

高考数学

小题才去做

基础篇

新课标

编 者 恩波教育研究中心
编 委 苗 勇 周家忠
宋克金 葛爱菊



南京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

高考数学小题狂做·基础篇·新课标 / 恩波教育研究中心编. —南京 : 南京大学出版社, 2019.5(2025.1重印)

ISBN 978-7-305-21955-9

I. ①高… II. ①恩… III. ①中学数学课—高中—习题集—升学参考资料 IV. ①G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2019)第 072597 号

出版发行 南京大学出版社
社址 南京市汉口路 22 号 邮编 210093

GAOKAO SHUXUE XIAOTI KUANGZUO · JICHUPIAN · XINKEBIAO
书名 高考数学小题狂做·基础篇·新课标
编者 恩波教育研究中心
责任编辑 季红 编辑热线 025-83530763

印 刷 天长市梦远印刷服务有限公司
开 本 880 mm×1230 mm 1/16 开 印张 18 字数 568 千
版 次 2019 年 5 月第 1 版 2025 年 1 月第 8 次印刷
ISBN 978-7-305-21955-9
定 价 49.80 元

网 址 <http://www.njupco.com>
官方微博 <http://weibo.com/njupco>
官方微信 njupress
销售咨询热线 025-83594756

* 版权所有, 侵权必究
* 凡购买南大版图书, 如有印装质量问题, 请与所购
图书销售部门联系调换

Contents 目录

第一章 集合与常用逻辑用语

考点过关 1 集合的概念与运算	1
考点过关 2 常用逻辑用语	3

第二章 不等式

考点过关 3 不等关系与不等式的性质	5
考点过关 4 基本不等式	7
考点过关 5 二次函数与一元二次不等式	9
阶段温习一 考点 1~5	11

第三章 函数

考点过关 6 函数的概念及其表示	13
考点过关 7 函数的基本性质	15
考点过关 8 指数函数、对数函数与幂函数	17
考点过关 9 函数的图象	19
考点过关 10 函数与方程	21
考点过关 11 函数的综合应用	23
阶段温习二 考点 1~11	25

第四章 导数及其应用

考点过关 12 导数的概念与运算	27
考点过关 13 导数与函数的单调性	29
考点过关 14 导数与函数的极(最)值	31
考点过关 15 导数的综合应用	33
阶段温习三 考点 1~15	35
大题过关一 函数与导数(1)	37
大题过关二 函数与导数(2)	39

第五章 三角函数与解三角形

考点过关 16 三角函数的概念与同角关系式、诱导公式	41
考点过关 17 两角和、两角差与二倍角的三角函数	43
考点过关 18 三角函数的图象与性质	45
考点过关 19 解三角形及其应用	47
考点过关 20 三角函数的综合问题	49
大题过关三 三角函数与解三角形(1)	51
大题过关四 三角函数与解三角形(2)	53

第六章 平面向量与复数

考点过关 21 平面向量的概念及线性运算	55
考点过关 22 平面向量的基本定理及向量的坐标表示	57
考点过关 23 平面向量的数量积	59
考点过关 24 复数的概念与运算	61

阶段温习四 考点 1~24	63
---------------	----

第七章 数列

考点过关 25 数列的概念及简单表示	65
考点过关 26 等差数列	67
考点过关 27 等比数列	69
考点过关 28 数列的通项与求和	71
考点过关 29 数列的综合问题	73
阶段温习五 考点 1~29	75
大题过关五 数列(1)	77
大题过关六 数列(2)	79

第八章 立体几何初步

考点过关 30 空间几何体的表面积与体积	81
考点过关 31 平面基本性质及空间两条直线的位置关系	83
考点过关 32 直线、平面的平行的判定与性质	85
考点过关 33 直线、平面的垂直的判定与性质	87
考点过关 34 空间向量的应用	89
考点过关 35 立体几何的综合问题	91
阶段温习六 考点 1~35	93
大题过关七 立体几何初步(1)	95
大题过关八 立体几何初步(2)	97

第九章 平面解析几何

考点过关 36 直线的方程	99
考点过关 37 圆的方程、直线与圆及圆与圆的位置关系	101
考点过关 38 椭圆	103
考点过关 39 双曲线	105
考点过关 40 抛物线	107
考点过关 41 圆锥曲线的综合	109
阶段温习七 考点 1~41	111
大题过关九 平面解析几何(1)	113
大题过关十 平面解析几何(2)	114

第十章 统计与概率

考点过关 42 抽样方法与总体分布的估计	116
考点过关 43 计数原理与排列、组合	118
考点过关 44 二项式定理	120
考点过关 45 随机事件与古典概型	122
考点过关 46 事件的相互独立性、条件概率与全概率公式	124
考点过关 47 离散型随机变量及其分布列、均值与方差	126
考点过关 48 二项分布、超几何分布及正态分布	128
考点过关 49 一元线性回归模型 列联表与独立性检验	130
考点过关 50 概率与统计综合问题	133
阶段温习八 考点 1~50	135
大题过关十一 概率与统计(1)	137
大题过关十二 概率与统计(2)	139

答案详析(含核心笔记,另册)

小帮手(小题常见解法,另册)

第一章 集合与常用逻辑用语

考点过关 1 集合的概念与运算

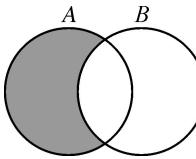
满分:73 分 时间:45 分钟

答案见 P1

考叢要点

集合的概念与表示,集合与元素的关系,集合与集合的关系,集合的运算

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.

- (2025 江苏宿迁一调)已知集合 $A = \{x | 0 \leq x \leq 4, x \in \mathbb{N}\}$, $B = \{x | x = 3k - 1, k \in \mathbb{Z}\}$, 则 $A \cap B =$ ()
A. $\{0, 2\}$ B. $\{2, 4\}$ C. $\{2\}$ D. $\{1, 3\}$
- (2024 云南昆明三模)如图,已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6\}$, 则图中阴影部分所表示的集合为 ()

A. $\{1, 2\}$ B. $\{3, 4\}$ C. $\{5, 6\}$ D. $\{3, 4, 5, 6\}$
- 已知集合 $A = \{1, 16, 4x\}$, $B = \{1, x^2\}$, 若 $B \subseteq A$, 则实数 $x =$ ()
A. 0 B. -4 C. 0 或 -4 D. 0 或 ± 4
- 已知集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{x | x = n^2, n \in A\}$, 则 $A \cap B$ 的子集个数为 ()
A. 2 B. 4 C. 6 D. 8
- (2024 湖北 4 月调研)已知集合 $M = \{x | x^2 - 3x < 0\}$, $N = \{x | \log_2 x < 4\}$, 且全集 $U = [-1, 20]$, 则 $U =$ ()
A. $M \cap (\complement_U N)$ B. $N \cap (\complement_U M)$
C. $M \cup (\complement_U N)$ D. $N \cup (\complement_U M)$
- 设集合 $M = \left\{ x \mid \frac{1}{x-1} \leq -1 \right\}$, $N = \{x | x^2 - x \leq 0\}$, 则 ()
A. $M \subsetneq N$ B. $N \subsetneq M$
C. $N = M$ D. $N \cap M = \emptyset$
- (2025 江苏南通如皋、连云港调研)已知全集 $U = \mathbb{R}$, 集合 A, B 满足 $A \subseteq (A \cap B)$, 则下列关系一定正确的是 ()
A. $A = B$ B. $B \subseteq A$
C. $A \cap (\complement_U B) = \emptyset$ D. $(\complement_U A) \cap B = \emptyset$
- 给定集合 A , 若对于任意 $a, b \in A$, 有 $a + b \in A$, 且 $a - b \in A$, 则称集合 A 为闭集合, 下列结论正确的个数是 ()
①集合 $A = \{-4, -2, 0, 2, 4\}$ 为闭集合;
②集合 $A = \{n | n = 3k, k \in \mathbb{Z}\}$ 为闭集合;
③若集合 A_1, A_2 为闭集合, 则 $A_1 \cup A_2$ 为闭集合;
④若集合 A_1, A_2 为闭集合, 且 $A_1 \subseteq \mathbb{R}, A_2 \subseteq \mathbb{R}$, 则存在 $c \in \mathbb{R}$, 使得 $c \notin (A_1 \cup A_2)$.
A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

成长记录

二、多项选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分. 全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

9. (2025 山东青岛开学考试)下列各组中, M, P 表示不同集合的是 ()
- $M=\{3, -1\}, P=\{(3, -1)\}$
 - $M=\{(3, 1)\}, P=\{(1, 3)\}$
 - $M=\{y \mid y=x^2+1, x \in \mathbf{R}\}, P=\{x \mid x=t^2+1, t \in \mathbf{R}\}$
 - $M=\{y \mid y=x^2-1, x \in \mathbf{R}\}, P=\{(x, y) \mid y=x^2-1, x \in \mathbf{R}\}$
10. (2024 湖北宜荆荆三模)设 U 为全集,集合 A, B, C 满足条件 $A \cup B=A \cup C$,那么下列各式中不一定成立的是 ()
- $B \subseteq A$
 - $C \subseteq A$
 - $A \cap (C \cup B)=A \cap (\complement_U C)$
 - $(\complement_U A) \cap B=(\complement_U A) \cap C$
11. 已知集合 A, B 满足 $A \cap B=\emptyset, A \cup B=\mathbf{Q}$,全集 $U=\mathbf{R}$,则下列说法中可能正确的有 ()
- $\complement_U A$ 没有最大元素, $\complement_U B$ 有一个最小元素
 - A 有一个最大元素, B 没有最小元素
 - A 有一个最大元素, B 有一个最小元素
 - A 没有最大元素, B 也没有最小元素

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

12. (2025 江苏南京开学考试)已知集合 $A=\left\{x, \frac{y}{x}, 1\right\}, B=\{x^2, x+y, 0\}$. 若 $A=B$,则 $x^{2017}+y^{2018}=$ _____.
13. (2024 九省联考)已知集合 $A=\{-2, 0, 2, 4\}, B=\{x \mid |x-3| \leq m\}$,若 $A \cap B=A$,则 m 的最小值为_____.
14. 定义集合 $P=\{p \mid a \leq p \leq b\}$ 的“长度”是 $b-a$,其中 $a, b \in \mathbf{R}$. 已知集合 $M=\left\{x \mid m \leq x \leq m+\frac{1}{2}\right\}, N=\left\{x \mid n-\frac{3}{5} \leq x \leq n\right\}$,且 M, N 都是集合 $\{x \mid 1 \leq x \leq 2\}$ 的子集,那么集合 $M \cap N$ 的“长度”的最小值是_____;若 $m=\frac{6}{5}$,集合 $M \cup N$ 的“长度”大于 $\frac{3}{5}$,则 n 的取值范围是_____. (本题第一空 2 分,第二空 3 分)

第二章 不等式

考点过关3 不等关系与不等式的性质

满分:73分 时间:45分钟

答案见 P3

考查要点

不等式作差证明,不等式的性质及其应用

一、单项选择题:本题共8小题,每小题5分,共40分.

- (2025 山东德州模拟)若 $a > b > 0$, 则下列不等式不一定成立的是 ()
 A. $\frac{b^2}{a^2} < \frac{b^2+1}{a^2+1}$ B. $a^2 + b^2 > ab$
 C. $a + \frac{1}{a} > b + \frac{1}{b}$ D. $a - \frac{1}{a} > b - \frac{1}{b}$
- (2025 江西南昌期中)甲、乙两人同时从 A 地出发沿同一路线到达 B 地, 所用的时间分别为 t_1, t_2 , 甲有一半的时间以速度 m 行走, 另一半的时间以速度 n 行走, 乙有一半的路程以速度 m 行走, 另一半的路程以速度 n 行走, 且 $m \neq n$, 则 ()
 A. $t_1 > t_2$ B. $t_1 < t_2$
 C. $t_1 = t_2$ D. t_1, t_2 的大小不能确定
- (2025 江苏南通开学考试)已知 $a < 0, -1 < b < 0$, 则 ()
 A. $a > ab > ab^2$ B. $ab^2 > ab > a$
 C. $ab > a > ab^2$ D. $ab > ab^2 > a$
- (2025 陕西咸阳期中)若 $ab > a^2$, 且 $a, b \in (0, 1)$, 则下列不等式一定正确的是 ()
 A. $\frac{1}{b} < \frac{1}{b-a}$ B. $ab > b^2$
 C. $1+ab < a+b$ D. $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
- (2025 四川南充开学考试)已知 $x > y > z, x+y+z=0$, 则下列不等式一定成立的是 ()
 A. $xy > yz$ B. $xy > xz$
 C. $xz > yz$ D. $x|y| > |y|z$
- (2025 江苏宿迁中学期中)已知 $a, b \in \mathbf{R}$, 则 $\begin{cases} a > 2, \\ b > 3 \end{cases}$ 是 $\begin{cases} a+b > 5, \\ ab > 6 \end{cases}$ 的 ()
 A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件 D. 既不充分又不必要条件
- (2025 江苏连云港模拟)若 $a, b, c \in \mathbf{R}$, 则下列说法正确的是 ()
 A. 若 $\frac{a}{c} > \frac{b}{c}$, 则 $a > b$
 B. 若 $b > a > 0, m < 0$, 则 $\frac{b-m}{a-m} > \frac{b}{a}$
 C. 若 $a > b, \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, 则 $ab > 0$
 D. 若 $a > b > c, a+b+c=0$, 则 $ab > ac$
- (2025 浙江丽水期末)为了加强家校联系,王老师组建了一个由学生、家长和教师组成的 QQ 群,已知该群中男学生人数多于女学生人数,女学生人数多于家长人数,家长人数多于教师人数,教师人数的两倍多于男学生人数,则该 QQ 群教师人数的最小值为 ()
 A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

成长记录

二、多项选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分. 全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

9. (2025 江西景德镇开学考试)已知 $a > b > 0$, 则使得 $\frac{a+c}{a} > \frac{b+c}{b}$ 成立的充分条件可以是 ()
- A. $c = -2$ B. $c = -1$ C. $c = 1$ D. $c = 2$
10. (2025 河南郑州期中)已知 $a, b, c, d \in \mathbf{R}$, 则下列说法正确的是 ()
- A. 若 $a > b, c > d$, 则 $ac > bd$
- B. 若 $bc - ad > 0, bd > 0$, 则 $\frac{a+b}{b} < \frac{c+d}{d}$
- C. 若 $a < b < 0$, 则 $\frac{b}{a} < \frac{a}{b}$
- D. 若 $a > b, \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$, 则 $a > 0, b < 0$
11. (2025 湖北武汉期中)已知 $a > b > c$, 且 $2a + b + c = 0$, 则 ()
- A. $a > 0, c < 0$ B. $\frac{c}{a} + \frac{a}{c} < -2$
- C. $a + c > 0$ D. $\frac{a+2c}{a+b} < -1$

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

12. (2024 云南昆明期中)设 $a = \sqrt{5}, b = 4 - \sqrt{3}$, 则 a _____ b (填入“ $>$ ”或“ $<$ ”).
13. 新题型·构造实例题 (2024 江苏苏州中学期中)若 a, b 同时满足下列两个条件: ① $a + b > ab$;
- ② $\frac{1}{a+b} > \frac{1}{ab}$. 请写出一组 a, b 的值: _____.
14. (2025 浙江杭州一模)对 x, y 定义一种新运算 T , 规定: $T(x, y) = \frac{ax + by}{2x + y}$ (其中 a, b 均为非零常数), 这里等式右边是通常的四则运算, 例如, $T(0, 1) = \frac{a \times 0 + b \times 1}{2 \times 0 + 1} = b$. 已知 $T(1, -1) = -2$, $T(4, 2) = 1$, 若关于 m 的不等式组 $\begin{cases} T(2m, 5-4m) \leq 4, \\ T(m, 3-2m) > P \end{cases}$ 恰好有 3 个整数解, 则实数 P 的取值范围是 _____.

阶段温习一 考点 1~5

满分:73 分 时间:45 分钟

答案见 P7

考查要点

集合与常用逻辑用语,不等式

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.

1. (2025 江苏南京学情调研)已知集合 $A = \{x | x^2 - 4x + 3 \leq 0\}$, $B = \{x | 2 < x < 4\}$, 则 $A \cap B =$ ()
- A. $\{x | 3 \leq x < 4\}$ B. $\{x | 1 \leq x \leq 3\}$
 C. $\{x | 2 < x \leq 3\}$ D. $\{x | 1 \leq x < 4\}$
2. (2025 江苏徐州一中期初)命题“存在 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 + 2x < 1$ ”的否定是 ()
- A. 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 + 2x \geq 1$ B. 不存在 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 + 2x \geq 1$
 C. 存在 $x \in \mathbf{R}$, 使得 $x^2 + 2x > 1$ D. 对任意 $x \in \mathbf{R}$, 都有 $x^2 + 2x < 1$
3. (2025 四川成都模拟)若不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 的解集为 $\{x | -1 < x < 2\}$, 则不等式 $a(x^2 + 1) + b(x - 1) + c > 2ax$ 的解集是 ()
- A. $\{x | 0 < x < 3\}$ B. $\{x | x < 0 \text{ 或 } x > 3\}$
 C. $\{x | 1 < x < 3\}$ D. $\{x | -1 < x < 3\}$
4. 对于任意实数 a, b, c, d , 有下列命题:①若 $a > b, c > d$, 则 $a - c > b - d$; ②若 $a > b > 0, c > d > 0$, 则 $ac > bd$; ③若 $a > b > 0$, 则 $\sqrt[3]{a} > \sqrt[3]{b}$; ④若 $a > b > 0$, 则 $\frac{1}{a^2} > \frac{1}{b^2}$. 其中, 是真命题的为 ()
- A. ①② B. ②③ C. ①④ D. ①③
5. (2024 山东青岛期中)在 \mathbf{R} 上定义运算 \otimes : $A \otimes B = (A - 2) \cdot B$, 若不等式 $(t - x) \otimes (x + t) < 4$ 对任意的 $x \in \mathbf{R}$ 恒成立, 则实数 t 的取值范围是 ()
- A. $(-3, 1)$ B. $(-1, 2)$
 C. $(-1, 3)$ D. $(-\infty, -1) \cup (3, +\infty)$
6. (2025 山东临沂一模)已知函数 $\text{sgn}(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x = 0, \\ -1, & x < 0, \end{cases}$, 则“ $\text{sgn}(e^x - 1) + \text{sgn}(-x + 1) = 0$ ”是“ $x > 1$ ”的 ()
- A. 充分不必要条件
 B. 必要不充分条件
 C. 充要条件
 D. 既不充分也不必要条件
7. (2024 湖北宜荆荆三模)有三个房间需要粉刷, 粉刷方案要求如下: 每个房间只用一种颜色, 且三个房间颜色各不相同. 已知三个房间的粉刷面积(单位: m^2)分别为 x, y, z , 且 $x > y > z$, 三种颜色涂料的粉刷费用(单位: 元/ m^2)分别为 a, b, c , 且 $a < b < c$. 在不同的方案中, 最低的总费用(单位: 元)是 ()
- A. $ax + by + cz$ B. $az + by + cx$
 C. $ay + bz + cx$ D. $ay + bx + cz$
8. 已知 $2xy - y + 1 = 0$ ($x > 0, y > 0$), 则 $\frac{2+xy}{x}$ 的最小值为 ()
- A. $4\sqrt{2}$ B. 8 C. 9 D. $8\sqrt{2}$

成长记录

二、多项选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分. 全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

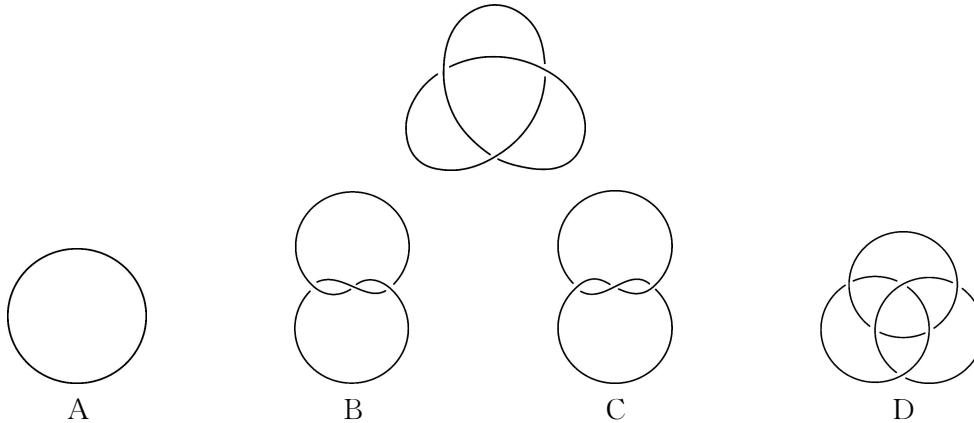
9. 下列各结论中正确的是 ()

- A. “ $xy > 0$ ”是“ $\frac{x}{y} > 0$ ”的充要条件
- B. 设 $a, b, c \in \mathbb{R}$, 则“ $b^2 - 4ac < 0$ ”是“函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象在 x 轴上方”的充分不必要条件
- C. 设 $a \in \mathbb{R}$, 则“ $a = 2$ ”是“ $(a-1)(a-2) = 0$ ”的必要不充分条件
- D. “函数 $y = ax^2 + bx + c$ 的图象过点 $(1, 0)$ ”是“ $a + b + c = 0$ ”的充要条件

10. (2025 江苏南京学情调研)若 $a < 0 < b$, 且 $a + b > 0$, 则 ()

- A. $\frac{a}{b} > -1$
- B. $|a| < |b|$
- C. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} > 0$
- D. $(a-1)(b-1) < 1$

11. (2025 年 1 月八省联考)下面四个绳结中,不能无损伤地变为图中的绳结的有 ()



三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

12. (2024 江苏南京二模)已知集合 $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{(x, y) | x \in A, y \in A, x - y \in A\}$, 则集合 B 的元素个数为 _____.

13. (2025 江苏海安中学期初)若关于 x 的一元二次不等式 $x^2 - ax + 1 \leq 0$ 的解集为 \emptyset , 则实数 a 的取值范围是 _____.

14. 已知 a, b 都是正数,且 $ab + a + b = 3$, 则 ab 的最大值是 _____, $a + 2b$ 的最小值是 _____.

(本题第一空 2 分,第二空 3 分)

第三章 函数

考点过关 6 函数的概念及其表示

满分:73 分 时间:45 分钟

答案见 P8

考查要点

函数的概念及其表示,函数的对应法则

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.

1. 下列各组中的两个函数是同一个函数的为 ()

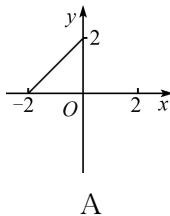
A. $y=1, y=x^0$

B. $y=\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+1}, y=\sqrt{x^2-1}$

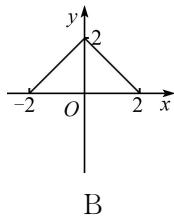
C. $y=x, y=\sqrt[3]{x^3}$

D. $y=|x|, y=(\sqrt{x})^2$

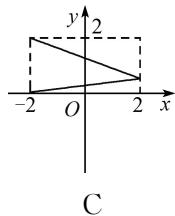
2. 设集合
- $M=\{x \mid -2 \leq x \leq 2\}$
- ,
- $N=\{y \mid 0 \leq y \leq 2\}$
- , 函数
- $f(x)$
- 的定义域为
- M
- , 值域为
- N
- , 则函数
- $f(x)$
- 的图象可以是 ()



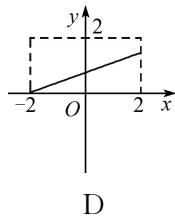
A



B



C



D

3. 已知函数
- $f(x)=\ln(4-x)$
- , 则
- $g(x)=\frac{f(2x)}{x-1}$
- 的定义域为 ()

A. $(-\infty, 1) \cup (1, 8)$

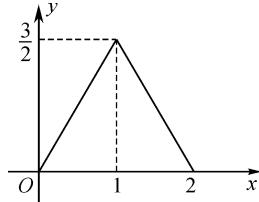
B. $(-\infty, 1) \cup (1, 2)$

C. $(0, 1) \cup (1, 8)$

D. $(0, 1) \cup (1, 2)$

4. 右图所表示的函数解析式为 ()

A. $y=\frac{3}{2}|x-1|, 0 \leq x \leq 2$



B. $y=\frac{3}{2}-\frac{3}{2}|x-1|, 0 \leq x \leq 2$

C. $y=\frac{3}{2}-|x-1|, 0 \leq x \leq 2$

D. $y=1-|x-1|, 0 \leq x \leq 2$

5. (2024 江苏苏州八校联盟三模) 设函数
- $f(x)=\sqrt{ax^2-2ax}$
- (
- $a<0$
-) 的定义域为
- D
- , 对于任意
- $m, n \in D$
- , 若所有点
- $P(m, f(n))$
- 构成一个正方形区域, 则实数
- a
- 的值为 ()

A. -1

B. -2

C. -3

D. -4

6. (2025 广东湛江模拟) 已知函数
- $y=f(2^x)$
- 的定义域是
- $[-1, 1]$
- , 则函数
- $y=f(\log_3 x)$
- 的定义域是 ()

A. $[-1, 1]$

B. $\left[\frac{1}{3}, 3\right]$

C. $[1, 3]$

D. $[\sqrt{3}, 9]$

7. 已知
- $\forall x \in \mathbb{R}$
- , 函数
- $f(x)$
- 表示
- $-x+3, \frac{3}{2}x+\frac{1}{2}, x^2-4x+3$
- 中的最大的一个, 则
- $f(x)$
- 的最小值是 ()

A. 2

B. 3

C. 8

D. -1

8. 设定义在
- $(0, +\infty)$
- 上的函数
- $f(x)$
- 为单调函数, 且
- $f\left[f(x)+\frac{2}{x}\right]=1$
- , 则
- $f(1)=$
- ()

A. -3

B. -2

C. -1

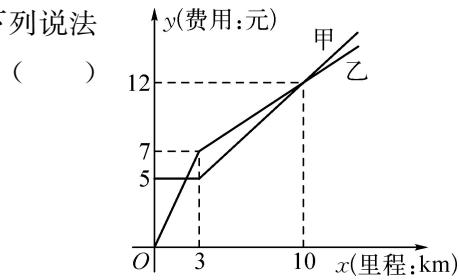
D. 0

成长记录

二、多项选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分. 全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

9. (2025 山东烟台开学考试)某打车平台欲对收费标准进行改革,现制定了甲、乙两种方案供乘客选择,其支付费用与打车里程数的函数关系大致如图所示,则下列说法正确的有

- A. 当打车里程数为 8 km 时,乘客选择甲方案省钱
 B. 当打车里程数为 10 km 时,乘客选择甲、乙方案均可
 C. 打车 3 km 以上时,每公里增加的费用甲方案比乙方案多
 D. 增加 1 公里费用增加 0.7 元



10. (2025 浙江余姚中学期中)已知函数 $f(x) = \begin{cases} ax, & x \geq 0, \\ x^2 - ax, & x < 0. \end{cases}$ 若函数的值域为 $[0, +\infty)$, 则下列的 a 值满足条件的是

- A. $a = \frac{1}{2}$ B. $a = -3$ C. $a = 0$ D. $a = 4$

11. 狄利克雷函数 $f(x) = \begin{cases} 1, & x \in \mathbb{Q}, \\ 0, & x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$ 是高等数学中的一个典型函数,对于狄利克雷函数 $f(x)$,下列命题中真命题的有

- A. 对任意 $x \in \mathbb{R}$,都有 $f[f(x)] = 1$
 B. 对任意 $x \in \mathbb{R}$,都有 $f(-x) + f(x) = 0$
 C. 若 $a < 0, b > 1$,则有 $\{x | f(x) > a\} = \{x | f(x) < b\}$
 D. 存在三个点 $A(x_1, f(x_1)), B(x_2, f(x_2)), C(x_3, f(x_3))$,使得 $\triangle ABC$ 为等腰三角形

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

12. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x-3, & x \geq 9, \\ f(f(x+4)), & x < 9, \end{cases}$ 则 $f(7) = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 若函数 $f(x) = \frac{1}{ax^2 + 4ax + 3}$ 的定义域为 \mathbb{R} ,则实数 a 的取值范围是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

14. (2024 广东茂名期中)已知函数 $f(x) = \begin{cases} 2-x, & x \geq 1, \\ x^2 + x - 1, & x < 1, \end{cases}$ 则 $f[f(4)] = \underline{\hspace{2cm}}$;若存在实数 a ,使得 $f(a) = f[f(a)]$,则 a 的个数是 $\underline{\hspace{2cm}}$. (本题第一空 2 分,第二空 3 分)

第四章 导数及其应用

考点过关 12 导数的概念与运算

满分:73 分 时间:45 分钟

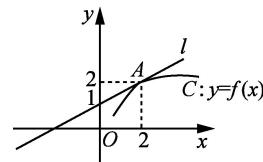
答案见 P19

考查要点

导数的概念与运算

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.

- 若函数 $f(x) = \sin \alpha - \cos x$, 则 $f'(\alpha) =$ ()
 A. $\sin \alpha$ B. $\cos \alpha$ C. $\sin \alpha + \cos \alpha$ D. $2\sin \alpha$
- 已知一个物体的运动方程为 $s = 1 - t + t^2$, 其中 s 的单位是 m, t 的单位是 s, 那么物体在 4 s 末的瞬时速度是 ()
 A. 7 m/s B. 6 m/s C. 5 m/s D. 8 m/s
- (2024 湖北十七所重点中学联考) 函数 $f(x) = \log_2 \frac{1}{x}$ 的导函数为 ()
 A. $f'(x) = \frac{\ln 2}{x}$ B. $f'(x) = \frac{1}{x \ln 2}$
 C. $f'(x) = -\frac{\ln 2}{x}$ D. $f'(x) = -\frac{1}{x \ln 2}$
- (2025 山西太原模拟) 函数 $y = f(x)$ 的导数 $y = f'(x)$ 仍是 x 的函数, 通常把导函数 $y = f'(x)$ 的导数叫作函数 $y = f(x)$ 的二阶导数, 记作 $y = f''(x)$. 类似地, 二阶导数的导数叫作三阶导数, 三阶导数的导数叫作四阶导数, …一般地, $n-1$ 阶导数的导数叫作 n 阶导数, 函数 $y = f(x)$ 的 n 阶导数记作 $y = f^{(n)}(x)$, 例如 $y = e^x$ 的 n 阶导数 $(e^x)^{(n)} = e^x$. 若 $f(x) = xe^x + \sin x$, 则 $f^{(2024)}(0) =$ ()
 A. 2022 B. 2023 C. 2024 D. 2025
- (2025 湖北荆州质检) 已知函数 $f(x) = x^3 + x^2 f'(0) - x$, 则 $f(1)$ 的值为 ()
 A. -1 B. 1 C. -3 D. 3
- 如图, 已知曲线 $C: y = f(x)$ 与直线 l 相切于点 A , 设 $g(x) = xf(x)$. 则曲线 $y = g(x)$ 在点 $(2, g(2))$ 处的切线方程为 ()
 A. $x - 2y + 2 = 0$
 B. $3x - y - 4 = 0$
 C. $3x - y - 2 = 0$
 D. $x - 3y - 2 = 0$
- (2024 海南海口 4 月调研) 已知函数 $f(x)$ 的定义域为 \mathbf{R} , $f(x+1)$ 是偶函数, 当 $x < \frac{1}{2}$ 时, $f(x) = \ln(1-2x)$, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(2, f(2))$ 处的切线斜率为 ()
 A. $\frac{2}{5}$ B. $-\frac{2}{5}$ C. 2 D. -2
- (2024 江苏张家港期中) 贝塞尔曲线(Beziercurve)是应用于二维图形应用程序的数学曲线, 一般的矢量图形软件通过它来精确画出曲线. 三次函数 $f(x)$ 的图象是可由 A, B, C, D 四点确定的贝塞尔曲线, 其中点 A, D 在 $f(x)$ 的图象上, $f(x)$ 在点 A, D 处的切线分别过点 B, C . 若 $A(0, 0)$, $B(-1, -1)$, $C(2, 2)$, $D(1, 0)$, 则 $f(x) =$ ()
 A. $5x^3 - 4x^2 - x$ B. $3x^3 - 3x$ C. $3x^3 - 4x^2 + x$ D. $3x^3 - 2x^2 - x$



成长记录

二、多项选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分. 全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

9. (2025 浙江宁波期末)下列函数的导数计算正确的是 ()
- A. 若函数 $f(x) = \cos(-x)$, 则 $f'(x) = \sin x$
 - B. 若函数 $f(x) = a^{-x}$ ($a > 0$ 且 $a \neq 1$), 则 $f'(x) = -a^{-x} \ln a$
 - C. 若函数 $f(x) = \lg x$, 则 $f'(x) = \frac{\lg e}{x}$ (e 是自然对数的底数)
 - D. 若函数 $f(x) = \tan x$, 则 $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$
10. 新题型·判断正误题(2025 江苏镇江期末)定义方程 $f(x) = f'(x)$ 的实数根 x_0 叫作函数 $f(x)$ 的“新不动点”,有下列函数,其中只有一个“新不动点”的函数有 ()
- A. $g(x) = x \cdot 2^x$
 - B. $g(x) = -e^x - 2x$
 - C. $g(x) = \ln x$
 - D. $g(x) = \sin x + 2\cos x$
11. (2025 湖南桃源第一中学模拟)已知过点 $A(a, 0)$ 作曲线 $y = (1+x)e^x$ 的切线有且仅有 1 条,则 a 的可能取值为 ()
- A. -5
 - B. -3
 - C. -1
 - D. 1

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

12. (2024 甘肃兰州诊断)函数 $f(x) = xe^{-x}$ (e 是自然对数的底数)在 $x = 1$ 处的切线方程是_____.
13. (2025 湖南常德期末)已知函数 $f(x) = e^{x-1} - a \ln x - a$, 若曲线 $y = f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线与直线 $2x + y - 1 = 0$ 垂直,则切线的方程为_____.
14. 若直线 $y = kx + b$ 是曲线 $y = \ln x$ 的切线,也是曲线 $y = e^{x-2}$ 的切线,则 $k =$ _____.

大题过关一 函数与导数(1)

满分:58 分 时间:60 分钟

↙答案见 P27

1. (2025 东北三省三校一模)(本小题满分 13 分)

已知 $f(x) = \sin 2x + 2\cos x$. 求:

- (1) $f(x)$ 在 $x=0$ 处的切线方程;
- (2) $f(x)$ 的单调递减区间.

2. (2024 重庆主城二测)(本小题满分 15 分)

已知函数 $f(x) = 1 - 2\ln x - \frac{a}{x^2}$ ($a > 0$).(1) 当 $a=4$ 时, 求函数 $f(x)$ 在点 $(1, f(1))$ 处的切线方程;(2) 设函数 $f(x)$ 的极大值为 $M(a)$, 求证: $M(a) + 1 \leq \frac{1}{a}$.

成长记录

3. (2025 东北三省四市一模)(本小题满分 15 分)

已知函数 $f(x) = \frac{x}{e^x} - a e^x$, $a \in \mathbf{R}$.

- (1) 当 $a=0$ 时, 求 $f(x)$ 在 $x=1$ 处的切线方程;
- (2) 当 $a=1$ 时, 求 $f(x)$ 的单调区间和极值;
- (3) 若对任意 $x \in \mathbf{R}$, 有 $f(x) \leq e^{x-1}$ 恒成立, 求 a 的取值范围.

4. (2024 安徽六校教育研究会二测)(本小题满分 15 分)

(1) 已知 $x > 0$, 求证: $1+x < e^x < (1+x)^{1+x}$;

(2) 证明: $\sum_{k=1}^n (n-k)^n < \frac{n^n}{e-1}$ ($n \in \mathbf{N}^*$).

第五章 三角函数与解三角形

成长记录

考点过关 16 三角函数的概念与同角关系式、诱导公式

满分:73 分 时间:45 分钟

答案见 P30

考查要点

任意角三角函数的定义以及在各象限内的符号,诱导公式,扇形的弧长、面积公式,同角三角函数的两个基本关系式

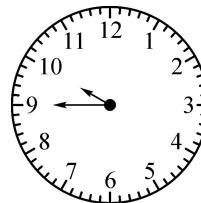
一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.

1. (2024 安徽芜湖三模)角 θ 为第三象限角的充要条件是 ()

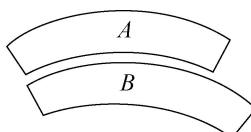
- A. $\begin{cases} \sin \theta > 0, \\ \cos \theta > 0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} \sin \theta < 0, \\ \cos \theta < 0 \end{cases}$
 C. $\begin{cases} \sin \theta > 0, \\ \cos \theta < 0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} \sin \theta < 0, \\ \cos \theta > 0 \end{cases}$

2. (2025 山东济宁质检)如图,某时钟显示的时刻为 9:45,此时时针与分针的夹角为 θ ,则 $(\sin \theta + \cos \theta)(\sin \theta - \cos \theta) =$ ()

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. $-\frac{\sqrt{2}}{2}$
 C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$



3. (2025 江西新余模拟)扇环是指一个圆环从圆心引出两条射线截出的部分. 组成同一扇环的大、小两弧分别称为外弧与内弧, 外弧与内弧在其对应圆上对应的弦为外弦与内弦. 如图, A, B 两个全等的扇环圆心角为 $\frac{\pi}{3}$, 按此方式摆放, 我们会认为 B 环更大, 这就是“贾斯特罗错觉”. 现顺势延长 A 环使 A 环的内弧长等于 B 环的外弧长, 若外、内弧对应圆半径比为 2:1, 则延长后 A 的内弦与 B 的外弦长度比为 ()

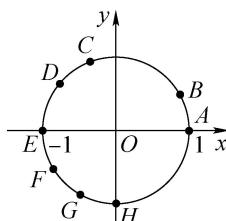


- A. 1:1 B. 1:2 C. 1: $\sqrt{3}$ D. $\sqrt{3}:2$

4. 计算 $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)\cos(\pi-\theta)+\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)\sin(\pi+\theta)$ 的结果为 ()

- A. -1 B. 1 C. - $\cos 2\theta$ D. $\cos 2\theta$

5. (2025 山西太原期中)已知角 α 的始边与 x 轴的非负半轴重合, 终边与单位圆交于点 P . 若 $\tan \alpha > \sin \alpha > \cos \alpha$, 则点 P 可能位于如图所示单位圆上的 ()



- A. \widehat{AB} B. \widehat{CD} C. \widehat{EF} D. \widehat{GH}

6. 已知 $\sin\left(\frac{\pi}{3}-x\right)=\frac{3}{5}$, 则 $\cos\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=$ ()

- A. $-\frac{4}{5}$ B. $-\frac{3}{5}$ C. $\frac{4}{5}$ D. $\frac{3}{5}$

成长记录

7. (2024 山西太原、大同二模) 已知 $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$, $0 < \alpha < \pi$, 则 $\sin \alpha - \cos \alpha =$ ()

- A. $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ C. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

8. 已知 $\sin \alpha + 2\cos \alpha = 0$, 则 $2\sin \alpha \cos \alpha - \cos^2 \alpha$ 的值是 ()

- A. -1 B. $-\frac{3}{5}$ C. 1 D. $\frac{3}{5}$

二、多项选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分. 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 已知角 θ 的终边与坐标轴不重合, 式子 $\sqrt{1 - \sin^2(\pi + \theta)}$ 化简的结果为 $-\cos \theta$, 则 ()

- A. $\sin \theta > 0, \tan \theta > 0$ B. $\sin \theta < 0, \tan \theta > 0$
C. $\sin \theta < 0, \tan \theta < 0$ D. $\sin \theta > 0, \tan \theta < 0$

10. (2024 湖南邵阳三模) 下列说法正确的有 ()

- A. 若角 α 的终边过点 $P\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, 则角 α 的集合是 $\left\{\alpha \mid \alpha = \frac{\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbf{Z}\right\}$

- B. 若 $\cos\left(\alpha + \frac{\pi}{6}\right) = \frac{3}{5}$, 则 $\sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{3}{5}$

- C. 若 $\tan \alpha = 2$, 则 $\sin^2 \alpha + \sin \alpha \cos \alpha = \frac{6}{5}$

- D. 若扇形的周长为 8 cm, 圆心角为 2 rad, 则此扇形的半径是 4 cm

11. **新题型 · 逻辑推理题** (2025 河南开封开学考试) 教材《必修一》上有结论: 对任意 $n \in \mathbf{N}^*$ 且 $n \geq 2$, 有

- $\cos \frac{2\pi}{n} + \cos \frac{4\pi}{n} + \dots + \cos \frac{2n\pi}{n} = 0$, $\sin \frac{2\pi}{n} + \sin \frac{4\pi}{n} + \dots + \sin \frac{2n\pi}{n} = 0$, 则 ()

- A. $\cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{4\pi}{5} + \cos \frac{6\pi}{5} + \cos \frac{8\pi}{5} = -1$

- B. $\sin \frac{2\pi}{5} + \sin \frac{4\pi}{5} + \sin \frac{6\pi}{5} + \sin \frac{8\pi}{5} = -1$

- C. $\cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{4\pi}{5} = -\frac{1}{2}$

- D. $\sin \frac{2\pi}{5} + \sin \frac{4\pi}{5} = \frac{1}{2}$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. (2025 安徽芜湖模拟) 已知角 θ 的顶点在坐标原点, 始边与 x 轴非负半轴重合, 终边经过点 $P(1,$

- $3)$, 则 $\frac{2\cos(\pi - \theta)}{\cos \theta - \sin(\pi + \theta)} =$ _____.

13. 已知一扇形的弧长为 $\frac{2\pi}{9}$, 面积为 $\frac{2\pi}{9}$, 则圆心角 $\theta =$ _____.

14. (2025 山东济南 1 月学情监测) 已知 $\alpha \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$, 且 $\sin \alpha + \cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$, 则 $\tan \alpha$ 的值为 _____.

第六章 平面向量与复数

成长记录

考点过关 21 平面向量的概念及线性运算

满分:73 分 时间:45 分钟

答案见 P41

考查要点

平面向量的概念和几何表示,共线向量,向量的加法、减法和数乘,线性运算

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.

- (2024 山东滨州二模)已知在 $\triangle ABC$ 中,点 G 为 $\triangle ABC$ 的重心,若 M 为 AC 上一点,且满足 $\overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{AM}$,则

A. $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{12}\overrightarrow{AC}$ B. $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{7}{12}\overrightarrow{AC}$
 C. $\overrightarrow{GM} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{7}{12}\overrightarrow{AC}$ D. $\overrightarrow{GM} = -\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{12}\overrightarrow{AC}$
- 若向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 满足 $|\mathbf{a}|=3, |\mathbf{b}|=8$,则 $|\mathbf{a}+\mathbf{b}|$ 的最小值为

A. 11 B. 2 C. 4 D. 5
- (2025 山西 1 月调研)已知在矩形 $ABCD$ 中, E 为边 AB 的中点,线段 AC 和 DE 交于点 F ,则

$$\overrightarrow{BF} =$$

A. $-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$ B. $\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AD}$
 C. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ D. $-\frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}$
- 已知向量 $\mathbf{a} = \mathbf{e}_1 + 2\mathbf{e}_2, \mathbf{b} = 2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2$,则 $\mathbf{a} + 2\mathbf{b}$ 与 $2\mathbf{a} - \mathbf{b}$

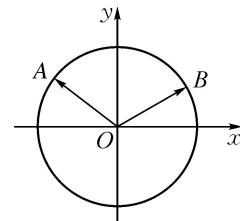
A. 一定共线 B. 一定不共线
 C. 当且仅当 \mathbf{e}_1 与 \mathbf{e}_2 共线时共线 D. 当且仅当 $\mathbf{e}_1 = \mathbf{e}_2$ 时共线
- (2025 黑龙江齐齐哈尔一模)已知向量 \mathbf{a}, \mathbf{b} 不共线, $\overrightarrow{AB} = \lambda\mathbf{a} + \mathbf{b}, \overrightarrow{AC} = \mathbf{a} + \mu\mathbf{b}$,其中 $\lambda > 0, \mu > 0$.若 A, B, C 三点共线,则 $\lambda + 4\mu$ 的最小值为

A. 5 B. 4 C. 3 D. 2
- (2025 浙江青田高级中学期初)如图所示,单位圆上有动点 A, B ,当 $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}|$ 取得最大值时, $|\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}| =$

A. 0 B. -1 C. 1 D. 2
- (2025 新疆乌鲁木齐一模)已知在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AD} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.若 $\angle BAD = \theta, \angle CAD = 2\theta$,则下列各式一定成立的是

A. $\sin B = \cos \theta \sin C$ B. $\sin C = \cos \theta \sin B$
 C. $\sin B = \sin \theta \sin C$ D. $\sin C = \sin \theta \sin B$
- 设 D 是 $\triangle ABC$ 所在平面内一点,则下列说法错误的是

A. 若 $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$,则 D 是边 BC 的中点
 B. 若 $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$,则点 D 是 $\triangle ABC$ 的重心
 C. 若 $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$,则点 D 在边 BC 的延长线上
 D. 若 $\overrightarrow{AD} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$,且 $x + y = \frac{1}{2}$,则 $\triangle BCD$ 的面积是 $\triangle ABC$ 面积的一半



成长记录

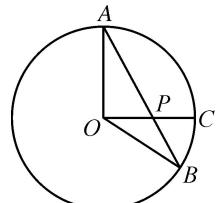
二、多项选择题:本题共3小题,每小题6分,共18分.全部选对的得6分,部分选对的得部分分,有选错的得0分.

9. (2025 山东济南历城第二中学模拟)对于非零向量 \mathbf{a} ,下列说法正确的是 ()

- A. $2\mathbf{a}$ 的长度是 \mathbf{a} 的长度的 2 倍,且 $2\mathbf{a}$ 与 \mathbf{a} 方向相同
- B. $-\frac{1}{3}\mathbf{a}$ 的长度是 \mathbf{a} 的长度的 $\frac{1}{3}$,且 $-\frac{1}{3}\mathbf{a}$ 与 \mathbf{a} 方向相反
- C. 若 $\lambda=0$,则 $\lambda\mathbf{a}$ 等于零
- D. 若 $\lambda=\frac{1}{|\mathbf{a}|}$,则 $\lambda\mathbf{a}$ 是与 \mathbf{a} 同向的单位向量

10. 如图所示,点 A, B, C 是圆 O 上的三点,线段 OC 与线段 AB 交于圆内一点 P ,若 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{OC}=\mu\overrightarrow{OA}+3\mu\overrightarrow{OB}$,则 ()

- A. 当 P 为线段 OC 中点时, $\mu=\frac{1}{2}$
- B. 当 P 为线段 OC 中点时, $\mu=\frac{1}{3}$
- C. 无论 μ 取何值,恒有 $\lambda=\frac{3}{4}$
- D. 存在 $\mu\in\mathbf{R}, \lambda=\frac{1}{2}$



11. (2024 江苏泰州期中)已知在 $\triangle OAB$ 中, P_1, P_2, \dots, P_{n-1} 分别是 AB 上的 n 等分点,其中 $n\in\mathbf{N}^*$, $n\geq 4$,则 ()

- A. $\overrightarrow{OP_{n-3}} \cdot \overrightarrow{OP_{n-2}} = \overrightarrow{OP_{n-2}} \cdot \overrightarrow{OP_{n-1}}$
- B. $2\overrightarrow{OP_{n-2}} = \overrightarrow{OP_{n-3}} + \overrightarrow{OP_{n-1}}$
- C. $\overrightarrow{OP_{n-1}} = \frac{1}{n+1}\overrightarrow{OA} + \frac{n}{n+1}\overrightarrow{OB}$
- D. $2|\overrightarrow{OP_1} + \overrightarrow{OP_2} + \dots + \overrightarrow{OP_{n-1}}| = (n-1)|\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}|$

三、填空题:本题共3小题,每小题5分,共15分.

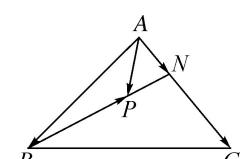
12. 新题型·构造实例题(2024 山西太原三模)已知 P 是平行四边形 $ABCD$ 对角线上一点,且 $\overrightarrow{AP}=\lambda\overrightarrow{AB}+\mu\overrightarrow{AD}$,其中 $\lambda\in[0,1], \mu\in[0,1]$,写出满足条件的一组 (λ, μ) 的值为 _____.

13. 在 $\triangle ABC$ 中,角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c ,重心为 G ,若 $2a\overrightarrow{GA} + \sqrt{3}b\overrightarrow{GB} + 3c\overrightarrow{GC} = \mathbf{0}$,则 $\cos B =$ _____.

14. (2025 江苏宿迁模拟)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{3}\overrightarrow{NC}$.若 $\overrightarrow{AN}=\lambda\overrightarrow{AC}$,则 λ 的

值为 _____,若 P 是 BN 上的一点,且 $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+m\overrightarrow{AC}$,则 m 的值

为 _____.(本题第一空 2 分,第二空 3 分)



第七章 数列

考点过关 25 数列的概念及简单表示

满分:73 分 时间:45 分钟

答案见 P49

考查要点

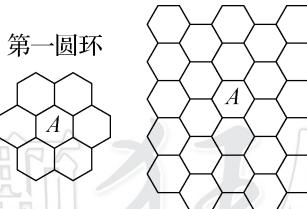
数列的概念,数列的通项公式,递增(递减)数列,递推数列

一、单项选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分.

1. 下列结论正确的是 ()

- A. 相同的一组数按不同顺序排列时都表示同一个数列
- B. 1,1,1,1,...不能构成一个数列
- C. 任何一个数列不是递增数列,就是递减数列
- D. 如果数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ,则对任意 $n \in \mathbb{N}^*$,都有 $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$

2. (2024 山西太原期中)石墨烯是一种由单层碳原子构成的具有平面网状结构的物质,其结构如图所示,其中每个六边形的顶点是一个碳原子的所处位置. 现令六边形 A 为中心六边形,其外围紧邻的每个六边形构成“第一圆环”,“第一圆环”外围紧邻的六边形构成“第二圆环”,以此类推. 则“第七圆环”上的碳原子数为 ()



3. 1852 年,英国来华传教士伟烈亚力将《孙子算经》中“物不知数”问题的解法传至欧洲. 1874 年,英国数学家马西森指出此法符合 1801 年由高斯得到的关于同余式解法的一般性定理,因而西方称之为“中国剩余定理”. “中国剩余定理”讲的是一个关于整除的问题,现有这样一个整除问题:将 1 到 2022 这 2022 个数中,能被 2 除余 1,且被 5 除余 1 的数按从小到大的顺序排成一列,构成数列 $\{a_n\}$,则 $a_{20} =$ ()

- A. 181
- B. 191
- C. 201
- D. 211

4. 对于数列 $\{a_n\}$,“ $a_{n+1} > |a_n|$ ”是“ $\{a_n\}$ 为递增数列”的 ()

- A. 充分不必要条件
- B. 必要不充分条件
- C. 充要条件
- D. 既不充分又不必要条件

5. (2025 江西景德镇期末)对于数列 $\{a_n\}$,若存在正整数 $k (k \geq 2)$,使得 $a_k < a_{k-1}, a_k < a_{k+1}$,则称 $\{a_n\}$ 是“谷值数列”, k 是数列 $\{a_n\}$ 的“谷值点”. 现有数列 $\{a_n\}$,其通项公式 $a_n = \left| n + \frac{9}{n} - 10 \right|$,则该数列所有“谷值点”之和为 ()

- A. 3
- B. 9
- C. 10
- D. 12

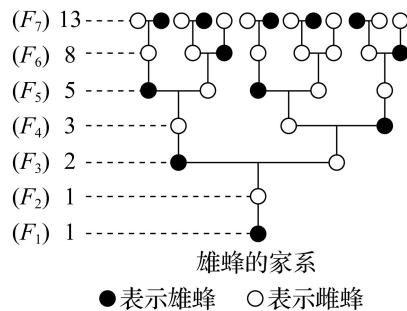
6. 删去正整数 1,2,3,4,5,... 中的所有完全平方数(如 4,9),得到一个新数列,则这个数列的第 2022 项是 ()

- A. 1976
- B. 1977
- C. 2066
- D. 2067

7. 已知正数数列 $\{a_n\}$ 对任意 $p, q \in \mathbb{N}^*$,都有 $a_{p+q} = a_p \cdot a_q$. 若 $a_2 = 4$,则 $a_9 =$ ()

- A. 18
- B. 81
- C. 256
- D. 512

8. 新题型·判断正误题(2025 陕西咸阳模拟预测)养过蜂的人都知道,蜂后产的卵若能受精则孵化为雌蜂,若不能受精则孵化为雄蜂,即雄蜂是有母无父,雌蜂是有父有母的,因此一只雄蜂的第 n 代祖先数目如图所示.



若用 F_n 表示一只雄蜂第 n 代祖先的个数,给出下列结论,其中正确的是 ()

- A. $F_8 + F_{10} > F_{11}$ B. $F_9 + F_{10} < F_8 + F_{11}$
 C. $F_9 + F_{11} < 2F_{10}$ D. $4F_6 + F_{10} > F_{11}$

二、多项选择题:本题共 3 小题,每小题 6 分,共 18 分.全部选对的得 6 分,部分选对的得部分分,有选错的得 0 分.

9. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = -\frac{1}{2}$, $a_{n+1} = \frac{1}{1-a_n}$, 则下列各数是 $\{a_n\}$ 的项的有 ()

- A. -2 B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{3}{2}$ D. 3

10. (2025 湖南衡阳模拟)甲同学通过数列 $3, 5, 9, 17, 33, \dots$ 的前 5 项,得到该数列的一个通项公式为 $a_n = 2^n + m$,根据甲同学得到的通项公式,下列结论正确的是 ()

- A. $m = 1$ B. $m = 2$
 C. 该数列为递增数列 D. $a_6 = 65$

11. 设 $\{a_n\}$ 是无穷数列,若存在正整数 k ,使得对任意 $n \in \mathbb{N}^*$,均有 $a_{n+k} > a_n$,则称 $\{a_n\}$ 是间隔递增数列, k 是 $\{a_n\}$ 的间隔数,则下列说法正确的是 ()

- A. 公比大于 1 的等比数列一定是间隔递增数列
 B. 已知 $a_n = n + \frac{4}{n}$,则 $\{a_n\}$ 是间隔递增数列
 C. 已知 $a_n = 2n + (-1)^n$,则 $\{a_n\}$ 是间隔递增数列且最小间隔数是 2
 D. 已知 $a_n = n^2 - tn + 2021$,若 $\{a_n\}$ 是间隔递增数列且最小间隔数是 3,则 $4 \leq t < 5$

三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分.

12. (2025 江苏淮安期中)已知数列 $\{a_n\}$,若 a_n 关于 n 的图象是一条抛物线上的孤立的点,且 $a_1 = 1$, $a_2 = 3$, $a_3 = 7$,则 $a_5 = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 在数列 $\{a_n\}$ 中, $a_1 = 3$, $a_{n+1} = a_n + \frac{1}{n(n+1)}$,则数列 $\{a_n\}$ 的通项公式为 $a_n = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. (2025 浙江宁波一模)已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_{n+1} = a_n - a_{n-1}$ ($n \geq 2$), $a_1 = 1$, $a_2 = 3$,记 $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$. 则 $a_3 = \underline{\hspace{2cm}}$, $S_{2015} = \underline{\hspace{2cm}}$. (本题第一空 2 分,第二空 3 分)