

初中数学

小题才王做[®]

恩波教育研究中心 编

提优版

七年级下

· RJ版 ·

本册主编 张 杰 渠东剑
编 委 张 杰 王永宽
朱奎祥 朱松林

SE 东南大学出版社
SOUTHEAST UNIVERSITY PRESS

· 南京 ·

图书在版编目(CIP)数据

初中数学小题狂做. 七年级下 RJ 版 提优版 / 恩波
教育研究中心主编. -- 南京: 东南大学出版社, 2024.
12. -- ISBN 978-7-5766-1847-1
I. G634.603
中国国家版本馆 CIP 数据核字第 2024DV5649 号

责任编辑:文洁婷 封面设计:求学设计中心 责任印制:周荣虎

初中数学小题狂做·七年级下·RJ 版·提优版

主 编:恩波教育研究中心
出版发行:东南大学出版社
出 版 人:白云飞
社 址:南京市四牌楼 2 号 邮编:210096 电话:025-83793330
网 址:<http://www.seupress.com>
电子邮件:press@seupress.com
经 销:全国各地新华书店
印 刷:江苏美尚佳彩印刷有限公司
开 本:880mm×1230mm 1/16
印 张:16
字 数:461 千字
版 次:2025 年 1 月第 1 版
印 次:2025 年 1 月第 1 次印刷
书 号:ISBN 978-7-5766-1847-1
定 价:48.80 元

本社图书若有印装质量问题,请直接与读者服务部调换。电话:025-83790529

Contents 目录

课时训练篇

基础巩固针对本课时的概念、公式、定理等出题,拓展提优选题“宽于教材,高于教材”,在扎实掌握本课时知识的同时,锻炼思维能力和提高解题能力。

第七章 相交线与平行线

课时训练 1	两条直线相交	1
课时训练 2	两条直线垂直	3
课时训练 3	两条直线被第三条直线所截	5
课时训练 4	平行线的概念	7
课时训练 5	平行线的判定(1)	9
课时训练 6	平行线的判定(2)	11
课时训练 7	平行线的性质(1)	13
课时训练 8	平行线的性质(2)	15
课时训练 9	定义、命题、定理	17
课时训练 10	平移	19

第八章 实数

课时训练 11	平方根(1)	21
课时训练 12	平方根(2)	23
课时训练 13	立方根	25
课时训练 14	实数及其简单运算(1)	27
课时训练 15	实数及其简单运算(2)	29

第九章 平面直角坐标系

课时训练 16	平面直角坐标系的概念	31
课时训练 17	用坐标描述简单几何图形	33
课时训练 18	坐标方法的简单应用(1)	35
课时训练 19	坐标方法的简单应用(2)	37

第十章 二元一次方程组

课时训练 20	二元一次方程组的概念	39
课时训练 21	消元——解二元一次方程组(1)	41
课时训练 22	消元——解二元一次方程组(2)	43
课时训练 23	消元——解二元一次方程组(3)	45
课时训练 24	实际问题与二元一次方程组(1)	47
课时训练 25	实际问题与二元一次方程组(2)	49
课时训练 26	实际问题与二元一次方程组(3)	51
* 课时训练 27	三元一次方程组的解法	53

第十一章 不等式与不等式组

课时训练 28	不等式(1)	55
---------	--------	----

课时训练 29	不等式(2)	57
课时训练 30	一元一次不等式(1)	59
课时训练 31	一元一次不等式(2)	61
课时训练 32	一元一次不等式(3)	63
课时训练 33	一元一次不等式组(1)	65
课时训练 34	一元一次不等式组(2)	67
课时训练 35	一元一次不等式组(3)	69

第十二章 数据的收集、整理与描述

课时训练 36	统计调查(1)	71
课时训练 37	统计调查(2)	73
课时训练 38	用统计图描述数据(1)	75
课时训练 39	用统计图描述数据(2)	77
课时训练 40	用统计图描述数据(3)	79

专题强化篇

专题训练篇

专题训练 1	平行线的判定与性质	81
专题训练 2	无理数的判断与实数估算	83
专题训练 3	平面直角坐标系的综合应用	85
专题训练 4	不定方程的整数解	87
专题训练 5	实际问题的方案设计	89
专题训练 6	数据对决策的影响	91

素养篇

素养一	运动与变化	93
素养二	归纳与猜想	95
素养三	整体代换	97
素养四	阅读理解	99

阶段检测篇

(见活页)

阶段检测部分包括各章及期中、期末检测卷,贯穿学习全过程,及时巩固各阶段的教学成果,快速反馈课堂教学效果,帮助学生夯实双基。

第7章检测卷	101
第8章检测卷	105
第9章检测卷	108
第10章检测卷	112
第11章检测卷	116
第12章检测卷	120
期中检测卷	125
期末检测卷	129

答案全解精析(另册)

附:提优小帮手·期末加油站

课时训练篇

第七章 相交线与平行线

课时训练1 两条直线相交

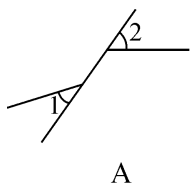
(时间:20 min)

训练目标

1. 了解两条直线相交所构成的角,理解并掌握对顶角、邻补角的概念和性质.
2. 掌握对顶角性质的推导过程,并会用这个性质进行简单的计算.

基础巩固

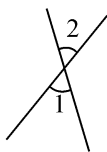
1. 下列图形中, $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 为对顶角的是 ()



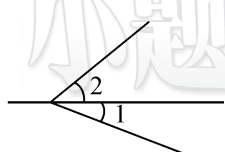
A



B



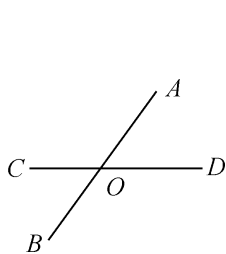
C



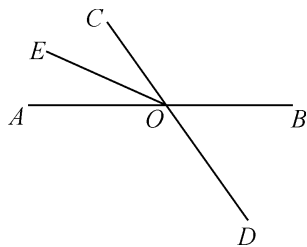
D

2. 如图,直线 AB 和 CD 相交于点 O . 若 $\angle AOC = 125^\circ$, 则 $\angle AOD$ 的度数为 ()

A. 50° B. 55° C. 60° D. 65°



(第2题)



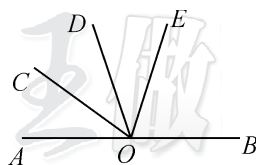
(第3题)

3. 如图,直线 AB , CD 相交于点 O , 射线 OE 平分 $\angle AOC$. 若 $\angle BOD = 68^\circ$, 则 $\angle BOE$ 的度数为 ()

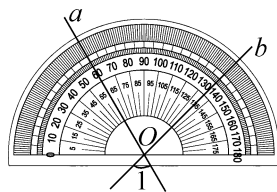
A. 34° B. 112° C. 146° D. 148°

4. 如图, AB 是一条直线, OC 是 $\angle AOD$ 的平分线, OE 在 $\angle BOD$ 内, $\angle DOE = \frac{1}{3}\angle BOD$, $\angle COE = 72^\circ$, 则 $\angle EOB$ 的度数为 ()

A. 36° B. 72° C. 108° D. 120°



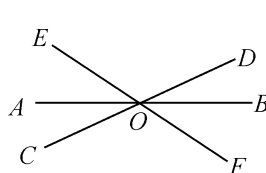
(第4题)



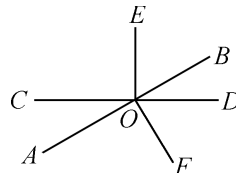
(第5题)

5. 如图,直线 a , b 相交于点 O , 将量角器的中心与点 O 重合, 发现表示 60° 的点在直线 a 上, 表示 135° 的点在直线 b 上, 则 $\angle 1 =$ _____.

6. 如图,直线 AB , CD , EF 相交于点 O , $\angle BOE$ 的对顶角是 _____, $\angle COF$ 的邻补角是 _____. 若 $\angle AOE = 30^\circ$, 则 $\angle BOE =$ _____, $\angle BOF =$ _____.



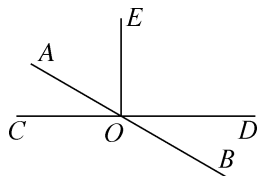
(第6题)



(第7题)

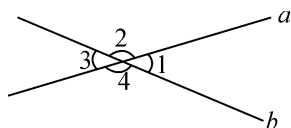
7. 如图,直线 AB , CD 相交于点 O , $\angle COE = 90^\circ$, $\angle AOC = 30^\circ$, $\angle FOB = 90^\circ$, 则 $\angle EOF =$ _____.

8. 如图, 已知直线 AB, CD 相交于点 O , $\angle AOE$ 与 $\angle AOC$ 互余. 若 $\angle AOD : \angle AOC = 5 : 1$, 则 $\angle BOE =$ _____.

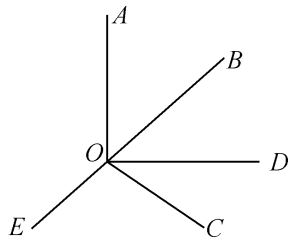


9. 如图, 已知直线 a, b 相交.

- (1) 若 $\angle 2$ 是 $\angle 1$ 的 3 倍, 求 $\angle 3$ 的度数.
 (2) 若 $\angle 2$ 比 $\angle 1$ 大 40° , 求 $\angle 4$ 的度数.



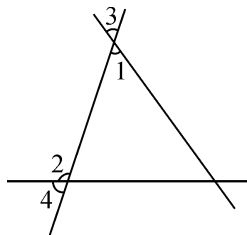
10. 如图, 已知 $\angle AOD = 90^\circ$, OD 是 $\angle BOC$ 的平分线, OE 为 BO 的延长线, 则 $\angle COE$ 的度数是 $\angle AOB$ 度数的 2 倍吗? 如果是, 请说明理由; 如果不是, 请求出 $\angle COE$ 的度数与 $\angle AOB$ 度数的倍数关系.



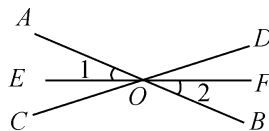
拓展提优

1. 现有下列说法: ① 因为 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是对顶角, 所以 $\angle 1 = \angle 2$; ② 因为 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 是邻补角, 所以 $\angle 1 = \angle 2$; ③ 因为 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 不是对顶角, 所以 $\angle 1 \neq \angle 2$; ④ 因为 $\angle 1$ 与 $\angle 2$ 不是邻补角, 所以 $\angle 1 + \angle 2 \neq 180^\circ$. 其中正确的有 _____ ()
 A. 0 个 B. 1 个 C. 2 个 D. 3 个

2. 如图, 三条直线两两相交, $\angle 1 = \frac{1}{2} \angle 2$, $\angle 1 + \angle 2 = 162^\circ$, 求 $\angle 3$ 与 $\angle 4$ 的度数.



3. 如图, 两条笔直的街道 AB, CD 相交于点 O , 街道 OE, OF 分别平分 $\angle AOC$, $\angle BOD$, 试说明: 街道 EOF 是笔直的.



4. 如图, 直线 AB 和 CD 相交于点 O , OE 把 $\angle AOC$ 分成两部分, 且 $\angle AOE : \angle EOC = 2 : 5$.

- (1) 如图 1, 若 $\angle BOD = 70^\circ$, 求 $\angle BOE$ 的度数.
 (2) 如图 2, 若 OF 平分 $\angle BOE$, $\angle BOF = \angle AOC + 10^\circ$, 求 $\angle EOF$ 的度数.

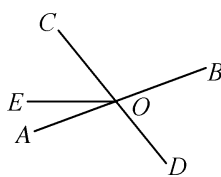


图 1

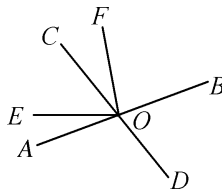


图 2

课时训练 10 平 移

(时间:20 min)

训练目标

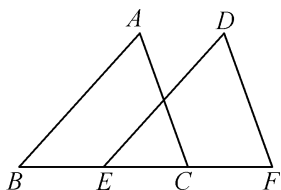
1. 了解并认识平移现象,理解平移的本质和平移的相关概念,能够利用平移作图.
2. 通过探索了解并掌握平移特征,能够利用已知条件对图形作相应的平移变化,能够利用平移的性质解决相关问题.

基础巩固

1. 下列运动属于平移的是 ()

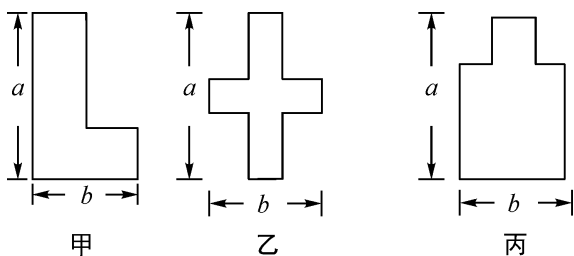
- A. 冷水在加热过程中,小气泡上升变成大气泡
- B. 急刹车时汽车在地面上的滑动
- C. 随手抛出的小石子的运动
- D. 随风飘动的风筝在空中的运动

2. 如图,三角形 ABC 沿着由点 B 到点 E 的方向,平移到三角形 DEF . 已知 $BC = 5$, $EC = 3$,那么平移的距离为 ()



- A. 2
- B. 3
- C. 5
- D. 7

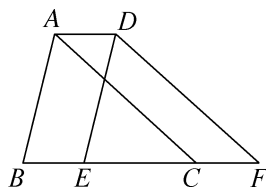
3. 某数学兴趣小组开展动手操作活动,设计了如图所示的三种图形,现计划用铁丝按照图形制作相应的造型,则所用铁丝的长度关系是 ()



- A. 甲种方案所用铁丝最长
- B. 乙种方案所用铁丝最长
- C. 丙种方案所用铁丝最长
- D. 三种方案所用铁丝一样长

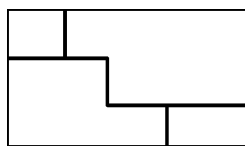
4. 如图,将三角形 ABC 沿 BC 方向平移 2 cm

得到三角形 DEF ,若三角形 ABC 的周长为 16 cm,则四边形 $ABFD$ 的周长为 ()

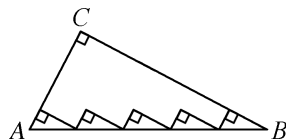


- A. 16 cm
- B. 18 cm
- C. 20 cm
- D. 22 cm

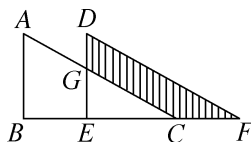
5. 夏季荷花盛开,为了便于游客领略“人从桥上过,如在河中行”的美好意境,某景点拟在如图所示的长方形荷塘上架设小桥.若荷塘周长为 280 m,且桥宽忽略不计,则小桥总长为_____m.



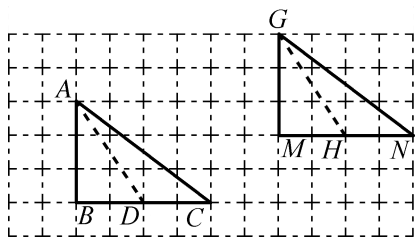
6. 如图,在三角形 ABC 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC + BC = 17$, $AB = 13$,则内部五个小直角三角形周长的和为_____.



7. 如图,在直角三角形 ABC 中, $AB = 8$,将直角三角形 ABC 沿 BC 所在直线向右平移 6 个单位长度就可以得到直角三角形 DEF ,此时 $DG = 3$,则图中阴影部分的面积是_____.



8. 如图, 三角形 ABC 平移到三角形 GMN 的位置, 边 BC 上一点 D 也同时平移到点 H 的位置. 若 $AB = 3$ cm, $\angle HGN = 25^\circ$, 则 $GM =$ _____ cm, $\angle DAC =$ _____.



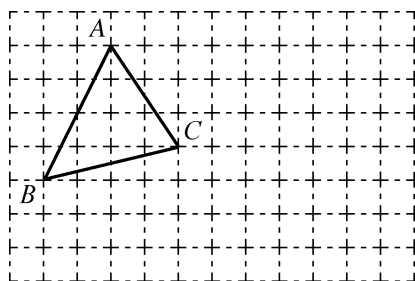
9. 在正方形网格中, 每个小正方形的边长均为 1 个单位长度, 三角形 ABC 的三个顶点的位置如图所示.

(1) 将三角形 ABC 向右平移 5 格, 再向下平移 2 格, 得到三角形 $A'B'C'$, 画出三角形 $A'B'C'$.

(2) 三角形 BCC' 的面积是 _____.

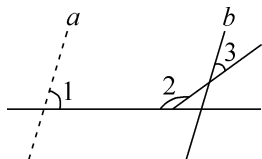
(3) 在图中画出所有的格点 P , 使得

$$S_{\triangle PAC} = S_{\triangle ABC}, \text{ 并标为 } P_1, P_2, \dots$$

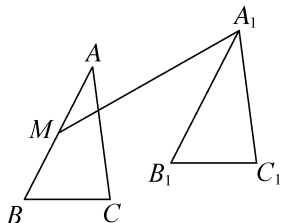


拓展提优

1. 如图, $\angle 1 = 70^\circ$, 直线 a 平移后得到直线 b , 则 $\angle 2$ 的度数比 $\angle 3$ 的度数大 ()
- A. 70° B. 80° C. 110° D. 180°



(第 1 题)

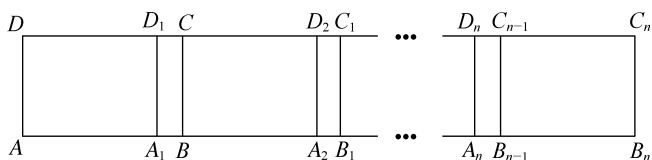


(第 2 题)

2. 如图, 在三角形 ABC 中, $AB = 6$, 将三角形 ABC 平移 4 个单位长度得到三角形

$A_1B_1C_1$, M 是 AB 的中点, 则 MA_1 的最小值为 _____.

3. 如图, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 6$, 第 1 次平移将矩形 $ABCD$ 沿 AB 的方向向右平移 5 个单位长度, 得到矩形 $A_1B_1C_1D_1$, 第 2 次平移将矩形 $A_1B_1C_1D_1$ 沿 A_1B_1 的方向向右平移 5 个单位长度, 得到矩形 $A_2B_2C_2D_2$, $\dots$, 第 n 次平移将矩形 $A_{n-1}B_{n-1}C_{n-1}D_{n-1}$ 沿 $A_{n-1}B_{n-1}$ 的方向向右平移 5 个单位长度, 得到矩形 $A_nB_nC_nD_n$ ($n > 2$).



(1) 求 AB_1 和 AB_2 的长.

(2) 若 AB_n 的长为 56, 求 n 的值.

课时训练 19 坐标方法的简单应用(2)

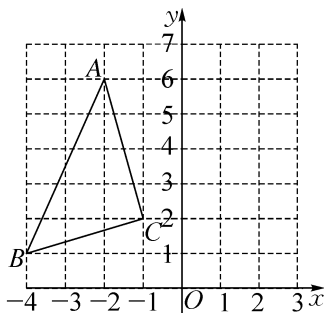
(时间:20 min)

训练目标

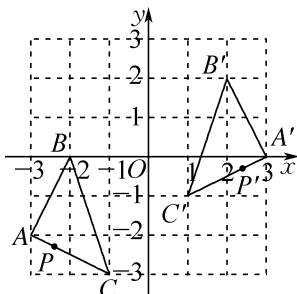
1. 掌握坐标变化与图形平移的关系.
2. 利用坐标变化与图形平移的关系解决实际问题.

基础巩固

1. 将点 $A(-2, -3)$ 向右平移 3 个单位长度, 得到点 B , 则点 B 所在的象限是 ()
A. 第一象限 B. 第二象限
C. 第三象限 D. 第四象限
2. 已知线段 CD 是由线段 AB 平移得到的, 点 $A(-1, 4)$ 的对应点为 $C(4, 7)$, 则点 $B(-4, -1)$ 的对应点 D 的坐标为 ()
A. $(1, 2)$ B. $(2, 9)$
C. $(5, 3)$ D. $(-9, -4)$
3. 如图, 在平面直角坐标系中, 三角形 ABC 的顶点都在方格纸的格点上, 如果将三角形 ABC 先向右平移 4 个单位长度, 再向下平移 1 个单位长度, 得到三角形 $A_1B_1C_1$, 那么点 A 的对应点 A_1 的坐标为 ()
A. $(4, 3)$ B. $(2, 4)$ C. $(3, 1)$ D. $(2, 5)$



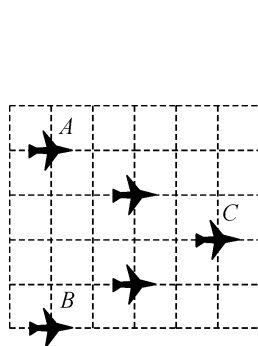
(第3题)



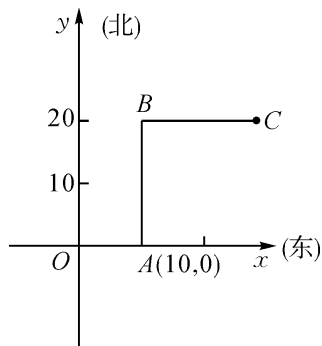
(第4题)

4. 如图, 把三角形 ABC 经过一定的变换得到三角形 $A'B'C'$, 如果三角形 ABC 上点 P 的坐标为 (x, y) , 那么这个点在三角形 $A'B'C'$ 中的对应点 P' 的坐标为 ()
A. $(-x, y-2)$ B. $(-x, y+2)$
C. $(-x+2, -y)$ D. $(-x+2, y+2)$
5. 如图是轰炸机机群的一个飞行队形, 如果最后两架轰炸机的平面坐标分别为点 A

$(-2, 1)$ 和点 $B(-2, -3)$, 那么第一架轰炸机 C 的平面坐标是_____.

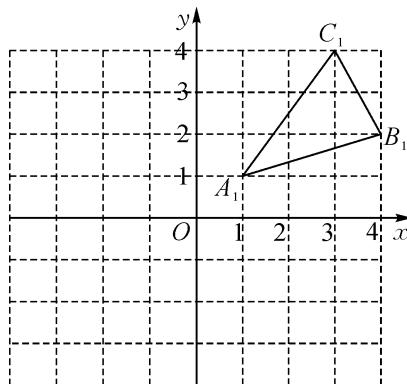


(第5题)

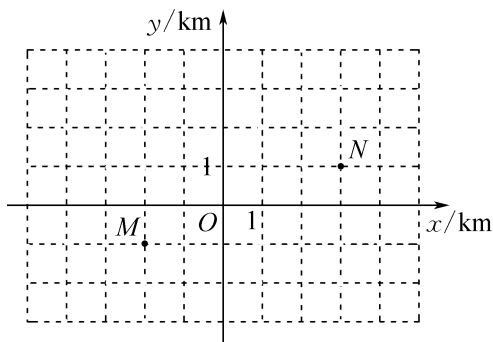


(第6题)

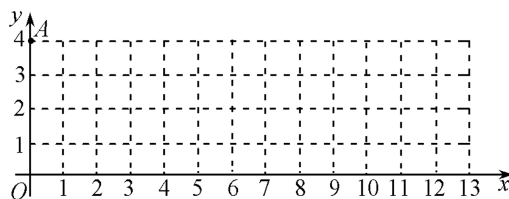
6. 已知一条船由原点 O 出发航行, 先向东航行 10 km 至点 A , 接着又向北航行 20 km 至点 B , 最后又向东航行 15 km 至点 C , 则点 C 的坐标为_____.
7. 已知将点 $P(m+2, 2m+4)$ 向右平移 1 个单位长度得到点 P' , 且点 P' 在 y 轴上, 则点 P' 的坐标是_____.
8. 如图, 三角形 $A_1B_1C_1$ 是三角形 ABC 向右平移 4 个单位长度后得到的, 且三个顶点的坐标分别为 $A_1(1, 1)$, $B_1(4, 2)$, $C_1(3, 4)$.
(1) 请画出三角形 ABC , 并写出 A, B, C 三点的坐标.
(2) 求出三角形 AOA_1 的面积.



9. 物体的移动方向如图所示,在点 N 处的导航卫星观测到位于点 M 处的民航客机正沿 x 轴正方向飞行,15 s 后,位于点 N 正下方,求此客机的速度.若在点 M 处客机改沿 y 轴正方向飞行,12 s 后到达哪里,在平面直角坐标系中标出这个位置.



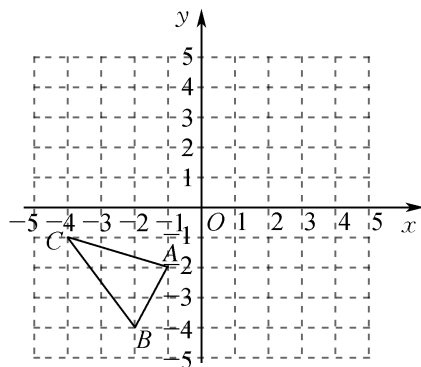
3. 如图,在平面直角坐标系 xOy 中,我们把横、纵坐标都是整数的点叫作“整点”.已知点 $A(0,4)$,点 B 是 x 轴正半轴上的“整点”,记三角形 AOB 内部(不包括边界)的“整点”个数为 m .当 $m=3$ 时,点 B 的横坐标的所有可能的值是_____;当点 B 的横坐标为 $4n$ (n 为正整数)时, $m=$ _____(用含 n 的代数式表示).



4. 如图,在平面直角坐标系中,三角形 ABC 的三个顶点的坐标分别为 $A(-1, -2)$, $B(-2, -4)$, $C(-4, -1)$.

(1)把三角形 ABC 向上平移 3 个单位长度后得到三角形 $A_1B_1C_1$,请画出三角形 $A_1B_1C_1$ 并写出点 B_1 的坐标.

(2)若通过向右平移 m 个单位长度,再向上平移 n 个单位长度,就可以把三角形 ABC 全部移到第一象限内,请直接写出 m 和 n 的取值范围.



拓展提优

- 在平面直角坐标系中,小明做走棋的游戏,其走法是:棋子从原点出发,第 1 步向右走 1 个单位长度,第 2 步向右走 2 个单位长度,第 3 步向上走 1 个单位长度,第 4 步向右走 1 个单位长度,……,依此类推,第 n 步的走法是:当 n 能被 3 整除时,则向上走 1 个单位长度;当 n 被 3 除,余数为 1 时,则向右走 1 个单位长度;当 n 被 3 除,余数为 2 时,则向右走 2 个单位长度.当走完第 100 步时,棋子所处位置的坐标是 ()
 A. (66,34) B. (67,33)
 C. (100,33) D. (99,34)
- 在平面直角坐标系中,将点 $A(m^2, 1)$ 沿着 x 轴的正方向向右平移 $(m^2 + 3)$ 个单位长度后得到点 B .现有点 $M(-m^2, 1)$, $N(m^2, m^2 + 3)$, $P(m^2 + 2, 1)$, $Q(3m^2, 1)$,其中一定在线段 AB 上的是 ()
 A. 点 M B. 点 N
 C. 点 P D. 点 Q

课时训练 26 实际问题与二元一次方程组(3)

(时间:25 min)

训练目标

利用二元一次方程组解有关行程、工程问题.

基础巩固



1. 张翔从学校出发骑自行车去县城,中途因道路施工步行了一段路,1.5 h 后到达县城.他骑车的平均速度是 15 km/h,步行的平均速度是 5 km/h,路程全长 20 km.他骑车与步行各走了多少千米?设他骑自行车行了 x km,步行走了 y km,则可列方程组为 ()

A. $\begin{cases} x+y=20, \\ \frac{x}{15}+\frac{y}{5}=1.5 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x+y=20, \\ 15x+5y=1.5 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x+y=20, \\ \frac{x}{5}+\frac{y}{15}=1.5 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x+y=1.5, \\ \frac{x}{15}+\frac{y}{5}=20 \end{cases}$

2. 成巴高速公路全长 308 km,一辆货车和一辆轿车同时从巴中,成都两地相向开出,经 1 h 45 min 到达同一地点,相遇时,轿车比货车多行 30 km.设轿车、货车的速度分别是 x km/h, y km/h,则下列方程组正确的是 ()

A. $\begin{cases} \frac{7}{4}(x+y)=308, \\ x-y=30 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 105(x+y)=308, \\ 105(x-y)=30 \end{cases}$

C. $\begin{cases} \frac{7}{4}(x+y)=308, \\ \frac{7}{4}(x-y)=30 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 45(x+y)=308, \\ 105(x-y)=30 \end{cases}$

3. 甲、乙两地相距 360 km,一轮船往返于甲、乙两地之间,顺水行船用了 18 h,逆水行船用了 24 h.若设船在静水中的速度为 x km/h,水流速度为 y km/h,则下列方程组中正确的是 ()

A. $\begin{cases} 18(x+y)=360, \\ 24(x-y)=360 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 18(x+y)=360, \\ 24(x+y)=360 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 18(x-y)=360, \\ 24(x-y)=360 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 18(x-y)=360, \\ 24(x+y)=360 \end{cases}$

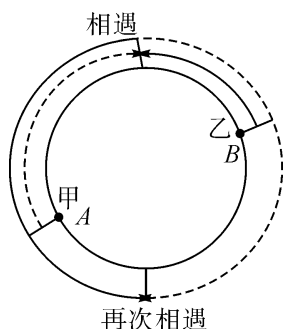
4. 甲、乙两种机器分别以固定速率生产一批货物,若 4 台甲机器和 2 台乙机器同时运转 3 h 的总产量,与 2 台甲机器和 5 台乙机器同时运转 2 h 的总产量相同,则 1 台甲机器运转 1 h 的产量,与 1 台乙机器运转_____h 的产量相同.
5. 用白铁皮做罐头盒,每张铁皮可制作盒身 25 个或制作盒底 40 个,一个盒身与两个盒底正好配成一套罐头盒,现有 36 张白铁皮,用_____张制作盒身,_____张制作盒底正好配套.
6. 甲、乙两人相距 50 km,若同向而行,乙 10 h 可追上甲;若相向而行,2 h 两人相遇.设甲、乙两人每小时分别走 x km, y km,则可列出方程组为_____.
7. 黄玉骑自行车去香山,她先以 8 km/h 的速度走平路,而后又以 4 km/h 的速度上坡到达香山,共用了 1.5 h,返回时,先以 12 km/h 的速度下坡,而后以 9 km/h 的速度经过平路,回到出发点,共用了 55 min,求从出发点到香山的路程是多少千米?

8. 某工程队承包了一段全长 1 957 m 的隧道工程,甲、乙两个班组分别从南北两端同时掘进,已知甲组比乙组每天多掘进 0.5 m,经过 6 天施工,甲、乙两组共掘进 57 m.

- (1) 求甲、乙两个班组平均每天各掘进多少米?
- (2) 为加快工程进度,通过改进施工技术,在剩余的工程中,甲组平均每天比原来多掘进 0.3 m,乙组平均每天比原来多掘进 0.2 m,则按此施工进度,能够比原来少用多少天完成任务?

拓展提优

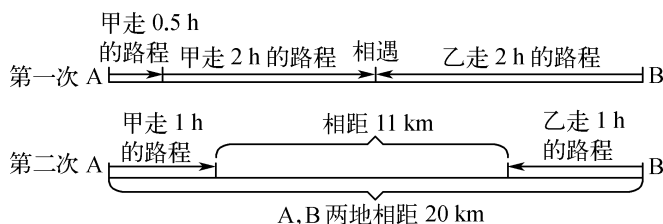
1. 如图,在一圆形跑道上,甲从点 A,乙从点 B 同时出发,反向而行,8 min 后两人相遇,再过 6 min 甲到点 B,又过 10 min 两人再次相遇,则甲环行一周需要的时间是 ()



- A. 26 min B. 28 min
C. 30 min D. 32 min
2. 已知一旅游者从下午 2 时步行到晚上 7 时,他先走平路,然后登山,到山顶后又沿原路

下山回到出发点. 已知他走平路时每小时走 4 km,上山时每小时走 3 km,下山时每小时走 6 km,则旅游者一共走了 _____ km.

3. 甲、乙两人分别从相距 20 km 的 A, B 两地出发,相向而行. 如图是小华绘制的甲、乙两人两次运动的情形,设甲的速度是 x km/h,乙的速度是 y km/h,根据题意所列的方程组是 _____.



4. 为打造古运河风光带,现有一段长为 180 m 的河道整治任务由 A, B 两个工程队先后接力完成. A 工程队每天整治 12 m, B 工程队每天整治 8 m,共用时 20 天. 根据题意,甲、乙两位同学分别列出了尚不完整的方程组.

$$\text{甲: } \begin{cases} x + y = \square \\ 12x + 8y = \square \end{cases}$$

$$\text{乙: } \begin{cases} x + y = \square \text{ ①} \\ \frac{x}{12} + \frac{y}{8} = \square \text{ ②} \end{cases}$$

- (1) 根据甲同学所列的方程组,请你指出未知数 x, y 表示的意义:

x 表示 _____,

y 表示 _____;

请你补全乙同学所列的方程组:

① _____,

② _____.

- (2) 求 A, B 两个工程队分别整治河道多少米(写出完整的解答过程)?

课时训练 39 用统计图描述数据(2)

(时间:20 min)

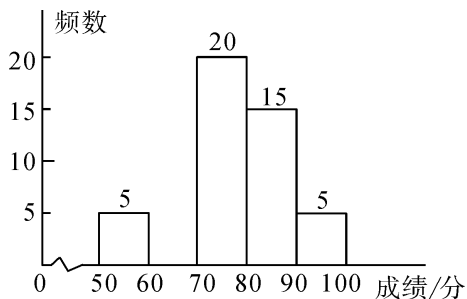
训练目标

1. 了解频数及频数分布,掌握划记法.
2. 初步掌握用频数直方图描述频数分布情况的基本步骤.

基础巩固



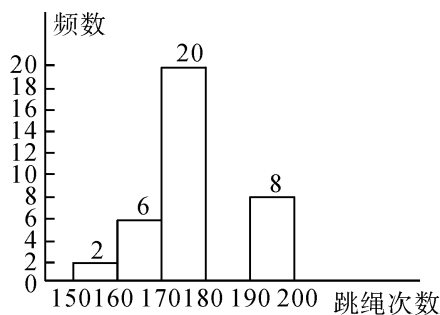
1. 为了绘出一批数据的频数分布直方图,首先应计算出这批数据的变动范围是指数据的 ()
A. 最大值
B. 最小值
C. 最大值与最小值的差
D. 个数
2. 在频数分布直方图中,各小长方形的面积等于 ()
A. 相应各组的频数 B. 组数
C. 相应各组的频率 D. 组距
3. 已知一组数据有 80 个,其中最大值为 140,最小值为 40,取组距为 10,则可分成 ()
A. 10 组 B. 9 组 C. 8 组 D. 7 组
4. 某班 50 名学生期末考试数学成绩的频数分布直方图如图所示(均大于 50 分,满分为 100 分),对图中提供的信息做出如下判断(每组包含最大值,不含最小值):



- ①成绩在 50~60 分的人数与 90~100 分的人数相等;
- ②从左到右数,第 4 小组的频率是 0.03;
- ③成绩在 80 分以上的学生有 20 人;
- ④及格率为 90%.

其中正确的判断有 ()

- A. 4 个 B. 3 个 C. 2 个 D. 1 个
5. 在样本的频数分布直方图中,有 11 个小长方形.若中间的小长方形的面积等于其他 10 个小长方形面积之和的 $\frac{1}{4}$,且样本容量为 160,则中间的一组的频数为 _____.
 6. 已知样本容量是 40,在样本的频数分布直方图中各小长方形的高之比为 3:2:4:1,则第二小组的频数为 _____,第四小组的频数为 _____.
 7. 为了了解中学生的体能状况,某校抽取了 50 名学生进行 1 min 跳绳测试,将所得数据整理后,分成 5 组绘成了频数分布直方图,如图所示(图中数据含最低值不含最高值).其中前 4 个小组的频率依次为 0.04, 0.12, 0.4, 0.28.



- (1)第 4 组的频数是多少?
- (2)第 5 组的频率是多少?
- (3)哪一组的频数最大?
- (4)补全频数分布直方图.

8. 某地区对其所属中学七年级的英语教学情况进行期末质量调查,从中抽出的 20 个班级的英语期末平均成绩如下(单位:分):

80 81 83 79 64 76 80 66 70
72 71 68 69 78 67 80 68 72
70 65

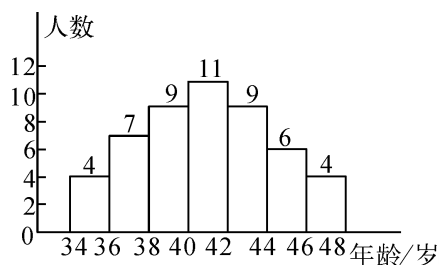
试列出频数分布表并画出频数分布直方图.

某校60名学生体育测试成绩频数分布表

成绩	划记	频数	百分比
优秀	正正正下	a	30%
良好	正正正正正正	30	b
合格	正正	9	15%
不合格	下	3	5%
合计		60	100%

如果该校七年级共有 300 名学生,根据以上数据,那么该校七年级学生身体素质良好及以上的人数约为_____.

3. 某单位职工的年龄(取正整数)的频数分布直方图如图所示(每组包含最小值,不包含最大值),根据图中提供的信息,回答下列问题:



- (1) 该单位共有职工多少人?
(2) 不小于 38 岁但小于 44 岁的职工人数占职工总人数的百分比是多少?

拓展提优

- 在 100 个数据组成的样本中,最大值与最小值的差为 23 cm,下述分组较合适的是 ()
A. 组内差距为 1 cm,分成 24 个组
B. 组内差距为 2 cm,分成 11 个组
C. 组内差距为 3 cm,分成 8 个组
D. 组内差距为 8 cm,分成 23 个组
- 某校为了了解七年级学生的身体素质情况,从七年级各班随机抽取了数量相同的男生和女生,组成一个容量为 60 的样本,进行各项体育项目的测试.下表是通过整理样本数据,得到的关于每个个体测试成绩的部分统计表.

专题训练 4 不定方程的整数解

(时间:25 min)

训练目标

根据教材第 119 页第 11 题,掌握不定方程的整数解求法,并解决实际问题.

基础巩固

- 方程 $x+2y=7$ 的正整数解有 ()
A. 1 组 B. 2 组 C. 3 组 D. 4 组
- 二元一次方程 $x+2y=5$ 的非负整数解的组数是 ()
A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
- 一张面值为 50 元的人民币,换成 10 元和 5 元的面值,换法有 ()
A. 4 种 B. 5 种 C. 6 种 D. 7 种
- 王老师把班级里 40 名学生分成若干小组,每小组只能是 5 人或 6 人,则有几种分组方案 ()
A. 4 B. 3 C. 2 D. 1
- 小明在求二元一次方程 $x+2y=10$ 的一个正整数解时,他已写出了 $\begin{cases} x= \\ y=3, \end{cases}$, 则缺失 x 的值为_____.
- 方程 $x+y(2z-1)=3$ 的正整数解 (x, y, z) 为_____.
- 假期到了,17 名女教师去外地培训,住宿时有 2 人间和 3 人间可供租住,每个房间都要住满,她们有_____种租住方案.
- 甲、乙、丙三人做一个抽牌游戏,三张纸牌上分别写有数字 0, x, y (x, y 均为正整数,且 $x < y$),每人抽一张纸牌,纸牌上的数字就是这一轮的得分. 经过若干轮后(至少四轮),甲的总得分为 20,乙的总得分为 10,丙的总得分为 9. 则甲抽到 x 的次数最多为_____.
- 阅读下面材料,完成任务.

我们知道二元一次方程有无数组解,

但在实际生活中我们往往只要求出其正整数解. 例: 由 $2x+3y=12$, 得 $y=$

$$\frac{12-2x}{3}=4-\frac{2}{3}x \quad (x, y \text{ 为正整数}), \text{ 则有}$$

$$0 < x < 6, \text{ 又因为 } y=4-\frac{2}{3}x \text{ 为正整数, 所}$$

$$\text{以 } \frac{2}{3}x \text{ 为正整数, 由 2 与 3 互质可知, } x \text{ 为 3}$$

$$\text{的倍数, 从而 } x=3, \text{ 所以 } y=4-\frac{2}{3}x=2. \text{ 所}$$

$$\text{以 } 2x+3y=12 \text{ 的正整数解为 } \begin{cases} x=3, \\ y=2. \end{cases}$$

任务:

(1) 若 $\frac{6}{x-2}$ 为自然数, 则满足条件的 x 的正整数值有_____个.

(2) 请你写出方程 $2x+y=5$ 的正整数解为_____.

(3) 七年级某班为了奖励学习进步的学生, 购买了单价为每本 3 元的笔记本与单价为每支 5 元的钢笔两种奖品(两种都要买), 共花费 45 元, 问有几种购买方案?

(要求: 读懂上面阅读材料, 运用提供的方法去解决)

10. 已知二元一次方程 $3x - 2y = 5$.

(1) 方程 $3x - 2y = 5$ 的整数解有多少个?

请写出其中的任意 3 个解.

(2) 写出使 $|x| + |y|$ 的值最小的整数解.

(3) $3x - 2y = 5$ 的整数解有规律吗? 试写出它的规律.

4. 对于一个三位数 n , 如果 n 满足: 它的百位数字、十位数字之和与个位数字的差等于 7, 那么称这个数 n 为“幸福数”. 例如: $n_1 = 935$, 因为 $9 + 3 - 5 = 7$, 所以 935 是“幸福数”; $n_2 = 701$, 因为 $7 + 0 - 1 = 6$, 所以 701 不是“幸福数”.

(1) 判断 845, 734 是否为“幸福数”, 并说明理由.

(2) 若将一个“幸福数” m 的个位数的 2 倍放到十位, 原来的百位数变成个位数, 原来的十位数变成百位数, 得到一个新的三位数 t (例如: 若 $m = 654$, 则 $t = 586$). 若 t 也是一个“幸福数”, 求满足条件的所有 m 的值.

拓展提优

1. m 为正整数, 已知二元一次方程组

$$\begin{cases} mx + 2y = 10 & \text{①} \\ 3x - 2y = 0 & \text{②} \end{cases}$$

有整数解, 即 x, y 均为

整数, 则 m 的值为_____.

2. 对于一个三位正整数 n , 如果 n 满足: 它的百位数字、十位数字之和与个位数字的差等于 7, 那么称这个数为“七巧数”. 例如: $n_1 = 452$, 因为 $4 + 5 - 2 = 7$, 所以 452 是“七巧数”; $n_2 = 724$, 因为 $7 + 2 - 4 = 5 \neq 7$, 所以 724 不是“七巧数”. 最小的“七巧数”是_____; 若“七巧数” m 满足所有数位的数字之和是 9 的倍数, 且它的百位数字大于十位数字, 则 m 的最大值是_____.

3. 今有三部自动换币机, 其中甲机总是将 1 枚硬币换成 2 枚其他硬币; 乙机总是将 1 枚硬币换成 4 枚其他硬币; 丙机总是将 1 枚硬币换成 10 枚其他硬币. 某人共进行了 12 次换币, 便将 1 枚硬币换成了 81 枚. 试问他在丙换币机上换了_____次.

专题训练 5 实际问题的方案设计

(时间:25 min)

训练目标

利用二次一次方程组与不等式(组)的相关知识解决实际问题.

基础巩固

- 某企业产品换代升级,决定购买 10 台新设备.现有 A,B 两种型号,A 型每台 12 万元,B 型每台 10 万元.经预算,该企业购买设备的资金不高于 105 万元.则该企业的购买方案有 ()
A. 4 种 B. 3 种 C. 2 种 D. 1 种
- 某商品进价为 700 元,出售时标价为 1 100 元,后由于商品积压,商店准备打折销售,但要保证利润率不低于 10%,则至多可打 ()
A. 六折 B. 七折 C. 八折 D. 九折
- 世纪公园的门票是每人 5 元,一次购门票满 40 张,每张门票可少 1 元.若少于 40 人时,要想使买 40 张门票合算,则一个团队所需的人数最少为 ()
A. 32 B. 33 C. 35 D. 36
- 某省生态文明促进联合会计划组织大学生进行环保知识竞赛.已知竞赛试题共有 30 道,每一题答对得 5 分,答错或不答都扣 2 分.小陈得分要超过 100 分,他答对的题数至少是 ()
A. 21 B. 22 C. 23 D. 24
- 美美和小仪到超市购物,且超市正在举办摸彩活动,单次消费金额每满 100 元可以拿到 1 张摸彩券.已知美美一次购买 5 盒饼干拿到 3 张摸彩券;小仪一次购买 5 盒饼干与 1 个蛋糕拿到 4 张摸彩券.若每盒饼干的售价为 x 元,每个蛋糕的售价为 150 元,则 x 的范围为_____.
- 某工厂用甲、乙两种原料制作 A,B,C 三种

型号的工艺品,三种型号工艺品的重量及所含甲、乙两种原料的重量如下:

工艺品型号	含甲种原料的重量/kg	含乙种原料的重量/kg	工艺品的重量/kg
A	3	4	7
B	3	2	5
C	2	3	5

现要用甲、乙两种原料共 31 kg,制作 5 个工艺品,且每种型号至少制作 1 个.

- (1)若 31 kg 原料恰好全部用完,则制作 A 型工艺品的个数为_____.
 - (2)若使用甲种原料不超过 13 kg,同时使用乙种原料最多,则制作方案中 A,B,C 三种型号的工艺品的个数依次为_____.
- 某店家上架 300 个 A 商品和 240 个 B 商品进行销售.已知购买 2 个 A 商品和 3 个 B 商品共需 900 元;购买 1 个 A 商品和 2 个 B 商品共需 550 元.
(1)A 商品和 B 商品的售价分别是多少?
(2)在 A 商品售出总数量的 $\frac{2}{3}$,B 商品售出总数量的 $\frac{3}{4}$ 时,为了尽快回笼资金,店主决定对剩余的 A 商品每个打 a 折销售,对剩余的 B 商品每个降价 $5a$ 元销售,很快全部售完.若要保证销售总额不低于 87 600 元,求 a 的最小值.

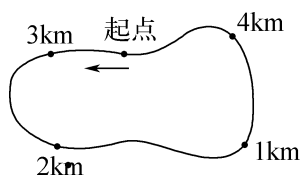
8. (2024 春·海安市期末)某超市为积极响应我市交管部门“骑行电瓶车时佩戴安全头盔”的号召,计划购进一批 A,B 两种型号的头盔.已知购进 1 个 A 型头盔和 2 个 B 型头盔需要 180 元;购进 2 个 A 型头盔和 1 个 B 型头盔需要 210 元.

- (1)购进 1 个 A 型头盔和 1 个 B 型头盔各需多少元?
- (2)该超市计划用不超过 3 600 元购进 A,B 两种不同型号的头盔共 60 个,且销售 1 个 A 型头盔可获利 40 元,销售 1 个 B 型头盔可获利 30 元.若超市要求总利润不低于 m 元时有且仅有两种进货方案可供选择,求 m 的取值范围.

拓展提优

1. 某学校准备举行诗词大赛.小颖积极报名并认真准备,她想用 7 天的时间背诵若干首诗词,背诵计划如下:
- ①将诗词分成 4 组:第 1 组有 a 首,第 2 组有 b 首,第 3 组有 c 首,第 4 组有 d 首;
- ②对于第 i ($i=1,2,3,4$) 组诗词,第 i 天背诵第一遍,第 $(i+1)$ 天背诵第二遍,第 $(i+3)$ 天背诵第三遍,三遍后完成背诵,其他天无需背诵;
- ③每天最多背诵 14 首,最少背诵 4 首.
- 7 天后,小颖背诵的诗词最多为 ()
- A. 21 首 B. 22 首 C. 23 首 D. 24 首
2. 小华在公园的环形跑道(周长大于 1 km)练习半程马拉松,从起点出发按逆时针方向跑步,并用跑步软件记录运动轨迹,每跑 1 km 软件会在运动轨迹上标注相应的路程,前 4 km 的记录如图所示.小华一共跑

了 21 km,且恰好回到起点,那么他一共跑的圈数是_____.



3. (2024 春·海门区期末)某花卉基地有 A,B 两种花卉,甲、乙两家种植户.

信息一:种植面积与收入如下表(假设甲、乙种植同一种花卉每亩收入相等).

种植户	A 种植面积/亩	B 种植面积/亩	收入/万元
甲	4	2	2.5
乙	3	4	3

信息二:花卉基地对种植 A 给予补贴,种植面积不超过 15 亩的部分,每亩补贴 100 元;超过 15 亩但不超过 20 亩的部分,每亩补贴 200 元;超过 20 亩的部分每亩补贴 300 元.根据以上信息,解决下列问题.

- (1)A,B 两种花卉每亩的收入各是多少?
- (2)若甲、乙种植户计划合租 30 亩用来种植 A 和 B,且 A 的种植面积大于 B 的种植面积(两种花卉的种植面积均为整数亩),为了使甲、乙总收入不低于 12.75 万元,试确定共有几种种植方案.

素养一 运动与变化

(时间:30 min)

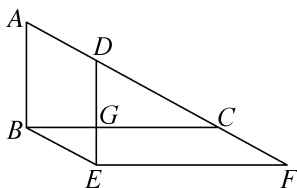
训练目标

探究几何图形在折叠、平移、旋转过程中变化的规律.

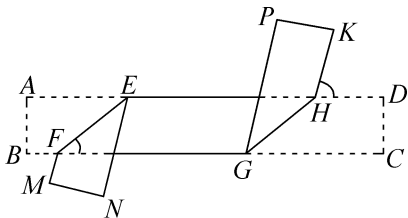
基础巩固



1. 如图,将直角三角形 ABC 沿斜边 AC 的方向平移到三角形 DEF 的位置, DE 交 BC 于点 G , $BG=4$, $EF=10$,三角形 BEG 的面积为 4. 现有下列结论:① $\angle A=\angle BED$;②三角形 ABC 平移的距离是 4;③ $BE=CF$;④四边形 $GCFE$ 的面积为 16. 其中正确的有 ()

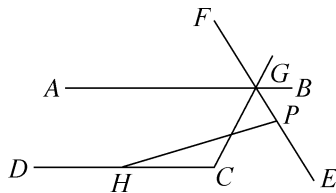


- A. ②③ B. ①②③
C. ①③④ D. ①②③④
2. 如图,已知长方形纸片 $ABCD$,点 E 和点 F 分别在边 AD 和 BC 上,且 $\angle EFC=37^\circ$, H,G 分别是边 AD,BC 上的动点,现将点 A,B,C,D 分别沿 EF,GH 折叠至点 N,M,P,K . 若 $MN\parallel PK$,则 $\angle KHD$ 的度数为 ()



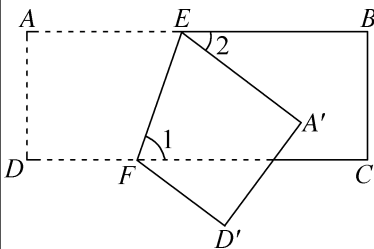
- A. 37° 或 143° B. 74° 或 96°
C. 37° 或 105° D. 74° 或 106°
3. 如图,已知 $AB\parallel CD$, CG 交 AB 于点 G ,且 $\angle C=\alpha$, GE 平分 $\angle BGC$, H 是 CD 上的一个定点, P 是 GE 所在直线上的一个动点,

则点 P 在运动过程中, $\angle GPH$ 与 $\angle PHC$ 的关系不可能是 ()

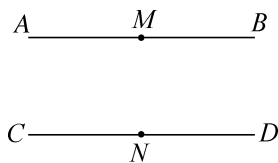


- A. $\angle GPH - \angle PHC = \frac{1}{2}\alpha$
B. $\angle GPH + \angle PHC = \frac{1}{2}\alpha$
C. $\angle GPH + \angle PHC + \frac{1}{2}\alpha = 180^\circ$
D. $\angle PHC + \angle GPH + \frac{1}{2}\alpha = 360^\circ$

4. (2024 春·如皋市期末)如图, $ABCD$ 为一长方形纸带, $AB\parallel CD$,将 $ABCD$ 沿 EF 折叠, A,D 两点分别与点 A',D' 对应. 若 $\angle 1=2\angle 2$,则 $\angle AEF$ 的度数为_____.



(第 4 题)



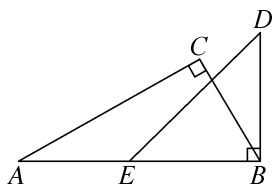
(第 5 题)

5. (2024 春·启东市期末)如图,直线 $AB\parallel CD$,点 M,N 分别在直线 AB,CD 上, E 为直线 AB 与 CD 之间的一点,连接 ME,NE ,且 $\angle MEN=100^\circ$, $\angle AME$ 的平分线与 $\angle CNE$ 的平分线交于点 F ,则 $\angle MFN$ 的度数为_____.

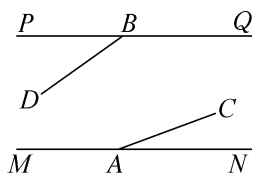
拓展提优

1. 如图,将一副直角三角尺的两个顶点重合叠放,其中含 30° 角的三角尺 ABC 固定不动,将含 45° 角的三角尺 DBE 绕顶点 B 顺时针转动(转动角度小于 180°). 当 DE 与三角尺 ABC 的一条边所在的直线互相平行时, $\angle ABE$ 的度数是 ()

- A. 15° 或 45° 或 60°
 B. 45° 或 60° 或 75°
 C. 15° 或 45° 或 105°
 D. 60° 或 75° 或 105°



(第1题)



(第2题)

2. 如图,已知 $PQ \parallel MN$, 点 A, B 分别在 MN, PQ 上,射线 AC 自射线 AM 的位置开始,以每秒 3° 的速度绕点 A 顺时针旋转至 AN 后立即逆时针回转,射线 BD 自射线 BP 的位置开始,以每秒 1° 的速度绕点 B 逆时针旋转至 BQ 后停止运动. 若射线 BD 先转动 30 s , 射线 AC 才开始转动,当射线 AC 与 BD 互相平行时,射线 AC 的旋转时间为 _____ s.

3. (2024 春·启东市期中)当光线经过镜面反射时,入射光线、反射光线与镜面所夹的角对应相等. 例如:在图 1、图 2 中,都有 $\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$. 设镜子 AB 与 BC 的夹角 $\angle ABC = \alpha$.

- (1) 如图 1,若 $\alpha = 90^\circ$,判断入射光线 EF 与反射光线 GH 的位置关系,并说明理由.

- (2) 如图 2,若 $90^\circ < \alpha < 180^\circ$,入射光线 EF 与反射光线 GH 的夹角 $\angle FMH = \beta$. 探究 α 与 β 的数量关系,并说明理由.

- (3) 如图 3,若 $\alpha = 110^\circ$,设镜子 CD 与 BC 的夹角 $\angle BCD = \gamma$ ($90^\circ < \gamma < 180^\circ$),入射光线 EF 与镜面 AB 的夹角 $\angle 1 = m$ ($0^\circ < m < 90^\circ$),已知入射光线 EF 从镜面 AB 开始反射,经过 n (n 为正整数,且 $n \leq 3$) 次反射,当第 n 次反射光线与入射光线 EF 平行时,请直接写出 γ 的度数(可用含有 m 的代数式表示).

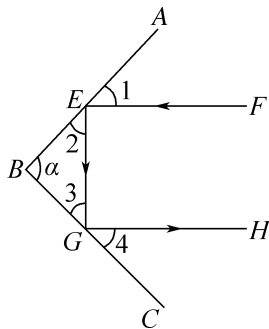


图 1

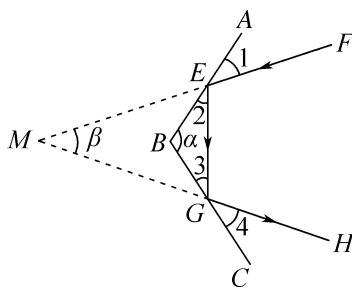


图 2

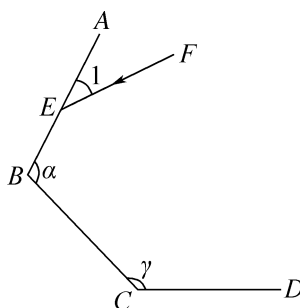


图 3

素养二 归纳与猜想

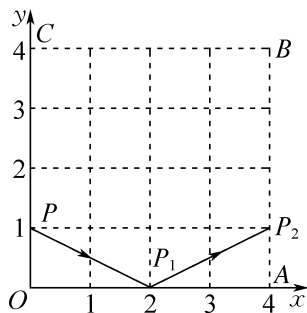
(时间:30 min)

训练目标

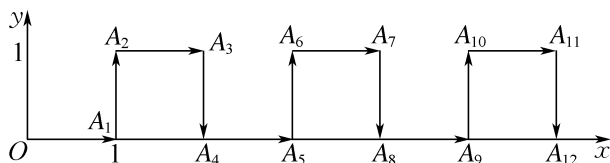
掌握归纳与猜想的数学思想,探究有关点与图形的规律性.

基础巩固

1. 若规定 $[a]$ 表示 a 的整数部分,例如:
 $[3.9]=3, [5.2]=5, [8]=8$, 则 $[\sqrt{1}]-[\sqrt{2}]+[\sqrt{3}]-[\sqrt{4}]+\dots-[\sqrt{48}]+[\sqrt{49}]$
 的值为 ()
 A. 4 B. -4 C. 5 D. -5
2. (2024 春·崇川区期中)如图,弹性小球从点 $P(0,1)$ 出发,沿所示方向运动,每当小球碰到正方形 $OABC$ 的边时反弹,反弹时反射角等于入射角.当小球第 1 次碰到正方形的边时为点 $P_1(2,0)$,第 2 次碰到正方形的边时为点 P_2 ,...,第 n 次碰到正方形的边时为点 P_n ,则点 P_{2025} 的坐标是 ()



- A. (2,0) B. (4,3) C. (2,4) D. (0,3)
3. 在平面直角坐标系中,一个智能机器人接到如下指令:从原点 O 出发,按向右→向上→向右→向下的方向依次不断移动,每次移动 1 m. 其行走路线如图所示,第 1 次移动到 A_1 ,第 2 次移动到点 A_2 ,...,第 n 次移动到点 A_n . 则三角形 $OA_{2027}A_{2025}$ 的面积是 ()



- A. 506.5 m^2 B. 506 m^2
 C. 505.5 m^2 D. 1012 m^2

4. 如图 1, $AP_1 \parallel BP_2$, 则 $\angle P_1 + \angle P_2 = 180^\circ$;
 如图 2, $AP_1 \parallel BP_3$, 则 $\angle P_1 + \angle P_2 + \angle P_3 = 360^\circ$;
 如图 3, $AP_1 \parallel BP_4$, 则 $\angle P_1 + \angle P_2 + \angle P_3 + \angle P_4 = 540^\circ$;
 如图 4, $AP_1 \parallel BP_5$, ..., 以此类推, 则第 n 个图中的
 $\angle P_1 + \angle P_2 + \angle P_3 + \dots + \angle P_{n+1} =$ _____ (用含 n 的代数式表示).

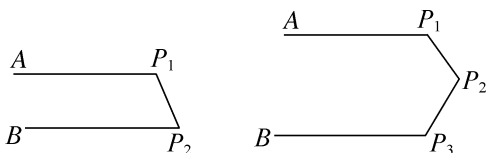


图 1

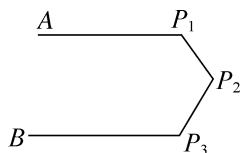


图 2

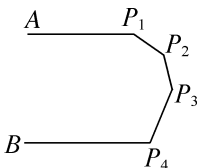


图 3

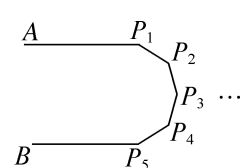
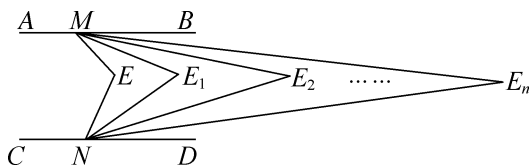


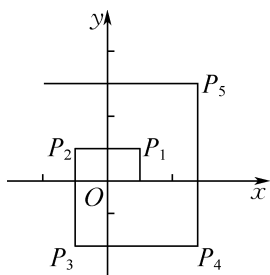
图 4

5. 如图,已知直线 $AB \parallel CD$, 点 M, N 分别在直线 AB, CD 上, E 为 AB, CD 之间一点,且点 E 在 MN 的右侧, $\angle MEN = 128^\circ$. 已知 $\angle BME$ 与 $\angle DNE$ 的平分线相交于点 E_1 , $\angle BME_1$ 与 $\angle DNE_1$ 的平分线相交于点 E_2 , $\angle BME_2$ 与 $\angle DNE_2$ 的平分线相交于点 E_3 , ..., 以此类推, 若 $\angle ME_n N = 8^\circ$, 则 n 的值是 _____.

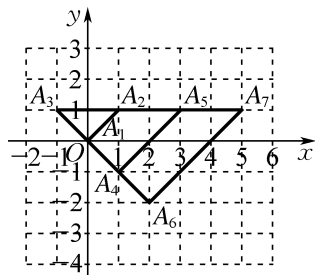


6. (2024 春·启东市期中)如图,在平面直角坐标系 xOy 中,设动点 M 自点 $P_0(1,0)$ 处

向上运动 1 个单位长度至点 $P_1(1,1)$, 然后向左运动 2 个单位长度至点 P_2 处, 再向下运动 3 个单位长度至点 P_3 处, 再向右运动 4 个单位长度至点 P_4 处, 再向上运动 5 个单位长度至点 P_5 处, $\dots$, 如此继续运动下去, 设点 $P_n(x_n, y_n)$, $n = 1, 2, 3, \dots$, 则 $x_1 + x_2 + \dots + x_{199} + x_{200} =$ _____.



(第 6 题)



(第 8 题)

7. 任取一个正整数, 若是奇数, 就将该数乘 3 再加上 1; 若是偶数, 就将该数除以 2. 反复进行上述两种运算, 经过有限次运算后, 必进入循环圈 $1 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$, 这就是“冰雹猜想”. 在平面直角坐标系 xOy 中, 将点 (x, y) 中的 x, y 分别按照“冰雹猜想”同步进行运算得到新的点的横、纵坐标, 其中 x, y 均为正整数. 例如, 点 $(6, 3)$ 经过第 1 次运算得到点 $(3, 10)$, 经过第 2 次运算得到点 $(10, 5)$, $\dots$, 以此类推, 则点 $(1, 4)$ 经过 2 027 次运算后得到点 _____.
8. 如图, 电子蚂蚁 P 从点 O 出发, 如果第一次跳到点 $A_2(1,1)$, 第二次跳到点 $A_3(-1,1)$, 第三次跳到点 $A_4(1,-1)$, 第四次跳到点 $A_5(3,1)$, 第五次跳回点 A_3 , 第六次跳到点 $A_6(2,-2)$, 第七次跳到点 $A_7(5,1)$ $\dots$ 以此往复, 那么第 2 025 次跳到了点 _____.

拓展提优

1. 在平面直角坐标系中, 我们把横、纵坐标都是整数, 且横、纵坐标之和大于 0 的点称为“和点”. 将某“和点”平移, 每次平移的方向取决于该点横、纵坐标之和除以 3 所得的

余数(当余数为 0 时, 向右平移; 当余数为 1 时, 向上平移; 当余数为 2 时, 向左平移), 每次平移 1 个单位长度.

例: “和点” $P(2,1)$ 按上述规则连续平移 3 次后, 到达点 $P_3(2,2)$, 其平移过程如下:

$$P(2,1) \xrightarrow[\text{余0}]{\text{右}} P_1(3,1) \xrightarrow[\text{余1}]{\text{上}} P_2(3,2) \xrightarrow[\text{余2}]{\text{左}} P_3(2,2)$$

若“和点” Q 按上述规则连续平移 16 次后, 到达点 $Q_{16}(-1,9)$, 则点 Q 的坐标为 ()

- A. $(6,1)$ 或 $(7,1)$ B. $(15,-7)$ 或 $(8,0)$
C. $(6,0)$ 或 $(8,0)$ D. $(5,1)$ 或 $(7,1)$

2. 如图是一个按某种规律排列的数阵. 根据数阵排列的规律, 第 n (n 是整数, 且 $n \geq 4$) 行从左向右数第 $(n-3)$ 个数是 _____ (用含 n 的代数式表示).

			1	$\sqrt{2}$				第1行
		$\sqrt{3}$	2	$\sqrt{5}$	$\sqrt{6}$			第2行
	$\sqrt{7}$	$2\sqrt{2}$	3	$\sqrt{10}$	$\sqrt{11}$	$2\sqrt{3}$		第3行
$\sqrt{13}$	$\sqrt{14}$	$\sqrt{15}$	4	$\sqrt{17}$	$3\sqrt{2}$	$\sqrt{19}$	$2\sqrt{5}$	第4行

3. 在平面直角坐标系中, 对于点 $P(x, y)$, 我们把点 $P'(-y+1, x+1)$ 叫作点 P 的“伴随点”. 已知点 A_1 的“伴随点”为 A_2 , 点 A_2 的“伴随点”为 A_3 , 点 A_3 的“伴随点”为 A_4 , $\dots$, 这样依次得到点 $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n, \dots$.

- (1) 若点 A_1 的坐标为 $(\sqrt{2}, 1)$, 则点 A_4 的坐标为 _____, 点 A_{2025} 的坐标为 _____.
- (2) 如果点 A_1 的坐标为 $(\sqrt{2}, 1)$, 点 A_{2023} 的坐标为 (x, y) , 那么 $-\sqrt{2}x$ 的算术平方根与 $\sqrt[3]{y}$ 的立方根的差的绝对值是多少?

素养三 整体代换

(时间:30 min)

训练目标

灵活应用整体代换的数学思想解决问题.

基础巩固

- 若方程组 $\begin{cases} 3x-y=4k-5, \\ 2x+6y=k \end{cases}$ 的解满足 $x+y=2\ 024$, 则 k 的值为 ()
A. 2 024 B. 2 025
C. 2 026 D. 2 027
- 若关于 x, y 的二元一次方程组 $\begin{cases} ax+y=b, \\ cx-y=d \end{cases}$ 的解为 $\begin{cases} x=1, \\ y=2, \end{cases}$ 则关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} ax+2y=2a+b, \\ cx-2y=2c+d \end{cases}$ 的解为 ()
A. $\begin{cases} x=1, \\ y=2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=1, \\ y=3 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x=3, \\ y=1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=5, \\ y=-1 \end{cases}$
- 若关于 x 的不等式 $ax-b>0$ 的解集为 $x<\frac{1}{3}$, 则关于 x 的不等式 $(a+b)x>b-a$ 的解集是 ()
A. $x<-\frac{1}{2}$ B. $x<\frac{1}{2}$
C. $x>-\frac{1}{2}$ D. $x>\frac{1}{2}$
- 已知 $1\leq ax+b<3$ 的解集是 $2\leq x<3$, 则 $1\leq a(1-x)<3$ 的解集为 ()
A. $2<x<3$ B. $2<x\leq 3$
C. $-\frac{1}{2}\leq x<\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{2}<x\leq\frac{1}{2}$
- 在平面直角坐标系中, 将点 $A(1, m^2)$, 沿着 y 轴的负方向向下平移 $2m^2+3$ 个单位后得到点 B . 现有四个点 $M(1, -m^2-4)$, $N(1, -2m^2-3)$, $P(1, -m^2)$, $Q(1, -3m^2)$,

其中一定在线段 AB 上的是 ()A. 点 M B. 点 N C. 点 P D. 点 Q

- 如果某个二元一次方程组的解中两个未知数的值互为相反数, 那么我们称这个方程组为“和谐方程组”. 若关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} x+3y=4+a, \\ x-y=3a \end{cases}$ 是“和谐方程组”, 则 a 的值为_____.

- 已知不等式 $(2a-b)x+3a-4b<0$ 的解集为 $x>\frac{4}{9}$, 则不等式 $ax>b$ 的解集为_____.

- 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} \frac{x+a}{3}\leq 1, \\ x-2\geq 3x+4 \end{cases}$ 的解集

为 $x\leq -3$, 且关于 m, n 的方程组

$$\begin{cases} m-n=5, \\ m+2n=3a-1 \end{cases}$$
 的解满足 $2m+n>11$, 则所有满足条件的整数 a 的值之积为_____.

9. 【方法介绍】

在求代数式的值时, 有些题目可以用整体求值的方法, 化难为易.

例: 已知 $\begin{cases} 3x+2y+z=4 \text{ ①}, \\ 7x+4y+3z=10 \text{ ②}, \end{cases}$

求 $2x+y+z$ 的值.解: ②-①, 得 $4x+2y+2z=6$ ③,

$$\text{③} \times \frac{1}{2}, \text{得 } 2x+y+z=3.$$

所以 $2x+y+z$ 的值为 3.

【类比迁移】

- 已知 $\begin{cases} x+2y+3z=10 \text{ ①}, \\ 5x+6y+7z=2 \text{ ②}, \end{cases}$ 求 $3x+4y+5z$ 的值.

【实际应用】

- (2) 某班级班委准备把本学期卖废品的钱给同学们买期中奖品,根据商店的价格,若购买 3 本笔记本、2 支签字笔、1 支记号笔需要 28 元;若购买 7 本笔记本、5 支签字笔、3 支记号笔需要 66 元. 本班共 45 位同学,则购买 45 本笔记本、45 支签字笔、45 支记号笔需要多少钱?

拓展提优

1. 已知当 $x=1$ 时, $3ax^3+bx^2-2cx+4=8$ 且 $ax^3+2bx^2-cx-15=-14$, 则当 $x=-1$ 时, $5ax^3-5bx^2-4cx+2\ 024=(\quad)$
A. 2 017 B. 2 018 C. 2 019 D. 2 020
2. 在 3×3 的方格中,每行、每列及对角线上的 3 个代数式的和都相等,我们把这样的方格图叫作“等和格”. 如图 1 的“等和格”中,每行、每列及对角线上的 3 个代数式的和都等于 15.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

图 1

$-2a$	a	
		$3b$
		$2a$

图 2

$-2a$	a	
$b-8$		$3b$
		$2a$

图 3

$2a^2+a$	$a-2a^2$	
$b+3a^2+2a$		a^2+2a
		$a-3$

图 4

(1) 在图 2 的“等和格”方格图中,可得 $a=$ _____ (用含 b 的代数式表示).

(2) 在图 3 的“等和格”方格图中,可得 $a=$ _____, $b=$ _____.

(3) 在图 4 的“等和格”方格图中,可得 $b=$ _____.

3. 阅读材料:

善于思考的小军在解方程组

$$\begin{cases} 2x+5y=3 \text{ ①,} \\ 4x+11y=5 \text{ ②} \end{cases} \text{ 时,采用了一种“整体代换”}$$

的解法.

解:将方程②变形,得 $4x+10y+y=5$,即

$2(2x+5y)+y=5$ ③. 把方程①代入③,得

$2 \times 3 + y = 5$,所以 $y = -1$. 把 $y = -1$ 代入

①,得 $x = 4$.

所以方程组的解为 $\begin{cases} x=4, \\ y=-1. \end{cases}$

请你根据以上方法解决下列问题.

(1) 模仿小军的“整体代换”法解方程

$$\begin{cases} 3x-2y=5 \text{ ①,} \\ 9x-4y=19 \text{ ②.} \end{cases}$$

(2) 已知 x, y 满足方程组 $\begin{cases} 4x^2-2xy=7 \text{ ①,} \\ 2x^2+xy=6 \text{ ②,} \end{cases}$ 求

xy 的值.

素养四 阅读理解

(时间:30 min)

训练目标

掌握阅读理解题的解题方法.

基础巩固

1. 我们把 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 称作二阶行列式,规定它的

运算法则为 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$. 例如:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 1 \times 4 - 2 \times 3 = -2. \text{ 若}$$

$$\begin{vmatrix} 4 & 3-x \\ 3 & x \end{vmatrix} > 0, \text{ 则 } x \text{ 的取值范围为 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 我们知道:任意一个有理数与无理数的和为无理数,任意一个不为零的有理数与一个无理数的积为无理数,而零与无理数的积为零.由此可得:如果 $ax+b=0$,其中 a, b 为有理数, x 为无理数,那么 $a=0$ 且 $b=0$. 请你运用上述知识,解决下列问题.

(1) 如果 $(a-2)\sqrt{2}+b+3=0$,其中 a, b 为有理数,那么 $a=\underline{\hspace{2cm}}, b=\underline{\hspace{2cm}}$.

(2) 若 $\sqrt{2}a-(1-\sqrt{2})b=5$,其中 a, b 为有理数,则 $a+2b=\underline{\hspace{2cm}}$.

3. 已知 a, b, c 是三个实数, $M\{a, b, c\}$ 表示 a, b, c 这三个数的平均数, $\min\{a, b, c\}$ 表示 a, b, c 这三个数中最小的数.

$$\text{如 } M\{-1, 2, 3\} = \frac{-1+2+3}{3} = \frac{4}{3},$$

$$\min\{-1, 2, 3\} = -1; M\{-1, 2, a\} = \frac{-1+2+a}{3} = \frac{a+1}{3}, \min\{-1, 2, a\} =$$

$$\begin{cases} a(a \leq -1), \\ -1(a > -1). \end{cases}$$

解决下列问题.

(1) 若 $\min\{2, 2x+2, 4-2x\}=2$,求 x 的取值范围.

(2) 若 $M\{2, x+1, 2x\} = \min\{2, x+1, 2x\}$,求 x 的值.

(3) 由(2)可得结论:“若 $M\{a, b, c\} =$

$\min\{a, b, c\}$,则 $\underline{\hspace{2cm}}$ ”(填 a, b, c 的大小关系),运用这个结论解决问题:若 $M\{2x+y+2, x+2y, 2x-y\} = \min\{2x+y+2, x+2y, 2x-y\}$,求 $x+y$ 的值.

4. 定义:若一个方程(组)的解也是一个不等式(组)的解,我们称这个方程(组)的解是这个不等式(组)的“友好解”.例如:方程 $2x-1=1$ 的解是 $x=1$,同时 $x=1$ 也是不等式 $x+1>0$ 的解,则称方程 $2x-1=1$ 的解 $x=1$ 是不等式 $x+1>0$ 的“友好解”.

(1) 试判断方程 $\frac{3}{2}x-2=\frac{1}{2}x+1$ 的解是不是不等式 $\frac{x-3}{2}>0$ 的“友好解”? 不必说明理由.

(2) 若关于 x, y 的方程组 $\begin{cases} 2x+3y=5k+2, \\ 5x-y=4k+5 \end{cases}$ 的解是不等式 $\frac{3}{2}x-2y>7$ 的“友好解”,求 k 的取值范围.

(3) 当 $k<3$ 时,方程 $3(x-1)=k$ 的解是不等式 $4x-1<x+2m$ 的“友好解”,求 m 的最小整数值.

5. 我们已经学习了有理数乘法,不等式组与方程组的知识,它们之间有着一定的逻辑关联,请解决以下问题.

【阅读理解】

解不等式 $(x+1)(x-3)>0$.

解:根据两数相乘,同号得正,原不等式可以转化为

$$\begin{cases} x+1>0, \\ x-3>0 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x+1<0, \\ x-3<0, \end{cases} \text{ 解不等式}$$

$$\text{组 } \begin{cases} x+1>0, \\ x-3>0, \end{cases} \text{ 得 } x>3; \text{ 解不等式组}$$

$$\begin{cases} x+1<0, \\ x-3<0, \end{cases} \text{ 得 } x<-1.$$

所以原不等式的解集为 $x>3$ 或 $x<-1$.

【问题解决】

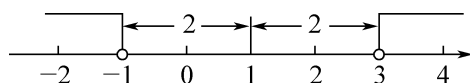
(1) 根据以上材料,解不等式 $(x-5)(x+6)<0$.

(2) 已知关于 x, y 的方程组

$$\begin{cases} x-2y=m, \\ 2x+3y=2m+4 \end{cases} \text{ 的解满足不等式}$$

$$\begin{cases} 3x+y\leq 0, \\ x+5y>0, \end{cases} \text{ 求满足条件的 } m \text{ 的整数值.}$$

2. 解不等式 $|x-1|>2$, 在数轴上找出 $|x-1|=2$ 的解(如图), 因为在数轴上到 1 对应的点的距离等于 2 的点对应的数为 -1 或 3, 所以方程 $|x-1|=2$ 的解为 $x=-1$ 或 $x=3$, 因此不等式 $|x-1|>2$ 的解集为 $x<-1$ 或 $x>3$.



参考阅读材料,解答下列问题.

(1) 不等式 $|x-2|\leq 1$ 的解集是_____.

(2) 不等式 $|x-4|+|x+2|>8$ 的解集是_____.

3. 【阅读理解】

对非负实数 x “四舍五入”到个位的值记为 $\{x\}$, 即当 n 为非负整数时, 若 $n-0.5\leq x<n+0.5$, 则 $\{x\}=n$. 例如: $\{3.2\}=3$, $\{3.5\}=4$, $\{4.8\}=5$. 根据以上材料, 解决下列问题.

【知识运用】

(1) $\{2.46\}=$ _____.

(2) 若 $\{2x-1\}=5$, 求 x 满足的条件.

拓展提优

1. 阅读理解: 我们把对非负实数 x “四舍五入”到个位的值记为 $\langle x \rangle$, 即当 n 为非负整数时, 若 $n-\frac{1}{2}\leq x<n+\frac{1}{2}$, 则 $\langle x \rangle=n$. 例如:

时, 若 $n-\frac{1}{2}\leq x<n+\frac{1}{2}$, 则 $\langle x \rangle=n$. 例如:

$\langle 0.67 \rangle=1$, $\langle 2.49 \rangle=2$, ... 给出下列关于 $\langle x \rangle$ 的问题, 其中结论正确的是 ()

① $\langle \sqrt{2} \rangle=2$;

② 当 m 为非负整数时, $\langle m+2x \rangle=m+\langle 2x \rangle$;

③ 若 $\langle 2x-1 \rangle=5$, 则实数 x 的取值范围是

$$\frac{11}{4}\leq x<\frac{13}{4};$$

④ 满足 $\langle x \rangle=\frac{3}{2}x$ 的非负实数 x 有 3 个.

A. ①③

B. ②③

C. ②④

D. ①②③④

【拓展延伸】

(1) 下面两个命题: ① 如果 $x\geq 0, m$ 为非负整数, 那么 $\{x+m\}=\{x\}+m$; ② 如果 $x\geq 0, k$ 为非负整数, 那么 $\{kx\}=k\{x\}$. 请判断在这两个命题中属于假命题的是_____, 并举反例说明.

(2) 直接写出满足 $\{x\}=\frac{3}{5}x+3$ 的所有非负实数 x 的值.