

# 高中数学

# 小题才去做®

.....必修第一册 RA.....

主编 恩波教育研究中心  
编委 葛爱菊 乔杰 李宁宁  
雷秋华 刘伟华 闫秀香

**图书在版编目(CIP)数据**

高中数学小题狂做·必修·第一册·RA / 恩波教育  
研究中心主编. —南京 : 南京大学出版社, 2020.7(2025.5重印)  
ISBN 978-7-305-23577-1  
I. ①高… II. ①恩… III. ①中学数学课—高中—习题集 IV. ①G634.605  
中国版本图书馆 CIP 数据核字(2020)第 127341 号

出版发行 南京大学出版社  
社 址 南京市汉口路 22 号 邮 编 210093

GAOZHONG SHUXUE XIAOTI KUANGZUO · BIXIU DI-YI CE · RA  
**书 名 高中数学小题狂做·必修第一册·RA**  
主 编 恩波教育研究中心  
责任编辑 刘 琦 编辑热线 025-83530763  
印 刷 江苏美尚佳彩印刷有限公司  
开 本 880 mm×1230 mm 1/16 开 印张 9 字数 229 千  
版 次 2020 年 7 月第 1 版 2025 年 5 月第 6 次印刷  
ISBN 978-7-305-23577-1  
定 价 49.80 元

网 址 <http://www.njupco.com>  
官方微博 <http://weibo.com/njupco>  
官方微信 njupress  
销售咨询热线 025-83594756

---

\* 版权所有,侵权必究  
\* 凡购买南大版图书,如有印装质量问题,请与所购  
图书销售部门联系调换

# 目录 Contents



提升索引 见答案

## 第一章 集合与常用逻辑用语

1. 1	集合的概念	
	限时小练 1 集合的概念	1
1. 2	集合间的基本关系	
	限时小练 2 集合间的基本关系	3
1. 3	集合的基本运算	
	限时小练 3 集合的基本运算(1)	5
	限时小练 4 集合的基本运算(2)	7
1. 4	充分条件与必要条件	
	限时小练 5 充分条件与必要条件	9
1. 5	全称量词与存在量词	
	限时小练 6 全称量词与存在量词	11
	章末提优	13
	真题小练	15

- ▶方法 判断集合关系的三种方法/2
- ▶方法 由集合间的关系求参数问题的注意点及常用方法/2
- ▶方法 求解集合与方程问题的注意点/3
- ▶方法 利用集合交集、并集的性质解题的依据及关注点/4
- ▶方法 由集合的运算求解参数的方法/5
- ▶方法 全称量词命题和存在量词命题是互为否定的关系/6

## 第二章 一元二次函数、方程和不等式

2. 1	等式性质与不等式性质	
	限时小练 7 等式性质与不等式性质(1)	16
	限时小练 8 等式性质与不等式性质(2)	18
2. 2	基本不等式	
	限时小练 9 基本不等式(1)	20
	限时小练 10 基本不等式(2)	22
2. 3	二次函数与一元二次方程、不等式	
	限时小练 11 二次函数与一元二次方程、不等式(1)	25
	限时小练 12 二次函数与一元二次方程、不等式(2)	27
	章末提优	30
	真题小练	32
	阶段温习(第一章)	32

- ▶方法 利用不等式的性质,运用整体思想求待求式的取值范围/10
- ▶方法 利用基本不等式解决实际问题的步骤/12

## 第三章 函数的概念与性质

3. 1	函数的概念及其表示	
	限时小练 13 函数的概念	33
	限时小练 14 函数的表示法(1)	35
	限时小练 15 函数的表示法(2)	38
3. 2	函数的基本性质	
	限时小练 16 单调性与最大(小)值(1)	42
	限时小练 17 单调性与最大(小)值(2)	44
	限时小练 18 奇偶性	46
3. 3	幂函数	
	限时小练 19 幂函数	48
3. 4	函数的应用(一)	
	限时小练 20 函数的应用(一)	50
	章末提优	53
	真题小练	56
	阶段温习(第一章—第二章)	57

- ▶方法 简单函数定义域的求法/18
- ▶方法 判断一个对应关系是函数的方法/18
- ▶方法 构造函数问题的情境/18
- ▶方法 分段函数图象的作法及其应用/19
- ▶易错 忽视区间对函数单调性的制约/21
- ▶易错 函数定义域对求解不等式的限制作用/21
- ▶方法 利用单调性比较大小或解不等式的相关结论/22
- ▶方法 利用定义证明函数单调性的步骤/22
- ▶方法 求含参二次函数的最值的方法/24
- ▶方法 构建数学模型解决实际问题的方法/27

## 第四章 指数函数与对数函数

<b>4.1 指数</b>	
限时小练 21 $n$ 次方根与分数指数幂	58
限时小练 22 无理数指数幂及其运算性质	60
<b>4.2 指数函数</b>	
限时小练 23 指数函数的概念	62
限时小练 24 指数函数的图象和性质(1)	64
限时小练 25 指数函数的图象和性质(2)	67
<b>4.3 对数</b>	
限时小练 26 对数的概念	69
限时小练 27 对数的运算	71
<b>4.4 对数函数</b>	
限时小练 28 对数函数的概念	73
限时小练 29 对数函数的图象和性质(1)	75
限时小练 30 对数函数的图象和性质(2)	77
限时小练 31 不同函数增长的差异	79
<b>4.5 函数的应用(二)</b>	
限时小练 32 函数的零点与方程的解	81
限时小练 33 用二分法求方程的近似解	84
限时小练 34 函数模型的应用(1)	86
限时小练 35 函数模型的应用(2)	89
章末提优	93
真题小练	96
阶段温习(第一章—第三章)	97

►易错	利用 $\sqrt[n]{a}$ 化简时忽略 $a$ 的取值范围/30
►方法	根式与分数指数幂互化的规律/30
►方法	指数幂的运算规律/31
►方法	指数运算在实际问题中的应用/32
►方法	无理指数幂运算的注意点/32
►方法	求指数函数解析式的步骤/32
►方法	函数图象辨识的方法/33
►方法	解决指数函数图象问题的注意点/33
►方法	解关于指数函数的不等式问题的方法/34
►方法	指教式比较大小的方法/34
►方法	对数式、指教式互化运算的技巧/36
►方法	对数值比较大小的方法/38
►方法	反函数的性质/39
►方法	根据函数零点求参数取值(范围)的方法/41
►方法	判断函数零点个数的方法/41
►方法	运用二分法求函数零点的条件/42

## 第五章 三角函数

<b>5.1 任意角和弧度制</b>	
限时小练 36 任意角	98
限时小练 37 弧度制	100
<b>5.2 三角函数的概念</b>	
限时小练 38 三角函数的概念	102
限时小练 39 同角三角函数的基本关系	104
<b>5.3 诱导公式</b>	
限时小练 40 诱导公式(1)	106
限时小练 41 诱导公式(2)	108
<b>5.4 三角函数的图象与性质</b>	
限时小练 42 正弦函数、余弦函数的图象	110
限时小练 43 正弦函数、余弦函数的性质(1)	112
限时小练 44 正弦函数、余弦函数的性质(2)	114
限时小练 45 正切函数的性质与图象	116
<b>5.5 三角恒等变换</b>	
限时小练 46 两角差的余弦公式	118
限时小练 47 两角和与差的正弦、余弦、正切公式	120
限时小练 48 二倍角的正弦、余弦、正切公式	122
限时小练 49 简单的三角恒等变换	124
<b>5.6 函数 <math>y=A \sin(\omega x + \varphi)</math></b>	
限时小练 50 函数 $y=A \sin(\omega x + \varphi)(1)$	126
限时小练 51 函数 $y=A \sin(\omega x + \varphi)(2)$	129
<b>5.7 三角函数的应用</b>	
限时小练 52 三角函数的应用	132
章末提优	136
真题小练	139
阶段温习(第一章—第四章)	140

►方法	判断角的集合间关系的两种方法/48
►易错	未考虑终边相同的角的周期关系而致错/48
►方法	角度与弧度换算的公式及注意点/49
►方法	求三角函数周期的方法/55
►方法	三角函数比较大小的方法/57
►方法	$\omega < 0$ 时求三角函数单调区间的方法/58
►易错	三角函数图象变换的注意点/64
►方法	已知图象求 $y = A \sin(\omega x + \varphi)$ ( $A > 0, \omega > 0$ ) 的方法/65
►方法	求 $y = A \sin(\omega x + \varphi) + k$ 的解析式的方法/68
►方法	处理拟合曲线和预测问题的步骤/69

# 第一章 集合与常用逻辑用语



## 1.1 集合的概念

智能错题本

### 限时小练 1 集合的概念

建议用时:40分钟 ↗答案 P1

#### 训练要点

集合和元素的含义,列举法和描述法

此练习要用到初中衔接的第3练、第4练、第6练,同学们可先用《小帮手》复习回顾!

#### 一、单项选择题:本题共6小题,每小题5分,共30分.

1. 以下对象的全体不能构成集合的个数是 ( )  
 (1) 高一(1)班的高个子同学; (2) 所有的数学难题;  
 (3) 北京市中考分数580以上的同学; (4) 中国古代四大发明;  
 (5) 我国的大河流; (6) 大于3的偶数.  
 A. 2 B. 3 C. 4 D. 6
2. 下列说法错误的是 ( )  
 A.  $0 \in \mathbb{N}$  B.  $-5 \in \mathbb{Z}$   
 C.  $\pi \in \mathbb{Q}$  D.  $-\sqrt{3} \in \mathbb{R}$
3. [教材变式] 若  $\{x | x^2 + px + q = 0\} = \{1, 3\}$ , 则  $p + q$  的值为 ( )  
 A. -3 B. 3 C. -1 D. 7
4. 已知集合  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{a - b | a \in A, b \in A\}$ , 则集合  $B$  中元素的个数为 ( )  
 A. 5 B. 6 C. 8 D. 9
5. 在下列集合的表示中,集合  $P$  与集合  $Q$  表示同一集合的是 ( )  
 A.  $P = \{2, 3\}, Q = \{23\}$   
 B.  $P = \{(x, y) | x + y = 1\}, Q = \{y | x + y = 1\}$   
 C.  $P = \{x | x > 1\}, Q = \{y | y > 1\}$   
 D.  $P = \{(1, 2)\}, Q = \{(2, 1)\}$
6. 设  $x = \frac{1}{3+2\sqrt{2}}$ ,  $y = 3 - \sqrt{2}$ , 若集合  $M = \{m | m = a + b\sqrt{2}, a \in \mathbb{Q}, b \in \mathbb{Q}\}$ , 则  $x, y$  与集合  $M$  的关系是 ( )  
 A.  $x \in M, y \in M$  B.  $x \in M, y \notin M$   
 C.  $x \notin M, y \in M$  D.  $x \notin M, y \notin M$

#### 二、多项选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分. 全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

7. 下列是集合  $M = \{(x, y) | x + y \leqslant 1, x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}\}$  中元素的有 ( )  
 A. (0, 0) B. (0, 1)  
 C. (1, 0) D. (2, -1)
8. 已知  $x, y, z$  为非零实数, 代数式  $\frac{x}{|x|} + \frac{y}{|y|} + \frac{z}{|z|} + \frac{|xyz|}{xyz}$  的值所组成的集合是  $M$ , 则下列判断正确的是 ( )  
 A.  $0 \notin M$  B.  $2 \in M$  C.  $-4 \in M$  D.  $4 \in M$

9. 下列说法错误的是 ( )

- A. 集合 $\{x \in \mathbb{N} | x^3 = x\}$ 用列举法表示为 $\{0, 1\}$
- B. 实数集可以表示为 $\{x | x \text{ 为所有实数}\}$ 或 $\{\mathbf{R}\}$
- C. 能被 4 整除余 3 的所有自然数组成的集合用描述法可表示为 $\{x | x = 4n + 3, n \in \mathbb{N}\}$
- D. 集合 $\{y | y = x^2\}$ 与 $\{(x, y) | y = x^2\}$ 是同一个集合

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

10. 若 $-5 \in \{x | x^2 - ax - 5 = 0\}$ ,则集合 $\{x | x^2 - 3x + a = 0\}$ 用列举法表示为\_\_\_\_\_.

11. 已知集合 $A = \{a + 2, a + 2a^2\}$ . 若 $3 \in A$ , 则实数 $a$  的值为\_\_\_\_\_.

12. 已知集合 $A = \left\{ x \in \mathbb{N} \mid \frac{9}{10-x} \in \mathbb{N} \right\}$ ,  $B = \left\{ \frac{9}{10-x} \in \mathbb{N} \mid x \in \mathbb{N} \right\}$ , 则集合 $A$  与 $B$  的相同元素组成的集合为\_\_\_\_\_.

四、解答题:本题共 13 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. 已知集合 $A = \{x | ax^2 + 2x + 1 = 0, a \in \mathbf{R}\}$ .

- (1) 若集合 $A$  中只有一个元素,求实数 $a$  的值;
- (2) 若集合 $A$  中至多有一个元素,求实数 $a$  的取值范围;
- (3) 若集合 $A$  中有两个元素,求实数 $a$  的取值范围.

### 拓广探索

14. (创新·新定义)[多选题]设集合 $A = \{x | x = m + \sqrt{3}n, m, n \in \mathbb{N}^*\}$ . 若 $x_1 \in A, x_2 \in A$ ,  $x_1 \odot x_2 \in A$ , 则运算 $\odot$ 可能是 ( )

- A. 加法
- B. 减法
- C. 乘法
- D. 除法

## 1.2 集合间的基本关系

成长记录

### 限时小练 2 集合间的基本关系

建议用时:40分钟 ↗答案 P2

#### 训练要点

集合的包含关系,子集,真子集,空集,子集(真子集)个数,Venn 图

此练习要用到初中  
高中衔接的第 6 练,  
同学们可先用《小帮  
手》复习回顾!

一、单项选择题:本题共 6 小题,每小题 5 分,共 30 分.

1. 下列选项正确的是 ( )  
A.  $\{ \text{质数} \} \subseteq \{ \text{奇数} \}$   
B. 集合  $\{1, 2, 3\}$  与集合  $\{4, 5, 6\}$  没有相同的子集  
C. 空集是任何集合的真子集  
D. 若  $A \subseteq B, B \subseteq C$ , 则  $A \subseteq C$
2. 集合  $M = \{0, 1, 2\}$  的子集为 ( )  
A.  $\{0\}, \{1\}, \{2\}$   
B.  $\{0\}, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$   
C.  $\{0\}, \{1\}, \{2\}, \emptyset$   
D.  $\{0\}, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}, \{0, 1\}, \{0, 2\}, \{0, 1, 2\}, \emptyset$
3. 下列四个集合中为空集的是 ( )  
A.  $\{x | x+3=3\}$   
B.  $\{(x, y) | y^2=-x^2, x, y \in \mathbf{R}\}$   
C.  $\{x | x^2 \leqslant 0\}$   
D.  $\{x | x^2-x+1=0, x \in \mathbf{R}\}$
4. 已知集合  $A = \{x | x-a \geqslant 0\}$ ,  $B = \{x | 0 \leqslant x \leqslant 3\}$ . 若  $B \subseteq A$ , 则  $a$  的取值范围是 ( )  
A.  $\{a | a \leqslant 0\}$   
B.  $\{a | a < 0\}$   
C.  $\{a | a \leqslant 3\}$   
D.  $\{a | a < 3\}$
5. 满足  $\{3, 4\} \subseteq M \subseteq \{0, 1, 2, 3, 4\}$  的所有集合  $M$  的个数是 ( )  
A. 6  
B. 7  
C. 8  
D. 9
6. 若集合  $A = \left\{ x \mid x = \frac{n}{2}, n \in \mathbf{Z} \right\}$ ,  $B = \left\{ x \mid x = n + \frac{1}{2}, n \in \mathbf{Z} \right\}$ , 则下列图形能表示集合  $A$  与  $B$  关系的是 ( )  


二、多项选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分. 全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

7. 下列表述正确的有 ( )  
A.  $a \subseteq \{a, b\}$   
B.  $a \in \{a, b\}$   
C.  $\emptyset = \{0\}$   
D.  $\emptyset \subseteq \{0\}$
8. 已知集合  $A = \{x | x^2 - 2x = 0\}$ , 则 ( )  
A.  $\emptyset \subseteq A$   
B.  $-2 \in A$   
C.  $\{0, 2\} \subseteq A$   
D.  $A \subseteq \{y | y < 3\}$
9. 已知集合  $A = \{x | ax \leqslant 4\}$ ,  $B = \{4, \sqrt{2}\}$ . 若  $B \subseteq A$ , 则实数  $a$  的值可能是 ( )  
A.  $-1$   
B.  $1$   
C.  $-2$   
D.  $2$

▶方法总结

判断集合关系的三种

方法 见答案

▶方法总结

由集合间的关系求参

数问题的注意点及常

用方法 见答案

**三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.****10. (教材变式)**指出下列各组集合之间的关系:

- (1)  $A = \{1, 2, 3\}, B = \{x \mid (x-1)(x-2)=0\}; \underline{\hspace{2cm}}$   
 (2)  $A = \{x \mid x \text{ 是长方形}\}, B = \{x \mid x \text{ 是两条对角线相等的平行四边形}\}; \underline{\hspace{2cm}}$   
 (3)  $M = \{x \mid x = 2n-1, n \in \mathbb{N}^*\}, N = \{x \mid x = 2n+1, n \in \mathbb{N}^*\}; \underline{\hspace{2cm}}$   
 (4)  $A = \{x \mid 1 < x < 6\}, B = \{x \mid x-1 < 8\}. \underline{\hspace{2cm}}$

**11.**已知 $\{x \mid x^2 - 2x + a = 0\} = \emptyset$ ,则实数  $a$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .**12.**已知集合  $M = \{x \mid x^2 + 2x - a = 0\}, N = \{x \mid x^2 + x = 0\}$ ,且  $M \subseteq N$ ,则实数  $a$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .**四、解答题:本题共13分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.****13. (1)**已知集合  $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 5\}, B = \{x \mid m+1 \leq x \leq 2m-1\}$ .若  $B \subsetneq A$ ,求实数  $m$  的取值范围.**(2)**若(1)中条件“ $A = \{x \mid -2 \leq x \leq 5\}$ ”改为“ $A = \{x \mid -2 < x < 5\}$ ”,其他条件不变,求实数  $m$  的取值范围.**拓广探索****14.**设集合  $A = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 + 4x = 0\}, B = \{x \in \mathbf{R} \mid x^2 + 2(a+1)x + a^2 - 1 = 0, a \in \mathbf{R}\}$ .

- (1)若集合  $B$  有且仅有两个子集,求实数  $a$  的取值范围;  
 (2)若  $B \subseteq A$ ,求实数  $a$  的取值范围.

▶方法总结

求解集合与方程问题

的注意点 见答案

## 章末提优

建议用时:40分钟 答案 P7

### 一、单项选择题:本题共6小题,每小题5分,共30分.

1. [2025 广东汕头阶段练习]设集合  $U=\{1,2,3,4,5,6\}$ ,  $A=\{2,4,6\}$ ,  $B=\{2,3,4\}$ , 则  $\complement_U(A \cup B)=$  ( )  
A.  $\{1,5\}$       B.  $\{2,4\}$       C.  $\{1,3,5\}$       D.  $\{2,3,4,6\}$
2. [2025 山东日照阶段练习]设命题  $p: \exists n \in \mathbb{N}, n^2 > 2^n$ , 则  $\neg p$  为 ( )  
A.  $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 > 2^n$       B.  $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 \leq 2^n$   
C.  $\forall n \in \mathbb{N}, n^2 \leq 2^n$       D.  $\exists n \in \mathbb{N}, n^2 = 2^n$
3. [2025 山东泰安阶段练习]已知集合  $A=\{x | 0 < x \leq 3\}$ ,  $B=\{x | 2 < x < 6\}$ , 则  $A \cap B=$  ( )  
A.  $\{x | 3 < x < 6\}$       B.  $\{x | 0 < x < 6\}$       C.  $\{x | 2 < x \leq 3\}$       D.  $\{x | 0 < x < 2\}$
4. [2025 广东汕头阶段练习]设  $x \in \mathbb{R}$ , 则“ $x > 3$ ”是“ $|x-1| > 2$ ”的 ( )  
A. 充分不必要条件      B. 必要不充分条件  
C. 充要条件      D. 既不充分也不必要条件
5. [2025 山东威海阶段练习]满足  $\{x | x^2 - 2x - 3 = 0\} \subseteq A \subsetneq \{-1, 0, 1, 2, 3\}$  的集合  $A$  的个数为 ( )  
A. 5      B. 6      C. 7      D. 8
6. [2025 江苏连云港期中]已知集合  $A=\left\{x \mid x < \frac{3}{2}\right\}$ ,  $B=\{x | 1-2x > 0\}$ , 则 ( )  
A.  $A \cap B=\left\{x \mid x < \frac{1}{2}\right\}$       B.  $A \cap B=\emptyset$   
C.  $A \cup B=\left\{x \mid x < \frac{1}{2}\right\}$       D.  $A \cup B=\mathbb{R}$

### 二、多项选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分. 全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

7. [2025 江西赣州阶段练习]已知集合  $\{x | mx^2 - 2x + 1 = 0\}=\{n\}$ , 则  $m-n$  的值可能为 ( )  
A. 0      B.  $-\frac{1}{2}$       C. 1      D. 2
8. [2025 山东济宁阶段练习]下列叙述正确的是 ( )  
A.  $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 3x + 3 < 0$   
B. 命题“ $\exists x \in \mathbb{R}, 1 < y \leq 2$ ”的否定是“ $\forall x \in \mathbb{R}, y \leq 1$  或  $y > 2$ ”  
C. 设  $x, y \in \mathbb{R}$ , 则“ $x \geq 2$  且  $y \geq 2$ ”是“ $x^2 + y^2 \geq 8$ ”的必要不充分条件  
D. 命题“ $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 > 0$ ”的否定是真命题
9. [2025 广东佛山阶段练习]用  $\text{card}(P)$  表示集合  $P$  中元素的个数,对于集合  $A, B$ , 定义  $A * B = |\text{card}(A) - \text{card}(B)|$ . 若集合  $A=\{x | x^2 + ax - 1 = 0\}$ ,  $B=\{x | (x^2 - ax) (x^2 + ax + 1) = 0\}$ , 且  $A * B=1$ , 则实数  $a$  的值可能为 ( )  
A. -2      B. 0      C. 1      D. 2

## 三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

10. [2025 江苏常州期中] 命题“ $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + a \neq 0$ ”为真命题，则实数  $a$  的取值范围是\_\_\_\_\_.
11. [2025 上海期中] 某班在一次测验中，有 36 人数学成绩不低于 80 分，有 20 人物理成绩不低于 80 分，有 15 人的数学、物理成绩都不低于 80 分，则这两科成绩中至少有一科不低于 80 分的人数为\_\_\_\_\_.
12. [2025 江西宜春阶段练习] 定义集合  $P = \{x \mid a \leqslant x \leqslant b\}$  的“长度”是  $b - a$ ，其中  $a, b \in \mathbf{R}$ . 已知集合  $M = \{x \mid m \leqslant x \leqslant m+1\}$ ,  $N = \left\{x \mid n - \frac{6}{5} \leqslant x \leqslant n\right\}$ , 且  $M, N$  都是集合  $\{x \mid 2 \leqslant x \leqslant 4\}$  的子集，则集合  $M \cap N$  的“长度”的最小值是\_\_\_\_\_.

## 四、解答题：本题共 2 小题，第 1 题 13 分，第 2 题 15 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

13. [2025 山东泰安阶段练习] 已知集合  $A = \{x \mid -2 \leqslant x \leqslant 2\}$ ,  $B = \{x \mid x > 1\}$ .

(1) 求集合  $\complement_{\mathbf{R}} B \cap A$ ;

(2) 设集合  $M = \{x \mid a < x < a+6\}$ , 且  $A \cup M = M$ , 求实数  $a$  的取值范围.

14. [2025 广东肇庆期中] 设  $U = \mathbf{R}$ , 已知集合  $A = \{x \mid -2 \leqslant x \leqslant 5\}$ ,  $B = \{x \mid m+1 \leqslant x \leqslant 2m-1\}$ .

(1) ①当  $m=3$  时, 求  $\complement_{\mathbf{R}}(A \cap B)$ ;

②当  $4 \in B$  时, 求实数  $m$  的取值范围.

(2) 设  $p: x \in A$ ;  $q: x \in B$ , 若  $p$  是  $q$  的必要不充分条件, 求实数  $m$  的取值范围.

## 真题小练

建议用时:20分钟 ↗答案 P8

1. [2023 新高考 II 卷,2] 设集合  $A = \{0, -a\}$ ,  $B = \{1, a-2, 2a-2\}$ . 若  $A \subseteq B$ , 则实数  $a =$  ( )
- A. 2      B. 1      C.  $\frac{2}{3}$       D. -1
2. [2024 全国甲卷文,2] 若集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 9\}$ ,  $B = \{x | x+1 \in A\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )
- A. {1, 3, 4}      B. {2, 3, 4}      C. {1, 2, 3, 4}      D. {0, 1, 2, 3, 4, 9}
3. [2022 新高考 II 卷,1] 已知集合  $A = \{-1, 1, 2, 4\}$ ,  $B = \{x | |x-1| \leq 1\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )
- A. {-1, 2}      B. {1, 2}      C. {1, 4}      D. {-1, 4}
4. [2022 全国甲卷文,1] 设集合  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ,  $B = \left\{x \mid 0 \leq x < \frac{5}{2}\right\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )
- A. {0, 1, 2}      B. {-2, -1, 0}      C. {0, 1}      D. {1, 2}
5. [2022 新高考 I 卷,1] 若集合  $M = \{x | \sqrt{x} < 4\}$ ,  $N = \{x | 3x \geq 1\}$ , 则  $M \cap N =$  ( )
- A.  $\{x | 0 \leq x < 2\}$       B.  $\left\{x \mid \frac{1}{3} \leq x < 2\right\}$   
C.  $\{x | 3 \leq x < 16\}$       D.  $\left\{x \mid \frac{1}{3} \leq x < 16\right\}$
6. [2024 全国甲卷理,2] 已知集合  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 9\}$ ,  $B = \{x | \sqrt{x} \in A\}$ , 则  $\complement_A(A \cap B) =$  ( )
- A. {1, 4, 9}      B. {3, 4, 9}      C. {1, 2, 3}      D. {2, 3, 5}
7. [2023 全国乙卷理,2] 设集合  $U = \mathbf{R}$ , 集合  $M = \{x | x < 1\}$ ,  $N = \{x | -1 < x < 2\}$ , 则  $\{x | x \geq 2\} =$  ( )
- A.  $\complement_U(M \cup N)$       B.  $N \cup \complement_U M$   
C.  $\complement_U(M \cap N)$       D.  $M \cup \complement_U N$
8. [2024 新高考 II 卷,2] 已知命题  $p: \forall x \in \mathbf{R}, |x+1| > 1$ ; 命题  $q: \exists x > 0, x^3 = x$ , 则 ( )
- A.  $p$  和  $q$  都是真命题      B.  $\neg p$  和  $q$  都是真命题  
C.  $p$  和  $\neg q$  都是真命题      D.  $\neg p$  和  $\neg q$  都是真命题

## 真题小练

建议用时:10分钟 ↗答案 P17

1. [2024 新高考 I 卷,1] 已知集合  $A = \{x \mid -5 < x^3 < 5\}$ ,  $B = \{-3, -1, 0, 2, 3\}$ , 则  $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$  ( )  
 A.  $\{-1, 0\}$       B.  $\{2, 3\}$       C.  $\{-3, -1, 0\}$       D.  $\{-1, 0, 2\}$
2. [2023 新高考 I 卷,1] 已知集合  $M = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ,  $N = \{x \mid x^2 - x - 6 \geq 0\}$ , 则  $M \cap N = \underline{\hspace{2cm}}$  ( )  
 A.  $\{-2, -1, 0, 1\}$       B.  $\{0, 1, 2\}$       C.  $\{-2\}$       D.  $\{2\}$
3. [2024 上海卷,3] 已知  $x \in \mathbf{R}$ , 则不等式  $x^2 - 2x - 3 < 0$  的解集为  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

## 阶段温习(第一章)

[学新不忘旧,前面学过的知识看看你还记得吗?] 建议用时:20分钟 ↗答案 P17

1. [2025 湖北荆门期中] 命题“ $\forall x > 1, x^2 - x > 0$ ”的否定是 ( )  
 A.  $\exists x_0 \leq 1, x_0^2 - x_0 > 0$       B.  $\exists x_0 > 1, x_0^2 - x_0 \leq 0$   
 C.  $\forall x > 1, x^2 - x \leq 0$       D.  $\forall x > 1, x^2 - x > 0$
2. [2025 湖北鄂东 2 月联考] 已知集合  $A = \{x \mid 1 < x < 6\}$ ,  $A \cup B = \{x \mid x < 6\}$ , 则  $B$  可能为 ( )  
 A.  $\{x \mid x < 0\}$       B.  $\{x \mid x < 1\}$   
 C.  $\{x \mid x < 3\}$       D.  $\{x \mid x < 7\}$
3. [2025 百师联盟联考] 已知集合  $A = \{a^2, 0, -1\}$ ,  $B = \{a, b, 0\}$ , 且  $A = B$ , 则  $ab^{2025} = \underline{\hspace{2cm}}$  ( )  
 A. 0      B. 1      C. -1      D.  $\pm 1$
4. [多选题] [2025 贵州安顺模拟预测] 已知集合  $A = \{a, a^2\}$ ,  $B = \{x \mid 1 \leq x \leq 4\}$ , 若“ $x \in A$ ”是“ $x \in B$ ”的充分条件, 则实数  $a$  的取值可以是 ( )  
 A. 1      B.  $\sqrt{2}$       C. 2      D. 4
5. [多选题] [2025 全国专题练习] 下列说法正确的有 ( )  
 A. 命题  $p: \exists x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 < 0$ , 则命题  $p$  的否定是  $\forall x \in \mathbf{R}, x^2 + 2x + 2 \geq 0$   
 B. “ $|x| > |y|$ ”是“ $x > y$ ”的必要条件  
 C. 命题“ $\forall x \in \mathbf{Z}, x^2 > 0$ ”是真命题  
 D. “ $m < 0$ ”是“关于  $x$  的方程  $x^2 - 2x + m = 0$  有一正一负根”的充要条件
6. [2025 上海期末] 已知集合  $M = \{x \mid x^2 - 3x + 2 = 0\}$ , 集合  $N = \{x \mid x^2 - ax + 3a - 5 = 0\}$ . 若  $M \cup N = M$ , 则实数  $a$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .
7. [2025 全国专题练习] 已知  $\alpha: x < 2m - 1$  或  $x > -m$ ,  $\beta: x < 2$  或  $x \geq 4$ . 若  $\alpha$  是  $\beta$  的必要条件, 则实数  $m$  的取值范围是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

## 阶段温习(第一章—第四章)

[学新不忘旧,前面学过的知识看看你还记得吗?]

建议用时:20分钟 ↗答案 P72

1. [2025 河北张家口开学考试]非空集合  $S \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , 并且  $S$  中的元素满足条件: 如果  $a \in S$ , 那么  $7-a \in S$ . 符合上述条件的集合  $S$  的个数是 ( )
- A. 4      B. 6      C. 7      D. 8
2. [多选题][2025 山东潍坊开学考试]下列函数中是偶函数, 且满足“对任意  $x_1, x_2 \in (0, +\infty)$ , 当  $x_1 > x_2$  时, 都有  $f(x_1) > f(x_2)$ ”的是 ( )
- A.  $y = x - \frac{1}{x}$       B.  $y = \lg|x| + 1$       C.  $y = x^{-4}$       D.  $y = 3^{|x|}$
3. [多选题][2025 云南德宏开学考试]对于函数  $f(x) = \frac{a \cdot 3^x + a - 4}{3^x + 1}$  ( $a \in \mathbf{R}$ ), 下列结论正确的是 ( )
- A. 函数  $f(x)$  的定义域为  $\mathbf{R}$       B. 函数  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上为增函数  
C. 函数  $f(x)$  在  $\mathbf{R}$  上为减函数      D. 当  $a = 2$  时, 函数  $f(x)$  为奇函数
4. [多选题][2025 河南郑州开学考试]已知  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 0 < \frac{1}{c}$ , 则 ( )
- A.  $c+a > c+b$       B.  $a^2 > b^2$   
C.  $\sqrt{\frac{b}{a}} > \sqrt{\frac{a}{b}}$       D.  $c^a > c^b$
5. [多选题][2025 河南开学考试]设函数  $f(x)$  的定义域为  $D$ ,  $\forall x \in D$ ,  $\exists y \in D$ , 使得  $f(y) = -f(x)$  成立, 则称  $f(x)$  为“美丽函数”. 下列函数是“美丽函数”的有 ( )
- A.  $y = 2^x$       B.  $y = \frac{1}{x-1}$   
C.  $y = \log_2(-x^2 + 3)$       D.  $y = \begin{cases} x^2 + 2x + 3, & x < 0, \\ -\sqrt{x} - 2, & x \geqslant 0 \end{cases}$
6. [2025 安徽开学考试]不等式  $\frac{x^2 - 7}{x - 1} > 1$  的解集为 \_\_\_\_\_ (答案写成区间形式).
7. [2025 北京开学考试]已知函数  $f(x) = \begin{cases} x^2, & x \leqslant 1, \\ \log_2 x, & x > 1. \end{cases}$  若  $f(x) = 2$ , 则  $x =$  \_\_\_\_\_;  
若  $f(x) = m$  有三个不同的实数根  $x_1, x_2, x_3$ , 且满足  $x_1 < x_2 < x_3$ , 则  $(x_1 + x_2)m^{2025} + x_3$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.