $t = 8$ 时, $PQ = 7$ cm. 综上所述, t 的值为 $\frac{21}{5}$ 或 $\frac{19}{3}$ 或 8.

期末检测卷

1. C 2. C 3. B 4. C

5. C 提示: 由题图可知 $\angle 2$ 的对顶角是 $\angle 1$ 的同位角, $\angle 4$ 的对顶角是 $\angle 3$ 的同旁内角. 因为 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $l_1 \parallel l_2$, 所以 $\angle 4 = 180^\circ - \angle 3 = 125^\circ$.

6. C 7. C

8. C 提示: 由题意, 得电子跳蚤的路径为 $1-3-5-2-1-3-5-2-1 \dots$, 周期为 4. 因为 $2\ 025 \div 4 = 506 \dots 1$, 所以 2 025 次跳跃后它停在的点所对应的数为 3.

9. 1.12×10^6 10. 8 11. 135° 12. $\frac{2}{15}$

13. 58° 14. $6\ 600\text{ cm}^3$

15. 32 或 6 提示: 根据题意, 得 $5x + 2 = 162$, 解得 $x = 32$, 符合题意; $5x + 2 = 32$, 解得 $x = 6$, 符合题意; $5x + 2 = 6$, 解得 $x = 0.8$, 不符合题意, 舍去.

16. 5.5 cm 或 2.5 cm 提示: 如图 1, 当点 C 在线段 AB 上时, $AB = 8$ cm, $AC = 3$ cm, 所以 $BC = 5$ cm, 因为 D 为线段 BC 的中点, 所以 $CD = \frac{1}{2}BC = 2.5$ cm, 所以 $AD = AC + CD = 5.5$ cm; 如图 2, 当点 C 在线段 AB 的反向延长线上时, $AB = 8$ cm, $AC = 3$ cm, 所以 $BC = 11$ cm, 因为 D 为线段 BC 的中点, 所以 $CD = \frac{1}{2}BC = 5.5$ cm, 所以 $AD = CD - AC = 2.5$ cm. 综上所述, AD 的长为 5.5 cm 或 2.5 cm.

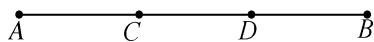


图 1

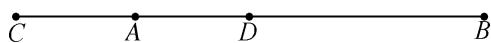


图 2

17. -5 提示: 由题意可知, 点 C 应在点 A 的左侧. 设点 C 所表示的数为 x . 根据“友好点”的定义可得, $BC = 2AC$, 即 $1 - x = 2(-2 - x)$, 解得 $x = -5$.

18. 390 提示: 根据规律可知, $2a - 1 = 19$, 解得 $a = 10$. 所以 $b = 2a = 20$, $x = 19b + a = 390$.

19. 解: (1) 原式 $= \left(-21\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) + \left(3\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) = -22 + 4 = -18$.

(2) 原式 $= -1 - 12 \div 6 = -1 - 2 = -3$.

20. 解: (1) 去括号, 得 $3x - 12 = 12$. 移项、合并同类项, 得 $3x = 24$. 系数化为 1, 得 $x = 8$.

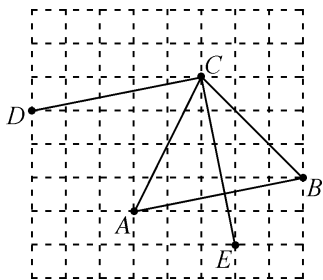
(2) 两边都乘 6, 得 $3(3x + 1) - (5x - 3) = -6$. 去括号, 得 $9x + 3 - 5x + 3 = -6$. 移项、合并同类项, 得 $4x = -12$. 系数化为 1, 得 $x = -3$.

21. 解: 原式 $= \frac{1}{2}(3a^2 - 5a^2 + 3ab) + 2a^2 - 2ab = \frac{1}{2}(-2a^2 + 3ab) + 2a^2 - 2ab =$

$-a^2 + \frac{3}{2}ab + 2a^2 - 2ab = a^2 - \frac{1}{2}ab$. 因为 $|a-2| + (b+3)^2 = 0$, 所以 $a=2, b=-3$. 所以原式 $= 2^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times (-3) = 7$.

22. BC 内错角相等, 两直线平行 $\angle 5$
 $\angle A$ 等量代换 两直线平行, 同旁内角
 互补 CF 同旁内角互补, 两直线平行

23. 解: (1) 如图所示. CD 即为所求.
 (2) 如图所示. CE 即为所求.



(3) < 9

24. (1) ① =

② 20 提示: 因为 $BC = \frac{3}{4}AC$, $AC = 16$ cm, 所以 $BC = 12$ cm. 所以 $AB = AC - BC = 16 - 12 = 4$ (cm). 因为 $AB = CD$, 所以 $CD = 4$ cm, 所以 $AD = AC + CD = 16 + 4 = 20$ (cm).

(2) 解: 设 $AB = 2x$ cm, $BC = 3x$ cm, $CD = 4x$ cm, 则 $AD = 9x$ cm. 因为 M, N 分别是 AB, CD 的中点, 所以 $BM = x$ cm, $CN = 2x$ cm. 因为 $MN = BM + BC + CN$, 所以 $x + 3x + 2x = 18$, 解得 $x = 3$. 所以 $AD = 9x = 27$ cm.

25. 解: (1) $\angle COE, \angle AOD, \angle BOC$.

(2) OF 平分 $\angle AOE$. 理由如下:

因为 OD 平分 $\angle BOE$, 所以 $\angle DOE = \angle BOD$. 因为 $\angle AOC = \angle BOD$, 所以 $\angle DOE = \angle AOC$. 因为 $OF \perp OD$, 所以 $\angle COF = \angle DOF = 90^\circ$, 即 $\angle AOF + \angle AOC = 90^\circ, \angle EOF + \angle DOE = 90^\circ$. 所以 $\angle AOF = \angle EOF$, 即 OF 平分 $\angle AOE$.

(3) 因为 OD 平分 $\angle BOE, \angle BOE = 60^\circ$, 所以 $\angle DOE = \angle BOD = \frac{1}{2} \angle BOE = 30^\circ$. 所以 $\angle AOD = 180^\circ - \angle BOD = 150^\circ$,

$$\angle EOF = 90^\circ - \angle DOE = 60^\circ.$$

26. 解: (1) $3, 4x$ (4. $6x - 360$)

(2) $3, 4 \times 300 = 1\ 020$ (元). 因为 $1\ 480$ 元 $> 1\ 020$ 元, 所以 4 月份用水超过 300 t. 设 4 月份用水 x t. 根据题意, 得 $4.6x - 360 = 1\ 480$, 解得 $x = 400$.

答: 该单位 4 月份用水 400 t.

(3) 设 5 月份用水为 y t, 则 6 月份用水为 $(700 - y)$ t. ① 若 $y \leq 300$, 则 $700 - y \geq 400$, 得 $3.4y + 4.6(700 - y) - 360 = 2\ 560$, 解得 $y = 250$, 则 $700 - y = 450$. ② 若 $y > 300$, 且 $700 - y > y$, 则该单位 5, 6 月份应交水费为 $4.6 \times 700 - 360 \times 2 = 2\ 500$ (元). 因为 $2\ 500 \neq 2\ 560$, 所以舍去. 所以该单位 5 月份用水 250 t, 6 月份用水 450 t.

27. 解: (1) 60

(2) $\angle FAB - \angle HCD = 90^\circ$. 理由如下:

因为 $AM \parallel FH, \angle EFH = 90^\circ$, 所以 $\angle EFH + \angle FAM = 180^\circ, \angle HCD = \angle AMC$. 所以 $\angle FAM = 180^\circ - \angle EFH = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle BAM = \angle AMC$, 所以 $\angle BAM = \angle HCD$. 因为 $\angle FAB - \angle HCD = \angle FAB - \angle BAM = \angle FAM = 90^\circ$. 所以无论 $\angle FAB$ 如何变化, $\angle FAB - \angle HCD$ 的值始终为定值, 该定值为 90° .

(3) $\angle FAB - \angle HCD = 180^\circ - \alpha$. 理由如下:

如图, 过点 A 作 $AN \parallel FH$, 交 CD 于点 N . 因为 $AN \parallel FH, \angle EFH = \alpha$, 所以 $\angle HCD = \angle ANC, \angle FAN = 180^\circ - \angle EFH = 180^\circ - \alpha$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle BAN = \angle ANC$, 所以 $\angle BAN = \angle HCD$. 所以 $\angle FAB - \angle HCD = \angle FAB - \angle BAN = \angle FAN = 180^\circ - \alpha$.

