

第七章 相交线与平行线

课时训练 1 两条直线相交

【基础巩固】

1. C 2. B

3. C 提示:根据对顶角相等,得 $\angle AOC = \angle BOD = 68^\circ$.

因为射线 OE 平分 $\angle AOC$, 所以 $\angle EOC = \frac{1}{2} \angle AOC = 34^\circ$. 又因为 $\angle BOC = 180^\circ - \angle BOD = 112^\circ$, 所以 $\angle BOE = \angle BOC + \angle EOC = 112^\circ + 34^\circ = 146^\circ$.

4. B 提示:设 $\angle DOE = x$. 因为 $\angle DOE = \frac{1}{3} \angle BOD$,

所以 $\angle EOB = 2x$. 又因为 OC 是 $\angle AOD$ 的平分线, $\angle COE = 72^\circ$, 所以 $\angle AOC = \angle COD = 72^\circ - x$. 因为 $\angle AOB$ 是平角, 所以 $2 \times (72^\circ - x) + x + 2x = 180^\circ$, 解得 $x = 36^\circ$. 所以 $\angle EOB = 2x = 2 \times 36^\circ = 72^\circ$.

5. 75°

6. $\angle AOF$ $\angle COE$ 和 $\angle DOF$ 150° 30°

7. 150° 提示: 因为 $\angle COD = 180^\circ$, $\angle COE = 90^\circ$, 所以 $\angle EOD = 90^\circ$. 因为 $\angle AOC = 30^\circ$, 所以 $\angle DOB = 30^\circ$. 又因为 $\angle FOB = 90^\circ$, 所以 $\angle DOF = \angle FOB - \angle DOB = 60^\circ$. 所以 $\angle EOF = \angle EOD + \angle DOF = 150^\circ$.

8. 120° 提示: 因为 $\angle AOC + \angle AOD = 180^\circ$, $\angle AOD : \angle AOC = 5 : 1$, 所以 $\angle BOD = \angle AOC = 30^\circ$. 因为 $\angle AOE$ 与 $\angle AOC$ 互余, 所以 $\angle COE = \angle AOE + \angle AOC = 90^\circ$, 所以 $\angle DOE = 180^\circ - \angle COE = 90^\circ$. 所以 $\angle BOE = \angle BOD + \angle DOE = 120^\circ$.

9. 解: 由题意可知, $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$.

(1) 因为 $\angle 2$ 是 $\angle 1$ 的 3 倍, 所以 $\angle 1 + 3\angle 1 = 180^\circ$, 所以 $\angle 1 = 45^\circ$. 又因为 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是对顶角, 所以 $\angle 3 = \angle 1 = 45^\circ$.

(2) 因为 $\angle 2$ 比 $\angle 1$ 大 40° , 所以 $\angle 1 = \angle 2 - 40^\circ$. 所以 $\angle 1 + \angle 2 = 2\angle 2 - 40^\circ = 180^\circ$, 所

以 $\angle 2 = 110^\circ$. 又因为 $\angle 2$ 与 $\angle 4$ 是对顶角, 所以 $\angle 4 = \angle 2 = 110^\circ$.

10. 解: 是. 理由如下:

设 $\angle BOD$ 的度数为 x . 因为 OD 是 $\angle BOC$ 的平分线, 所以 $\angle BOC = 2x$. 由条件可知, $\angle BOE = 180^\circ$, 所以 $\angle COE = 180^\circ - 2x$. 又因为 $\angle AOD = 90^\circ$, 所以 $\angle AOB = 90^\circ - x$. 所以 $\angle COE$ 的度数是 $\angle AOB$ 度数的 2 倍.

【拓展提优】

1. B

2. 解: 因为 $\angle 1 = \frac{1}{2} \angle 2$, $\angle 1 + \angle 2 = 162^\circ$, 所以 $\angle 1 = 54^\circ$, $\angle 2 = 108^\circ$. 又因为 $\angle 1$ 与 $\angle 3$ 是对顶角, 所以 $\angle 3 = \angle 1 = 54^\circ$. 由题意可知, $\angle 2 + \angle 4 = 180^\circ$, 所以 $\angle 4 = 72^\circ$.

3. 解: 因为 $\angle AOC$ 与 $\angle BOD$ 是对顶角, 所以 $\angle AOC = \angle BOD$. 因为 $\angle 1 = \frac{1}{2} \angle AOC$, $\angle 2 = \frac{1}{2} \angle BOD$, 所以 $\angle 1 = \angle 2$. 因为 AB 为直线, $\angle 2$ 与 $\angle AOF$ 是邻补角, 所以 $\angle 2 + \angle AOF = 180^\circ$. 所以 $\angle 1 + \angle AOF = 180^\circ$, 即 $\angle EOF = 180^\circ$. 所以 EOF 是一条直线, 即街道 EOF 是笔直的.

4. 解: (1) 因为 $\angle BOD = 70^\circ$, 直线 AB 和 CD 相交于点 O , 所以 $\angle AOC = 70^\circ$, $\angle BOC = 110^\circ$. 又因为 $\angle AOE : \angle EOC = 2 : 5$, 所以 $\angle COE = \frac{5}{7} \angle AOC = 50^\circ$. 所以 $\angle BOE = \angle BOC + \angle COE = 160^\circ$.

(2) 设 $\angle AOE = 2\alpha$, 则 $\angle EOC = 5\alpha$, $\angle BOF = 7\alpha + 10^\circ$. 因为 OF 平分 $\angle BOE$, 所以 $\angle BOF = \frac{1}{2} \angle BOE = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle AOE) = 90^\circ - \alpha$. 所以 $7\alpha + 10^\circ = 90^\circ - \alpha$, 解得 $\alpha = 10^\circ$. 所以 $\angle EOF = \angle BOF = 70^\circ + 10^\circ = 80^\circ$.

课时训练 9 定义、命题、定理

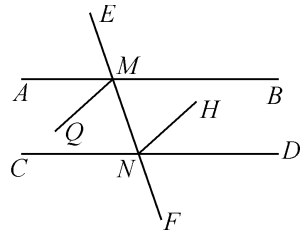
【基础巩固】

1. C 2. C 3. C 4. A 5. D
6. 真 在同一平面内,两条直线垂直于同一条直线 在同一平面内,如果两条直线垂直于同一条直线,那么这两条直线互相平行
- 7.

语 句	不是命题	是真命题	是假命题
在直线 AB 上任取一点 C	✓		
凡是同位角都相等			✓
过点 A 画出已知直线的垂线	✓		
一个锐角的补角总大于它的余角		✓	
内错角相等的两直线平行		✓	
一个角的邻补角相等		✓	

8. 解:(1)如: $360^{\circ} > 90^{\circ}$,但 360° 不是钝角,是周角.
(2)如:6 能被 2 整除,但不能被 4 整除.
9. 解:(1)如果一个角是锐角,那么这个角的补角大于这个角的余角.
(2)如果两个角相等,那么这两个角的余角也相等.
10. 解:(1)题设:两个角互为邻补角. 结论:这两个角的平分线互相垂直.
(2)题设:一个角是钝角. 结论:这个角大于它的补角.
11. 证明:如图,已知 $AB \parallel CD$, EF 与 AB, CD 分别相交于点 M, N , MQ 平分 $\angle AMN$, NH 平分 $\angle END$, 所以 $\angle QMN = \frac{1}{2} \angle AMN$, $\angle HNM = \frac{1}{2} \angle DNM$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle AMN = \angle DNM$, 所以 $\angle QMN = \angle HNM$,

所以 $MQ \parallel NH$.



【拓展提优】

1. D 提示:分三种情况讨论:①若甲真,则乙假,丙真,丁真,这种情况下,三人说了实话,与条件不符;②若甲假,乙真,则丙假,丁真,这种情况下,两人说了实话,与条件不符;③若甲假,乙假,则丙真,丁假,这种情况下,只有丙说了实话,符合题目给出的条件.由于丁说了假话,因此闯祸的人一定是丁.
2. C, D, E 提示:如果 A 得优,可推出 B, C, D, E 均得优,这与“只有三个人得优”相矛盾,从而 A 不可能得优;如果 B 得优,可推出 C, D, E 也得优,这与“只有三个人得优”相矛盾,从而 B 也不可能得优;因此,可以断定 C, D, E 三人得优.
3. 答案不唯一,如:①② ④ 平行于同一条直线的两直线平行
4. 解:(1)因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle 2 = \angle 1 = 115^{\circ}$, 因为 $EF \parallel MN$, 所以 $\angle 4 = 180^{\circ} - \angle 2 = 65^{\circ}$.
(2)如果一个角的两边分别平行于另一个角的两边,那么这两个角相等或互补.
(3)设其中一个角为 x° , 则另一个角为 $(2x - 30)^{\circ}$.
根据(2),得 $x = 2x - 30$ 或 $x + 2x - 30 = 180$, 解得 $x = 30$ 或 $x = 70$.
所以这两个角的大小分别是 $30^{\circ}, 30^{\circ}$ 或 $70^{\circ}, 110^{\circ}$.

课时训练 10 平 移

【基础巩固】

1. B 2. A

3. D 提示:由图形可得,三种方案所用铁丝的长度均为 $2a+2b$,故三种方案所用铁丝一样长.
4. C 提示:根据题意,将周长为 16 cm 的三角形 ABC 沿 BC 向右平移 2 cm 得到三角形 DEF ,所以 $AD=CF=2$ cm, $BF=BC+CF$, $DF=AC$. 因为 $AB+BC+AC=16$ cm,所以四边形 $ABFD$ 的周长为 $AD+AB+BF+DF=2+AB+BC+2+AC=20$ (cm).
5. 140 提示:根据题意得出,小桥可以平移到长方形的边上,得出小桥的长等于长方形的一条长与一条宽的和,所以小桥总长为 $280 \div 2=140$ (m).
6. 30 提示:由平移的性质可知,内部五个小直角三角形的直角边的和等于 $AC+BC=17$,斜边的和等于 13,所以内部五个小直角三角形周长的和为 $17+13=30$.

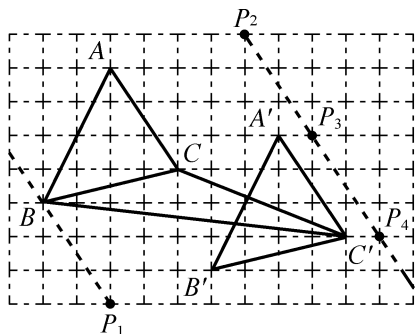
7. 39 提示:根据题意,得 $AB=8$, $BE=6$, $GE=8-3=5$. 因此 $S_{\text{梯形}ABEG} = \frac{1}{2} \times (8+5) \times 6 = 39$. 由平移的性质可知, $S_{\text{三角形}ABC} = S_{\text{三角形}DEF}$. 故 $S_{\text{三角形}ABC} - S_{\text{三角形}CEG} = S_{\text{三角形}DEF} - S_{\text{三角形}CEG}$, 即 $S_{\text{阴影}} = S_{\text{梯形}ABEG}$. 所以阴影部分的面积为 39.

8. 3 25°

9. 解:(1)如图,三角形 $A'B'C'$ 即为所求.

(2)6.5 提示:如图,三角形 BCC' 的面积为 $9 \times 2 - \frac{1}{2} \times 1 \times 4 - \frac{1}{2} \times 5 \times 2 - \frac{1}{2} \times 1 \times 9 = 6.5$.

(3)如图,点 P_1, P_2, P_3, P_4 即为所求.



【拓展提优】

1. C

2. 1 提示:取 A_1B_1 的中点 M_1 ,连接 MM_1 . 因为三

角形 ABC 平移 4 个单位长度得到三角形 $A_1B_1C_1$, 所以 $MM_1=4$, $A_1B_1=AB=6$. 因为 M_1 是 A_1B_1 的中点,所以 $A_1M_1=3$. 因为 $MA_1 \geq MM_1 - A_1M_1$ (当且仅当 M, M_1, A_1 三点共线时取等号),所以 MA_1 的最小值为 $4-3=1$.

3. 解:(1)由题意可知, $AA_1=B_1B_2=A_1A_2=5$, $A_B=AB=6$, 所以 $A_2B_1=A_1B_1-A_1A_2=6-5=1$, 所以 $AB_1=AA_1+A_1A_2+A_2B_1=5+5+1=11$, 所以 AB_2 的长为 $AB_1+B_1B_2=11+5=16$.

(2)因为 $AB_1=2 \times 5+1=11$, $AB_2=3 \times 5+1=16$, 所以 $AB_n=(n+1) \times 5+1=56$, 解得 $n=10$.

第八章 实 数

课时训练 11 平方根(1)

【基础巩固】

1. A 2. A 3. B

4. A 提示: $\sqrt{25}$ 表示 25 的算术平方根, 25 的算术平方根是 5, 故 A 选项正确, B 选项错误; 16 的平方根是 ± 4 , 故 C 选项错误; 平方根等于本身的数只有 0, 而 1 的平方根是 ± 1 , 故 D 选项错误.

5. C 提示: 因为负数没有平方根且 0 的平方根只有 1 个, 故 A 选项错误; 因为 0 的平方根是 0, 故 B 选项错误; 一个正数的平方根的平方仍是这个数, 故 C 选项正确; a^2 的平方根是 $\pm a$, 故 D 选项错误.

6. B 提示: 因为正方形的面积是 15, 所以这个正方形的边长是 $\sqrt{15}$. 因为 $9 < 15 < 16$, 所以 $3 < \sqrt{15} < 4$.

7. -6

8. 3 提示: 根据题意, 得 $2m-1+4-3m=0$, 解得 $m=3$.

9. ± 3 提示: $\sqrt{81}=9$, 9 的平方根是 ± 3 .

10. -10 提示: 根据计算顺序, 得 $[(\sqrt{7})^2+3] \times$

8. 解:李哲在湖心亭,丁琳在望春亭,张瑞在游乐园.图略.他们三人到望春亭集合,三人所行路程之和最短.

【拓展提优】

1. D

2. $(-\frac{7}{2}, -\frac{7}{2})$ 或 $(-7, 7)$ 提示:若

$x-6=4-3x$, 则 $x=\frac{5}{2}$, 此时点 A 的坐标为

$(-\frac{7}{2}, -\frac{7}{2})$; 若 $x-6=-(4-3x)$, 则 $x=-1$, 此

时点 A 的坐标为 $(-7, 7)$.

3. 解:因为点 A 的坐标为 $(0, 1)$, 所以点 A 在 y 轴上. 因为点 B 也在 y 轴上, 且点 A 与点 B 的“非常距离”为 3, 所以 $|y_B - 1| = 3$. 解得 $y_B = 4$ 或 $y_B = -2$. 所以点 B 的坐标为 $(0, 4)$ 或 $(0, -2)$.

课时训练 19 坐标方法的简单应用(2)

【基础巩固】

1. D

2. A 提示:因为点 $A(-1, 4)$ 的对应点为 $C(4, 7)$, 所以平移规律为向右平移 5 个单位长度, 向上平移 3 个单位长度. 因为点 $B(-4, -1)$, 所以点 D 的坐标为 $(1, 2)$.

3. D 提示:由平面直角坐标系可得点 $A(-2, 6)$. 将三角形 ABC 先向右平移 4 个单位长度, 再向下平移 1 个单位长度, 点 A 的对应点 A_1 的坐标为 $(-2+4, 6-1)$, 即点 A 的坐标为 $(2, 5)$.

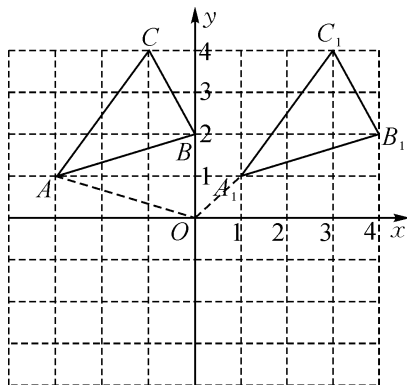
4. B 提示:因为把三角形 ABC 向上平移 2 个单位长度, 再关于 y 轴对称可得到三角形 $A'B'C'$, 所以点 $P(x, y)$ 的对应点 P' 的坐标为 $(-x, y+2)$.

5. $(2, -1)$ 6. $(25, 20)$

7. $(0, -2)$ 提示:由条件, 得 $m+2+1=0$, 解得 $m=-3$, 故 $2m+4=-2$. 所以点 P' 的坐标是 $(0, -2)$.

8. 解:(1)作图如下. 点 $A(-3, 1), B(0, 2), C(-1, 4)$.

$$(2) S_{\text{三角形}AOA_1} = \frac{1}{2} \times 4 \times 1 = 2.$$



9. 解:客机由点 $M(-2, -1)$ 沿 x 轴方向平移到点 $N(3, 1)$ 的正下方, 共飞行了 5 km, 其速度是 $5 \div 15 = \frac{1}{3}$ (km/s). 改变航向飞行 12 s 后, 飞行距离是 $12 \times \frac{1}{3} = 4$ (km), 即将点 $(3, -1)$ 向上平移 4 个单位长度, 所以 12 s 后客机的坐标是 $(3, 3)$. 图略.

【拓展提优】

1. C 提示:根据题意, 得每 3 步为一个循环组依次循环, 且在一个循环组内, 向右走 3 个单位长度, 向上走 1 个单位长度. 因为 $100 \div 3 = 33 \cdots 1$, 所以走完第 100 步, 为第 34 个循环组的第 1 步, 所处位置的横坐标为 $33 \times 3 + 1 = 100$, 纵坐标为 $33 \times 1 = 33$, 所以棋子所处位置的坐标是 $(100, 33)$.

2. C 提示:因为将点 $A(m^2, 1)$ 沿着 x 轴的正方向向右平移 $(m^2 + 3)$ 个单位长度后得到点 B, 所以点 $B(2m^2 + 3, 1)$. 因为 $m^2 \geq 0$, 所以 $2m^2 + 3 > 0$, 所以线段 AB 在第一象限(点 A 可在 y 轴上), 且点 B 在点 A 的右侧, 线段 AB 与 x 轴平行, 距离 x 轴 1 个单位长度. 因为点 $M(-m^2, 1)$ 与点 A 重合或在点 A 的左侧, 所以点 M 不一定在线段 AB 上. 因为点 $N(m^2, m^2 + 3)$ 距离 x 轴 $(m^2 + 3)$ 个单位长度, 所以点 N 不在线段 AB 上. 因为点 $P(m^2 + 2, 1)$ 在点 A 的右侧, 距离 x 轴 1 个单位长度, 且 $m^2 + 2 < 2m^2 + 3$.

$$\begin{cases} x+y=112, \\ 13x+11y=1\,314, \end{cases} \quad \text{解得} \quad \begin{cases} x=41, \\ y=71, \end{cases} \quad \text{符合}$$

题意;

③ 当 $51 \leq x \leq 100, 51 \leq y \leq 100$ 时,

$$\begin{cases} x+y=112, \\ 11x+11y=1\,314, \end{cases} \quad \text{此时方程组无解, 不合}$$

题意, 舍去.

答: 这两个旅游团各有 41 人, 71 人.

课时训练 26 实际问题与二元一次方程组(3)

【基础巩固】

1. A 2. C 3. A

4. 0.5 提示: 设 1 台甲机器运转 1 h 的产量为 x , 1 台乙机器运转 1 h 的产量为 y , 则 $(4x+2y) \times 3 = (2x+5y) \times 2$, 解得 $x = \frac{1}{2}y$, 即 1 台甲机器运转 1 h 的产量与 1 台乙机器运转 0.5 h 的产量相同.

5. 16 20 提示: “正好配套”即要求盒底数量是盒身数量的 2 倍. 设用 x 张铁皮制作盒身, y 张铁皮制作盒底, 则有 $\begin{cases} x+y=36, \\ 2 \times 25x=40y, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=16, \\ y=20. \end{cases}$

6. $\begin{cases} 10y-10x=50, \\ 2x+2y=50 \end{cases}$

7. 解: 设平路为 x km, 坡路为 y km. 根据题

意, 得 $\begin{cases} \frac{x}{8} + \frac{y}{4} = 1.5, \\ \frac{x}{9} + \frac{y}{12} = \frac{55}{60}, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=6, \\ y=3. \end{cases}$ 则 $x+y=$

$$6+3=9(\text{km}).$$

答: 从出发点到香山的路程是 9 km.

8. 解: (1) 设甲、乙两个班组平均每天分别掘进 x m, y m.

根据题意, 得 $\begin{cases} x-y=0.5, \\ 6(x+y)=57, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=5, \\ y=4.5. \end{cases}$

答: 甲、乙两个班组平均每天分别掘进 5 m, 4.5 m.

(2) 设按原来的施工进度还需 a 天完成任务, 改进施工技术后需 b 天.

根据题意, 得 $a = (1\,957 - 57) \div (5 + 4.5) = 200$ (天), $b = (1\,957 - 57) \div (5 + 4.5 + 0.2 + 0.3) = 190$ (天), 所以 $a - b = 10$ (天).

答: 能比原来少用 10 天完成任务.

【拓展提优】

1. B 提示: 设甲、乙两人的速度分别为 x, y , 一圈的路程为 s . 根据题意, 得 $\begin{cases} 6x=8y, \\ s=(6+10)(x+y), \end{cases}$ 消去 y , 得 $28x=s$, 所以 $\frac{s}{x}=28$.

2. 20 提示: 设平路长为 x km, 山路长为 y km. 根据题意, 得 $\frac{2x}{4} + \frac{y}{3} + \frac{y}{6} = 5$, 所以 $x+y=10$, 所以 $2(x+y)=20$.

3. $\begin{cases} 2.5x+2y=20, \\ x+y+11=20 \end{cases}$

4. 解: (1) A 工程队工作的天数 B 工程队工作的天数 180 20

(2) 设 A 工程队整治河道 x m, B 工程队整治河道 y m.

根据题意, 得 $\begin{cases} x+y=180, \\ \frac{x}{12} + \frac{y}{8} = 20, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=60, \\ y=120. \end{cases}$

答: A, B 两个工程队分别整治河道 60 m, 120 m.

* 课时训练 27 三元一次方程组的解法

【基础巩固】

1. A 2. C 3. D 4. A

5. B 提示: 由题意, 可列出三元一次方程组 $\begin{cases} 3x+5y=m+2, \\ 2x+3y=m, \\ x+y=2. \end{cases}$ 解这个方程组, 可求出 $m=4$.

6. 是 7. 5 3 2

(3) **解:**由统计图可知,2024 年上半年,该市六年级至一年级小学生将是在 2027—2032 年参加中考的考生,所以该市小学在校学生人数共有 $15.3+14.5+13.4+13.3+12.3+12.8=81.6$ (万).

答:2024 年上半年,该市小学在校学生共有 81.6 万人.

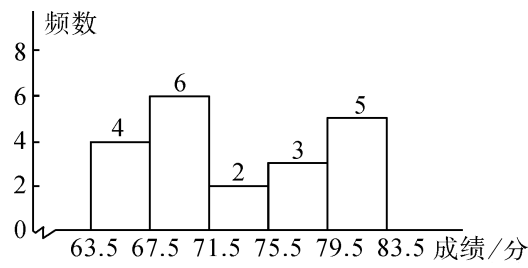
课时训练 39 用统计图描述数据(2)

【基础巩固】

- C
- A 提示:小长方形面积=组距 $\times\frac{\text{频数}}{\text{组距}}$ =频数.
- A 提示:组数= $\frac{140-40}{10}=10$.
- B 提示:正确的是①③④.
- 32 提示:由条件,得中间的小长方形的面积是总面积的 $\frac{1}{5}$,从而 $160\times\frac{1}{5}=32$.
- 8 4 提示:第二小组的频数为 $40\times\frac{2}{3+2+4+1}=8$,第四小组的频数为 $40\times\frac{1}{3+2+4+1}=4$.
- 解:**(1)第 4 组的频数是 $0.28\times50=14$.
(2)第 5 组的频率为 $1-0.04-0.12-0.4-0.28=0.16$.
(3)170~180 这一组的频数最大.
(4)补全频数分布直方图略.
- 解:**答案不唯一,如:
①计算最大值与最小值的差: $83-64=19$ (分).
②决定组距与组数:
若取组距为 4 分,则有 $\frac{19}{4}\approx5$ (组),所以组数为 5.
③列频数分布表:

分组	划记	频数
63.5~67.5	正	4
67.5~71.5	正一	6
71.5~75.5	丁	2
75.5~79.5	下	3
79.5~83.5	正	5
合计		20

④画出频数分布直方图,如图所示.



【拓展提优】

- C 提示:A 选项中,组距太小,分组太多,故 A 选项错误;B 选项中,组距为 2 cm,应该分成 12 组,故 B 选项错误;D 选项中,组距为 8 cm,应该分成 3 组,故 D 选项错误;故只有 C 选项分组合适.
- 240 提示:根据题频数分布表可知, $b=1-30\%-15\%-5\%=50\%$,所以估计该校七年级学生身体素质良好及以上的人数约为 $300\times(30\%+50\%)=240$.
- 解:**(1)该单位共有职工 $4+7+9+11+9+6+4=50$ (人).
(2)不小于 38 岁但小于 44 岁的职工人数占职工总人数的百分比是 $\frac{9+11+9}{50}\times100\%=58\%$.

课时训练 40 用统计图描述数据(3)

【基础巩固】

- D 提示:调查的总人数是 $80\div40\%=200$,则参加调查的学生中最喜欢跳绳运动项目的学生人数是 $200-80-30-50=40$.
- B 提示:第五小组的频率为 $1-0.05-0.15-$

(2) 点 A_{4n} 的坐标为 $(2n, 0)$.

(3) 因为 $100 = 4 \times 25$, 所以点 A_{100} 在 x 轴上, 且从题图中可知, x 轴上点的下标为偶数时, 下一步需向上移动. 所以点 A_{100} 到点 A_{101} 的移动方向为向上.

专题训练 4 不定方程的整数解

【基础巩固】

1. C 提示: 由于 $x = 7 - 2y$, 所以 y 只能取 1, 2, 3, 对应 x 的值为 5, 3, 1.

2. B 提示: 由 $x + 2y = 5$, 得 $x = 5 - 2y$. 因为 x, y 都是非负整数, 所以 y 只能取 0, 1, 2, 对应 x 的值为 5, 3, 1.

3. C 提示: 设 10 元的数量为 x , 5 元的数量为 y . 则 $10x + 5y = 50$ (x, y 均为非负整数), 解得 $\begin{cases} x=0, \\ y=10, \end{cases} \begin{cases} x=1, \\ y=8, \end{cases} \begin{cases} x=2, \\ y=6, \end{cases} \begin{cases} x=3, \\ y=4, \end{cases} \begin{cases} x=4, \\ y=2, \end{cases} \begin{cases} x=5, \\ y=0. \end{cases}$ 所以共有 6 种换法.

4. C 提示: 设 5 人一组的有 x 组, 6 人一组的有 y 组. 根据题意, 得 $5x + 6y = 40$, 当 $x = 1$ 时, $y = \frac{35}{6}$ (不合题意); 当 $x = 2$ 时, $y = 5$; 当 $x = 3$ 时, $y = \frac{25}{6}$ (不合题意); 当 $x = 4$ 时, $y = \frac{10}{3}$ (不合题意); 当 $x = 5$ 时, $y = \frac{5}{2}$ (不合题意); 当 $x = 6$ 时, $y = \frac{5}{3}$ (不合题意); 当 $x = 7$ 时, $y = \frac{5}{6}$ (不合题意); 当 $x = 8$ 时, $y = 0$. 故有 2 种分组方案.

5. 4

6. $\begin{cases} x=1, \\ y=2, \text{ 或 } \\ z=1 \end{cases} \begin{cases} x=2, \\ y=1, \text{ 或 } \\ z=1 \end{cases}$ 提示: 因为 x, y, z 都是正整数, 所以原方程可转化为 $\begin{cases} x=1, \\ y(2z-1)=2 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x=2, \\ y(2z-1)=1. \end{cases}$ 因为 $2z-1$ 为奇数, 所以 $2z-1=1$,

$$z=1, \text{ 所以 } \begin{cases} x=1, \\ y=2, \text{ 或 } \\ z=1 \end{cases} \begin{cases} x=2, \\ y=1, \text{ 或 } \\ z=1. \end{cases}$$

7. 3 提示: 设租 3 人间的房间数为 x , 2 人间的房间数为 y , 则 $3x + 2y = 17$. 因为 $2y$ 是偶数, 17 是奇数, 所以 $3x$ 只能是奇数, 即 x 必须是奇数. 当 $x = 1$ 时, $y = 7$; 当 $x = 3$ 时, $y = 4$; 当 $x = 5$ 时, $y = 1$. 所以共有 3 种租住方案.

8. 6 提示: 根据题意, 每轮甲、乙、丙三人得分之和为 $x + y$, 则 n 轮后三人得分总和为 $n(x + y)$, 所以 $n(x + y) = 20 + 10 + 9 = 39$. 因为 $n \geq 4$, 且 n 为正整数, 而 $39 = 3 \times 13$, 所以 $n = 13$, $x + y = 3$. 因为 x, y 均为正整数, 且 $x < y$, 所以 $x = 1, y = 2$. 因为甲的总得分为 20, 设甲有 a 次得 0 分, b 次得 x 分, c 次得 y 分, 则 $bx + cy = b + 2c = 20$, 所以 $b = 20 - 2c$, $c = \frac{1}{2}(20 - b)$. 因为 $0 \leq c \leq 13$, $0 \leq b \leq 13$, $b + c \leq 13$ 且 b, c 为正整数, 所以 $7 \leq c \leq 10$, $0 \leq b \leq 6$, 所以 b 的最大值为 6.

9. 解: (1) 4 提示: 由题意可知, $x - 2$ 的值为 1, 2, 3, 6 时, $\frac{6}{x-2}$ 为自然数, 所以 x 的值为 3, 4, 5, 8, 即 x 有 4 个正整数值.

$$(2) \begin{cases} x=1, \\ y=3 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=2, \\ y=1 \end{cases}$$

(3) 设购买笔记本 x 本, 钢笔 y 支. 由题意, 得 $3x + 5y = 45$. 整理, 得 $y = 9 - \frac{3}{5}x$. 因为

$$x, y \text{ 均为正整数, 所以 } \begin{cases} x=5, \\ y=6 \end{cases} \text{ 或 } \begin{cases} x=10, \\ y=3. \end{cases} \text{ 所}$$

以有 2 种方案. 方案一: 买 5 本笔记本, 6 支钢笔; 方案二: 买 10 本笔记本, 3 支钢笔.

10. 解: (1) 因为 $3x - 2y = 5$, 所以 $x = \frac{2y+5}{3}$.

方程的整数解有无数组. 当 $y = 2$ 时, $x = 3$; 当 $y = 5$ 时, $x = 5$; 当 $y = 8$ 时, $x = 7$ (答案不唯一).

(2)使 $|x|+|y|$ 的值最小的整数解为 $x=1, y=-1$.

(3) $3x-2y=5$ 的整数解有规律,它的规律

为
$$\begin{cases} x=2n-1 (n \text{ 为整数}), \\ y=3n-4 (n \text{ 为整数}). \end{cases}$$

【拓展提优】

1. 2 提示:关于 x, y 的二元一次方程组

$$\begin{cases} mx+2y=10 \text{ ①}, \\ 3x-2y=0 \text{ ②}, \end{cases} \quad \text{①}+\text{②}, \text{得} (3+m)x=10, \text{即} x=$$

$$\frac{10}{3+m} \text{ ③}. \text{把③代入②,得} y=\frac{15}{3+m} \text{ ④}. \text{因为方程的}$$

解 x, y 均为整数,所以 $3+m$ 既能被10整除也能被15整除,即 $3+m=5$,解得 $m=2$.

2. 160 801 提示:根据题意,得最小的“七巧数”为160. 设“七巧数” m 的百位、十位、个位上的数分别

为 a, b, c . 根据题意,得
$$\begin{cases} a+b-c=7 \text{ ①}, \\ a+b+c=9n \text{ ②}, \end{cases} \quad n \text{ 为正整}$$

数且 $a>b$. ①+②,得 $a+b=\frac{7+9n}{2}$,所以当 $n=$

1时, $a+b=8, c=1$,所以 $a=8, b=0$ 或 $a=7, b=1$ 或 $a=6, b=2$ 或 $a=5, b=3$,当 $n=2, 3, 4, \dots$ 得不到符合题意的 m ,所以 m 的值为801或711或621或531. 所以 m 的最大值是801.

3. 8 提示:设在甲机换了 x 次,乙机换了 y 次,丙机换了 z 次. 在甲机上每换一次多1枚硬币;在乙机上每换一次多3枚硬币;在丙机上每换一次多9枚硬币. 进行了12次换币就将1枚硬币换成了81枚,多

了80枚,所以
$$\begin{cases} x+y+z=12 \text{ ①}, \\ x+3y+9z=80 \text{ ②}. \end{cases} \quad \text{由②}-\text{①}, \text{得}$$

$2y+8z=68$,所以 $y+4z=34$,所以 $y=34-4z$,结合 $x+y+z=12$,能满足上面两式的值为 $x=2, y=2, z=8$. 即在丙机换了8次.

4. 解:(1)845是“幸福数”,734不是“幸福数”. 理由如下:

因为 $8+4-5=7$,所以845是“幸福数”. 因为 $7+3-4=6 \neq 7$,所以734不是“幸福数”.

(2)设一个“幸福数” m 的个位数字是 x ,十位数字是 y ,则百位数字是 $7+x-y$ (x, y 是非负整数且 $0 \leq x \leq 9, 0 \leq y \leq 9$). 所以 t 的个位数字是 $7+x-y$,十位数字是 $2x$,百位数字是 y 且 $0 < 7+x-y \leq 9, 0 \leq x \leq 4, x$ 与 y 是非负整数. 所以 $0 \leq x \leq 4, -7 < x-y \leq 2$. 因为 t 是“幸福数”,所以 $y+2x-(7+x-y)=7$,即 $x+2y=14$.

当 $x=0$ 时, $y=7$ ($7+x-y=7+0-7=0$,不合题意,舍去);

当 $x=1$ 时, $y=\frac{13}{2}$ (非整数,不合题意,舍去);

当 $x=2$ 时, $y=6$,则 $m=362$;

当 $x=3$ 时, $y=\frac{11}{2}$ (非整数,不合题意,舍去);

当 $x=4$ 时, $y=5$,则 $m=654$.

综上所述, $m=362$ 或 $m=654$.

专题训练5 实际问题的方案设计

【基础巩固】

1. B 提示:设购买A型设备 x 台,则购买B型设备 $(10-x)$ 台. 根据题意,得 $12x+10(10-x) \leq 105$,

解得 $x \leq \frac{5}{2}$. 又因为 x 为非负整数,所以 $x=0$ 或 $x=1$ 或 $x=2$. 故购买方案有3种.

2. B 提示:设最多可打 x 折. 根据题意,得 $1100 \times \frac{x}{10} - 700 \geq 700 \times 10\%$,解得 $x \geq 7$. 故最多可打七折.

3. B 提示:设该团队的人数为 x . 若购买40张票,则需要 $40 \times (5-1) = 40 \times 4 = 160$ (元). 当 $5x > 160$ 时,解得 $x > 32$. 由题意可知, $32 < x < 40$. 因为 x 为正整数,所以 x 的值最小为33,则该团队至少要有33人,买40张票反而合算.

4. C 提示:设他答对 x 道题,则他答错或不答 $(30-x)$

断约 60% 的家庭水费支出不受影响. 在额定标准下, 月均用水量超过 5 t 的家庭水费支出较前有所增加, 由随机抽样调查可知, 有 40% 的家庭月均用水量超过 5 t, 又因为共有 6 000 户家庭, 所以 $6\,000 \times 40\% = 2\,400$ (户).

答: 估计有 2 400 户家庭水费支出较之前有所增加.

素养篇

素养一 运动与变化

【基础巩固】

1. C 提示: ① 因为直角三角形 ABC 沿斜边 AC 的方向平移到三角形 DEF 的位置, 所以 $AB \parallel DE$, $AC \parallel BE$, 所以 $\angle A = \angle GDC$, $\angle BED = \angle GDC$, 所以 $\angle A = \angle BED$, 故①正确, 符合题意; ② 三角形 ABC 平移的距离应该是 BE 的长, 由 $BE > BG$ 可知, $BE > 4$, 所以三角形 ABC 平移的距离大于 4, 故②错误, 不符合题意; ③ 由平移前后的对应点的连线平行且相等可知, $BE = CF$, 故③正确, 符合题意; ④ 因为三角形 BEG 的面积是 4, $BG = 4$, 所以 $EG = 4 \times 2 \div 4 = 2$, 由平移可知, $BC = EF = 10$, 所以 $CG = BC - BG = 10 - 4 = 6$, 所以四边形 $GCFE$ 的面积为 $(6 + 10) \times 2 \div 2 = 16$, 故④正确, 符合题意. 综上所述, 正确的是①③④.
2. D 提示: 分两种情况讨论: ① 如图 1, 当 PK 在 AD 上方时, 延长 MN , KH 相交于点 Q . 因为 $MN \parallel PK$, 所以 $\angle K + \angle Q = 180^\circ$. 因为 $\angle K = 90^\circ$, 所以 $\angle Q = 90^\circ$. 因为 $\angle MNE = 90^\circ$, 所以 $\angle MNE = \angle Q$, 所以 $EN \parallel KQ$, 所以 $\angle AEN = \angle AHQ$. 因为 $\angle EFC = 37^\circ$, $AD \parallel BC$, 所以 $\angle AEF = \angle EFC = 37^\circ$. 由翻折, 得 $\angle AEF = \angle NEF = 37^\circ$, 所以 $\angle AEN = 74^\circ$, 所以 $\angle AHQ = 74^\circ$. 因为 $\angle KHD = \angle AHQ$, 所以 $\angle KHD = 74^\circ$.

② 如图 2, 当 PK 在 BC 下方时, 延长 MN , HK 相交于点 O . 因为 $MN \parallel PK$, 所以 $\angle O = \angle OKP = 90^\circ$. 因为 $\angle MNE = 90^\circ$, 所以 $\angle MNE = \angle O$, 所以 $EN \parallel HO$, 所以 $\angle AEN = \angle AHO$. 因为 $\angle EFC = 37^\circ$, $AD \parallel BC$, 所以 $\angle AEF = \angle EFC = 37^\circ$. 由翻折, 得 $\angle AEF = \angle NEF = 37^\circ$, 所以 $\angle AEN = 74^\circ$, 所以 $\angle AHO = 74^\circ$. 因为 $\angle AHO + \angle KHD = 180^\circ$, 所以 $\angle KHD = 106^\circ$.

综上所述, $\angle KHD$ 的度数为 74° 或 106° .

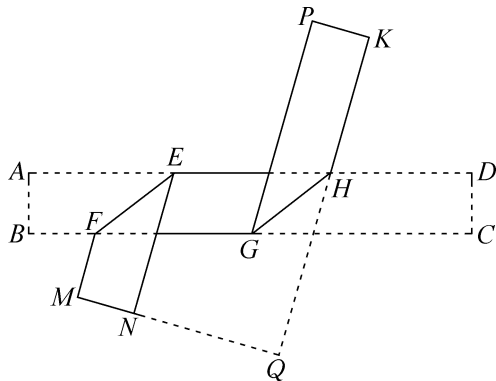


图 1

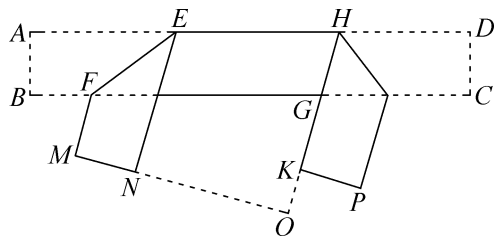


图 2

3. D 提示: 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle BGC = \angle C = \alpha$. 因为 GE 平分 $\angle BGC$, 所以 $\angle BGE = \angle CGE = \frac{1}{2} \angle BGC = \frac{1}{2} \alpha$. 分 3 种情况讨论: 如图 1, 当点 P 位于 AB 和 CD 之间时, 过点 P 作 $PM \parallel AB$, 所以 $\angle BGE = \angle GPM = \frac{1}{2} \alpha$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $PM \parallel CD$, 所以 $\angle MPH = \angle PHC = \angle GPH - \angle GPM = \angle GPH - \frac{1}{2} \alpha$, 所以 $\angle GPH - \angle PHC = \frac{1}{2} \alpha$, 故 A 选项不符合题意. 如图 2, 当点 P 位于 AB 上方时, 过点 P 作 $PN \parallel AB$, 则 $\angle FPN = \angle FGA = \angle BGE = \frac{1}{2} \alpha$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $PN \parallel CD$, 所以 $\angle NPH = \angle PHC$.

因为 $\angle FPN + \angle NPH + \angle GPH = 180^\circ$, 所以 $\frac{1}{2}\alpha + \angle PHC + \angle GPH = 180^\circ$, 故 C 选项不符合题意, D 选项符合题意. 如图 3, 当点 P 位于 CD 下方时, 过点 P 作 $PK \parallel AB$, 则 $\angle GPK = \angle BGP = \frac{1}{2}\alpha$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $PK \parallel CD$, 所以 $\angle PHC = \angle HPK$, 所以 $\angle GPH + \angle HPK = \angle GPK = \frac{1}{2}\alpha$, 所以 $\angle GPH + \angle PHC = \frac{1}{2}\alpha$, 故 B 选项不符合题意.

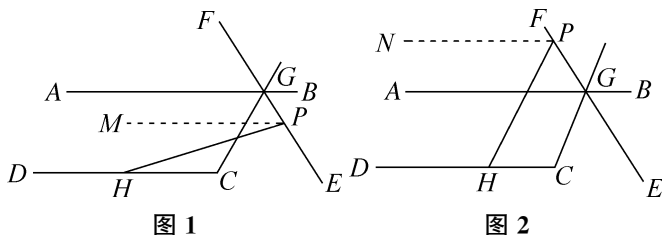


图 1

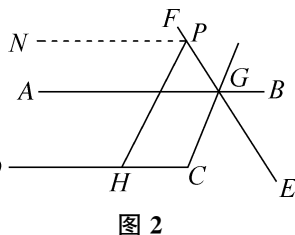


图 2

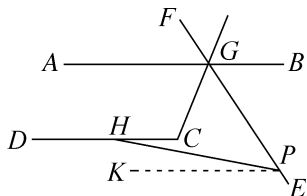


图 3

4. 72 提示: 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $\angle 1 = \angle AEF$, 又因为 $\angle AEF = \angle A'EF$, $\angle 1 = 2\angle 2$, 所以 $\angle AEF = \angle A'EF = 2\angle 2$. 因为 $\angle AEF + \angle A'EF + \angle 2 = 180^\circ$, 即 $5\angle 2 = 180^\circ$, 所以 $\angle 2 = 36^\circ$. 所以 $\angle AEF = 2\angle 2 = 72^\circ$.

5. 50° 或 130° 提示: 分两种情况画图讨论: 分别过点 E 和点 F 作 $EG \parallel AB$, $FH \parallel AB$, 所以 $EG \parallel FH \parallel AB$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $EG \parallel FH \parallel AB \parallel CD$.

① 如图 1, 因为 $EG \parallel AB \parallel CD$, 所以 $\angle AME = \angle MEG$, $\angle CNE = \angle NEG$, 所以 $\angle AME + \angle CNE = \angle MEG + \angle NEG = \angle MEN = 100^\circ$. 因为 $\angle AME$ 的平分线与 $\angle CNE$ 的平分线交于点 F, 所以 $\angle AMF = \frac{1}{2}\angle AME$, $\angle CNF = \frac{1}{2}\angle CNE$, 所以 $\angle AMF + \angle CNF = \frac{1}{2}(\angle AME + \angle CNE) = 50^\circ$. 因为 $FH \parallel AB \parallel CD$, 所以 $\angle MFH = \angle AMF$, $\angle NFH = \angle CNF$, 所以 $\angle MFN = \angle MFH + \angle NFH = \angle AMF + \angle CNF = 50^\circ$.

② 如图 2, 因为 $EG \parallel AB \parallel CD$, 所以 $\angle BME = \angle MEG$, $\angle DNE = \angle NEG$, 所以 $\angle BME + \angle DNE = \angle MEG + \angle NEG = \angle MEN = 100^\circ$, 所以 $\angle AME + \angle CNE = 360^\circ - (\angle BME + \angle DNE) = 260^\circ$. 因为 $\angle AME$ 的平分线与 $\angle CNE$ 的平分线交于点 F, 所以 $\angle AMF = \frac{1}{2}\angle AME$, $\angle CNF = \frac{1}{2}\angle CNE$, 所以 $\angle AMF + \angle CNF = \frac{1}{2}(\angle AME + \angle CNE) = 130^\circ$. 因为 $FH \parallel AB \parallel CD$, 所以 $\angle MFH = \angle AMF$, $\angle NFH = \angle CNF$, 所以 $\angle MFN = \angle MFH + \angle NFH = \angle AMF + \angle CNF = 130^\circ$. 综上所述, $\angle MFN$ 的度数为 50° 或 130° .

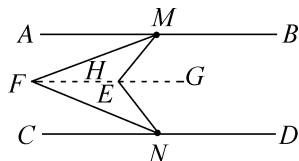


图 1

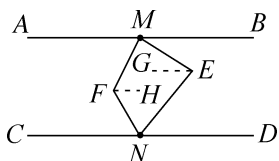


图 2

【拓展提优】

1. C 提示: 由条件可知, $\angle A = 30^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$, $\angle C = 90^\circ$, $\angle BED = \angle D = 45^\circ$, $\angle EBD = 90^\circ$. 因为在旋转的过程中 (转动角度小于 180°), DE 与三角形 ABC 的一边平行, 所以有以下 3 种情况: 如图 1, 设 DE 交 BC 于点 F, 当 $DE \parallel AC$ 时, $\angle BFE = \angle C = 90^\circ$, 所以 $\angle EBF = 180^\circ - \angle BFE - \angle E = 45^\circ$, 所以 $\angle ABE = \angle ABC - \angle EBF = 60^\circ - 45^\circ = 15^\circ$; 如图 2, 当 $DE \parallel AB$ 时, $\angle ABE = \angle E = 45^\circ$; 如图 3, 当 $DE \parallel BC$ 时, $\angle CBE = \angle E = 45^\circ$, 所以 $\angle ABE = \angle ABC + \angle CBE = 60^\circ + 45^\circ = 105^\circ$.

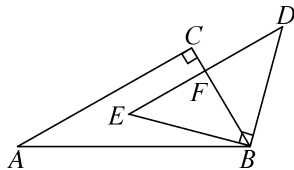


图 1

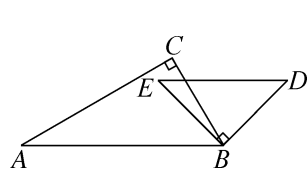


图 2

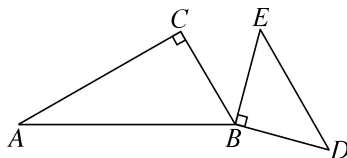


图 3

2. 37.5 或 105 或 127.5 提示: 设射线 AC 交 PQ 于点 C , 射线 BD 交 MN 于点 D , 射线 AC 的运动时间为 t s, 则 $\angle PBD = (30+t)^\circ$. 分情况讨论: 如图 1, 当射线 AC 首次顺时针旋转时, $0 \leq t \leq 60$, 则 $\angle DAC = 3t^\circ$. 因为 $PQ \parallel MN$, 所以 $\angle PBD = \angle BDA = (30+t)^\circ$. 因为 $BD \parallel AC$, 所以 $\angle BDA + \angle DAC = 180^\circ$, 即 $30+t+3t=180$, 解得 $t=37.5$. 如图 2, 当射线 AC 逆时针旋转时, $60 < t \leq 120$, 则 $\angle CAN = 3(t-60)^\circ$. 由 $\angle PBD = \angle BDA = \angle CAN$, 得 $3(t-60)=30+t$, 解得 $t=105$. 如图 3, 当射线 AC 再次顺时针旋转时, $120 < t \leq 150$, 则 $\angle CAN = 180^\circ - 3(t-120)^\circ = 540^\circ - 3t^\circ$, 所以 $540-3t=30+t$, 解得 $t=127.5$.

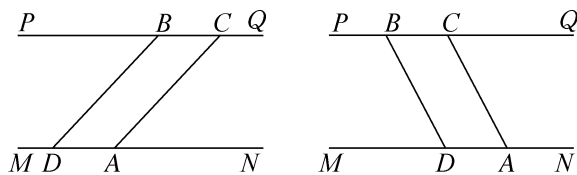


图 1

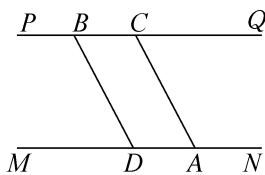


图 2

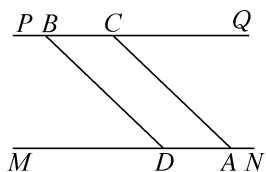


图 3

3. 解: (1) $EF \parallel GH$, 理由如下:

在三角形 BEG 中, $\angle 2 + \angle 3 + \alpha = 180^\circ$. 因为 $\alpha = 90^\circ$, 所以 $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$. 因为 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, 所以 $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$. 因为 $\angle 1 + \angle 2 + \angle FEG = 180^\circ$, $\angle 3 + \angle 4 + \angle EGH = 180^\circ$, 所以 $\angle FEG + \angle EGH = 180^\circ$, 所以 $EF \parallel GH$.

- (2) $\beta = 2\alpha - 180^\circ$, 理由如下:

在三角形 BEG 中, $\angle 2 + \angle 3 + \alpha = 180^\circ$, 所以 $\angle 2 + \angle 3 = 180^\circ - \alpha$. 因为 $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 1 = \angle MEB$, 所以 $\angle 2 = \angle MEB$, 所以 $\angle MEG = 2\angle 2$. 同理可得, $\angle MGE = 2\angle 3$. 在三角形 MEG 中, $\angle MEG + \angle MGE +$

$\beta = 180^\circ$, 所以 $\beta = 180^\circ - (\angle MEG + \angle MGE) = 180^\circ - (2\angle 2 + 2\angle 3) = 180^\circ - 2(\angle 2 + \angle 3) = 180^\circ - 2(180^\circ - \alpha) = 2\alpha - 180^\circ$.

(3) $y = 90^\circ + m$ 或 $y = 160^\circ$. 提示: ① 当 $n=3$ 时, 如图 1 所示. 因为 $\angle BEG = \angle 1 = m$, $\alpha = 110^\circ$, 所以 $\angle BGE = \angle CGH = 180^\circ - \angle BEG - \alpha = 70^\circ - m$, $\angle FEG = 180^\circ - 2\angle 1 = 180^\circ - 2m$, 所以 $\angle EGH = 180^\circ - 2\angle BGE = 180^\circ - 2(70^\circ - m) = 40^\circ + 2m$. 因为 $EF \parallel HK$, 所以 $\angle FEG + \angle EGH + \angle GHK = 360^\circ$, 即 $180^\circ - 2m + 40^\circ + 2m + \angle GHK = 360^\circ$, 所以 $\angle GHK = 140^\circ$. 因为 $\angle GHC + \angle GHK + \angle KHD = 180^\circ$, $\angle GHC = \angle KHD$, 所以 $\angle GHC = 20^\circ$. 因为 $\gamma + \angle GHC + \angle CGH = 180^\circ$, 所以 $\gamma = 90^\circ + m$.

② 当 $n=2$ 时, 若在边 BC 反射后与 EF 平行, 则 $\alpha = 90^\circ$, 与题意不符. 所以只能在边 CD 反射后与 EF 平行, 如图 2 所示. 延长 AB, DC 交于点 G . 由题, 得 $\angle GBC = 180^\circ - \alpha = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$. 由 $EF \parallel HK$ 及 (1) 中的结论, 得 $\angle G = 90^\circ$, 所以 $\angle BCG = 180^\circ - \angle G - \angle GBC = 20^\circ$, 所以 $\gamma = 180^\circ - \angle BCG = 160^\circ$. 综上所述, γ 的度数为 $90^\circ + m$ 或 160° .

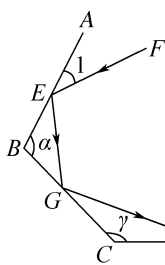


图 1

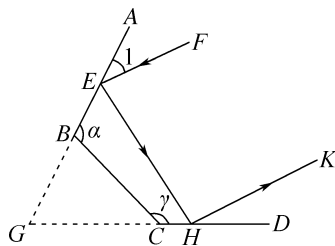


图 2

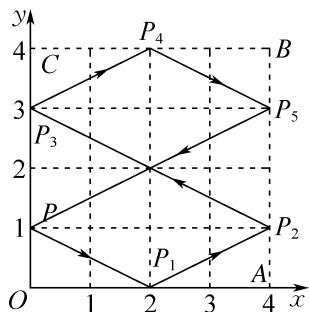
素养二 归纳与猜想

【基础巩固】

1. A 提示: 因为 $[\sqrt{1}] = 1, [\sqrt{4}] = 2, [\sqrt{9}] = 3$, $[\sqrt{16}] = 4, [\sqrt{25}] = 5, [\sqrt{36}] = 6, [\sqrt{49}] = 7$, 所以 $[\sqrt{1}]$ 至 $[\sqrt{3}]$ 的值均为 1, $[\sqrt{4}]$ 至 $[\sqrt{8}]$ 的值均为 2, $[\sqrt{9}]$ 至 $[\sqrt{15}]$ 的值均为 3, $[\sqrt{16}]$ 至 $[\sqrt{24}]$ 的值均

为4, $[\sqrt{25}]$ 至 $[\sqrt{35}]$ 的值均为5, $[\sqrt{36}]$ 至 $[\sqrt{48}]$ 的值均为6, 所以 $[\sqrt{1}]-[\sqrt{2}]+[\sqrt{3}]-[\sqrt{4}]+\cdots-[\sqrt{48}]+[\sqrt{49}]=(\sqrt{1}+[\sqrt{3}]+[\sqrt{5}]+\cdots+[\sqrt{49}]-(\sqrt{2}+[\sqrt{4}]+[\sqrt{6}]+\cdots+[\sqrt{48}]))=(1\times 2+2\times 2+3\times 4+4\times 4+5\times 6+6\times 6+7)-(1+2\times 3+3\times 3+4\times 5+5\times 5+6\times 7)=107-103=4$.

2. D 提示:如图,根据反射角等于入射角画出小球的运动路线.由图可知,点 $P_2(4,1)$, $P_3(0,3)$, $P_4(2,4)$, $P_5(4,3)$,最后再反射到点 $P(0,1)$.由此可知,每6次为一个循环,所以 $2\ 025\div 6=337\cdots 3$,所以点 $P_{2\ 025}$ 的坐标与点 P_3 相同,所以点 $P_{2\ 025}(0,3)$.



3. A 提示:由题意,得 $OA_{4n+1}=2n+1$.因为 $2\ 025\div 4=506\cdots 1$,所以 $n=506$,所以 $OA_{2\ 025}=2\times 506+1=1\ 013$.因为 $A_{2\ 027}A_{2\ 028}\perp x$ 轴, $A_{2\ 027}A_{2\ 028}=1$,所以 $S_{\triangle OA_{2\ 027}A_{2\ 028}}=\frac{1}{2}\times 1\ 013\times 1=506.5(\text{m}^2)$.

4. $180^\circ n$ 提示:由题可知, $\angle P_1+\angle P_2=180^\circ$.如图1,过点 P_2 作 $AP_1\parallel QP_2$,因为 $AP_1\parallel BP_3$,所以 $AP_1\parallel BP_3\parallel QP_2$,所以 $\angle P_1+\angle P_1P_2Q=180^\circ$, $\angle P_3+\angle QP_2P_3=180^\circ$,所以 $\angle P_1+\angle P_2+\angle P_3=180^\circ\times 2=360^\circ$;如图2,过点 P_2 作 $AP_1\parallel QP_2$,过点 P_3 作 $AP_1\parallel NP_3$,因为 $AP_1\parallel BP_4$,所以 $AP_1\parallel QP_2\parallel NP_3\parallel BP_4$,所以 $\angle P_1+\angle P_1P_2Q=180^\circ$, $\angle NP_3P_2+\angle QP_2P_3=180^\circ$, $\angle NP_3P_4+\angle P_4=180^\circ$,所以 $\angle P_1+\angle P_2+\angle P_3+\angle P_4=180^\circ\times 3=540^\circ$, $\cdots$,所以第 n 个图中的 $\angle P_1+\angle P_2+\angle P_3+\cdots+\angle P_{n+1}=180^\circ n$.

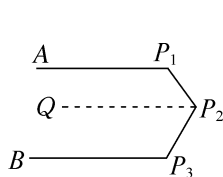


图 1

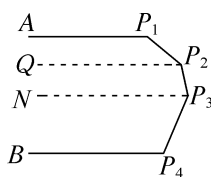
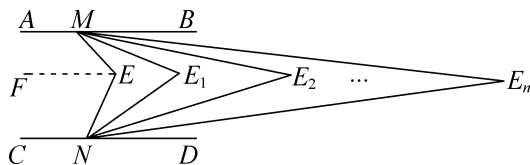


图 2

5. 4 提示:如图,作 $EF\parallel AB$.因为 $AB\parallel CD$,所以 $AB\parallel CD\parallel EF$,所以 $\angle FEM=\angle BME$, $\angle FEN=\angle DNE$,所以 $\angle BME+\angle DNE=\angle FEM+\angle FEN=\angle MEN=128^\circ$.同理, $ME_1N=\frac{1}{2}(\angle BME+\angle DNE)=64^\circ$, $\angle ME_2N=\frac{1}{2}(\angle BME_1+\angle DNE_1)=32^\circ$, $\cdots$, $\angle ME_nN=\frac{1}{2}(\angle BME_{n-1}+\angle DNE_{n-1})=\frac{128^\circ}{2^n}$.由题意,得 $\frac{128^\circ}{2^n}=8^\circ$,解得 $n=4$.



6. 100 提示:由题可知,点 P_1 的横坐标为1;点 P_2 的横坐标为-1;点 P_3 的横坐标为-1;点 P_4 的横坐标为3;点 P_5 的横坐标为3;点 P_6 的横坐标为-3;点 P_7 的横坐标为-3;点 P_8 的横坐标为5;点 P_9 的横坐标为5;点 P_{10} 的横坐标为-5; $\cdots$,观察点 $P_2, P_6, P_{10}, \cdots$ 的横坐标发现,点 P_{4n-2} 的横坐标可表示为 $-2n+1$.(n 为正整数).当 $n=50$ 时,点 P_{198} 的横坐标为-99.所以点 P_{199} 的横坐标为-99,点 P_{200} 的横坐标为101,所以 $x_1+x_2+\cdots+x_{199}+x_{200}=1+(-1)+(-1)+3+3+(-3)+(-3)+\cdots+99+99+(-99)+(-99)+101=-1+101=100$.

7. $(2,1)$ 提示:点 $(1,4)$ 经过1次运算后得到点 $(1\times 3+1,4\div 2)$,即点 $(4,2)$,经过2次运算后得到点 $(4\div 2,2\div 1)$,即点 $(2,1)$,经过3次运算后得到点 $(2\div 2,1\times 3+1)$,即 $(1,4)$, $\cdots$,发现规律:每3次运算为一个循环.因为 $2\ 027\div 3=675\cdots 2$,所以点 $(1,4)$ 经过2 027次运算后得到点的坐标与第2次运算后相同,为点 $(2,1)$.

8. (675, -675) 提示:观察题图,得第一次跳到点(1,1),第二次跳到点(-1,1),第三次跳到点(1,-1),第四次跳到点(3,1),第五次跳到点(-1,1),第六次跳到点(2,-2),第七次跳到点(5,1),第八次跳到点(-1,1),第九次跳到点(3,-3),...,可以发现规律,第 $3n$ 次跳到点 $(n, -n)$,第 $3n-1$ 次跳到点 $(-1,1)$,第 $3n-2$ 次跳到点 $(2n-1,1)$ (n 为正整数).因为 $2\ 025=3\times 675$,所以第 $2\ 025$ 次跳到了点 $(675, -675)$.

【拓展提优】

1. D 提示:由点 $P_3(2,2)$ 可知,横、纵坐标之和除以3所得的余数为1,继而向上平移1个单位长度得到点 $P_4(2,3)$,此时横、纵坐标之和除以3所得的余数为2,继而向左平移1个单位长度得到点 $P_5(1,3)$,此时横、纵坐标之和除以3所得的余数为1,又要向上平移1个单位长度……由此发现规律为若“和点”横、纵坐标之和除以3所得的余数为0时,先向右平移1个单位长度,之后按照向上、向左、向上、向左不断重复的规律平移;若“和点” Q 按上述规则连续平移16次后,到达点 $Q_{16}(-1,9)$,则按照“和点” Q_{16} 反向运动16次求点 Q 的坐标,可以分为两种情况:
- ①若点 Q_{16} 先向右平移1个单位长度得到点 $Q_{15}(0,9)$,此时横、纵坐标之和除以3所得的余数为0,应该是点 Q_{15} 向右平移1个单位长度得到点 Q_{16} ,故矛盾,不成立.
- ②若点 Q_{16} 先向下平移1个单位长度得到点 $Q_{15}(-1,8)$,此时横、纵坐标之和除以3所得的余数为1,则应该向上平移1个单位长度得到点 Q_{16} ,故符合题意,那么点 Q_{16} 先向下平移,再向右平移,当平移到第15次时,共计向下平移了8次,向右平移了7次,此时坐标为 $(-1+7, 9-8)$,即 $(6,1)$.那么最后一次若向右平移则为 $(7,1)$,若向左平移则为 $(5,1)$.

2. $\sqrt{n^2-3}$ 提示:由题意知,每一个数都是连续正整数的算术平方根,前 $(n-1)$ 行的数据个数为 $2+4+6+8+\cdots+2(n-1)=2\times\frac{(1+n-1)(n-1)}{2}=$

$n(n-1)$,所以第 n 行从左向右数第 $(n-3)$ 个数为 $\sqrt{n(n-1)+(n-3)}=\sqrt{n^2-3}$.

3. 解:(1) $(0, 1-\sqrt{2})$ $(\sqrt{2}, 1)$ 提示:因为点 A_1 的坐标为 $(\sqrt{2}, 1)$,所以点 A_2 的坐标为 $(-1+1, \sqrt{2}+1)$,即 $(0, 1+\sqrt{2})$,点 A_3 的坐标为 $(-1-\sqrt{2}+1, 0+1)$,即 $(-\sqrt{2}, 1)$,点 A_4 的坐标为 $(-1+1, -\sqrt{2}+1)$,即 $(0, 1-\sqrt{2})$,点 A_5 的坐标为 $(\sqrt{2}-1+1, 0+1)$,即 $(\sqrt{2}, 1)$,点 A_6 的坐标为 $(-1+1, \sqrt{2}+1)$,即 $(0, 1+\sqrt{2})$,...,依此类推,每4个点为一个循环组依次循环.因为 $2\ 025\div 4=506\cdots 1$,所以点 $A_{2\ 025}$ 的坐标与点 A_1 的坐标相同,为 $(\sqrt{2}, 1)$.
- (2) 因为 $2\ 023\div 4=505\cdots 3$,所以点 $A_{2\ 023}$ 的坐标与点 A_3 的坐标相同,为 $(-\sqrt{2}, 1)$,所以 $x=-\sqrt{2}$, $y=1$,所以 $-\sqrt{2}x=(-\sqrt{2})\times(-\sqrt{2})=2$, $\sqrt[3]{y}=\sqrt[3]{1}=1$,所以 $-\sqrt{2}x$ 的算术平方根与 $\sqrt[3]{y}$ 的立方根的差的绝对值为 $|\sqrt{2}-\sqrt[3]{1}|=|\sqrt{2}-1|=\sqrt{2}-1$.

素养三 整体代换

【基础巩固】

1. B 提示: $\begin{cases} 3x-y=4k-5 \text{ ①,} \\ 2x+6y=k \text{ ②,} \end{cases}$ ①+②,得 $5x+5y=5k-5$,即 $x+y=k-1$.因为 $x+y=2\ 024$,所以 $k-1=2\ 024$,解得 $k=2\ 025$.
2. C 提示:方程组 $\begin{cases} ax+2y=2a+b, \\ cx-2y=2c+d \end{cases}$ 可化为 $\begin{cases} a(x-2)+2y=b, \\ c(x-2)-2y=d, \end{cases}$ 所以 $\begin{cases} x-2=1, \\ 2y=2, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=3, \\ y=1. \end{cases}$
3. A 提示:由 $ax-b>0$,得 $ax>b$.因为不等式 $ax-b>0$ 的解集是 $x<\frac{1}{3}$,设 $b=m$, $a=3m$ ($m<0$),则 $b-a=-2m$, $a+b=4m<0$,所以 $(a+b)x>b-a$ 可化为 $4mx>-2m$,解得 $x<-\frac{1}{2}$.

4. D 提示:由条件可知,当 $x=2$ 时, $ax+b=1$, 即 $2a+b=1$; 当 $x=3$ 时, $ax+b=3$, 即 $3a+b=3$. 联立方程组, 解得 $\begin{cases} a=2, \\ b=-3. \end{cases}$ 所以 $1 \leq 2(1-x) < 3$, 解

$$\text{得 } -\frac{1}{2} < x \leq \frac{1}{2}.$$

5. C 提示:因为将点 $A(1, m^2)$ 沿着 y 轴的负方向向下平移 $(2m^2+3)$ 个单位后得到点 B , 所以点 $B(1, -m^2-3)$. 因为 $m^2 \geq 0$, 所以 $-m^2-3 \leq -3$, 所以线段 AB 在 y 轴的右侧, 点 A 在点 B 的上方, 且与 y 轴平行, 距离 y 轴 1 个单位长度. 因为 $-m^2-4 \leq -4$, 所以点 $M(1, -m^2-4)$ 不在线段 AB 上; 因为 $-2m^2-3 \leq -3$, 所以当 $m=0$ 时, 点 $N(1, -2m^2-3)$ 在线段 AB 上, 当 $m \neq 0$ 时, 点 N 不在线段 AB 上; 因为 $-3 < 0$, 则 $-m^2-3 < -m^2$, 且 $m^2 \geq -m^2$, 所以点 $P(1, -m^2)$ 一定在线段 AB 上; 当 $-3m^2 \geq -m^2-3$ 时, $0 \leq m^2 \leq \frac{3}{2}$, 此时点 $Q(1, -3m^2)$ 在线段 AB 上, 当 $-3m^2 < -m^2-3$ 时, $m^2 > \frac{3}{2}$, 此时点 $Q(1, -3m^2)$ 不在线段 AB 上. 综上所述, 一定在线段 AB 上的是点 P .

6. -1 提示: $\begin{cases} x+3y=4+a \text{ ①,} \\ x-y=3a \text{ ②,} \end{cases}$ ①+②, 得 $2x+2y=4+4a$, 即 $x+y=2+2a$. 因为 x, y 互为相反数, 所以 $x+y=0$, 即 $2+2a=0$, 所以 $a=-1$.

7. $x < \frac{7}{8}$ 提示: 由 $(2a-b)x+3a-4b < 0$ 移项, 得 $(2a-b)x < -3a+4b$. 已知解集为 $x > \frac{4}{9}$, 不妨设 $2a-b=9k, -3a+4b=4k$, 其中 $k < 0$, 解得 $a=8k, b=7k$. 则不等式 $ax > b$ 可化为 $8kx > 7k$. 因 $k < 0$, 故 $x < \frac{7}{8}$.

8. 360 提示: 由 $\begin{cases} \frac{x+a}{3} \leq 1, \\ x-2 \geq 3x+4, \end{cases}$ 得 $\begin{cases} x \leq 3-a, \\ x \leq -3. \end{cases}$ 因为

不等式组的解集为 $x \leq -3$, 所以 $3-a \geq -3$, 所以

$$a \leq 6. \text{ 由 } \begin{cases} m-n=5 \text{ ①,} \\ m+2n=3a-1 \text{ ②,} \end{cases} \text{ 所以 ①+②, 得 } 2m+$$

$n=3a+4$. 因为 $2m+n > 11$, 所以 $3a+4 > 11$, 解 $a > \frac{7}{3}$, 所以 $\frac{7}{3} < a \leq 6$, 所以整数 a 的值为 3, 4, 5, 6, 所以 $3 \times 4 \times 5 \times 6 = 360$.

9. 解: (1) $\begin{cases} x+2y+3z=10 \text{ ①,} \\ 5x+6y+7z=2 \text{ ②,} \end{cases}$ ①+②, 得

$$6x+8y+10z=12 \text{ ③, 所以 ③} \times \frac{1}{2}, \text{ 得 } 3x+4y+5z=6.$$

(2) 设笔记本、签字笔、记号笔的单价分别为 x 元/支, y 元/支, z 元/支. 根据题意,

$$\text{得 } \begin{cases} 3x+2y+z=28 \text{ ①,} \\ 7x+5y+3z=66 \text{ ②,} \end{cases} \text{ ②-①} \times 2, \text{ 得 } x+$$

$$y+z=10. \text{ 所以 } 45x+45y+45z=45(x+y+z)=450.$$

答: 购买 45 本笔记本、45 支签字笔、45 支记号笔需要 450 元.

【拓展提优】

1. B 提示: 由题意, 得 $\begin{cases} 3a+b-2c+4=8 \text{ ①,} \\ a+2b-c-15=-14 \text{ ②,} \end{cases}$ ①-

$$\text{②} \times 3, \text{ 得 } -5b+c=1 \text{ ③, ②-①} \times 2, \text{ 得 } -5a+3c=-7 \text{ ④. ③+④, 得 } -5a-5b+4c=-6. \text{ 当 } x=-1 \text{ 时, } 5ax^3-5bx^2-4cx+2 \ 024=-5a-5b+4c+2 \ 024=-6+2 \ 024=2 \ 018.$$

2. 解: (1) -b 提示: 依题意, 得 $-2a+a=3b+2a$, 所以 $a=-b$.

$$(2) -2 \ 2 \text{ 提示: 依题意, 得 } \begin{cases} -2a+a=3b+2a, \\ -2a+2a=b-8+3b, \end{cases}$$

$$\text{解得 } \begin{cases} a=-2, \\ b=2. \end{cases}$$

(3) -9 提示: 依题意, 得

$$\begin{cases} 2a^2+a+a-2a^2=a^2+2a+a-3 \text{ ①,} \\ 2a^2+a+a-3=b+3a^2+2a+a^2+2a \text{ ②.} \end{cases} \text{ 由 ①, 得}$$

$$a^2+a=3 \text{ ③, 由 ②, 得 } b=-2a^2-2a-3 \text{ ④. 将 ③代入 ④中, 得 } b=-2(a^2+a)-3=-2 \times 3-3=-9.$$

3. 解: (1) 把方程 ② 变形, 得 $3(3x-2y)+$

$2y=19$ ③,把①代入③,得 $15+2y=19$,解得 $y=2$. 把 $y=2$ 代入①,得 $x=3$.

所以方程组的解为 $\begin{cases} x=3, \\ y=2. \end{cases}$

(2)把方程①变形,得 $2(2x^2+xy)-4xy=7$ ③,将②代入③,得 $2\times 6-4xy=7$. 所以 $xy=\frac{5}{4}$.

素养四 阅读理解

【基础巩固】

1. $x > \frac{9}{7}$ 提示:由题意,得 $4x-3(3-x) > 0$. 去括号,得 $4x-9+3x > 0$. 移项,合并同类项,得 $7x > 9$. 把 x 的系数化为 1,得 $x > \frac{9}{7}$.

2. 解:(1) 2 -3

(2) -5 提示: $\sqrt{2}a-(1-\sqrt{2})b=5$. 整理,得 $(a+b)\sqrt{2}+(-b-5)=0$. 因为 a, b 为有理数,所以 $\begin{cases} a+b=0, \\ -b-5=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=5, \\ b=-5. \end{cases}$ 所以 $a+2b=5-10=-5$.

3. 解:(1) 根据题意,得 $\begin{cases} 2x+2 \geq 2, \\ 4-2x \geq 2, \end{cases}$ 解得 $0 \leq x \leq 1$.

(2) 因为 $M\{2, x+1, 2x\} = \frac{2+x+1+2x}{3} =$

$x+1, M\{2, x+1, 2x\} = \min\{2, x+1, 2x\}$, 所以 $\min\{2, x+1, 2x\} = x+1$. 所以

$\begin{cases} x+1 \leq 2, \\ x+1 \leq 2x, \end{cases}$ 解得 $x=1$.

(3) 根据(2),得 $a=b=c$. 根据题意,得

$\begin{cases} 2x+y+2=x+2y, \\ x+2y=2x-y, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=-3, \\ y=-1. \end{cases}$ 所以

$x+y=-3+(-1)=-4$.

4. 解:(1) 不是 提示:解 $\frac{3}{2}x-2=\frac{1}{2}x+1$,得 $x=$

3. 解 $\frac{x-3}{2} > 0$,得 $x > 3$. 所以方程的解不是不等式的解.

(2) $\begin{cases} 2x+3y=5k+2 \text{ ①}, \\ 5x-y=4k+5 \text{ ②}, \end{cases}$ ②-①,得 $3x-$

$4y=3-k$. 因为 $\frac{3}{2}x-2y > 7$, 所以 $3x-4y > 14$, 即 $3-k > 14$, 所以 $k < -11$.

(3) 由 $3(x-1)=k$,得 $x=\frac{k}{3}+1$. 因为 $k <$

3 , 所以 $\frac{k}{3} < 1$, 所以 $\frac{k}{3}+1 < 2$, 即 $x < 2$. 由

$4x-1 < x+2m$,得 $x < \frac{2m+1}{3}$. 因为方程

$3(x-1)=k$ 的解是不等式 $4x-1 < x+2m$

的“友好解”,所以 $\frac{2m+1}{3} \geq 2$, 解得 $m \geq \frac{5}{2}$,

所以 m 的最小整数值为 $m=3$.

5. 解:(1) 根据两数相乘,异号得负,原不等式

可以转化为 $\begin{cases} x-5 > 0, \\ x+6 < 0 \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x-5 < 0, \\ x+6 > 0, \end{cases}$ 解不等

式组 $\begin{cases} x-5 > 0, \\ x+6 < 0, \end{cases}$ 不等式组无解;解不等式组

$\begin{cases} x-5 < 0, \\ x+6 > 0, \end{cases}$ 解得 $-6 < x < 5$. 所以原不等式

的解集为 $-6 < x < 5$.

(2) $\begin{cases} x-2y=m \text{ ①}, \\ 2x+3y=2m+4 \text{ ②}, \end{cases}$ ① $\times 2$ -②,得

$-7y=-4$,解得 $y=\frac{4}{7}$. 将 $y=\frac{4}{7}$ 代入①,

得 $x=m+\frac{8}{7}$. 所以方程组的解为

$\begin{cases} x=m+\frac{8}{7}, \\ y=\frac{4}{7}. \end{cases}$ 因为 $\begin{cases} 3x+y \leq 0, \\ x+5y > 0, \end{cases}$ 所以

$$\begin{cases} 3\left(m+\frac{8}{7}\right)+\frac{4}{7}\leq 0, \\ m+\frac{8}{7}+\frac{20}{7}>0. \end{cases}$$

解不等式组,得

$-4 < m \leq -\frac{4}{3}$. 所以 m 可取的整数值为 $-3, -2$.

【拓展提优】

1. B 提示: 因为 $1 < 2 < 2.25$, 所以 $1 < \sqrt{2} < 1.5$, 所以

$1 - \frac{1}{2} = 0.5 < \sqrt{2} < 1 + \frac{1}{2} = 1.5$, 所以 $\langle \sqrt{2} \rangle = 1$, 故①

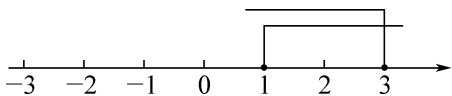
错误; 设 $2x = k + b$ (k 为整数, b 为小数), 所以 $\langle m + 2x \rangle = \langle m + k + b \rangle = m + k + \langle b \rangle$, $m + \langle 2x \rangle = m + \langle k + b \rangle = m + k + \langle b \rangle$, 所以当 m 为非负整数时, $\langle m + 2x \rangle = m + \langle 2x \rangle$, 故②正确; 因为 $\langle 2x - 1 \rangle = 5$,

所以 $5 - \frac{1}{2} \leq 2x - 1 < 5 + \frac{1}{2}$, 所以 $\frac{11}{4} \leq x < \frac{13}{4}$, 故③

正确; 因为 $\langle x \rangle = \frac{3}{2}x$, 所以 $\frac{3}{2}x - \frac{1}{2} \leq x < \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$, 所以 $-1 < x \leq 1$, 所以满足题意的非负实数 x 有无数个, 故④错误.

2. 解: (1) $1 \leq x \leq 3$ 提示: 如图, 在数轴上找出

$|x - 2| = 1$ 的解. 因为在数轴上到 2 对应的点的距离等于 1 的点对应的数为 1 或 3, 所以方程 $|x - 2| = 1$ 的解为 $x = 1$ 或 $x = 3$, 所以不等式 $|x - 2| \leq 1$ 的解集为 $1 \leq x \leq 3$.



(2) $x > 5$ 或 $x < -3$ 提示: 在数轴上找出

$|x - 4| + |x + 2| = 8$ 的解, 由绝对值的几何意义知, 该方程就是求在数轴上到 4 和 -2 对应的点的距离之和等于 8 的点对应的 x 的值. 因为在数轴上 4 和 -2 对应的点的距离为 6, 所以满足方程的 x 对应的点在 4 的右边或 -2 的左边. 若 x 对应的点在 4 的右边, 可得 $x = 5$; 若 x 对应的点在 -2 的左边, 可得 $x = -3$. 所以方程 $|x - 4| + |x + 2| = 8$ 的解是 $x = 5$ 或 $x = -3$. 所以不等式 $|x - 4| + |x + 2| > 8$

的解集为 $x > 5$ 或 $x < -3$.

3. 解: 【知识运用】(1) 2

(2) 因为 $\{2x - 1\} = 5$, 所以 $5 - 0.5 \leq 2x - 1 < 5 + 0.5$, 所以 $\frac{9}{2} \leq 2x - 1 < \frac{11}{2}$, 解得 $\frac{11}{4} \leq$

$x < \frac{13}{4}$.

【拓展延伸】(1) 假命题是②, 反例为 $x =$

$1.4, k = 2, \{kx\} = \{2.8\} = 3$, 而 $k\{x\} = 2 \times \{1.4\} = 2 \times 1 = 2, \{kx\} \neq k\{x\}$.

(2) $x = \frac{20}{3}$ 或 $x = \frac{25}{3}$. 提示: 设 $\frac{3}{5}x + 3 = m, m$

为整数, 则 $x = \frac{5m - 15}{3}$, 所以 $\{x\} = \left\{\frac{5m - 15}{3}\right\} = m$,

所以 $m - \frac{1}{2} \leq \frac{5m - 15}{3} < m + \frac{1}{2}$, 所以 $\frac{27}{4} \leq m < \frac{33}{4}$.

因为 m 为整数, 所以 $m = 7$ 或 $m = 8$, 所以 $\frac{3}{5}x + 3 =$

7 或 $\frac{3}{5}x + 3 = 8$, 所以 $x = \frac{20}{3}$ 或 $x = \frac{25}{3}$.

阶段检测篇

第 7 章检测卷

1. C 2. B 3. B 4. A 5. B 6. B

7. D 8. A 9. D

10. C 提示: 因为 $\angle 2 = 30^\circ, \angle CAB = 90^\circ$, 所以 $\angle 1 = 60^\circ$, 因为 $\angle E = 60^\circ$, 所以 $\angle 1 = \angle E$, 所以 $AC \parallel DE$, 故①正确; 因为 $\angle CAB = \angle DAE = 90^\circ$, 所以 $\angle BAE + \angle CAD = 90^\circ - \angle 1 + 90^\circ + \angle 1 = 180^\circ$, 故②正确; 因为 $BC \parallel AD, \angle B = 45^\circ$, 所以 $\angle 3 = \angle B = 45^\circ$, 因为 $\angle 2 + \angle 3 = \angle DAE = 90^\circ$, 所以 $\angle 2 = 45^\circ$, 故③错误; 因为 $\angle CAD = 150^\circ, \angle BAE + \angle CAD = 180^\circ$, 所以 $\angle BAE = 30^\circ$, 设 BA 与 ED 交于点 O , 因为 $\angle E = 60^\circ$, 所以 $\angle AOE = 180^\circ - \angle E - \angle BAE = 90^\circ$, 所以 $\angle BOE = 180^\circ - \angle AOE = 90^\circ$, 所以 $\angle 4 + \angle B = 90^\circ$, 因为 $\angle B = 45^\circ$, 所以 $\angle 4 = 45^\circ$, 因为

(3) 这个长方形的面积为 $\sqrt{32} \times \sqrt{8} = \sqrt{32 \times 8} = \sqrt{256} = 16$.

25. 解: (1) ① 135° ② 40°

(2) $\angle ACB + \angle DCE = 180^\circ$. 理由如下:

因为 $\angle ACD = 90^\circ$, 所以 $\angle DCE = \angle ACD - \angle ACE = 90^\circ - \angle ACE$. 因为 $\angle ECB = 90^\circ$, $\angle ACB = \angle ACE + \angle ECB$, 所以 $\angle ACB = \angle ACE + 90^\circ$, 所以 $\angle ACB + \angle DCE = \angle ACE + 90^\circ + 90^\circ - \angle ACE = 180^\circ$.

(3) 存在, $\angle ACE$ 的度数为 45° 或 135° 或 165° 或 30° 或 120° .

提示: ① 当 $BE \parallel AC$ 时, $\angle ACE = \angle BEC = 45^\circ$; ② 当 $BE \parallel CD$ 时, $\angle DCE = \angle BEC = 45^\circ$, 因为 $\angle ACD = 90^\circ$, 所以 $\angle ACE = \angle ACD + \angle DCE = 135^\circ$; ③ 当 $BE \parallel AD$ 时, 延长 AC 交 BE 于点 F , $\angle CFE = 180^\circ - \angle A = 120^\circ$, 所以 $\angle FCE = 180^\circ - \angle E - \angle CFE = 15^\circ$, 所以 $\angle ACE = \angle 180^\circ - \angle FCE = 165^\circ$; ④ 当 $BC \parallel AD$ 时, $\angle ACB = 180^\circ - \angle A = 120^\circ$, 所以 $\angle ACE = \angle ACB - \angle BCE = 30^\circ$; ⑤ 当 $EC \parallel AD$ 时, 延长 AC 交 BE 于点 F , $\angle ECF = \angle A = 60^\circ$, 所以 $\angle ACE = 180^\circ - \angle ECF = 120^\circ$.

26. 解: (1) 过点 C 作 $CT \perp x$ 轴于点 T , 则

$CT = 2$. 所以 $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CT = 5$.

(2) 过点 C 作 $CS \perp y$ 轴于点 S , 则 $CS = 1$.

由(1)知, $S_{\triangle ABC} = 5$, 所以 $S_{\triangle COM} =$

$\frac{1}{2} S_{\triangle ABC} = \frac{5}{2}$. 当点 M 在 x 轴上时, 设

点 $M(m, 0)$, 则 $\frac{1}{2} |m| \cdot 2 = \frac{5}{2}$, 解得 $m =$

$\pm \frac{5}{2}$, 所以点 M 的坐标为 $(\frac{5}{2}, 0)$ 或

$(-\frac{5}{2}, 0)$; 当点 M 在 y 轴上时, 设点 $M(0,$

$n)$, 则 $S_{\triangle COM} = \frac{1}{2} |n| \cdot 1 = \frac{5}{2}$, 解得 $n =$

± 5 , 所以点 M 的坐标为 $(0, 5)$ 或 $(0, -5)$.

综上所述, 点 M 的坐标为 $(\frac{5}{2}, 0)$ 或 $(-\frac{5}{2}, 0)$

或 $(0, 5)$ 或 $(0, -5)$.

(3) 不变, $\angle OPD = 2\angle DOE$.

提示: 因为 OE 平分 $\angle AOP$, 所以 $\angle AOE = \angle POE$.

因为 $OF \perp OE$, 所以 $\angle DOE + \angle DOF = 90^\circ$. 因为 $\angle DOF + \angle BOF = 90^\circ$, 所以 $\angle DOE = \angle BOF$. 又因为 $\angle AOE = \angle POE$, $\angle POE + \angle POF = 90^\circ$, $\angle BOF + \angle AOE = 90^\circ$, 所以 $\angle POF = \angle BOF$. 所以 $\angle DOE = \angle BOF = \angle POF$. 因为 $CD \perp y$ 轴, 所以 $CD \parallel AB$, 所以 $\angle OPD = \angle POB = 2\angle POF = 2\angle DOE$.

期末检测卷

1. C 2. C 3. A 4. A 5. D 6. B

7. B 8. C 9. A

10. C 提示: 解不等式组, 得 $m < x \leq -\frac{1}{2}$. 因为整数解只有 2 个, 所以整数解为 $-1, -2$ 所以 $-3 \leq m < -2$.

11. 7 12. 2 13. 0.72 14. $\frac{3}{2}$ 15. 7, 8, 9

16. 55° 提示: 因为 $DE \parallel BC$, $\angle BDE = 120^\circ$, 所以 $\angle B = 180^\circ - \angle BDE = 60^\circ$. 因为 $FG \parallel AC$, $\angle DFG = 115^\circ$, 所以 $\angle A = 180^\circ - \angle DFG = 65^\circ$. 所以 $\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 55^\circ$.

17. 586 提示: 设检票口有 x (x 为正整数) 人, 由题意, 得 $\begin{cases} 2 \times 15 \times (20-1) < x \leq 2 \times 15 \times 20, \\ 3 \times 15 \times (14-1) < x \leq 3 \times 15 \times 14, \end{cases}$ 解得 $585 < x \leq 600$. 所以检票口至少有 586 人等候检票.

18. $12 \leq a < 16$ 提示: 根据题意, 得 $G(3p, p) = 3p - 2p > -3$, 解得 $p > -3$; $G(-3p - 2, -2p) = -2p - 2(-3p - 2) = 4p + 4 \leq a$, 解得 $p \leq \frac{a-4}{4}$. 所以不等式组的解集为 $-3 < p \leq \frac{a-4}{4}$. 又因为 $p > 0$, 所以 $0 < p \leq \frac{a-4}{4}$. 因为不等式组恰好有

2 个整数解,即 $p=1$ 或 $p=2$. 所以 $2 \leq \frac{a-4}{4} < 3$,

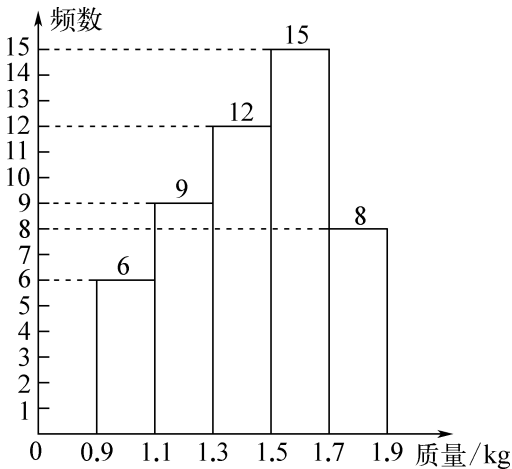
解得 $12 \leq a < 16$.

19. 解: 因为 $-(a-3)^2 \geq 0$, 所以 $a=3$. 把 $a=3$ 代入 $b=\sqrt{-(a-3)^2}+4$, 得 $b=4$. 因为 c 的平方根等于它本身, 所以 $c=0$, 所以 $a+\sqrt{b-c}=3+\sqrt{4-0}=5$.

20. (1) 证明: 因为 $DF \parallel AC$, 所以 $\angle A = \angle BFD$. 因为 $\angle A = \angle FDE$, 所以 $\angle BFD = \angle FDE$, 所以 $DE \parallel AB$.

(2) 解: 因为 $DE \parallel AB$, $DF \parallel AC$, 所以 $\angle A + \angle AED = 180^\circ$, $\angle A = \angle BFD$. 因为 $\angle AED$ 比 $\angle BFD$ 大 40° , 所以 $\angle AED - \angle BFD = 40^\circ$, $\angle AED + \angle BFD = 180^\circ$, 所以 $\angle BFD = 70^\circ$.

21. 解: (1) 12 补全频数分布直方图如下.



(2) $3\,000 \times \frac{8}{50} = 480$ (只).

答: 这批鸡中质量不小于 1.7 kg 的大约有 480 只.

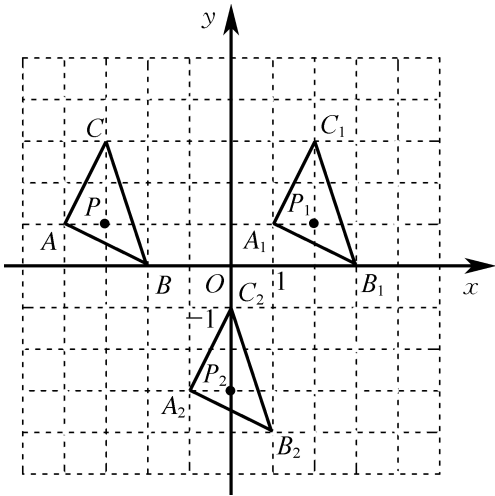
(3) $\bar{x} = \frac{1 \times 6 + 1.2 \times 9 + 1.4 \times 12 + 1.6 \times 15 + 1.8 \times 8}{50} =$

1.44(kg). 因为 $1.44 \times 3\,000 \times 15 = 64\,800 > 54\,000$, 所以能脱贫.

答: 该村贫困户能脱贫.

22. 解: (1) 5 2 3 $a+5$ b

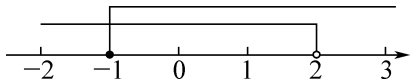
(2) 如图, 点 $A_2(-1, -3)$, $B_2(1, -4)$.



23. 解: (1) $\begin{cases} 3x-y=13 \text{ ①,} \\ 5x+2y=7 \text{ ②,} \end{cases}$ ① $\times 2 +$ ②, 得 $11x=33$, 解得 $x=3$. 将 $x=3$ 代入 ①, 得 $9-y=13$, 解得 $y=-4$. 所以方程组的解为 $\begin{cases} x=3, \\ y=-4. \end{cases}$

(2) 解不等式 ①, 得 $x < 2$; 解不等式 ②, 得 $x \geq -1$. 则不等式组的解集为 $-1 \leq x < 2$.

不等式组的解集在数轴上表示如下:



24. 解: 联立方程组 $\begin{cases} 2x-3y=3 \text{ ①,} \\ 3x+2y=11 \text{ ②,} \end{cases}$ ① $\times 2$, 得 $4x-6y=6$ ③, ② $\times 3$, 得 $9x+6y=33$ ④, ③+④, 得 $13x=39$, 解得 $x=3$. 将 $x=3$ 代入 ①, 得 $y=1$. 所以方程组的解为 $\begin{cases} x=3, \\ y=1. \end{cases}$

将 $\begin{cases} x=3, \\ y=1 \end{cases}$ 代入 $2ax+3by=3$, 得 $2a+b=1$. 所以 $2a+b$ 的平方根为 ± 1 .

25. 解: (1) 设甲车间每天生产 x 件 A 种产品, 乙车间每天生产 y 件 B 种产品.

根据题意, 得 $\begin{cases} x-y=2, \\ 3x=4y, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=8, \\ y=6. \end{cases}$

答: 甲车间每天生产 8 件 A 种产品, 乙车间

每天生产 6 件 B 种产品.

(2) 设购进 m 件 B 种产品, 则购进 $(80-m)$ 件 A 种产品.

根据题意, 得 $200(80-m) + 180m \leq 15\,088$, 解得 $m \geq 45.6$. 因为 m 为整数, 所以 m 可以取的最小值为 46.

答: 该公司购进 B 种产品至少 46 件.

26. 解: (1) 因为点 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$, 所以将点 A, B 分别向上平移 2 个单位长度, 再向右平移 1 个单位长度, 得点 $C(0, 2)$, $D(4, 2)$. 所以 $AB = CD$, $AB \parallel CD$. 易知四边形 $ABDC$ 为平行四边形, 所以四边形 $ABDC$ 的面积为 $AB \cdot OC = 4 \times 2 = 8$.

(2) 存在. 因为点 $C(0, 2)$, $D(4, 2)$, 所以 $CD = 4$. 因为点 F 在 x 轴上, 所以 $S_{\triangle DFC} = \frac{1}{2}CD \cdot OC$, $S_{\triangle DFB} = \frac{1}{2}BF \cdot OC$. 又因为三角形 DFC 的面积是三角形 DFB 面积的 2 倍, 所以 $BF = \frac{1}{2}CD = 2$. 因为点 B 的坐标为 $(3, 0)$, 所以点 F 的坐标为 $(1, 0)$ 或 $(5, 0)$.

(3) 分情况讨论: ①如图 1, 当点 P 在线段 BD 上运动时, 过点 P 作 $PE \parallel AB$. 因为 $AB \parallel CD$, 所以 $AB \parallel CD \parallel PE$, 所以 $\angle PCD = \angle CPE$, $\angle POB = \angle OPE$, 所以 $\angle OPC = \angle OPE + \angle CPE = \angle POB + \angle PCD$.

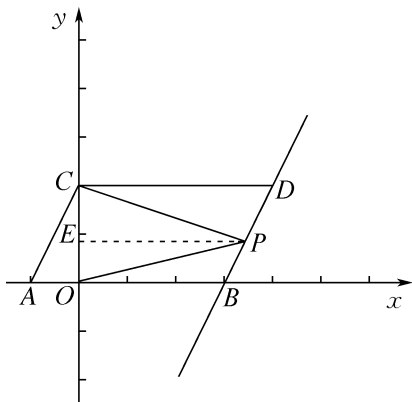


图 1

②如图 2, 当点 P 在线段 BD 的延长线上运动时, 过点 P 作 $PF \parallel AB$. 同理可得, $PF \parallel AB \parallel CD$, 所以 $\angle PCD = \angle CPF$, $\angle POB = \angle OPF$, 所以 $\angle OPC = \angle OPF - \angle CPF = \angle POB - \angle PCD$.

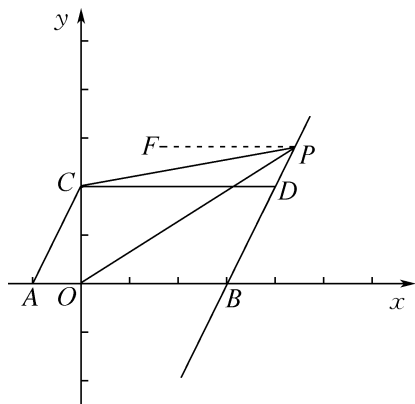


图 2

③如图 3, 当点 P 在线段 DB 的延长线上运动时, 过点 P 作 $PM \parallel AB$. 同理可得, $PM \parallel AB \parallel CD$, 所以 $\angle PCD = \angle CPM$, $\angle POB = \angle OPM$, 所以 $\angle OPC = \angle CPM - \angle OPM = \angle PCD - \angle POB$.

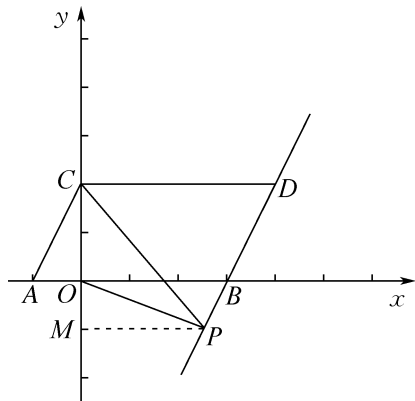


图 3

综上所述, 当点 P 在线段 BD 上运动时, $\angle OPC = \angle POB + \angle PCD$; 当点 P 在线段 BD 的延长线上运动时, $\angle OPC = \angle POB - \angle PCD$; 当点 P 在线段 DB 的延长线上运动时, $\angle OPC = \angle PCD - \angle POB$.