

高考数学

100练

主 编 恩波教育研究中心
编 委 李长波



东南大学出版社
SOUTHEAST UNIVERSITY PRESS

• 南京 •

图书在版编目(CIP)数据

高考数学100练 / 恩波教育研究中心主编. -- 南京 :
东南大学出版社, 2024. 9. -- ISBN 978-7-5766-1546-3
I. G634. 603
中国国家版本馆CIP数据核字第2024JM2804号

责任编辑:张慧芳 封面设计:求学设计中心 责任印制:周荣虎

高考数学 100 练

主 编:恩波教育研究中心
出版发行:东南大学出版社
出 版 人:白云飞
社 址:南京市四牌楼 2 号 邮编:210096 电话:025-83793330
网 址:<http://www.seupress.com>
电子邮件:press@seupress.com
经 销:全国各地新华书店
印 刷:句容市和平印务有限公司
开 本:880 mm×1230 mm 1/16
印 张:8
字 数:101 千字
版 次:2024 年 9 月第 1 版
印 次:2024 年 9 月第 1 次印刷
书 号:ISBN 978-7-5766-1546-3
定 价:69.80 元

本社图书若有印装质量问题,请直接与读者服务部调换。电话:025-83790529

Contents 目录

第一章 集合与常用逻辑用语

第 001 练 集合及其运算	001
第 002 练 充要条件与量词	002

第二章 不 等 式

第 003 练 不等式的性质	003
第 004 练 基本不等式 $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2} (a>0, b>0)$ 及其应用	004
第 005 练 从函数观点看一元二次方程和一元二次不等式	005
第 006 练 一元二次不等式恒成立与存在问题	006

第三章 函 数

第 007 练 函数的概念及其表示	007
第 008 练 函数的定义域	008
第 009 练 函数的单调性与最值	009
第 010 练 函数的值域	010
第 011 练 函数的奇偶性	011
第 012 练 函数的周期性	012
第 013 练 函数的对称性	013
第 014 练 二 次 函 数	014
第 015 练 幂 函 数	015
第 016 练 绝对值函数	016
第 017 练 函数 $y = mx + \frac{n}{x} (mn \neq 0)$	017
第 018 练 函数 $y = \frac{ax+b}{cx+d} (a \neq c, \text{且 } a, c \text{ 为非零常数})$	018
第 019 练 指数与对数的运算	019
第 020 练 指 数 函 数	020

第 021 练	对数函数	021
第 022 练	函数的图象	022
第 023 练	函数与方程	024
第 024 练	函数模型及其应用(1)	025
第 025 练	函数模型及其应用(2)	027
第 026 练	比较大小问题	029
第 027 练	函数的综合应用	030
第 028 练	阶段训练 1(第 1 章~第 3 章)	031

第四章 导数及其应用

第 029 练	导数的概念及其运算	032
第 030 练	导数中的切线问题	033
第 031 练	利用导数研究函数的单调性	034
第 032 练	利用导数研究函数的极值、最值	035
第 033 练	“同构”在导数中的运用	036
第 034 练	利用导数研究函数的零点	037
第 035 练	阶段训练 2(第 3 章~第 4 章)	038

第五章 三角函数、三角恒等变换、解三角形

第 036 练	任意角、弧度制及任意角的三角函数	039
第 037 练	同角三角函数的基本关系	040
第 038 练	诱导公式	041
第 039 练	两角和与差的三角函数(1)	042
第 040 练	两角和与差的三角函数(2)	043
第 041 练	二倍角	044
第 042 练	三角恒等变换(1)	045
第 043 练	三角恒等变换(2)	046
第 044 练	三角函数的图象与性质(1)	047
第 045 练	三角函数的图象与性质(2)	048
第 046 练	函数 $y=A\sin(\omega x+\varphi)$ 的图象及其应用	049
第 047 练	有关 ω 的问题	051
第 048 练	正弦定理和余弦定理	052
第 049 练	三角形中与面积相关的问题	053
第 050 练	解多个三角形问题	054
第 051 练	解三角形的实际应用	055

第 052 练	阶段训练 3(第 3 章~第 5 章)	057
第六章 平面向量与复数		
第 053 练	平面向量的概念及线性运算	058
第 054 练	平面向量的基本定理及坐标表示	059
第 055 练	平面向量的数量积	060
第 056 练	复 数	061
第 057 练	阶段训练 4(第 3 章~第 6 章)	062
第七章 数 列		
第 058 练	数列的概念及其简单表示	063
第 059 练	等 差 数 列	064
第 060 练	等 比 数 列	065
第 061 练	数列的通项	066
第 062 练	数列的求和	067
第 063 练	等差数列与等比数列的综合	068
第 064 练	递推数列问题	069
第 065 练	数列的奇偶项问题	070
第 066 练	阶段训练 5(第 6 章~第 7 章)	071
第八章 立体几何与空间向量		
第 067 练	空间几何体的表面积与体积	072
第 068 练	空间点、线、面之间的位置关系	073
第 069 练	空间中的直线、平面平行的判定与性质	075
第 070 练	空间中的直线、平面垂直的判定与性质	077
第 071 练	空间向量及其运算、空间位置关系的向量证法	079
第 072 练	空间中的角与距离问题	081
第 073 练	几何体的外接球与内切球	083
第 074 练	阶段训练 6(第 8 章)	084
第九章 平面解析几何		
第 075 练	直线的斜率与方程	086
第 076 练	两直线位置关系	087
第 077 练	圆的方程、圆与圆的位置关系	088
第 078 练	直 线 与 圆	089
第 079 练	椭 圆	090
第 080 练	双 曲 线	091

第 081 练	抛 物 线	092
第 082 练	直线与圆锥曲线的位置关系	093
第 083 练	圆锥曲线中的范围、最值问题	094
第 084 练	圆锥曲线中的定点、定值问题	095
第 085 练	阶段训练 7(第 7 章~第 9 章)	096

第十章 概率与统计

第 086 练	两个基本计数原理	097
第 087 练	排列与组合	099
第 088 练	二项展开式的特定项与特定项系数	100
第 089 练	二项展开式系数的性质及其应用	101
第 090 练	随机事件、古典概型	102
第 091 练	互斥事件、独立事件、条件概率	104
第 092 练	离散型随机变量及其分布列、均值与方差	106
第 093 练	n 次独立重复试验、二项分布	108
第 094 练	超几何分布与正态分布	109
第 095 练	随机抽样与用样本估计总体	111
第 096 练	回归分析与独立性检验	113
第 097 练	概率与统计的综合	115
第 098 练	阶段训练 8(第 9 章~第 10 章)	117

第十一章 创新题型

第 099 练	新定义问题	119
第 100 练	开放型问题	121

答案全解精析(另册)

第一章 集合与常用逻辑用语

第 001 练 集合及其运算

建议用时:30 分钟 实际用时:_____ 得分:_____ 错题:_____ 错因:_____ 答案见 P1

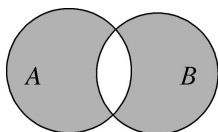
1. 已知集合 $A = \{x | -3 < x < 2\}$, 集合 $B = \{x | 0 < x < 5\}$, 则图中阴影部分表示的集合为 ()

A. $\{x | -3 < x < 5\}$

B. $\{x | 0 < x < 2\}$

C. $\{x | -3 < x \leq 0\}$

D. $\{x | -3 < x \leq 0 \text{ 或 } 2 \leq x < 5\}$



2. 设集合 $M = \{(x, y) | \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 1\}$, $N = \{(x, y) | \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1\}$, 则集合 $M \cap N$ 的真子集个数为 ()

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

3. [多选] 下列说法正确的是 ()

A. “不超过 20 的非负数”构成一个集合

B. “正三角形的全体”构成一个集合

C. “ $\sqrt{3}$ 的近似值的全体”构成一个集合

D. “函数 $y = \frac{1}{x}$ 图象上所有的点”构成一个集合

4. [多选] 下列表示同一个集合的是 ()

A. $P = \{2, 5\}, Q = \{5, 2\}$

B. $P = \{(2, 5)\}, Q = \{(5, 2)\}$

C. $P = \{x | x = 2m + 1, m \in \mathbf{Z}\}, Q = \{x | x = 2m - 1, m \in \mathbf{Z}\}$

D. $P = \{x | x = 6m, m \in \mathbf{Z}\}, Q = \{x | x = 2m \text{ 且 } x = 3n, m \in \mathbf{Z}, n \in \mathbf{Z}\}$

5. 若集合 $A = \{x | ax^2 + ax + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ 中只有一个元素, 则 $a =$ _____.

6. 对于 $x \in \mathbf{R}$, $[x]$ 表示不超过 x 的最大整数, 定义在 $\mathbf{R}$ 上的函数 $f(x) = [2x] + [4x] +$

$[8x]$. 若 $A = \{y | y = f(x), 0 \leq x \leq \frac{1}{2}\}$, 则集合 A 中所有元素的和为_____.

7. 已知集合 $A = \{x | 3 \leq x \leq 7\}, B = \{x | 2 < x < 10\}, C = \{x | 2a - 3 \leq x \leq a + 1\}$, 实数集 $\mathbf{R}$ 为全集.

(1) 求 $A \cup B, (\complement_{\mathbf{R}} A) \cap B$;

(2) 若 $A \cap C = C$, 求实数 a 的取值范围.

8. 已知集合 $A = \{x | -x^2 + 2mx + 4 - m^2 \geq 0, m \in \mathbf{R}\}, B = \{x | 2x^2 - 5x - 7 < 0\}$.

(1) 若 $A \cup B = B$, 求实数 m 的取值范围;

(2) 若 $A \cap B = \{x | 0 \leq x < \frac{7}{2}\}$, 求实数 m 的取值范围;

(3) 若 $B \subseteq \complement_{\mathbf{R}} A$, 求实数 m 的取值范围.

第二章 不 等 式

第 003 练 不等式的性质

建议用时:30 分钟 实际用时:_____ 得分:_____ 错题:_____ 错因:_____  答案见 P2

1. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 则“ $|a-b| > |b|$ ”是“ $\frac{b}{a} < \frac{1}{2}$ ”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分也不必要条件

2. 当 $1 \leq x \leq 2$ 时, $ax+2 > 0$, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $(-1, +\infty)$
- B. $(-2, +\infty)$
- C. $(0, +\infty)$
- D. $(-1, 0) \cup (0, +\infty)$

3. [多选] 若 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b} < 0$, 则下列不等式一定成立的是 ()

- A. $|a| > |b|$
- B. $a < b$
- C. $a+b < ab$
- D. $a^3 > b^3$

4. [多选] 下列命题为真命题的是 ()

- A. 若 $ac^2 \geq bc^2$, 则 $a \geq b$
- B. 若 $a < b < 0$, 则 $a^2 > ab > b^2$
- C. 若 $a > b, c > d$, 则 $a-d > b-c$
- D. 若 $a < b$, 则 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

5. 比较大小: $\sqrt{7} + \sqrt{5}$ _____ $2\sqrt{6}$. (用“>”“<”或“=”填空)

6. 已知 $1 < a < 4, 2 < b < 8$, 则 $\frac{a}{b}$ 的取值范围是 _____.

7. 已知 $a > b > 0, c > d > 0$, 求证: $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$.

8. (1) 设 $b > a > 0, m > 0$, 求证: $\frac{a}{b} < \frac{a+m}{b+m}$;

(2) 设 $x > 0, y > 0, z > 0$, 求证: $1 < \frac{x}{x+y} +$

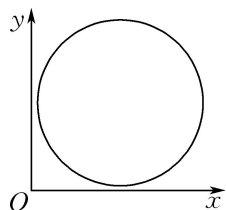
$$\frac{y}{y+z} + \frac{z}{z+x} < 2.$$

第三章 函数

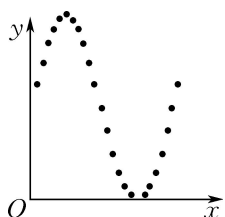
第 007 练 函数的概念及其表示

建议用时:30 分钟 实际用时:_____ 得分:_____ 错题:_____ 错因:_____ ☞ 答案见 P5

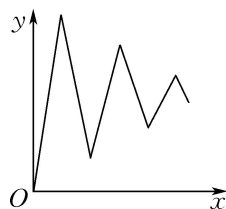
1. 下列图象不能表示函数的是 ()



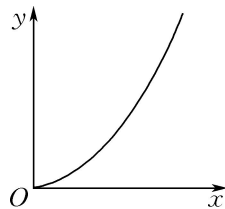
A



B



C



D

2. 下列函数为同一函数的是 ()

- A. $y = \sqrt{(x+1)^2}$ 与 $y = x+1$
- B. $y = x^2 - 2x$ 与 $y = t^2 - 2t$
- C. $y = x^0$ 与 $y = 1$
- D. $y = \lg x^2$ 与 $y = 2\lg x$

3. [多选] 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x+2, & x \leq -1, \\ x^2, & -1 < x < 2. \end{cases}$ 则

下列结论正确的是 ()

- A. $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$
- B. $f(x)$ 的值域为 $(-\infty, 4)$
- C. $f(1) = 3$
- D. 若 $f(x) = 3$, 则 $x = \sqrt{3}$

4. [多选] 波恩哈德·黎曼(1826—1866)是德国著名的数学家. 他在数学分析、微分几何方面做出过重要贡献, 开创了黎曼几何, 并给后来的广义相对论提供了数学基础. 他提出了著名的黎曼函数, 该函数的定义域为 $[0, 1]$, 其解析式为: $L(x) = \begin{cases} \frac{1}{q}, & x = \frac{p}{q} (p, q \in \mathbf{Z}^+, \text{且 } p, q \text{ 互质}), \\ 0, & x = 0 \text{ 或 } 1 \text{ 或 } (0, 1) \text{ 内的无理数}. \end{cases}$ 则下

列关于黎曼函数的说法正确的是 ()

- A. $L(x) = L(1-x)$
- B. $L(a)L(b) \leq L(ab)$
- C. $L(a+b) \geq L(a) + L(b)$
- D. 关于 x 的不等式 $L(x) > \frac{1}{5}x + \frac{1}{5}$ 的解集为 $(\frac{1}{2})$

5. 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, 值域为 $B = \{7, 8, 9\}$, 且对任意的 $x < y$, 恒有 $f(x) \leq f(y)$, 则满足条件的不同函数共有 _____ 个.

6. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2^x - 1, & x \leq 0, \\ f(x-1) + 2, & x > 0. \end{cases}$ 若

$f(t) = -\frac{1}{2}$, 则 $t =$ _____; $f[f(10)] =$ _____.

7. 已知 $f(x) + 2f(\frac{1}{x}) = 3x - 2$, 求函数 $f(x)$ 的解析式.

8. 已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 记 $\max\{a, b\} = \begin{cases} a, & a \geq b, \\ b, & a < b. \end{cases}$ $f(x) = \max\{|x+1|, |x-2|\}$, 请用解析法和图象法表示函数 $f(x)$.

第 028 练 阶段训练 1(第 1 章~第 3 章)

建议用时:30 分钟 实际用时:_____ 得分:_____ 错题:_____ 错因:_____ $\swarrow$ 答案见 P24

- 已知集合 $A = \{x \mid |x| < 3, x \in \mathbf{Z}\}$, $B = \{x \mid |x| > 1, x \in \mathbf{Z}\}$, 则 $A \cap B =$ ()
 A. $\emptyset$ B. $\{-3, -2, 2, 3\}$
 C. $\{-2, 0, 2\}$ D. $\{-2, 2\}$
- 若实数 a, b 满足 $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = \sqrt{ab}$, 则 ab 的最小值为 ()
 A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $2\sqrt{2}$ D. 4
- [多选] 下列说法正确的有 ()
 A. 若不等式 $ax^2 + bx + c < 0$ 的解集为 (x_1, x_2) , 则必有 $a > 0$
 B. 若不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集是 $(-\infty, x_1) \cup (x_2, +\infty)$, 则方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 的两个根是 x_1 和 x_2
 C. 若方程 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 没有实数根, 则不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $\mathbf{R}$
 D. 不等式 $ax^2 + bx + c \leq 0$ 在 $\mathbf{R}$ 上恒成立的条件是 $a < 0$ 且 $\Delta = b^2 - 4ac \leq 0$
- [多选] 已知 a 为实数, $a \neq 0$ 且 $a \neq 1$, 函数 $f(x) = \frac{ax-1}{x-1}$, 则下列说法正确的是 ()
 A. 当 $a=2$ 时, 函数 $f(x)$ 的图象关于点 $(1, 2)$ 成中心对称
 B. 当 $a > 1$ 时, 函数 $f(x)$ 为减函数
 C. 函数 $y = \frac{1}{f(x)}$ 的图象关于直线 $y=x$ 对称
 D. 函数 $f(x)$ 图象上任意不同两点的连线与 x 轴有交点
- 若集合 $A = \{x \mid x > 2\}$, $B = \{x \mid bx > 1\}$, 其中 b 为实数. 若 A 是 B 的充分不必要条件, 则 b 的取值可以是_____. (答案不唯一, 写出一个即可)
- 定义在 $(-8, a)$ 上的奇函数 $f(x)$ 在区间 $[2, 7]$ 上单调递增, 在区间 $[3, 6]$ 上的最大值为 a , 最小值为 -1 , 则 $2f(-6) + f(-3) =$ _____.
- 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数, 且对任意实数 x 恒有 $f(x+2) = -f(x)$, 当 $x \in [0, 2]$ 时, $f(x) = x^2 - 2x$.
 (1) 求证: 函数 $f(x)$ 的周期是 4;
 (2) 求 $f(2\ 017) + f(2\ 018) + f(2\ 019) + f(2\ 020)$ 的值;
 (3) 当 $x \in [2, 4]$ 时, 求函数 $f(x)$ 的解析式.
- 设函数 $f(x) = x - \frac{1}{x} - a \ln x$.
 (1) 若函数 $f(x)$ 在其定义域上为增函数, 求实数 a 的取值范围;
 (2) 当 $a \leq 2$ 时, 设函数 $g(x) = x - \ln x - \frac{1}{e}$, 若在 $[1, e]$ 上存在 x_1, x_2 , 使 $f(x_1) > g(x_2)$ 成立, 求实数 a 的取值范围.

第四章 导数及其应用

第 029 练 导数的概念及其运算

建议用时:30 分钟 实际用时:_____ 得分:_____ 错题:_____ 错因:_____ $\angle$ 答案见 P25

1. 已知 $f'(x)$ 是函数 $f(x)$ 的导函数,若

$$f'(2)=4, \text{ 则 } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2+2x)-f(2)}{x} = (\quad)$$

A. 4 B. 2 C. 8 D. -8

2. 原子有稳定和不稳定两种,不稳定的原子除

天然元素外,主要由核裂变或核聚变过程中产生碎片形成,这些不稳定的元素在放出 α ,

β , γ 等射线后,会转变成稳定的原子,这种过程称之为“衰变”. 这种不稳定的元素就称为

放射性同位素. 随着科学技术的发展,放射性同位素技术已经广泛应用于医学、航天等众多领域,并取得了显著经济效益. 假设在放射性同位素钍-234 的衰变过程中,其含量

N (单位:贝克)与时间 t (单位:天)满足函数关系 $N(t)=N_0 \cdot 2^{-\frac{t}{24}}$,其中 N_0 为 $t=0$ 时

钍-234 的含量. 已知 $t=24$ 时,钍-234 含量的瞬时变化率为 $-8\ln 2$,则 $N(120)=(\quad)$

A. 12 贝克 B. $12\ln 2$ 贝克

C. 6 贝克 D. $6\ln 2$ 贝克

3. [多选]下列求导运算正确的是 ()

A. $(\cos a)' = \cos a$ (a 为常数)

B. $(\sin 2x)' = 2\cos 2x$

C. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

D. $(e^x - \ln x + 2x^2)' = e^x - \frac{1}{x} + 4x$

4. [多选]下列说法正确的是 ()

A. $(\sin \frac{\pi}{4})' = \cos \frac{\pi}{4}$

B. 若 $f(x) = \sin(2x+3)$, 则 $f'(x) = \cos(2x+3)$

C. 若函数 $f(x) = x^2 + 2$, 则该函数在区间 $[1, 3]$ 上的平均变化率为 4

D. 设函数 $f(x)$ 的导函数为 $f'(x)$, 且 $f(x) =$

$$x^2 + 3xf'(2) + \ln x, \text{ 则 } f'(2) = -\frac{9}{4}$$

5. 设 $f(x) = x \ln x$, 若 $f'(x_0) = 2$, 则 $x_0 =$ _____.

6. 已知函数 $f(x) = f'(-1)e^x - x^2$, 则 $f'(-1) =$ _____.

7. 求下列函数的导数.

(1) $y = x^2 \sin x$; (2) $y = \ln x + \frac{1}{x}$;

(3) $y = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$; (4) $y = \ln(2x - 5)$.

8. 已知函数 $f(x) = x^2 - 1$, 求:

(1) 自变量 x 从 1 变化到 1.1 时, 函数 $f(x)$ 的平均变化率;

(2) 函数 $f(x)$ 在 $x=2$ 处的导数.

第五章 三角函数、三角恒等变换、解三角形

第 036 练 任意角、弧度制及任意角的三角函数

建议用时:30 分钟 实际用时:_____ 得分:_____ 错题:_____ 错因:_____ └─ 答案见 P32

1. 已知角 α 的终边经过点 $P(6\sin 30^\circ, 2\cos 120^\circ)$, 则 $\sin \alpha - 2\cos \alpha =$ ()

A. $\frac{\sqrt{10}}{10}$ B. $-\frac{\sqrt{10}}{10}$ C. $\frac{7\sqrt{10}}{10}$ D. $-\frac{7\sqrt{10}}{10}$

2. 若 α 是第三象限角, 则 $y = \frac{|\sin \frac{\alpha}{2}|}{\sin \frac{\alpha}{2}} + \frac{|\cos \frac{\alpha}{2}|}{\cos \frac{\alpha}{2}}$

的值为 ()

A. 0 B. 2 C. -2 D. 2 或 -2

3. [多选] 下列说法正确的是 ()

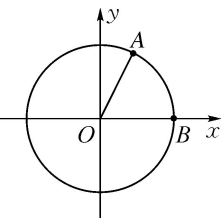
A. $\frac{200\pi}{9}$ 和 1711° 均是第一象限角

B. 若 $\sin \alpha \cdot \tan \alpha > 0$ 且 $\cos \alpha \cdot \tan \alpha < 0$, 则 $\frac{\alpha}{2}$ 为第二或第四象限角

C. 若某扇形的面积为 2.5 cm^2 , 半径为 $r \text{ cm}$, 弧长 l 满足 $2r + l = 7 \text{ cm}$, 则该扇形圆心角的弧度数是 $\frac{4}{5}$

D. 若 $\theta \in (0, \pi)$, 且角 θ 与角 7θ 的终边相同, 则 θ 的值是 $\frac{\pi}{3}$ 或 $\frac{2\pi}{3}$

4. [多选] 如图, A, B 是单位圆上的两个质点, 点 B 的坐标为 $(1, 0)$, $\angle BOA = \frac{\pi}{3}$, 质点 A 以 1 rad/s 的角



速度按逆时针方向在单位圆上运动, 质点 B 以 2 rad/s 的角速度按顺时针方向在单位圆上运动, 则 ()

A. 经过 1 s 后, $\angle BOA$ 的弧度数为 $\frac{\pi}{3} + 3$

B. 经过 $\frac{\pi}{12} \text{ s}$ 后, 扇形 AOB 的弧长为 $\frac{7\pi}{12}$

C. 经过 $\frac{\pi}{6} \text{ s}$ 后, 扇形 AOB 的面积为 $\frac{\pi}{3}$

D. 经过 $\frac{5\pi}{9} \text{ s}$ 后, A, B 在单位圆上第一次相遇

5. 已知角 α 的终边与单位圆的交点为 $P(-\frac{1}{2}, y)$, 则 $\sin \alpha \cdot \tan \alpha =$ _____.

6. 已知 $-\frac{3\pi}{4} < \alpha < -\frac{\pi}{2}$, 则利用单位圆中的三角函数线观察 $\sin \alpha, \cos \alpha, \tan \alpha$ 的大小关系是 _____.

7. 已知 $\frac{1}{|\sin \alpha|} = -\frac{1}{\sin \alpha}$, 且 $\lg(\cos \alpha)$ 有意义.

(1) 试判断角 α 所在的象限;

(2) 若角 α 的终边上一点 $M(\frac{3}{5}, m)$, 且 $OM = 1$ (O 为坐标原点), 求 m 及 $\sin \alpha$ 的值.

8. 已知一扇形的圆心角为 α , 半径为 R , 弧长为 l ($\alpha > 0$).

(1) 已知扇形的周长为 10 cm , 面积是 4 cm^2 , 求扇形的圆心角;

(2) 若扇形周长为 20 cm , 当扇形的面积最大时, 求扇形的圆心角 α .

第六章 平面向量与复数

第 053 练 平面向量的概念及线性运算

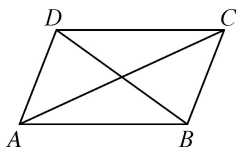
建议用时:30 分钟 实际用时:_____ 得分:_____ 错题:_____ 错因:_____ 答案见 P49

1. 关于向量 a, b , 下列命题为真命题的是 ()

- A. 若 $|a| = |b|$, 则 $a = b$
 B. 若 $a = b, b = c$, 则 $a = c$
 C. “ $a = b$ ”的充要条件是“ $|a| = |b|$ 且 $a \parallel b$ ”
 D. 若 $|a| > |b|$, 则 $a > b$

2. 如图, 四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 则 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} =$ ()

- A. $\overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{CA}$ C. $\overrightarrow{BD}$ D. $\overrightarrow{DB}$



3. [多选] 下列命题为真命题的是 ()

- A. 两个向量相等, 则它们的起点相同, 终点相同
 B. 已知 a, b 是不共线的向量, $\overrightarrow{AB} = \lambda a + b$, $\overrightarrow{AC} = a + \mu b$ ($\lambda, \mu \in \mathbf{R}$), 当 A, B, C 三点共线时, λ, μ 满足的条件为 $\lambda\mu = 1$
 C. 若平面四边形 $ABCD$ 满足 $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \mathbf{0}$, $(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{AC} = 0$, 则该四边形一定是菱形
 D. 若 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, 则 A, B, C, D 四点构成平行四边形

4. [多选] 下列各式中能化简为 $\overrightarrow{AD}$ 的是 ()

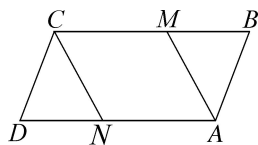
- A. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}) + \overrightarrow{BC}$
 B. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{MB}) + (\overrightarrow{CM} + \overrightarrow{BC})$
 C. $(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{AD}) - \overrightarrow{BM}$
 D. $(\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA}) + \overrightarrow{CD}$

5. 设向量 e_1, e_2 是两个不共线的向量, 已知 $\overrightarrow{AB} = 2e_1 - e_2$, $\overrightarrow{AC} = e_1 + 3e_2$, $\overrightarrow{BD} = 2e_1 - ke_2$, 且 B, C, D 三点共线, 则 $\overrightarrow{BC} =$ _____ (用 e_1, e_2 表示), 实数 $k =$ _____.

6. 在 $\triangle AOB$ 中, $\overrightarrow{OC} = \frac{1}{4}\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$, AD

与 BC 交于点 M . 设 $\overrightarrow{OA} = a, \overrightarrow{OB} = b$, 在线段 AC 上取一点 F , 在线段 BD 上取一点 E , 使 EF 过点 M , 若 $\overrightarrow{OE} = \mu\overrightarrow{OB}$, $\overrightarrow{OF} = \lambda\overrightarrow{OA}$, 则 $\frac{1}{\lambda} + \frac{3}{\mu} =$ _____.

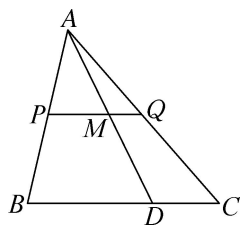
7. 如图所示, 在四边形 $ABCD$ 中, 已知点 M, N 分别是 BC, AD 的中点, 且 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$, 求证: $CN \parallel MA$.



8. 如图, 在 $\triangle ABC$ 中, 已知点 D 在 BC 上满足 $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{DC}$, 点 M 是 AD 的中点, 过 M 作直线分别交 AB, AC 于 P, Q 两点, 记 $\overrightarrow{AP} = \lambda\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AQ} = \mu\overrightarrow{AC}$, 且 $\lambda > 0, \mu > 0$.

(1) 试用 $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ 分别表示 $\overrightarrow{AD}$ 与 $\overrightarrow{AM}$;

(2) 求 $\lambda + 2\mu$ 的最小值.



第七章 数 列

第 058 练 数列的概念及其简单表示

建议用时:30 分钟 实际用时:_____ 得分:_____ 错题:_____ 错因:_____ $\angle$ 答案见 P53

- 在数列 $1, 2, \sqrt{7}, \sqrt{10}, \sqrt{13}, \dots$ 中, $2\sqrt{19}$ 是这个数列的 ()
A. 第 16 项 B. 第 24 项
C. 第 26 项 D. 第 28 项
- 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 且 $S_n = n^2 + 1$, 则下列结论正确的是 ()
A. $a_n = 2n - 1$ B. $a_n = 2n + 1$
C. $a_n = \begin{cases} 2, & n=1, \\ 2n-1, & n>1 \end{cases}$ D. $a_n = \begin{cases} 2, & n=1, \\ 2n+1, & n>1 \end{cases}$
- [多选] 设 $a_n = -3n^2 + 15n - 18$, 则数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和的最大值为 ()
A. S_1 B. S_2 C. S_3 D. S_4
- [多选] 在无穷数列 $\{a_n\}$ 中, 若 $a_p = a_q$ ($p, q \in \mathbf{N}^*$), 总有 $a_{p+1} = a_{q+1}$, 此时定义 $\{a_n\}$ 为“阶梯数列”. 设 $\{a_n\}$ 为“阶梯数列”, 且 $a_1 = a_4 = 1, a_5 = \sqrt{3}, a_8 a_9 = 2\sqrt{3}$, 则 ()
A. $a_7 = 1$ B. $a_8 = 2a_4$
C. $S_{10} = 10 + 3\sqrt{3}$ D. $a_{2020} = 1$
- 已知共有 10 项的数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \frac{2\,007 - 10^n}{2\,008 - 10^n}$, 则该数列中最大项、最小项的情况有下列说法: ①最大项为 a_1 , 最小项为 a_{10} ; ②最大项为 a_{10} , 最小项为 a_1 ; ③最大项为 a_6 , 最小项为 a_5 ; ④最大项为 a_4 , 最小项为 a_3 . 其中正确的说法是_____. (填序号)
- 形如 $\frac{p}{q}$ (p, q 都是正整数, $p < q$, 且 p, q 的最大公因数为 1) 的数叫真分数. 数列 $\{a_n\}$ 是由所有满足 $q \leq 7$ 的真分数构成的, 且 $\{a_n\}$ 是递增数列, 则数列 $\{a_n\}$ 共有_____项, $a_8 + a_9 =$ _____.
- 给定数列 $\{a_n\}$, 它的前 n 项和为 $S_n = n^2 + \lambda n$ ($\lambda \in \mathbf{R}$).
(1) 若 $\lambda = 10$, 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2) 若数列 $\{S_n\}$ 单调递增, 求实数 λ 的取值范围.
- 设数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 + 3a_2 + \dots + (2n-1)a_n = 2n$. 求:
(1) 数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;
(2) 数列 $\left\{\frac{a_n}{2n+1}\right\}$ 的前 n 项和.

第八章 立体几何与空间向量

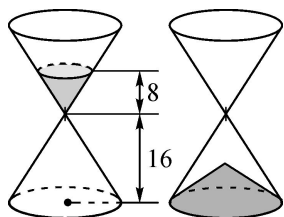
第 067 练 空间几何体的表面积与体积

建议用时:30 分钟 实际用时:_____ 得分:_____ 错题:_____ 错因:_____ 答案见 P61

1. 用与球心距离为 1 的平面去截球,截面面积为 π ,则球的体积为 ()

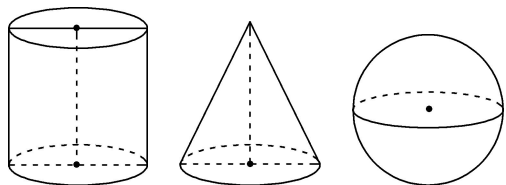
A. $\frac{32\pi}{3}$ B. $\frac{8\pi}{3}$ C. $8\sqrt{2}\pi$ D. $\frac{8\sqrt{2}\pi}{3}$

2. 如图,某沙漏由上、下两个圆锥组成,圆锥的底面直径和高均为 16,当细沙全部在上面的圆锥内时,其高度为圆锥高度的 $\frac{1}{2}$ (中间衔接的细管长度忽略不计).当细沙全部漏入下部后,恰好堆成一个盖住沙漏底部的圆锥形沙堆,则此沙堆的侧面积为 ()



A. $4\sqrt{5}\pi$ B. $8\sqrt{5}\pi$
C. $32\sqrt{17}\pi$ D. $16\sqrt{17}\pi$

3. [多选]如图,一个圆柱和一个圆锥的底面直径和它们的高都与一个球的直径 $2R$ 相等,则下列说法正确的是 ()



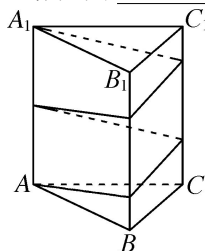
A. 圆柱的侧面积为 $2\pi R^2$
B. 圆锥的侧面积为 $2\pi R^2$
C. 圆柱的侧面积与球的表面积相等
D. 圆柱、圆锥、球的体积之比为 $3:1:2$

4. [多选]我们把所有棱长都相等的正棱柱(锥)叫“等长正棱柱(锥)”,而与其所有棱都相切的球称为棱切球.设下列“等长正棱柱(锥)”的棱长都为 1,则下列说法正确的有 ()

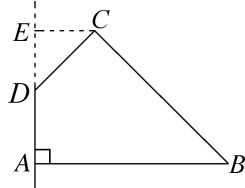
A. 正方体的棱切球的半径为 $\sqrt{2}$
B. 正四面体的棱切球的表面积为 $\frac{\pi}{2}$
C. 等长正六棱柱的棱切球的体积为 $\frac{4\pi}{3}$

- D. 等长正四棱锥的棱切球被棱锥 5 个面(侧面和底面)截得的截面面积之和为 $\frac{7\pi}{12}$

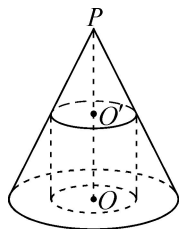
5. 如图所示,在所有棱长均为 1 的直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 上,有一只蚂蚁从点 A 出发,围着三棱柱的侧面爬行两周到达点 A_1 ,则爬行的最短路程为 _____.



6. 已知半径为 5 的球面上有 P, A, B, C 四点,满足 $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = 7$, $BC = \sqrt{15}$,则球心 O 到平面 ABC 的距离为 _____,三棱锥 $P-ABC$ 体积的最大值为 _____.
7. 如图所示,在四边形 $ABCD$ 中, $\angle DAB = 90^\circ$, $\angle ADC = 135^\circ$, $AB = 5$, $CD = 2\sqrt{2}$, $AD = 2$,求四边形 $ABCD$ 绕 AD 旋转一周所成几何体的表面积及体积.



8. 如图,圆锥 PO 的底面直径和高均是 a ,过 PO 上的一点 O' 作平行于底面的截面,以该截面为底面挖去一个圆柱.
- (1)若 O' 是 PO 的中点,求圆锥挖去圆柱后剩下几何体的表面积和体积;
- (2)当 OO' 为何值时,被挖去的圆柱的侧面积最大?并求出这个最大值.



第九章 平面解析几何

第 075 练 直线的斜率与方程

建议用时:30 分钟 实际用时:_____ 得分:_____ 错题:_____ 错因:_____ 答案见 P72

1. 若方程 $(2m^2+m-3)x+(m^2-m)y-4m+1=0$ 表示一条直线,则实数 m 满足 ()

A. $m \neq 0$ B. $m \neq -\frac{3}{2}$
C. $m \neq 1$ D. $m \neq 1, m \neq -\frac{3}{2}, m \neq 0$

2. 已知点 $A(1,0)$, 直线 $l: y=2x-4$, 点 R 是直线 l 上的一个动点. 若 P 是 RA 的中点, 则点 P 的轨迹方程为 ()

A. $y=-2x$ B. $y=2x-6$
C. $y=2x-3$ D. $y=2x+4$

3. [多选] 下列说法正确的是 ()

A. 截距相等的直线都可以用方程 $\frac{x}{a} + \frac{y}{a} = 1$

表示

B. 方程 $x+my-2=0 (m \in \mathbf{R})$ 能表示平行于 y 轴的直线

C. 经过点 $P(1,1)$, 倾斜角为 θ 的直线方程为 $y-1=(x-1)\tan \theta$

D. 经过两点 $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2) (x_1 \neq x_2)$

的直线方程为 $y-y_1 = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}(x-x_1)$

4. [多选] 直线 $(36a^2+3)x-36ay+1=0$ 的倾斜角可能是 ()

A. 0 B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{2\pi}{3}$ D. $\frac{5\pi}{6}$

5. 若经过点 $P(1-a, 1+a)$ 和 $Q(3, 2a)$ 的直线的倾斜角为钝角, 则实数 a 的取值范围为 _____.

6. 已知直线 l 的倾斜角是直线 $4x+3y-1=0$

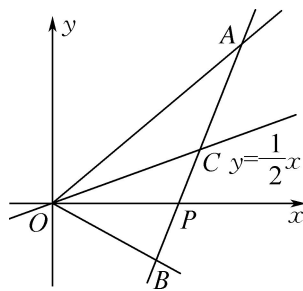
的倾斜角的一半, 若直线 l 不过坐标原点, 则直线 l 在 x 轴上与 y 轴上的截距的比值为 _____.

7. 已知 $A(-3,4), B(3,2)$, 过点 $P(1,0)$ 的直线 l 与线段 AB 有公共点. 求:

(1) 直线 l 的倾斜角 α 的取值范围;

(2) 直线 l 的斜率 k 的取值范围.

8. 如图, 射线 OA, OB 分别与 x 轴的正半轴成 45° 和 30° 角, 过点 $P(1,0)$ 作直线 AB 分别交 OA, OB 于 A, B 两点, 当 AB 的中点 C 恰好落在直线 $y=\frac{1}{2}x$ 上时, 求直线 AB 的方程.

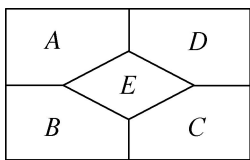


第十章 概率与统计

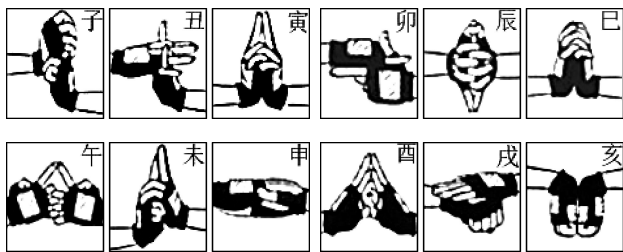
第 086 练 两个基本计数原理

建议用时:30 分钟 实际用时:_____ 得分:_____ 错题:_____ 错因:_____ $\angle$ 答案见 P84

1. 如图所示的五个区域中,中心区域是一幅图画,现要求在其余四个区域中涂色,有四种颜色可供选择,要求每个区域只涂一种颜色,相邻区域所涂颜色不同,则不同的涂色方法种数为 ()



- A. 84 B. 72 C. 64 D. 56
2. 动漫作品《火影忍者》描述配合忍术结印的手势有 12 种:子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未、申、酉、戌、亥. 例如从忍者学校毕业考核的分身术的一个要求是需要按正确的顺序在 5 s 内完成未—巳—寅结印手势. 漫画描述的忍术都需要配合至少 3 个结印手势且相邻的手势不相同,不同的手势对应不同的忍术. 设某忍术需要 n 个手势,则 ()

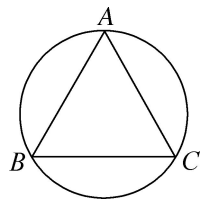


- A. 当 $n=7$ 时,共有 12^7 种不同的忍术
- B. 当 $n=4$ 时,共有 A_{12}^4 种忍术
- C. 当 $n=3$ 时,共有 1 452 种不同忍术
- D. 当 $n=11$ 时的忍术种类是 $n=10$ 时的忍术种类的 12 倍
3. [多选]从 1,2,3,4,6 中任取若干数字组成新的数字,则下列说法正确的有 ()
- A. 若数字可以重复,则可组成的三位数的个数为 125

- B. 若数字可以重复,则可组成的四位数且为偶数的个数为 375
- C. 若数字不能重复,则可组成的三位数的个数为 70
- D. 若数字不能重复,则可组成的四位数且为偶数的个数为 60

4. [多选]有四位学生参加三项不同的竞赛,则下列说法正确的是 ()
- A. 每位学生必须参加一项竞赛,则不同的参赛方法有 64 种
- B. 每项竞赛只许有一位学生参加,则不同的参赛方法有 81 种
- C. 每位学生最多参加一项竞赛,每项竞赛只许有一位学生参加,则不同的参赛方法有 24 种
- D. 每位学生只参加一项竞赛,每项竞赛至少有一位学生参加,则不同的参赛方法有 36 种

5. 如图,从 $A \rightarrow C$ 有 _____ 种不同的走法.



6. 假设今天是 4 月 23 日,某市未来六天的空气质量预报情况如表所示. 该市有甲、乙、丙三人计划在未来六天(4 月 24 日~4 月 29 日)内选择一天出游,甲只选择空气质量为优的一天出游,乙不选择周一出游,丙不选择明天出游,且甲与乙不选择同一天出游,则这三人出游的不同方法数为 _____.

未来六天空气质量预报

明天	后天	周日	周一	周二	周三
4月24日	4月25日	4月26日	4月27日	4月28日	4月29日
优	优	优	优	良	良

7. 已知有一项活动,需要在 3 名老师、8 名男同学和 5 名女同学中选人参加.

- (1)若只需选 1 人参加,求不同的选法种数;
- (2)若需要老师、男同学、女同学各 1 人参加,求不同的选法种数;
- (3)若需要 1 名老师、1 名学生参加,求不同的选法种数.

8. “回文数”是指从左到右与从右到左读都一样的正整数. 如 22,121,3 443,94 249 等. 显然 2 位“回文数”有 9 个:11,22,33, $\dots$,99; 3 位“回文数”有 90 个:101,111,121, $\dots$,191,202, $\dots$,999,求:

- (1)4 位“回文数”的个数;
- (2) $2n+1(n \in \mathbf{N}^*)$ 位“回文数”的个数.

第十一章 创新题型

第 099 练 新定义问题

建议用时:30 分钟 实际用时:_____ 得分:_____ 错题:_____ 错因:_____ 答案见 P94

1. 在 $\mathbf{R}$ 上定义新运算 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$. 若存在实数 $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$, 使得 $\begin{vmatrix} mx-4 & m \\ 1 & x \end{vmatrix} \leq 0$ 成立, 则 m 的最小值为 ()
- A. $-\frac{8}{3}$ B. $-\frac{2}{3}$ C. 0 D. $\frac{8}{3}$

2. 给定两个不共线的空间向量 $\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{b}$, 定义叉乘运算: $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$. 规定: ① $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ 为同时与 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 垂直的向量; ② $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{a} \times \mathbf{b}$ 三个向量构成右手系(如图 1); ③ $|\mathbf{a} \times \mathbf{b}| = |\mathbf{a}| |\mathbf{b}| \sin \langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$. 如图 2, 在长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中, $AB = AD = 2, AA_1 = 4$, 则下列结论错误的是 ()

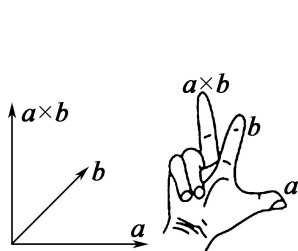


图 1

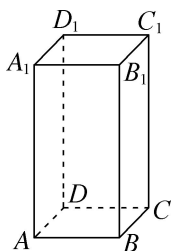


图 2

- A. $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AA_1}$
 B. $\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{AB}$
 C. $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) \times \overrightarrow{AA_1} = \overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AA_1} + \overrightarrow{AD} \times \overrightarrow{AA_1}$
 D. 长方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 的体积 $V = (\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AD}) \cdot \overrightarrow{CC_1}$
3. [多选] 给出定义: 若函数 $f(x)$ 在 D 上可导, 即 $f'(x)$ 存在, 且导函数 $f'(x)$ 在 D 上也可导, 则称 $f(x)$ 在 D 上存在二阶导函数, 记 $f''(x) = (f'(x))'$. 若 $f''(x) < 0$ 在 D 上恒成立, 则称 $f(x)$ 在 D 上为凸函数. 则下列函

数在 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上是凸函数的是 ()

- A. $f(x) = \sin x + \cos x$
 B. $f(x) = \ln x - 2x$
 C. $f(x) = -x^3 + 2x - 1$
 D. $f(x) = xe^x$
4. [多选] 定义: $N\{f(x) \otimes g(x)\}$ 表示 $f(x) < g(x)$ 的解集中整数解的个数. 若 $f(x) = |\log_2 x|$, $g(x) = a(x-1)^2 + 2$, 则下列说法正确的是 ()
- A. 当 $a > 0$ 时, $N\{f(x) \otimes g(x)\} = 0$
 B. 当 $a = 0$ 时, 不等式 $f(x) < g(x)$ 的解集是 $(\frac{1}{4}, 4)$
 C. 当 $a = 0$ 时, $N\{f(x) \otimes g(x)\} = 3$
 D. 当 $a < 0$ 时, 若 $N\{f(x) \otimes g(x)\} = 1$, 则实数 a 的取值范围是 $(-\infty, -1]$

5. 意大利著名数学家斐波那契在研究兔子繁殖问题时, 发现有这样一列数: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ..., 其中从第 3 个数起, 每个数都等于它前面两个数的和, 人们把这样的一列数所组成的数列 $\{a_n\}$ 称为“斐波那契数列”, 该数列是一个非常美丽和谐的数列, 有很多奇妙的属性, 比如: 随着项数的增加, 前一项与后一项的比值越逼近黄金分割 0.618 033 988 7... 若把该数列 $\{a_n\}$ 的每一项除以 4 所得的余数按相对应的顺序组成新数列 $\{b_n\}$. 在数列 $\{b_n\}$ 中, 第 2 020 项的值是_____.

6. 对于三次函数 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$), 给出定义: 设 $f'(x)$ 是函数 $y = f(x)$ 的导数, $f''(x)$ 是函数 $f'(x)$ 的导数, 若方程

$f''(x)=0$ 有实数解 x_0 , 则称点 $(x_0, f(x_0))$ 为函数 $y=f(x)$ 的“拐点”. 某同学经过探究发现: 任何一个三次函数都有“拐点”; 任何一个三次函数都有对称中心, 且“拐点”就是对称中心. 给定函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{5}{12}$, 请你根据上面的探究结果, 解答以下问题:

(1) 函数 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+3x-\frac{5}{12}$ 的图象的对称中心的坐标为_____;

(2) 计算 $f\left(\frac{1}{2\ 019}\right)+f\left(\frac{2}{2\ 019}\right)+f\left(\frac{3}{2\ 019}\right)+\cdots+f\left(\frac{2\ 018}{2\ 019}\right)=$ _____.

7. 定义一种新的集合运算 $\Delta: A\Delta B=\{x|x\in A, \text{且 } x\notin B\}$. 若集合 $A=\{x|4x^2+9x+2<0\}$, $B=\left\{x\left|\frac{3}{x+1}>1\right.\right\}$, $M=B\Delta A$.

(1) 求集合 M ;

(2) 设不等式 $(x-2a)(x+a-2)<0$ 的解集为 P , 若“ $x\in P$ ”是“ $x\in M$ ”的必要条件, 求实数 a 的取值范围.

8. 定义: 符号 $\max\{x_1, x_2, x_3\}$ 表示实数 x_1, x_2, x_3 中最大的一个数; $\min\{x_1, x_2, x_3\}$ 表示 x_1, x_2, x_3 中最小的一个数. 如 $\max\{-2, 2, 1, 2\}=2$, $\min\{-2, 2\}=-2$. 设 K 是一个给定的正整数 ($K\geq 3$), 数列 $\{a_n\}$ 共有 K 项, 记 $A_i=\min\{a_1, a_2, \cdots, a_{i-1}, a_i\}$, $B_i=\max\{a_{i+1}, a_{i+2}, \cdots, a_{K-1}, a_K\}$, $d_i=A_i-B_i$ ($i=1, 2, 3, 4, \cdots, K-1$). 由 d_i 的取值情况, 我们可以得出一些有趣的结论. 比如, 若 $d_2>0$, 则 $a_2>a_3$. 理由: $d_2>0$, 则 $A_2>B_2$. 又 $a_2\geq A_2, B_2\geq a_3$, 于是, 有 $a_2>a_3$. 试解答下列问题:

(1) 若数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n=\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ($n=1, 2, 3, \cdots, K$), 求数列 $\{d_i\}$ ($i=1, 2, 3, \cdots, K-1$) 的通项公式;

(2) 若数列 $\{a_n\}$ ($n=1, 2, \cdots, K$) 满足 $a_1=3$, $d_i=1$ ($i=1, 2, \cdots, K-1$), 求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(3) 试构造项数为 K 的数列 $\{a_n\}$, 满足 $a_n=b_n+c_n$, 其中 $\{b_n\}$ 是等比数列, $\{c_n\}$ 是公差不为零的等差数列, 且数列 $\{d_i\}$ ($i=1, 2, \cdots, K-1$) 是单调递减数列, 并说明理由. (答案不唯一)