



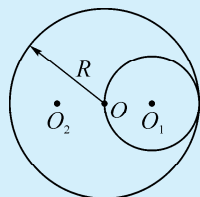
题型一：非点电荷电场强度的叠加及计算的五种方法

题型解读

求电场强度有三个公式： $E=\frac{F}{q}$ 、 $E=k\frac{Q}{r^2}$ 、 $E=\frac{U}{d}$ ，在一般情况下可由上述公式计算电场强度，但在求解带电圆环、带电平面等一些特殊带电体产生的电场强度时，上述公式无法直接应用。这时，如果转换思维角度，灵活运用补偿法、对称法、微元法、等效法、极限法等巧妙方法，可以化难为易。

典题剖析

例1 (补偿法) (2024 广东省茂名市质量监测) 已知一个均匀带电球壳在球壳内部产生的电场强度处处为零，在球壳外部产生的电场与一个位于球壳球心、带有相同电荷量的点电荷产生的电场相同。有一个电荷量为 $+Q$ 、半径为 R 、电荷均匀分布的实心球体，其球心为 O 点。现从该球体内部挖去一个半径为 $\frac{R}{2}$ 的实心小球，如图所示，挖去小球后，不改变剩余部分的电荷分布， O_2 点与 O_1 点关于 O 点对称。



由以上条件可以计算出挖去实心小球后， O_1 点的电场强度 E_1 的大小、 O_2 点的电场强度 E_2 的大小分别为

A. $E_1=k\frac{Q}{8R^2}$

B. $E_1=k\frac{Q}{4R^2}$

C. $E_2=k\frac{3Q}{8R^2}$

D. $E_2=k\frac{5Q}{8R^2}$

分析与解

从大球体内部挖去半径为 $\frac{R}{2}$ 的实心小球之前， O_1 、 O_2 点的电场强度是以 O 为圆心、以 OO_2 为半径的球体所带的电荷产生的，设该球体所带电荷量为 Q_3 ，在 O_1 、 O_2 处产生的电场强度大小为 E_3 ，有 $E_3=k\frac{Q_3}{(\frac{R}{2})^2}$ ， O_1 点场强方向水平向右， O_2 点场强方向水平向左，且 $Q_3=\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \cdot \frac{4}{3}\pi (\frac{R}{2})^3=\frac{Q}{8}$ ，联立解得 $E_3=k\frac{Q}{2R^2}$ ；对于 O_1 点，由于 O_1 位于挖去部分的球心，则被挖去部分在 O_1 点产生的电场强度大小为 $E'_1=0$ ，根据电场叠加原理可知 $E_3=E_1+E'_1$ ，解得 $E_1=E_3=k\frac{Q}{2R^2}$ ，故A、B错误；对于 O_2 点，被挖去部分所带电荷量 $Q_4=\frac{Q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \cdot \frac{4}{3}\pi (\frac{R}{2})^3=\frac{Q}{8}$ ，则在 O_2 点产生的电场强度大小为 $E'_2=k\frac{Q_4}{R^2}=k\frac{Q}{8R^2}$ ，方向水平向左，由电场叠加原理可知 $E_3=E_2+E'_2$ ，解得 $E_2=k\frac{3Q}{8R^2}$ ，故C正确，D错误。

答案 C

解后反思

将有空腔的球(或半球面、有缺口的带电圆环等)补全为球体(或球面、圆环等)分析，再减去补偿的部分产生的影响。当所给带电体不是一个完整的规则物体时，将该带电体增加一部分，组成一个规则的整体，从而求出规则物体产生的电场强度，再通过电场强度的叠加求出待求带电体产生的电场强度。应用此法的关键是“补”后的带电体应当是我们熟悉的某一物理模型。

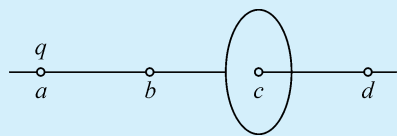
例2 (对称法) (2024 福建省泉州市四校联考) 如图所示，一圆盘上均匀分布着电荷，在垂直于圆盘且过圆心 c 的轴线上有 a 、 b 、 d 三个点， a 和 b 、 b 和 c 、 c 和 d 间的距离均为 R ，在 a 点处有一电荷量为 q ($q>0$)的固定点电荷，已知 b 点处的场强为零，则 d 点处场强为

A. $k\frac{2q}{9R^2}$ ，方向水平向左

B. $k\frac{2q}{9R^2}$ ，方向水平向右

C. $k\frac{10q}{9R^2}$ ，方向水平向左

D. $k\frac{10q}{9R^2}$ ，方向水平向右





分析与解

电荷量为 q 的点电荷在 b 点处产生的电场强度为 $E = k \frac{q}{R^2}$, 方向水平向右, 而 b 点处的场强为零, 则圆盘带正电荷, 且在 b 点处产生的电场强度也为 $E = k \frac{q}{R^2}$. 由对称性可知圆盘在 d 点处产生的电场强度大小仍为 $E = k \frac{q}{R^2}$. 而电荷量为 q 的点电荷在 d 点处产生的电场强度大小为 $E' = k \frac{q}{(3R)^2} = k \frac{q}{9R^2}$, 由于两者在 d 点处产生的电场强度方向相同, 所以 d 点处合场强大小为 $E + E' = k \frac{10q}{9R^2}$, 方向水平向右, 故 D 正确, A、B、C 错误.

答案 D

解后反思

利用空间上对称分布的电荷形成的电场具有对称性的特点, 使复杂电场的叠加计算问题大为简化. 形状规则的带电体形成的电场具有对称性, 位置对称的两点处的电场强度大小相等. 如果能够求出其中一点处的电场强度, 根据对称性特点, 另一点处的电场强度即可求出.

例 3 (微元法) (2024 江苏省江阴市调研) 一半径为 R 的圆环上均匀地带有电荷量为 Q 的电荷, 在垂直于圆环平面的对称轴上有一点 P , 它与环心 O 的距离 $OP = L$. 已知静电力常量为 k . 关于 P 点的场强 E , 下列四个表达式中只有一个是正确的, 请你根据所学的物理知识, 通过一定的分析, 判断正确的表达式是

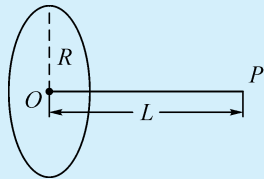
()

A. $\frac{kQ}{R^2 + L^2}$

B. $\frac{kQL}{R^2 + L^2}$

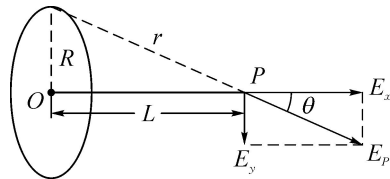
C. $\frac{kQR}{\sqrt{(R^2 + L^2)^3}}$

D. $\frac{kQL}{\sqrt{(R^2 + L^2)^3}}$



分析与解

设想将圆环等分为 n 个小段, 当 n 相当大时每一小段都可以看成点电荷, 其所带电荷量为 $q = \frac{Q}{n}$, 由点电荷的场强公式可得, 每一点电荷在 P 处产生的场强为 $E_P = k \frac{Q}{nr^2} = k \frac{Q}{n(R^2 + L^2)}$, 由对称性可知, 各小段在 P 处产生的场强垂直于轴向的分量 E_y



相互抵消, 而沿轴向分量之和即为带电圆环在 P 处产生的场强 E , 故 $E = nE_x = n \cdot \frac{kQ}{n(L^2 + R^2)} \cdot \cos \theta = \frac{kQL}{r(L^2 + R^2)}$, 而 $r = \sqrt{L^2 + R^2}$, 联立可得 $E = \frac{kQL}{\sqrt{(R^2 + L^2)^3}}$, D 正确.

答案 D

解后反思

将带电体分成许多电荷元, 每个电荷元可看成点电荷, 先根据库仑定律求出每个电荷元产生的场强, 再结合对称性和场强叠加原理求出合场强. 求解均匀带电圆环、带电平面、带电直杆等在某点产生的场强问题, 可应用微元法. 微元法是从部分到整体的思维方法, 把带电体看成由无数个点电荷构成, 然后根据对称性, 利用平行四边形定则进行电场强度叠加. 利用微元法可以将一些复杂的物理模型、过程转化为熟悉的物理模型、过程, 以解决常规方法不能解决的问题.

例 4 (等效法) (2024 陕西省渭南市期中) 如图所示, 在真空中某竖直平面内固定一足够大的接地金属板 MN , 在 MN 右侧与其相距 $2d$ 处的 P 点放置一电荷量为 Q 的正点电荷, 如果从 P 点作 MN 的垂线, 则 O 为垂足, A 为 O 、 P 连线的中点, B 为 OP 延长线上的一点, $PB = d$. 已知静电力常量为 k , 关于各点的电场强度, 下列说法正确的是 ()

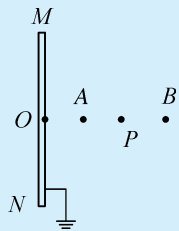


A. O 点场强大小为 $k \frac{Q}{d^2}$

B. A 点场强大小为 $k \frac{Q}{d^2}$

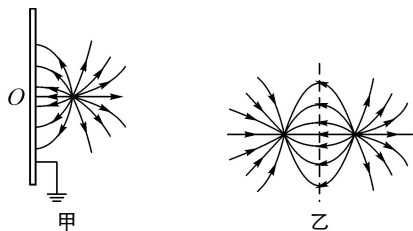
C. B 点场强大小为 $k \frac{24Q}{25d^2}$

D. A 、 B 两点场强大小相等, 方向相反



分析与解

系统达到静电平衡后, 因为金属板接地, 电势为零, 所以电场线分布如图甲所示, 所以金属板右侧的电场的电场线分布与等量异种点电荷连线的中垂线右侧的电场线分布相同, 如图乙所示, 所以 O 点场强大小为 $E_O = k \frac{Q}{(2d)^2} + k \frac{Q}{(2d)^2} = k \frac{Q}{2d^2}$, A 错误; A 点场强大小为 $E_A = k \frac{Q}{d^2} + k \frac{Q}{(3d)^2} = k \frac{10Q}{9d^2}$, B 错误; B 点场强大小为 $E_B = k \frac{Q}{d^2} - k \frac{Q}{(5d)^2} = k \frac{24Q}{25d^2}$, C 正确; 由上述分析可知 D 错误.

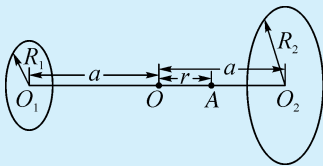


答案 C

解后反思

在保证效果相同的条件下, 将复杂的电场情景变换为简单的或熟悉的电场情景. 等效法的实质是在效果相同的情况下, 利用与问题中相似或效果相同的知识进行知识迁移的解题方法, 往往是用较简单的因素代替较复杂的因素.

例 5 (极限法) (2024 江苏省常州市四校联考) 物理学中有些问题的结论不一定必须通过计算才能验证, 有时只需通过一定的分析就可以判断结论是否正确. 如图所示为两个彼此平行且共轴的半径分别为 R_1 和 R_2 的圆环, 两圆环上的电荷量均为 q ($q > 0$), 且电荷均匀分布. 两圆环的圆心 O_1 和 O_2 相距为 $2a$, 连线的中点为 O , 轴线上的 A 点在 O 点右侧与 O 点相距为 r ($r < a$). 试分析判断下列关于 A 点处电场强度大小 E 的表达式 (式中 k 为静电力常量) 正确的是 ()



A. $E = \left| \frac{kqR_1}{[R_1^2 + (a+r)^2]} - \frac{kqR_2}{[R_2^2 + (a-r)^2]} \right|$

B. $E = \left| \frac{kqR_1}{[R_1^2 + (a+r)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{kqR_2}{[R_2^2 + (a-r)^2]^{\frac{3}{2}}} \right|$

C. $E = \left| \frac{kq(a+r)}{[R_1^2 + (a+r)^2]} - \frac{kq(a-r)}{[R_2^2 + (a-r)^2]} \right|$

D. $E = \left| \frac{kq(a+r)}{[R_1^2 + (a+r)^2]^{\frac{3}{2}}} - \frac{kq(a-r)}{[R_2^2 + (a-r)^2]^{\frac{3}{2}}} \right|$

分析与解

与点电荷的场强公式 $E = k \frac{Q}{r^2}$ 比较可知, A、C 两项表达式的单位不是场强的单位, 故可以排除; 由电场强度的分布规律可知, 当 $r = a$ 时, 右侧圆环在 A 点产生的场强为零, 则 A 点处场强只由左侧圆环上的电荷产生, 即场强表达式只有一项, 故 B 错误; 综上所述, 可知 D 正确.

答案 D



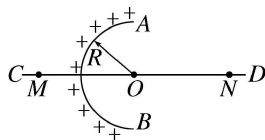
解后反思

对于某些特殊情况下求解有关场强问题,有时无法用有关公式、规律得出结论,可考虑应用极限法. 本题由于带电体为多个带电圆环,超出了我们高中学生的教材学习范围,但通过一定的分析就可判断. 首先根据场强的单位(量纲)进行判断,再分析特殊点即可得出结论. 在物理学中,通过对量纲的分析,有时可以帮助我们快速找到一些错误.

提升练习

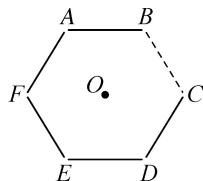
答案见 P43

1. 均匀带电的球壳在球外空间产生的电场等效于电荷集中于球心处产生的电场. 如图所示,在半球面 AB 上均匀分布着正电荷,总电荷量为 q ,球面半径为 R , CD 为通过半球面顶点与球心 O 的轴线,在轴线上有 M 、 N 两点, $OM=ON=2R$. 已知 M 点的场强大小为 E ,则 N 点的场强大小为 ()



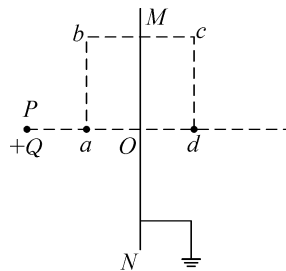
- A. $\frac{kq}{2R^2} - E$ B. $\frac{kq}{4R^2}$ C. $\frac{kq}{4R^2} - E$ D. $\frac{kq}{4R^2} + E$

2. 如图所示,在边长为 L 的正六边形 $ABCDEF$ 的 5 条边上分别放置 5 根长度也为 L 的相同绝缘细棒. 每根细棒均匀带上正电. 现将电荷量为 $+Q$ 的点电荷置于 BC 边中点,此时正六边形几何中心 O 点的场强为零. 若移走 $+Q$ 及 AB 边上的细棒,则 O 点场强大小为 (k 为静电力常量,不考虑绝缘棒及 $+Q$ 之间的相互影响) ()

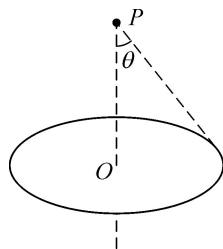


- A. $\frac{kQ}{L^2}$ B. $\frac{4kQ}{3L^2}$ C. $\frac{2\sqrt{3}kQ}{3L^2}$ D. $\frac{4\sqrt{3}kQ}{3L^2}$

3. 一无限大接地导体板 MN 前面放有一点电荷 $+Q$,它们在周围产生的电场可看作是在没有导体板 MN 的情况下,由点电荷 $+Q$ 与其像电荷 $-Q$ 共同激发产生的. 像电荷 $-Q$ 的位置就是把导体板当作平面镜时,电荷 $+Q$ 在此镜中的像点位置. 如图所示,已知 $+Q$ 所在位置 P 点到金属板 MN 的距离为 L , a 为 OP 的中点, $abcd$ 是边长为 L 的正方形,其中 ab 边平行于 MN ,则 ()

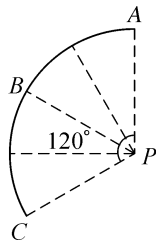


- A. a 点的电场强度大小为 $E = 4k \frac{Q}{L^2}$
 B. a 点的电场强度大小大于 b 点的电场强度大小
 C. b 点的电场强度和 c 点的电场强度相同
 D. 一正点电荷从 a 点经 b 、 c 运动到 d 的过程中电势能的变化量为零
4. 如图所示,水平面上有一均匀带电圆环,所带电荷量为 $+Q$,其圆心为 O 点. 有一电荷量为 $+q$ 、质量为 m 的小球恰能静止在 O 点正上方的 P 点, O 、 P 间距为 L . P 与圆环上任一点的连线与 PO 间的夹角都为 θ ,重力加速度为 g ,下列说法错误的是 ()



- A. P 点场强方向竖直向上 B. P 点场强大小为 $\frac{mg}{q}$
 C. P 点场强大小为 $k \frac{Q \cos \theta}{L^2}$ D. P 点场强大小为 $k \frac{Q \cos^3 \theta}{L^2}$

5. 如图所示,圆弧状带电体 ABC 上电荷分布均匀, ABC 对应的圆心角为 120° , B 为圆弧中点. 若带电体上的全部电荷在圆心 P 处产生的电场强度大小为 E ,则 AB 段上所带的电荷在圆心 P 处产生的电场强度大小为 ()



- A. $\frac{1}{2}E$ B. $\sqrt{3}E$
 C. $\frac{\sqrt{3}}{3}E$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}E$



压轴题特训答案

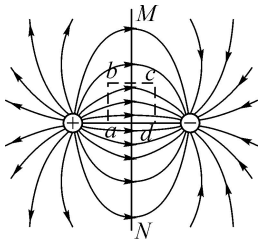
题型一：非点电荷电场强度的叠加及计算的五种方法

1. A 左半球面 AB 上的正电荷产生的电场等效为带正电荷量为 $2q$ 的整个球面产生的电场和带电荷量为 $-q$ 的右半球面产生的电场的合电场, 则 $E = k \frac{2q}{(2R)^2} - E'$, E' 为带电荷量为 $-q$ 的右半球面在 M 点产生的场强大小. 带电荷量为 $-q$ 的右半球面在 M 点产生的场强大小与带正电荷量为 q 的左半球面 AB 在 N 点产生的场强大小相等, 则 $E_N = E' = k \frac{2q}{(2R)^2} - E = \frac{kq}{2R^2} - E$, A 正确.

2. D 根据对称性, AF 与 CD 上的细棒在 O 点产生的电场强度叠加为零, AB 与 ED 上的细棒在 O 点产生的电场强度叠加为零. BC 中点的点电荷在 O 点产生的电场强度为 $\frac{kQ}{(L \sin 60^\circ)^2} = \frac{4kQ}{3L^2}$, 因 EF 上的细棒与 BC 中点的点电荷在 O 点产生的电场强度叠加为零, 则 EF 上的细棒在 O 点产生的电场强度为 $\frac{4kQ}{3L^2}$, 故每根细棒在 O 点产生的电场强度为 $\frac{4kQ}{3L^2}$, 移走 $+Q$ 及 AB 边上的细棒, O 点的电场强度为 EF 与 ED 上的细棒在 O 点产生的电场强度叠加, 这两个场强夹角为 60° , 所以叠加后电场强度为 $2 \frac{4kQ}{3L^2} \cos 30^\circ = \frac{4\sqrt{3}kQ}{3L^2}$, 故 D 正确.

3. B 由题意可知, 点电荷 $+Q$ 和金属板 MN 产生的电场与等量异种点电荷产生的电场等效, 所以 a 点的电场强度 $E = k \frac{Q}{(\frac{L}{2})^2} + k \frac{Q}{(\frac{3L}{2})^2} = \frac{40kQ}{9L^2}$, A 错误; 等量异种点

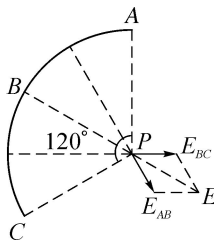
电荷周围的电场线分布如图所示, 由图可知 $E_a > E_b$, B 正确; 图中 b、c 两点的场强方向不同, C 错误; 由于 a 点的电势大于 d 点的电势, 所以一正点电荷从 a 点经 b、c 运动到 d 点的过程中电场力做正功, 点电荷的电势能减小, D 错误.



4. C 将圆环分为 n 等份 (n 很大, 每一份可以认为是一个点电荷), 则每份的电荷量为 $q_0 = \frac{Q}{n}$, 每份在 P 点产生的电场的电场强度大小为 $E_0 = \frac{kq_0}{r^2} = \frac{k \frac{Q}{n}}{(\frac{L}{\cos \theta})^2} = \frac{kQ \cos^2 \theta}{nL^2}$,

根据对称性可知, P 点处水平方向的合场强为零, 则 P 点的电场强度方向竖直向上, 其大小为 $E = nE_0 \cos \theta = \frac{kQ \cos^3 \theta}{L^2}$, 故 A、D 正确, C 错误; 因小球在 P 点静止, 由二力平衡可得 $mg = qE$, 解得 P 点场强大小为 $E = \frac{mg}{q}$, 故 B 正确.

5. C 假设圆弧状带电体 ABC 带正电, 根据电场的叠加规律可知 ABC 在 P 点产生的电场强度方向沿 BP 连线向下; AB 段产生的场强沿 AB 中点与 P 点的连线向下, BC 段产生的场强沿 BC 中点与 P 点的连线向右, 并且 AB 段和 BC 段在 P 点产生的电场强度大小相等; 而 P 点处总的电场强度为 AB 段和 BC 段单独产生的电场强度的合场强, 如图所示, 根据几何关系可知 $E = 2E_{AB} \cos 30^\circ$, 解得 AB 段上所带的电荷在圆心 P 处产生的电场强度大小 $E_{AB} = \frac{\sqrt{3}E}{3}$, 故 C 正确, A、B、D 错误.



题型二：静电场中常考的四类图像问题

1. B 由题图乙可知加速度逐渐增大, 则电场强度逐渐增大, 但 A 点的电场强度不为 0, 两个等量正点电荷连线的中垂线上由连线中点向两边电势逐渐降低, B 点的电势不为 0, 故 B 正确.

2. B 根据匀强电场场强与电势差的关系可知 $E = \frac{U}{d} = \frac{\varphi_1 - (-\varphi_2)}{2R} = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2R}$, 带电微粒做圆周运动的周期为 $T = 2 \times (7t_1 - t_1) = 12t_1$, t_1 时刻, 带电微粒所在位置电势最高, 此时带电微粒转过的角度为 $\theta = \frac{t_1}{T} \cdot 2\pi = \frac{\pi}{6}$, 根据沿电场线电势降低, 可知电场方向与 x 轴正方向成 $\frac{5\pi}{6}$ 角, A 正确; 根据沿电场线电势降低, 由图可知 c 点的电势最低, 故该微粒在 c 点的电势能最小, B 错误; 当变力 F 方向与电场方向相同时, 变力 F 达到最小值, 由图可知该微粒在 t_1 时刻所受的变力 F 达到最小值, C 正确; b 点与 a 点的电势差为 $U_{ba} = -2ER \cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}(\varphi_1 + \varphi_2)}{2}$, D 正确.

