

# 高中数学

# 小题才王做<sup>®</sup>

.....必修第一册 RA.....

主 编 恩波教育研究中心  
编 委 葛爱菊 乔 杰 李宁宁  
雷秋华 刘伟华 闫秀香

图书在版编目(CIP)数据

高中数学小题狂做. 必修. 第一册 : RA / 恩波教育  
研究中心主编. —南京 : 南京大学出版社, 2020. 7(2025. 5 重印)  
ISBN 978-7-305-23577-1  
I. ①高… II. ①恩… III. ①中学数学课—高中—习  
题集 IV. ①G634. 605  
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2020)第 127341 号

出版发行 南京大学出版社  
社 址 南京市汉口路 22 号 邮 编 210093

GAOZHONG SHUXUE XIAOTI KUANGZUO • BIXIU DI-YI CE • RA

书 名 高中数学小题狂做·必修第一册·RA  
主 编 恩波教育研究中心  
责任编辑 刘 琦 编辑热线 025-83530763

印 刷 江苏美尚佳彩印刷有限公司  
开 本 880 mm×1230 mm 1/16 开 印张 9 字数 229 千  
版 次 2020 年 7 月第 1 版 2025 年 5 月第 6 次印刷  
ISBN 978-7-305-23577-1  
定 价 49.80 元

网 址 <http://www.njupco.com>  
官方微博 <http://weibo.com/njupco>  
官方微信 njupress  
销售咨询热线 025-83594756

---

\* 版权所有,侵权必究  
\* 凡购买南大版图书,如有印装质量问题,请与所购  
图书销售部门联系调换

# 目录 Contents



## 第一章 集合与常用逻辑用语

1.1 集合的概念	
限时小练 1 集合的概念 .....	1
1.2 集合间的基本关系	
限时小练 2 集合间的基本关系 .....	3
1.3 集合的基本运算	
限时小练 3 集合的基本运算(1) .....	5
限时小练 4 集合的基本运算(2) .....	7
1.4 充分条件与必要条件	
限时小练 5 充分条件与必要条件 .....	9
1.5 全称量词与存在量词	
限时小练 6 全称量词与存在量词 .....	11
章末提优 .....	13
真题小练 .....	15

## 第二章 一元二次函数、方程和不等式

2.1 等式性质与不等式性质	
限时小练 7 等式性质与不等式性质(1) .....	16
限时小练 8 等式性质与不等式性质(2) .....	18
2.2 基本不等式	
限时小练 9 基本不等式(1) .....	20
限时小练 10 基本不等式(2) .....	22
2.3 二次函数与一元二次方程、不等式	
限时小练 11 二次函数与一元二次方程、不等式(1) ...	25
限时小练 12 二次函数与一元二次方程、不等式(2) ...	27
章末提优 .....	30
真题小练 .....	32
阶段温习(第一章) .....	32

## 第三章 函数的概念与性质

3.1 函数的概念及其表示	
限时小练 13 函数的概念 .....	33
限时小练 14 函数的表示法(1) .....	35
限时小练 15 函数的表示法(2) .....	38
3.2 函数的基本性质	
限时小练 16 单调性与最大(小)值(1) .....	42
限时小练 17 单调性与最大(小)值(2) .....	44
限时小练 18 奇偶性 .....	46
3.3 幂函数	
限时小练 19 幂函数 .....	48
3.4 函数的应用(一)	
限时小练 20 函数的应用(一) .....	50
章末提优 .....	53
真题小练 .....	56
阶段温习(第一章—第二章) .....	57

提升索引 见答案

▶方法	判断集合关系的三种方法/2
▶方法	由集合间的关系求参数问题的注意点及常用方法/2
▶方法	求解集合与方程问题的注意点/3
▶方法	利用集合交集、并集的性质解题的依据及关注点/4
▶方法	由集合的运算求解参数的方法/5
▶方法	全称量词命题和存在量词命题是互为否定的关系/6

▶方法	利用不等式的性质,运用整体思想求待求式的取值范围/10
▶方法	利用基本不等式解决实际问题的步骤/12

▶方法	简单函数定义域的求法/18
▶方法	判断一个对应关系是函数的方法/18
▶方法	构造函数问题的情境/18
▶方法	分段函数图象的作法及其应用/19
▶易错	忽视区间对函数单调性的制约/21
▶易错	函数定义域对求解不等式的限制作用/21
▶方法	利用单调性比较大小的或解不等式的相关结论/22
▶方法	利用定义证明函数单调性的步骤/22
▶方法	求含参二次函数的最值的方法/24
▶方法	构建数学模型解决实际问题的方法/27

## 第四章 指数函数与对数函数

<b>4.1 指数</b>	
限时小练 21	$n$ 次方根与分数指数幂 ..... 58
限时小练 22	无理数指数幂及其运算性质 ..... 60
<b>4.2 指数函数</b>	
限时小练 23	指数函数的概念 ..... 62
限时小练 24	指数函数的图象和性质(1) ..... 64
限时小练 25	指数函数的图象和性质(2) ..... 67
<b>4.3 对数</b>	
限时小练 26	对数的概念 ..... 69
限时小练 27	对数的运算 ..... 71
<b>4.4 对数函数</b>	
限时小练 28	对数函数的概念 ..... 73
限时小练 29	对数函数的图象和性质(1) ..... 75
限时小练 30	对数函数的图象和性质(2) ..... 77
限时小练 31	不同函数增长的差异 ..... 79
<b>4.5 函数的应用(二)</b>	
限时小练 32	函数的零点与方程的解 ..... 81
限时小练 33	用二分法求方程的近似解 ..... 84
限时小练 34	函数模型的应用(1) ..... 86
限时小练 35	函数模型的应用(2) ..... 89
章末提优	..... 93
真题小练	..... 96
阶段温习(第一章—第三章)	..... 97

▶易错	利用 $\sqrt[n]{a}$ 化简时忽略 $a$ 的取值范围/30
▶方法	根式与分数指数幂互化的规律/30
▶方法	指数幂的运算规律/31
▶方法	指数运算在实际问题中的应用/32
▶方法	无理指数幂运算的注意点/32
▶方法	求指数函数解析式的步骤/32
▶方法	函数图象辨识的方法/33
▶方法	解决指数函数图象问题的注意点/33
▶方法	解关于指数函数的不等式问题的方法/34
▶方法	指数式比较大小的方法/34
▶方法	对数式、指数式互化运算的技巧/36
▶方法	对数值比较大小的方法/38
▶方法	反函数的性质/39
▶方法	根据函数零点求参数取值(范围)的方法/41
▶方法	判断函数零点个数方法/41
▶方法	运用二分法求函数零点的条件/42

## 第五章 三角函数

<b>5.1 任意角和弧度制</b>	
限时小练 36	任意角 ..... 98
限时小练 37	弧度制 ..... 100
<b>5.2 三角函数的概念</b>	
限时小练 38	三角函数的概念 ..... 102
限时小练 39	同角三角函数的基本关系 ..... 104
<b>5.3 诱导公式</b>	
限时小练 40	诱导公式(1) ..... 106
限时小练 41	诱导公式(2) ..... 108
<b>5.4 三角函数的图象与性质</b>	
限时小练 42	正弦函数、余弦函数的图象 ..... 110
限时小练 43	正弦函数、余弦函数的性质(1) ..... 112
限时小练 44	正弦函数、余弦函数的性质(2) ..... 114
限时小练 45	正切函数的性质与图象 ..... 116
<b>5.5 三角恒等变换</b>	
限时小练 46	两角差的余弦公式 ..... 118
限时小练 47	两角和与差的正弦、余弦、正切公式 ..... 120
限时小练 48	二倍角的正弦、余弦、正切公式 ..... 122
限时小练 49	简单的三角恒等变换 ..... 124
<b>5.6 函数 <math>y = A \sin(\omega x + \varphi)</math></b>	
限时小练 50	函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ (1) ..... 126
限时小练 51	函数 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ (2) ..... 129
<b>5.7 三角函数的应用</b>	
限时小练 52	三角函数的应用 ..... 132
章末提优	..... 136
真题小练	..... 139
阶段温习(第一章—第四章)	..... 140

▶方法	判断角的集合间关系的两种方法/48
▶易错	未考虑终边相同的角的周期关系而致错/48
▶方法	角度与弧度换算的公式及注意点/49
▶方法	求三角函数周期的方法/55
▶方法	三角函数比较大小的方法/57
▶方法	$\omega < 0$ 时求三角函数单调区间的方法/58
▶易错	三角函数图象变换的注意点/64
▶方法	已知图象求 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ ( $A > 0, \omega > 0$ ) 的方法/65
▶方法	求 $y = A \sin(\omega x + \varphi) + k$ 的解析式的方法/68
▶方法	处理拟合曲线和预测问题的步骤/69

# 第一章 集合与常用逻辑用语

成长记录



智能错题本

►此练习要用到初高中衔接的第3练、第4练、第6练,同学们可先用《小帮手》复习回顾!

## 1.1 集合的概念

### 限时小练1 集合的概念

建议用时:40分钟

答案 P1

#### 训练要点

集合和元素的含义,列举法和描述法

一、单项选择题:本题共6小题,每小题5分,共30分.

1. 以下对象的全体不能构成集合的个数是 ( )

- (1) 高一(1)班的高个子同学; (2) 所有的数学难题;  
(3) 北京市中考分数580以上的同学; (4) 中国古代四大发明;  
(5) 我国的大河流; (6) 大于3的偶数.

A. 2 B. 3 C. 4 D. 6

2. 下列说法错误的是 ( )

- A.  $0 \in \mathbf{N}$  B.  $-5 \in \mathbf{Z}$   
C.  $\pi \in \mathbf{Q}$  D.  $-\sqrt{3} \in \mathbf{R}$

3. (教材变式) 若  $\{x | x^2 + px + q = 0\} = \{1, 3\}$ , 则  $p + q$  的值为 ( )

- A. -3 B. 3 C. -1 D. 7

4. 已知集合  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{a - b | a \in A, b \in A\}$ , 则集合  $B$  中元素的个数为 ( )

- A. 5 B. 6 C. 8 D. 9

5. 在下列集合的表示中, 集合  $P$  与集合  $Q$  表示同一集合的是 ( )

- A.  $P = \{2, 3\}, Q = \{23\}$   
B.  $P = \{(x, y) | x + y = 1\}, Q = \{y | x + y = 1\}$   
C.  $P = \{x | x > 1\}, Q = \{y | y > 1\}$   
D.  $P = \{(1, 2)\}, Q = \{(2, 1)\}$

6. 设  $x = \frac{1}{3 + 2\sqrt{2}}, y = 3 - \sqrt{2}$ , 若集合  $M = \{m | m = a + b\sqrt{2}, a \in \mathbf{Q}, b \in \mathbf{Q}\}$ , 则  $x, y$  与集合  $M$  的关系是 ( )

- A.  $x \in M, y \in M$  B.  $x \in M, y \notin M$   
C.  $x \notin M, y \in M$  D.  $x \notin M, y \notin M$

二、多项选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

7. 下列是集合  $M = \{(x, y) | x + y \leq 1, x \in \mathbf{N}, y \in \mathbf{N}\}$  中元素的有 ( )

- A. (0, 0) B. (0, 1)  
C. (1, 0) D. (2, -1)

8. 已知  $x, y, z$  为非零实数, 代数式  $\frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} + \frac{z}{|z|} + \frac{|xyz|}{xyz}$  的值所组成的集合是  $M$ , 则下列判断正确的是 ( )

- A.  $0 \notin M$  B.  $2 \in M$  C.  $-4 \in M$  D.  $4 \in M$

9. 下列说法错误的是

( )

- A. 集合  $\{x \in \mathbf{N} | x^3 = x\}$  用列举法表示为  $\{0, 1\}$
- B. 实数集可以表示为  $\{x | x \text{ 为所有实数}\}$  或  $\{\mathbf{R}\}$
- C. 能被 4 整除余 3 的所有自然数组成的集合用描述法可表示为  $\{x | x = 4n + 3, n \in \mathbf{N}\}$
- D. 集合  $\{y | y = x^2\}$  与  $\{(x, y) | y = x^2\}$  是同一个集合

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

10. 若  $-5 \in \{x | x^2 - ax - 5 = 0\}$ , 则集合  $\{x | x^2 - 3x + a = 0\}$  用列举法表示为\_\_\_\_\_.

11. 已知集合  $A = \{a + 2, a + 2a^2\}$ . 若  $3 \in A$ , 则实数  $a$  的值为\_\_\_\_\_.

12. 已知集合  $A = \left\{x \in \mathbf{N} \mid \frac{9}{10-x} \in \mathbf{N}\right\}$ ,  $B = \left\{\frac{9}{10-x} \in \mathbf{N} \mid x \in \mathbf{N}\right\}$ , 则集合  $A$  与  $B$  的相同元素组成的集合为\_\_\_\_\_.

四、解答题: 本题共 13 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. 已知集合  $A = \{x | ax^2 + 2x + 1 = 0, a \in \mathbf{R}\}$ .

- (1) 若集合  $A$  中只有一个元素, 求实数  $a$  的值;
- (2) 若集合  $A$  中至多有一个元素, 求实数  $a$  的取值范围;
- (3) 若集合  $A$  中有两个元素, 求实数  $a$  的取值范围.

### 一 拓广探索

14. **创新·新定义** [多选题] 设集合  $A = \{x | x = m + \sqrt{3}n, m, n \in \mathbf{N}^*\}$ . 若  $x_1 \in A, x_2 \in A$ ,

$x_1 \odot x_2 \in A$ , 则运算  $\odot$  可能是 ( )

- A. 加法
- B. 减法
- C. 乘法
- D. 除法



## 1.2 集合间的基本关系

### 限时小练 2 集合间的基本关系

建议用时:40 分钟 答案 P2

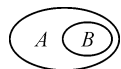
#### 训练要点

集合的包含关系,子集,真子集,空集,子集(真子集)个数,Venn 图

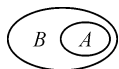
►此练习要用到初高中衔接的第 6 练,同学们可先用《小帮手》复习回顾!

#### 一、单项选择题:本题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

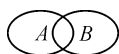
- 下列选项正确的是 ( )  
A.  $\{\text{质数}\} \subseteq \{\text{奇数}\}$   
B. 集合  $\{1,2,3\}$  与集合  $\{4,5,6\}$  没有相同的子集  
C. 空集是任何集合的真子集  
D. 若  $A \subseteq B, B \subseteq C$ , 则  $A \subseteq C$
- 集合  $M = \{0,1,2\}$  的子集为 ( )  
A.  $\{0\}, \{1\}, \{2\}$   
B.  $\{0\}, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}$   
C.  $\{0\}, \{1\}, \{2\}, \emptyset$   
D.  $\{0\}, \{1\}, \{2\}, \{1,2\}, \{0,1\}, \{0,2\}, \{0,1,2\}, \emptyset$
- 下列四个集合中为空集的是 ( )  
A.  $\{x | x+3=3\}$   
B.  $\{(x,y) | y^2 = -x^2, x,y \in \mathbf{R}\}$   
C.  $\{x | x^2 \leq 0\}$   
D.  $\{x | x^2 - x + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$
- 已知集合  $A = \{x | x-a \geq 0\}, B = \{x | 0 \leq x \leq 3\}$ . 若  $B \subseteq A$ , 则  $a$  的取值范围是 ( )  
A.  $\{a | a \leq 0\}$  B.  $\{a | a < 0\}$  C.  $\{a | a \leq 3\}$  D.  $\{a | a < 3\}$
- 满足  $\{3,4\} \subseteq M \subseteq \{0,1,2,3,4\}$  的所有集合  $M$  的个数是 ( )  
A. 6 B. 7 C. 8 D. 9
- 若集合  $A = \left\{x \mid x = \frac{n}{2}, n \in \mathbf{Z}\right\}, B = \left\{x \mid x = n + \frac{1}{2}, n \in \mathbf{Z}\right\}$ , 则下列图形能表示集合  $A$  与  $B$  关系的是 ( )



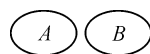
A



B



C



D

#### 二、多项选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分. 全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

- 下列表述正确的有 ( )  
A.  $a \subseteq \{a,b\}$  B.  $a \in \{a,b\}$   
C.  $\emptyset = \{0\}$  D.  $\emptyset \subseteq \{0\}$
- 已知集合  $A = \{x | x^2 - 2x = 0\}$ , 则 ( )  
A.  $\emptyset \subseteq A$  B.  $-2 \in A$   
C.  $\{0,2\} \subseteq A$  D.  $A \subseteq \{y | y < 3\}$
- 已知集合  $A = \{x | ax \leq 4\}, B = \{4, \sqrt{2}\}$ . 若  $B \subseteq A$ , 则实数  $a$  的值可能是 ( )  
A. -1 B. 1  
C. -2 D. 2

### 三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

10. (教材变式) 指出下列各组集合之间的关系:

(1)  $A = \{1, 2, 3\}, B = \{x | (x-1)(x-2) = 0\}$ ; \_\_\_\_\_

(2)  $A = \{x | x \text{ 是长方形}\}, B = \{x | x \text{ 是两条对角线相等的平行四边形}\}$ ; \_\_\_\_\_

(3)  $M = \{x | x = 2n - 1, n \in \mathbf{N}^*\}, N = \{x | x = 2n + 1, n \in \mathbf{N}^*\}$ ; \_\_\_\_\_

(4)  $A = \{x | 1 < x < 6\}, B = \{x | x - 1 < 8\}$ . \_\_\_\_\_

11. 已知  $\{x | x^2 - 2x + a = 0\} = \emptyset$ , 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

12. 已知集合  $M = \{x | x^2 + 2x - a = 0\}, N = \{x | x^2 + x = 0\}$ , 且  $M \subseteq N$ , 则实数  $a$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

### 四、解答题:本题共13分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. (1) 已知集合  $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}, B = \{x | m + 1 \leq x \leq 2m - 1\}$ . 若  $B \subsetneq A$ , 求实数  $m$  的取值范围.

(2) 若(1)中条件“ $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$ ”改为“ $A = \{x | -2 < x < 5\}$ ”, 其他条件不变, 求实数  $m$  的取值范围.

### 一 拓广探索

14. 设集合  $A = \{x \in \mathbf{R} | x^2 + 4x = 0\}, B = \{x \in \mathbf{R} | x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0, a \in \mathbf{R}\}$ .

(1) 若集合  $B$  有且仅有两个子集, 求实数  $a$  的取值范围;

(2) 若  $B \subseteq A$ , 求实数  $a$  的取值范围.



# 章末提优

建议用时:40 分钟 答案 P7

## 一、单项选择题:本题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

- [2025 广东汕头阶段练习]设集合  $U=\{1,2,3,4,5,6\}$ ,  $A=\{2,4,6\}$ ,  $B=\{2,3,4\}$ , 则  $\complement_U(A \cup B) =$  ( )  
 A.  $\{1,5\}$       B.  $\{2,4\}$       C.  $\{1,3,5\}$       D.  $\{2,3,4,6\}$
- [2025 山东日照阶段练习]设命题  $p: \exists n \in \mathbf{N}, n^2 > 2^n$ , 则  $\neg p$  为 ( )  
 A.  $\forall n \in \mathbf{N}, n^2 > 2^n$       B.  $\exists n \in \mathbf{N}, n^2 \leq 2^n$   
 C.  $\forall n \in \mathbf{N}, n^2 \leq 2^n$       D.  $\exists n \in \mathbf{N}, n^2 = 2^n$
- [2025 山东泰安阶段练习]已知集合  $A=\{x|0 < x \leq 3\}$ ,  $B=\{x|2 < x < 6\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )  
 A.  $\{x|3 < x < 6\}$       B.  $\{x|0 < x < 6\}$       C.  $\{x|2 < x \leq 3\}$       D.  $\{x|0 < x < 2\}$
- [2025 广东汕头阶段练习]设  $x \in \mathbf{R}$ , 则“ $x > 3$ ”是“ $|x-1| > 2$ ”的 ( )  
 A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
 C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件
- [2025 山东威海阶段练习]满足  $\{x|x^2-2x-3=0\} \subseteq A \subsetneq \{-1,0,1,2,3\}$  的集合  $A$  的个数为 ( )  
 A. 5      B. 6      C. 7      D. 8
- [2025 江苏连云港期中]已知集合  $A=\left\{x \mid x < \frac{3}{2}\right\}$ ,  $B=\{x|1-2x > 0\}$ , 则 ( )  
 A.  $A \cap B = \left\{x \mid x < \frac{1}{2}\right\}$       B.  $A \cap B = \emptyset$   
 C.  $A \cup B = \left\{x \mid x < \frac{1}{2}\right\}$       D.  $A \cup B = \mathbf{R}$

## 二、多项选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分. 全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

- [2025 江西赣州阶段练习]已知集合  $\{x|mx^2-2x+1=0\} = \{n\}$ , 则  $m-n$  的值可能为 ( )  
 A. 0      B.  $-\frac{1}{2}$       C. 1      D. 2
- [2025 山东济宁阶段练习]下列叙述正确的是 ( )  
 A.  $\exists x \in \mathbf{R}, x^2-3x+3 < 0$   
 B. 命题“ $\exists x \in \mathbf{R}, 1 < y \leq 2$ ”的否定是“ $\forall x \in \mathbf{R}, y \leq 1$  或  $y > 2$ ”  
 C. 设  $x, y \in \mathbf{R}$ , 则“ $x \geq 2$  且  $y \geq 2$ ”是“ $x^2+y^2 \geq 8$ ”的必要不充分条件  
 D. 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 > 0$ ”的否定是真命题
- [2025 广东佛山阶段练习]用  $\text{card}(P)$  表示集合  $P$  中元素的个数, 对于集合  $A, B$ , 定义  $A * B = |\text{card}(A) - \text{card}(B)|$ . 若集合  $A = \{x|x^2+ax-1=0\}$ ,  $B = \{x|(x^2-ax)(x^2+ax+1)=0\}$ , 且  $A * B = 1$ , 则实数  $a$  的值可能为 ( )  
 A. -2      B. 0      C. 1      D. 2

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

10. [2025 江苏常州期中]命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + a \neq 0$ ”为真命题,则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
11. [2025 上海期中]某班在一次测验中,有36人数学成绩不低于80分,有20人物理成绩不低于80分,有15人的数学、物理成绩都不低于80分,则这两科成绩中至少有一科不低于80分的人数为\_\_\_\_\_.
12. [2025 江西宜春阶段练习]定义集合  $P = \{x | a \leq x \leq b\}$  的“长度”是  $b - a$ ,其中  $a, b \in \mathbf{R}$ . 已知集合  $M = \{x | m \leq x \leq m + 1\}$ ,  $N = \left\{x \mid n - \frac{6}{5} \leq x \leq n\right\}$ ,且  $M, N$  都是集合  $\{x | 2 \leq x \leq 4\}$  的子集,则集合  $M \cap N$  的“长度”的最小值是\_\_\_\_\_.

四、解答题:本题共2小题,第1题13分,第2题15分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. [2025 山东泰安阶段练习]已知集合  $A = \{x | -2 \leq x \leq 2\}$ ,  $B = \{x | x > 1\}$ .
- (1) 求集合  $\complement_{\mathbf{R}} B \cap A$ ;
- (2) 设集合  $M = \{x | a < x < a + 6\}$ ,且  $A \cup M = M$ ,求实数  $a$  的取值范围.
14. [2025 广东肇庆期中]设  $U = \mathbf{R}$ ,已知集合  $A = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$ ,  $B = \{x | m + 1 \leq x \leq 2m - 1\}$ .
- (1) ①当  $m = 3$  时,求  $\complement_{\mathbf{R}}(A \cap B)$ ;
- ②当  $4 \in B$  时,求实数  $m$  的取值范围.
- (2) 设  $p: x \in A; q: x \in B$ ,若  $p$  是  $q$  的必要不充分条件,求实数  $m$  的取值范围.

建议用时:20分钟 答案 P8

- [2023 新高考 II 卷,2] 设集合  $A = \{0, -a\}$ ,  $B = \{1, a-2, 2a-2\}$ . 若  $A \subseteq B$ , 则实数  $a =$  ( )  
 A. 2                      B. 1                      C.  $\frac{2}{3}$                       D. -1
- [2024 全国甲卷文,2] 若集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 9\}$ ,  $B = \{x | x+1 \in A\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )  
 A.  $\{1, 3, 4\}$                       B.  $\{2, 3, 4\}$   
 C.  $\{1, 2, 3, 4\}$                       D.  $\{0, 1, 2, 3, 4, 9\}$
- [2022 新高考 II 卷,1] 已知集合  $A = \{-1, 1, 2, 4\}$ ,  $B = \{x | |x-1| \leq 1\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )  
 A.  $\{-1, 2\}$                       B.  $\{1, 2\}$                       C.  $\{1, 4\}$                       D.  $\{-1, 4\}$
- [2022 全国甲卷文,1] 设集合  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ,  $B = \left\{x \mid 0 \leq x < \frac{5}{2}\right\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )  
 A.  $\{0, 1, 2\}$                       B.  $\{-2, -1, 0\}$                       C.  $\{0, 1\}$                       D.  $\{1, 2\}$
- [2022 新高考 I 卷,1] 若集合  $M = \{x | \sqrt{x} < 4\}$ ,  $N = \{x | 3x \geq 1\}$ , 则  $M \cap N =$  ( )  
 A.  $\{x | 0 \leq x < 2\}$                       B.  $\left\{x \mid \frac{1}{3} \leq x < 2\right\}$   
 C.  $\{x | 3 \leq x < 16\}$                       D.  $\left\{x \mid \frac{1}{3} \leq x < 16\right\}$
- [2024 全国甲卷理,2] 已知集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 9\}$ ,  $B = \{x | \sqrt{x} \in A\}$ , 则  $\complement_A(A \cap B) =$  ( )  
 A.  $\{1, 4, 9\}$                       B.  $\{3, 4, 9\}$                       C.  $\{1, 2, 3\}$                       D.  $\{2, 3, 5\}$
- [2023 全国乙卷理,2] 设集合  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $M = \{x | x < 1\}$ ,  $N = \{x | -1 < x < 2\}$ , 则  $\{x | x \geq 2\} =$  ( )  
 A.  $\complement_U(M \cup N)$                       B.  $N \cup \complement_U M$   
 C.  $\complement_U(M \cap N)$                       D.  $M \cup \complement_U N$
- [2024 新高考 II 卷,2] 已知命题  $p: \forall x \in \mathbf{R}, |x+1| > 1$ ; 命题  $q: \exists x > 0, x^3 = x$ , 则 ( )  
 A.  $p$  和  $q$  都是真命题                      B.  $\neg p$  和  $q$  都是真命题  
 C.  $p$  和  $\neg q$  都是真命题                      D.  $\neg p$  和  $\neg q$  都是真命题

## 真题小练

建议用时:10分钟 答案 P17

- [2024 新高考 I 卷,1] 已知集合  $A = \{x \mid -5 < x^3 < 5\}$ ,  $B = \{-3, -1, 0, 2, 3\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )  
A.  $\{-1, 0\}$       B.  $\{2, 3\}$       C.  $\{-3, -1, 0\}$       D.  $\{-1, 0, 2\}$
- [2023 新高考 I 卷,1] 已知集合  $M = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ,  $N = \{x \mid x^2 - x - 6 \geq 0\}$ , 则  $M \cap N =$  ( )  
A.  $\{-2, -1, 0, 1\}$       B.  $\{0, 1, 2\}$       C.  $\{-2\}$       D.  $\{2\}$
- [2024 上海卷,3] 已知  $x \in \mathbf{R}$ , 则不等式  $x^2 - 2x - 3 < 0$  的解集为\_\_\_\_\_.

## 阶段温习(第一章)

[学新不忘旧, 前面学过的知识看看你还记得吗?]

建议用时:20分钟 答案 P17

- [2025 湖北荆门期中] 命题“ $\forall x > 1, x^2 - x > 0$ ”的否定是 ( )  
A.  $\exists x_0 \leq 1, x_0^2 - x_0 > 0$       B.  $\exists x_0 > 1, x_0^2 - x_0 \leq 0$   
C.  $\forall x > 1, x^2 - x \leq 0$       D.  $\forall x > 1, x^2 - x > 0$
- [2025 湖北鄂东 2 月联考] 已知集合  $A = \{x \mid 1 < x < 6\}$ ,  $A \cup B = \{x \mid x < 6\}$ , 则  $B$  可能为 ( )  
A.  $\{x \mid x < 0\}$       B.  $\{x \mid x < 1\}$   
C.  $\{x \mid x < 3\}$       D.  $\{x \mid x < 7\}$
- [2025 百师联盟联考] 已知集合  $A = \{a^2, 0, -1\}$ ,  $B = \{a, b, 0\}$ , 且  $A = B$ , 则  $ab^{2025} =$  ( )  
A. 0      B. 1      C. -1      D.  $\pm 1$
- [多选题][2025 贵州安顺模拟预测] 已知集合  $A = \{a, a^2\}$ ,  $B = \{x \mid 1 \leq x \leq 4\}$ , 若“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的充分条件, 则实数  $a$  的取值可以是 ( )  
A. 1      B.  $\sqrt{2}$       C. 2      D. 4
- [多选题][2025 全国专题练习] 下列说法正确的有 ( )  
A. 命题  $p: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 < 0$ , 则命题  $p$  的否定是  $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 \geq 0$   
B. “ $|x| > |y|$ ”是“ $x > y$ ”的必要条件  
C. 命题“ $\forall x \in \mathbf{Z}, x^2 > 0$ ”是真命题  
D. “ $m < 0$ ”是“关于  $x$  的方程  $x^2 - 2x + m = 0$  有一正一负根”的充要条件
- [2025 上海期末] 已知集合  $M = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$ , 集合  $N = \{x \mid x^2 - ax + 3a - 5 = 0\}$ . 若  $M \cup N = M$ , 则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
- [2025 全国专题练习] 已知  $\alpha: x < 2m - 1$  或  $x > -m$ ,  $\beta: x < 2$  或  $x \geq 4$ . 若  $\alpha$  是  $\beta$  的必要条件, 则实数  $m$  的取值范围是\_\_\_\_\_.

# 阶段温习(第一章—第四章)

[学新不忘旧,前面学过的知识看看你还记得吗?]

建议用时:20分钟 答案 P72

- [2025 河北张家口开学考试]非空集合  $S \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , 并且  $S$  中的元素满足条件: 如果  $a \in S$ , 那么  $7-a \in S$ . 符合上述条件的集合  $S$  的个数是 ( )  
A. 4 B. 6 C. 7 D. 8
- [多选题][2025 山东潍坊开学考试]下列函数中是偶函数, 且满足“对任意  $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$ , 当  $x_1 > x_2$  时, 都有  $f(x_1) > f(x_2)$ ”的是 ( )  
A.  $y = x - \frac{1}{x}$  B.  $y = \lg|x| + 1$  C.  $y = x^{-4}$  D.  $y = 3^{|x|}$
- [多选题][2025 云南德宏开学考试]对于函数  $f(x) = \frac{a \cdot 3^x + a - 4}{3^x + 1} (a \in \mathbf{R})$ , 下列结论正确的是 ( )  
A. 函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$  B. 函数  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上为增函数  
C. 函数  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上为减函数 D. 当  $a = 2$  时, 函数  $f(x)$  为奇函数
- [多选题][2025 河南郑州开学考试]已知  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 0 < \frac{1}{c}$ , 则 ( )  
A.  $c + a > c + b$  B.  $a^2 > b^2$   
C.  $\sqrt{\frac{b}{a}} > \sqrt{\frac{a}{b}}$  D.  $c^a > c^b$
- [多选题][2025 河南开学考试]设函数  $f(x)$  的定义域为  $D, \forall x \in D, \exists y \in D$ , 使得  $f(y) = -f(x)$  成立, 则称  $f(x)$  为“美丽函数”. 下列函数是“美丽函数”的有 ( )  
A.  $y = 2^x$  B.  $y = \frac{1}{x-1}$   
C.  $y = \log_2(-x^2 + 3)$  D.  $y = \begin{cases} x^2 + 2x + 3, & x < 0, \\ -\sqrt{x} - 2, & x \geq 0 \end{cases}$
- [2025 安徽开学考试]不等式  $\frac{x^2 - 7}{x - 1} > 1$  的解集为 \_\_\_\_\_ (答案写成区间形式).
- [2025 北京开学考试]已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leq 1, \\ \log_2 x, & x > 1. \end{cases}$  若  $f(x) = 2$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_;  
若  $f(x) = m$  有三个不同的实数根  $x_1, x_2, x_3$ , 且满足  $x_1 < x_2 < x_3$ , 则  $(x_1 + x_2)m^{2025} + x_3$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.