

全卷满分 100 分,考试时间 30 分钟

一、选择题:本大题共 12 小题,每小题 3 分,共 36 分.在每小题所给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. (2022 连云港) -3 的倒数是 ()

A. -3 B. 3 C. $-\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{3}$

2. (2022 南京) 已知实数 a, b , 若 $a > b$, 则下列结论一定正确的是 ()

A. $|a| > |b|$ B. $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

C. $a^2 > b^2$ D. $a^3 > b^3$

3. (2021 南京) 计算 $(a^2)^3 \cdot a^{-3}$ 的结果是 ()

A. a^2 B. a^3 C. a^5 D. a^9

4. (2022 苏州) 下列运算正确的是 ()

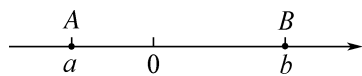
A. $\sqrt{(-7)^2} = -7$ B. $6 \div \frac{2}{3} = 9$

C. $2a + 2b = 2ab$ D. $2a \cdot 3b = 5ab$

5. (2023 南通) 若 $a^2 - 4a - 12 = 0$, 则 $2a^2 - 8a - 8$ 的值为 ()

A. 24 B. 20 C. 18 D. 16

6. (2022 镇江) 如图, 数轴上的点 A 和点 B 分别在原点的左侧和右侧, 点 A, B 对应的实数分别是 a, b , 则 ()



A. $a + b < 0$ B. $b - a < 0$

C. $2a > 2b$ D. $a + 2 < b + 2$

7. (2022 无锡) 在函数 $y = \sqrt{4-x}$ 中, 自变量 x 的取值范围是 ()

A. $x > 4$ B. $x < 4$ C. $x \geq 4$ D. $x \leq 4$

8. (2021 泰州) 下列各组二次根式中, 化简后是同类二次根式的是 ()

A. $\sqrt{8}$ 与 $\sqrt{3}$ B. $\sqrt{2}$ 与 $\sqrt{12}$

C. $\sqrt{5}$ 与 $\sqrt{15}$ D. $\sqrt{75}$ 与 $\sqrt{27}$

9. (2021 苏州) 已知两个不等于 0 的实数 a, b 满足 $a + b = 0$, 则 $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$ 等于 ()

A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

10. (2023 镇江) 已知在甲、乙、丙三只袋中分别装有球 29 个、29 个、5 个, 先从甲袋中取出 2^x 个球放入乙袋, 再从乙袋中取出 $(2^x + 2^y)$ 个球放入丙袋, 最后从丙袋中取出 2^y 个球放入甲袋, 此时三只袋中球的个数都相同, 则 2^{x+y} 的值等于 ()

A. 128 B. 64 C. 32 D. 16

11. (2021 南京) 一般地, 如果 $x^n = a$ (n 为正整数, 且 $n > 1$), 那么 x 叫作 a 的 n 次方根. 下列结论正确的是 ()

A. 16 的 4 次方根是 2

B. 32 的 5 次方根是 ± 2

C. 当 n 为奇数时, 2 的 n 次方根随 n 的增大而减小

D. 当 n 为奇数时, 2 的 n 次方根随 n 的增大而增大

12. (2021 镇江) 如图, 小明在 3×3 的方格纸上写了九个式子 (其中的 n 是正整数), 每行三个式子的和自上而下分别记为 A_1, A_2, A_3 , 每列三个式子的和自左至右分别记为 B_1, B_2, B_3 , 其中值可以等于 789 的是 ()

$2^n + 1$	$2^n + 3$	$2^n + 5$	A_1
$2^n + 7$	$2^n + 9$	$2^n + 11$	A_2
$2^n + 13$	$2^n + 15$	$2^n + 17$	A_3
B_1	B_2	B_3	

A. A_1 B. B_1 C. A_2 D. B_3

二、填空题:本大题共 12 小题,每小题 3 分,共 36 分.不需写出解答过程,请把答案直接填在题中的横线上.

13. (2021 南京) 填空: $-(-2) =$ _____; $-|-2| =$ _____.

14. (2023 泰州) 溶度积是化学中沉淀的溶解平衡常数. 常温下 CaCO_3 的溶度积约为 0.000 000 002 8. 将数据 0.000 000 002 8 用科学记数法表示为 _____.

15. (2022 南京) 若 $2^4 + 2^4 = 2^a$, $3^5 + 3^5 + 3^5 = 3^b$, 则 $a + b =$ _____.

16. (2022 扬州) 根据里氏震级的定义, 地震所释放出的能量 E 与震级 n 之间的关系为 $E = k \times 10^{1.5n}$ (其中 k 为大于 0 的常数), 则震级为 8 级的地震所释放的能量是震级为 6 级的地震所释放能量的 _____ 倍.

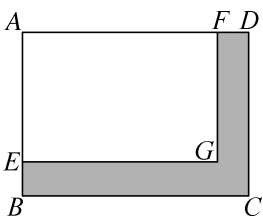
17. (2021 连云港) 分解因式: $9x^2 + 6x + 1 =$ _____.

18. (2022 宿迁) 满足 $\sqrt{11} \geq k$ 的最大整数 k 是 _____.

19. (2021 南京) 计算 $\sqrt{8} - \sqrt{\frac{9}{2}}$ 的结果是 _____.

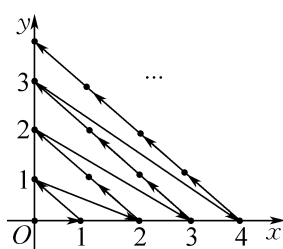
20. (2023 宿迁) 若实数 m 满足 $(m - 2\ 023)^2 + (2\ 024 - m)^2 = 2\ 025$, 则 $(m - 2\ 023) \cdot (2\ 024 - m) =$ _____.

21. (2021 徐州) 如图, 四边形 $ABCD$ 与四边形 $AEGF$ 均为矩形, 点 E, F 分别在线段 AB, AD 上. 若 $BE =$

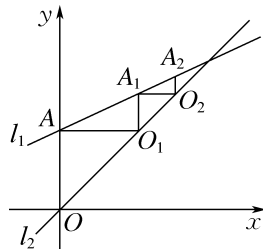


$FD = 2\text{ cm}$, 矩形 $AEGF$ 的周长为 20 cm , 则图中阴影部分的面积为 _____ cm^2 .

22. (2022 南京) 如图, 在平面直角坐标系中, 横、纵坐标均为整数的点按如下规律依序排列: $(0, 0), (1, 0), (0, 1), (2, 0), (1, 1), (0, 2), (3, 0), (2, 1), (1, 2), (0, 3), (4, 0), (3, 1), (2, 2), (1, 3), \dots$, 按这个规律, 则 $(6, 7)$ 是第 _____ 个点.



(第 22 题)



(第 24 题)

23. (2022 泰州) 已知 $a = 2m^2 - mn$, $b = mn - 2n^2$, $c = m^2 - n^2$ ($m \neq n$), 用“ $<$ ”表示 a, b, c 的大小关系为 _____.

24. (2022 盐城) 如图, 直线 $l_1: y = \frac{1}{2}x + 1$ 与 y 轴交于点 A , 过点 A 作 x 轴的平行线交直线 $l_2: y = x$ 于点 O_1 ; 过点 O_1 作 y 轴的平行线交直线 l_1 于点 A_1 ; $\dots$, 以此类推. 令 $OA = a_1, O_1A_1 = a_2, \dots, O_{n-1}A_{n-1} = a_n$. 若 $a_1 + a_2 + \dots + a_n \leq S$ 对任意大于 1 的整数 n 恒成立, 则 S 的最小值为 _____.

三、解答题: 本大题共 3 小题, 共 28 分. 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

25. (本小题满分 8 分) (2022 宿迁) 计算:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} + \sqrt{12} - 4\sin 60^\circ.$$

26. (本小题满分 10 分) (2021 南京) 计算:

$$\left(\frac{a}{b^2 + ab} - \frac{2}{a + b} + \frac{b}{a^2 + ab}\right) \div \frac{a - b}{ab}.$$

27. (本小题满分 10 分) (2022 苏州) 已知 $3x^2 - 2x - 3 = 0$, 求 $(x - 1)^2 + x\left(x + \frac{2}{3}\right)$ 的值.

全卷满分 100 分, 考试时间 40 分钟

一、选择题: 本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 在每小题所给出的四个选项中, 只有一项是符合题目要求的.

1. (2023 无锡) 下列 4 组数中, 不是二元一次方程 $2x + y = 4$ 的解的是 ()

- A. $\begin{cases} x=1, \\ y=2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x=2, \\ y=0 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x=0.5, \\ y=3 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x=-2, \\ y=4 \end{cases}$

2. (2022 淮安) 若关于 x 的一元二次方程 $x^2 - 2x - k = 0$ 没有实数根, 则 k 的值可以是 ()

- A. -2 B. -1 C. 0 D. 1

3. (2022 南通) 李师傅家的超市今年 1 月盈利 3 000 元, 3 月盈利 3 630 元. 若从 1 月到 3 月, 每月盈利的平均增长率都相同, 则这个平均增长率是 ()

- A. 10.5% B. 10%
C. 20% D. 21%

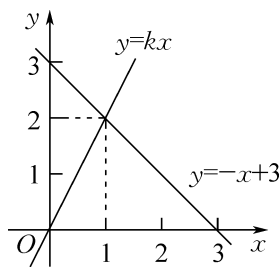
4. (2022 苏州) 《九章算术》中有这样一个问题: “今有善行者行一百步, 不善行者行六十步. 今不善行者先行一百步, 善行者追之, 问几何步及之?” 译文: “相同时间内, 走路快的人走 100 步, 走路慢的人只走 60 步. 若走路慢的人先走 100 步, 走路快的人要走多少步才能追上?” (注: 步为长度单位) 设走路快的人要走 x 步才能追上, 则根据题意可列出的方程是 ()

- A. $x = 100 - \frac{60}{100}x$ B. $x = 100 + \frac{60}{100}x$
C. $\frac{100}{60}x = 100 + x$ D. $\frac{100}{60}x = 100 - x$

5. (2021 淮安) 《九章算术》中记载: “今有甲乙二人持钱不知其数. 甲得乙半而钱五十, 乙得甲太半而亦钱五十. 问甲乙持钱各几何?” 译文是: 今有甲、乙两人持钱不知道各有多少. 甲若得到乙所有钱的 $\frac{1}{2}$, 则甲有 50 钱; 乙若得到甲所有钱的 $\frac{2}{3}$, 则乙也有 50 钱. 问甲、乙各持钱多少? 设甲持有 x 钱, 乙持有 y 钱, 列出关于 x, y 的二元一次方程组是 ()

- A. $\begin{cases} x + 2y = 50, \\ \frac{3}{2}x + y = 50 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x + \frac{1}{2}y = 50, \\ \frac{2}{3}x + y = 50 \end{cases}$
C. $\begin{cases} x + \frac{1}{2}y = 50, \\ \frac{3}{2}x + y = 50 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x + \frac{2}{3}y = 50, \\ \frac{1}{2}x + y = 50 \end{cases}$

6. (2022 南通) 如图, 根据图像可得, 关于 x 的不等式 $kx > -x + 3$ 的解集是 ()



- A. $x < 2$ B. $x > 2$ C. $x < 1$ D. $x > 1$

7. (2021 南通) 若关于 x 的不等式组 $\begin{cases} 2x + 3 > 12, \\ x - a \leq 0 \end{cases}$ 恰有 3 个整数解, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $7 < a < 8$ B. $7 < a \leq 8$
C. $7 \leq a < 8$ D. $7 \leq a \leq 8$

8. (2023 南通) 若实数 x, y, m 满足 $x+y+m=6, 3x-y+m=4$, 则代数式 $-2xy+1$ 的值可以是 ()

A. 3 B. $\frac{5}{2}$ C. 2 D. $\frac{3}{2}$

二、填空题: 本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 不需写出解答过程, 请把答案直接填在题中的横线上.

9. (2021 宿迁) 方程 $\frac{2}{x^2-4} + \frac{x}{x-2} = 1$ 的解是 _____.

10. (2021 苏州) 若 $2x+y=1$, 且 $0 < y < 1$, 则 x 的取值范围为 _____.

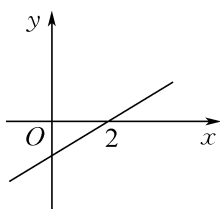
11. (2022 连云港) 若关于 x 的一元二次方程 $mx^2+nx-1=0 (m \neq 0)$ 的一个解是 $x=1$, 则 $m+n$ 的值是 _____.

12. (2023 泰州) 关于 x 的一元二次方程 $x^2+2x-1=0$ 的两根之和为 _____.

13. (2023 无锡) 《九章算术》中提出了如下问题: 今有户不知高广, 竿不知长短, 横之不出四尺, 纵之不出二尺, 邪之适出, 问户高广邪各几何? 这段话的意思是: 今有门不知其高宽, 有竿不知其长短, 横放, 竿比门宽多出 4 尺; 竖放, 竿比门高多出 2 尺; 斜放, 竿与门对角线恰好相等. 问门高、宽和对角线的长各是多少? 则该问题中的门高是 _____.

14. (2021 南京) 设 x_1, x_2 是关于 x 的方程 $x^2-3x+k=0$ 的两个根, 且 $x_1=2x_2$, 则 $k=$ _____.

15. (2022 徐州) 若一次函数 $y=kx+b$ 的图像如图所示, 则关于 x 的不等式 $kx + \frac{3}{2}b > 0$ 的解集为 _____.



16. (2022 南通改编) 已知实数 m, n 满足 $m^2+n^2=2+mn$, 则 $(2m-3n)^2+(m+2n) \cdot (m-2n)$ 的最大值为 _____.

三、解答题: 本大题共 5 小题, 共 52 分. 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)

(1) (2021 宿迁) 解不等式组:
$$\begin{cases} x-1 < 0, \\ \frac{5x+2}{3} \geq x-1, \end{cases}$$

并写出满足不等式组的所有整数解.

- (2) (2021 扬州) 已知方程组 $\begin{cases} 2x+y=7, \\ x=y-1 \end{cases}$ 的解也是关于 x, y 的方程 $ax+y=4$ 的一个解, 求 a 的值.

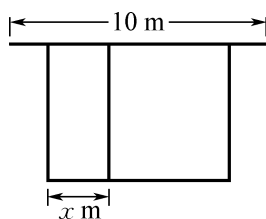
18. (本小题满分 10 分) (2022 苏州) 某水果店经销甲、乙两种水果, 两次购进水果的情况如下表:

进货批次	甲种水果 质量/kg	乙种水果 质量/kg	总费用/元
第一次	60	40	1 520
第二次	30	50	1 360

- (1) 求甲、乙两种水果的进价.
(2) 销售完前两次购进的水果后, 该水果店决定回馈顾客, 开展促销活动. 第三次购进甲、乙两种水果共 200 kg, 且投入的资金不超过 3 360 元. 将其中的 m kg 甲种水果和 $3m$ kg 乙种水果按进价销售, 剩余的甲种水果以每千克 17 元、乙种水果以每千克 30 元的价格销售. 若第三次购进的 200 kg 水果全部售出后, 获得的最大利润不低于 800 元, 求正整数 m 的最大值.

19. (本小题满分 10 分)(2022 无锡)某农场计划建造一个矩形养殖场,为充分利用现有资源,该矩形养殖场一面靠墙(墙的长度为 10 m),另外三面用栅栏围成,中间再用栅栏把它分成面积之比为 1 : 2 的两个矩形.已知栅栏的总长度为 24 m,设较小矩形的宽为 x m(如图).

- (1) 若矩形养殖场的总面积为 36 m^2 ,求此时 x 的值.
- (2) 当 x 为多少时,矩形养殖场的总面积最大? 最大值为多少?



20. (本小题满分 10 分)(2021 无锡)为了提高广大职工对消防知识的学习热情,增强职工的消防意识,某单位工会决定组织消防知识竞赛活动,本次活动拟设一、二等奖若干名,并购买相应奖品.现有经费 1 275 元用于购买奖品,且经费全部用完,已知一等奖奖品单价与二等奖奖品单价之比为 4 : 3.当用 600 元购买一等奖奖品时,共可购买一、二等奖奖品 25 件.

- (1) 求一、二等奖奖品的单价.
- (2) 若购买一等奖奖品的数量不少于 4 件且不超过 10 件,则共有哪几种购买方式?

21. (本小题满分 12 分)

为推进全民健身设施建设,某体育中心准备改扩建一块运动场地.现有甲、乙两个工程队参与施工,具体信息如下:

信息一

工程队	每天施工面积/ m^2	每天施工费用/元
甲	$x + 300$	3 600
乙	x	2 200

信息二

甲工程队施工 $1\,800 \text{ m}^2$ 所需天数与乙工程队施工 $1\,200 \text{ m}^2$ 所需天数相等.

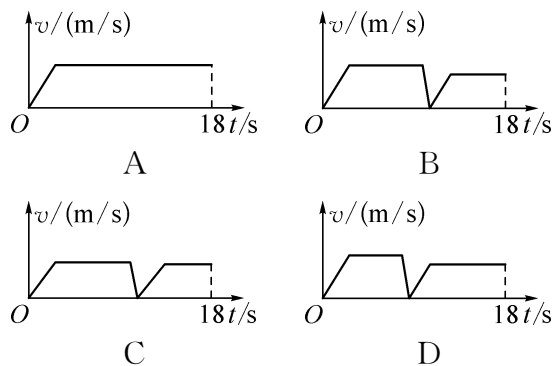
- (1) 求 x 的值.
- (2) 该工程计划先由甲工程队单独施工若干天,再由乙工程队单独继续施工,两队共施工 22 天,且完成的施工面积不少于 $15\,000 \text{ m}^2$.该段时间内体育中心至少需要支付多少施工费用?

全卷满分 100 分,考试时间 60 分钟

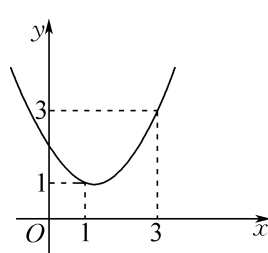
一、选择题:本大题共 8 小题,每小题 3 分,共 24 分.在每小题所给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

- (2022 扬州)在平面直角坐标系中,点 $P(-3, a^2+1)$ 所在的象限是 ()
 A. 第一象限 B. 第二象限
 C. 第三象限 D. 第四象限
- (2021 苏州)已知抛物线 $y=x^2+kx-k^2$ 的对称轴在 y 轴右侧,现将该抛物线先向右平移 3 个单位长度,再向上平移 1 个单位长度后,得到的抛物线正好经过坐标原点,则 k 的值是 ()
 A. -5 或 2 B. -5
 C. 2 D. -2
- (2022 泰州)已知点 $(-3, y_1), (-1, y_2), (1, y_3)$ 在下列某一函数的图像上,且 $y_3 < y_1 < y_2$,那么这个函数是 ()
 A. $y=3x$ B. $y=3x^2$
 C. $y=\frac{3}{x}$ D. $y=-\frac{3}{x}$
- (2022 无锡)已知一次函数 $y=mx+n$ 与反比例函数 $y=\frac{m}{x}$ 的图像交于点 $A(-\frac{1}{m}, -2m), B(m, 1)$, 则 $\triangle OAB$ 的面积是 ()
 A. 3 B. $\frac{13}{4}$ C. $\frac{7}{2}$ D. $\frac{15}{4}$
- (2023 常州)折返跑是一种跑步的形式,在一定距离的两个标志物①②之间,从①开始,沿直线跑至②处,用手碰到②后立即转身沿直线跑至①处,用手碰到①后继续转身跑至②处,循环进行,全程无需绕过标志物.小华练习了一次 2×50 m 的折返跑,用时 18 s.

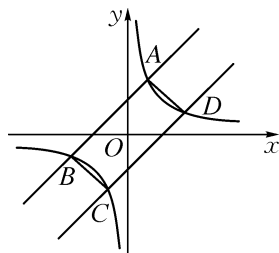
在整个过程中,他的速度大小 $v(\text{m/s})$ 随时间 $t(\text{s})$ 变化的图像可能是 ()



- (2021 宿迁)已知二次函数 $y=ax^2+bx+c$ ($a \neq 0$) 的图像如图所示,有以下结论:
 ① $a > 0$; ② $b^2 - 4ac > 0$; ③ $4a + b = 1$; ④ 关于 x 的不等式 $ax^2 + (b-1)x + c < 0$ 的解集为 $1 < x < 3$. 其中正确结论的个数是 ()
 A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

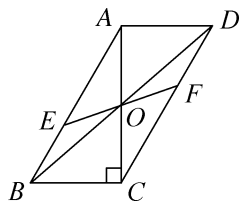


(第 6 题)

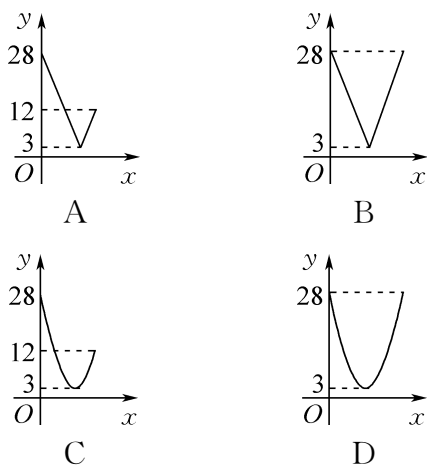


(第 7 题)

- (2023 宿迁)如图,直线 $y=x+1, y=x-1$ 与双曲线 $y=\frac{k}{x}$ ($k > 0$) 分别相交于点 A, B, C, D . 若四边形 $ABCD$ 的面积为 4, 则 k 的值是 ()
 A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C. $\frac{4}{5}$ D. 1
- (2022 南通)如图,在 $\square ABCD$ 中,对角线 AC, BD 相交于点 O , $AC \perp BC$, $BC = 4$, $\angle ABC = 60^\circ$. 若 EF 过点 O 且与边 AB, CD 分别交于点 E, F .



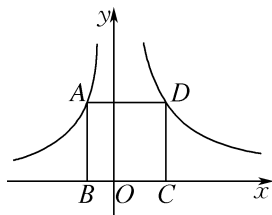
CD 分别相交于点 E, F, 设 $BE=x$, $OE^2=y$, 则 y 关于 x 的函数图像大致为 ()



二、填空题: 本大题共 8 小题, 每小题 3 分, 共 24 分. 不需写出解答过程, 请把答案直接填在题中的横线上.

9. (2023 南通) 已知一次函数 $y=x-k$. 若对于 $x<3$ 范围内任意自变量 x 的值, 其对应的函数值 y 都小于 $2k$, 则 k 的取值范围是_____.

10. (2021 徐州) 如图, 点 A, D 分别在函数 $y=-\frac{3}{x}$, $y=\frac{6}{x}$ 的图像上, 点 B, C 在 x 轴上. 若四边形 ABCD 为正方形, 点 D 在第一象限, 则点 D 的坐标是_____.



11. (2021 连云港) 某快餐店销售 A, B 两种快餐, 每份利润分别为 12 元、8 元, 每天卖出份数分别为 40 份、80 份. 该店为了增加利润, 准备降低每份 A 种快餐的利润, 同时提高每份 B 种快餐的利润. 售卖时发现, 在一定范围内, 每份 A 种快餐利润每降 1 元可多卖 2 份, 每份 B 种快餐利润每提高 1 元就少卖 2 份. 如果这两种快餐每天销售总份数不变, 那么这两种快餐一天的总利润最多是_____元.

12. (2022 徐州) 若二次函数 $y=x^2-2x-3$ 的图像上有且只有三个点到 x 轴的距离等于 m , 则 m 的值为_____.

13. (2021 南通) 在平面直角坐标系 xOy 中, 已知点 $P(m, 3n^2-9)$, 且实数 m, n 满足 $m-n^2+4=0$, 则点 P 到原点 O 的距离的最小值为_____.

14. (2021 淮安) 如图 1, $\triangle ABC$ 和 $\triangle A'B'C'$ 是两个边长不相等的等边三角形, 点 B', C', B, C 都在直线 l 上. $\triangle ABC$ 固定不动, 将 $\triangle A'B'C'$ 在直线 l 上自左向右平移. 开始时, 点 C' 与点 B 重合, 当点 B' 移动到与点 C 重合时停止. 设 $\triangle A'B'C'$ 移动的距离为 x , 两个三角形重叠部分的面积为 y , y 与 x 之间的函数关系如图 2 所示, 则 $\triangle ABC$ 的边长是_____.

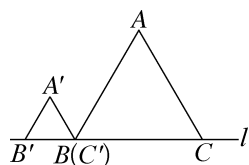


图 1

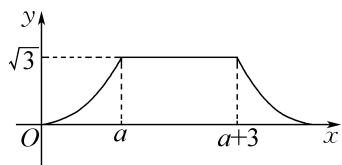
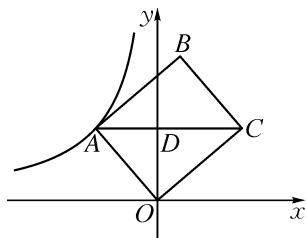


图 2

15. (2023 连云港) 如图, 矩形 OABC 的顶点 A 在反比例函数 $y=\frac{k}{x}$ ($x<0$) 的图像上, 顶点 B, C 在第一象限, 对角线 $AC \parallel x$ 轴, 交 y 轴于点 D. 若矩形 OABC 的面积是 6, $\cos \angle OAC = \frac{2}{3}$, 则 $k =$ _____.



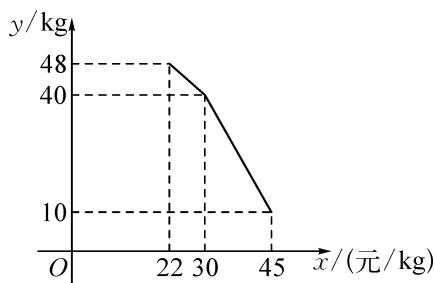
16. (2021 无锡改编) 设 $P(x, y_1), Q(x, y_2)$ 分别是函数 C_1, C_2 图像上的点, 当 $a \leq x \leq b$ 时, 总有 $-1 \leq y_1 - y_2 \leq 1$ 恒成立, 则称函数 C_1, C_2 在 $a \leq x \leq b$ 上是“逼近函数”, $a \leq x \leq b$ 为“逼近区间”. 下列结论: ①函数 $y=x-5, y=3x+2$ 在 $1 \leq x \leq 2$

上是“逼近函数”；②函数 $y = x - 5$, $y = x^2 - 4x$ 在 $3 \leq x \leq 4$ 上是“逼近函数”；③ $0 \leq x \leq 1$ 是函数 $y = x^2 - 1$, $y = 2x^2 - x$ 的“逼近区间”；④ $2 \leq x \leq 3$ 是函数 $y = x - 5$, $y = x^2 - 4x$ 的“逼近区间”. 其中结论正确的是_____ (填序号).

三、解答题: 本大题共 5 小题, 共 52 分. 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 8 分)(2023 无锡) 某景区旅游商店以 20 元/kg 的价格采购一款旅游食品, 加工后出售, 销售价格不低于 22 元/kg, 不高于 45 元/kg. 经市场调查发现, 每天的销售量 y (kg) 与销售价格 x (元/kg) 之间的函数关系如图所示.

- (1) 求 y 关于 x 的函数表达式.
(2) 当销售价格定为多少时, 该商店销售这款食品每天获得的销售利润最大? 最大销售利润是多少? [销售利润 = (销售价格 - 采购价格) $\times$ 销售量]



18. (本小题满分 10 分)(2021 镇江) 如图, A

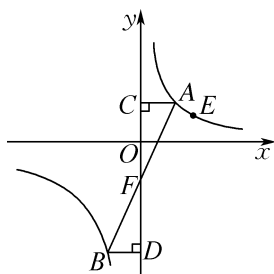
和 $E(2, 1)$ 是反比例函数 $y = \frac{k}{x}$ ($x > 0$) 图

像上的两点, 点 B 在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$

($x < 0$) 的图像上, 分别过点 A, B 作 y 轴的垂线, 垂足分别为 C, D, $AC = BD$, 连

接 AB 交 y 轴于点 F.

- (1) $k =$ _____.
(2) 设点 A 的横坐标为 a , 点 F 的纵坐标为 m , 求证: $am = -2$.
(3) 连接 CE, DE, 当 $\angle CED = 90^\circ$ 时, 请直接写出点 A 的坐标: _____.

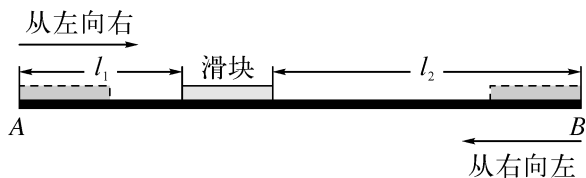


19. (本小题满分 10 分)(2022 南京) 某蔬菜基地有甲、乙两个用于灌溉的水池, 它们的最大容量均为 $3\,000\text{ m}^3$, 原有水量分别为 $1\,200\text{ m}^3$, 300 m^3 , 现向甲、乙同时注水, 直至两水池均被注满为止. 已知每分钟向甲、乙的注水量之和恒定为 100 m^3 , 若其中某一水池被注满, 则停止向该水池注水, 改为向另一水池单独注水. 设注水第 x min 时, 甲、乙水池的水量分别为 $y_1\text{ m}^3$, $y_2\text{ m}^3$.

- (1) 若每分钟向甲注水 40 m^3 , 分别写出 y_1, y_2 与 x 之间的函数表达式.
(2) 若每分钟向甲注水 50 m^3 , 画出 y_2 与 x 之间的函数图像.
(3) 若每分钟向甲注水 $a\text{ m}^3$, 且甲比乙提前 3 min 被注满, 求 a 的值.

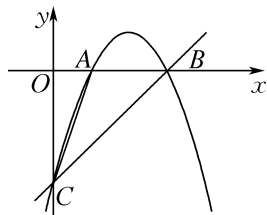
20. (本小题满分12分)(2023 苏州)某动力科学研究院实验基地内装有一段笔直的轨道AB,长度为1 m的金属滑块在上面做往返滑动.如图,滑块首先沿AB方向从左向右匀速滑动,滑动速度为9 m/s,滑动开始前滑块左端与点A重合,当滑块右端到达点B时,滑块停顿2 s,然后再以小于9 m/s的速度匀速返回,直到滑块的左端与点A重合,滑动停止.设滑块滑动时间为 t s时,滑块左端离点A的距离为 l_1 m,右端离点B的距离为 l_2 m,记 $d=l_1-l_2$, d 与 t 具有函数关系.已知滑块在从左向右滑动过程中,当 $t=4.5$ 和 $t=5.5$ 时,与之对应的 d 的两个值互为相反数;滑块从点A出发到最后返回点A,整个过程总用时27 s(含停顿时间).请根据所给条件解决下列问题:

- (1) 滑块从点A到点B的滑动过程中, d 的值_____ (填“由负到正”或“由正到负”).
- (2) 在滑块从点B到点A的滑动过程中,求 d 与 t 之间的函数表达式.
- (3) 在整个往返过程中,若 $d=18$,求 t 的值.



21. (本小题满分12分)(2021 连云港)如图,抛物线 $y=mx^2+(m^2+3)x-(6m+9)$ 与 x 轴交于点A,B,与 y 轴交于点C,已知点 $B(3,0)$.

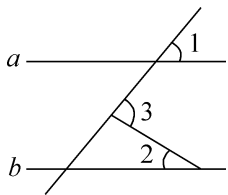
- (1) 求 m 的值和直线BC对应的函数表达式.
- (2) P 为抛物线上一点,若 $S_{\triangle PBC} = S_{\triangle ABC}$,请直接写出点 P 的坐标.
- (3) Q 为抛物线上一点,若 $\angle ACQ = 45^\circ$,求点 Q 的坐标.



全卷满分 100 分,考试时间 40 分钟

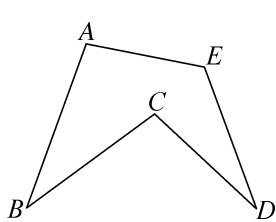
一、选择题:本大题共 7 小题,每小题 3 分,共 21 分.在每小题所给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. (2022 南通)如图,直线 $a \parallel b$, $\angle 3 = 80^\circ$, $\angle 1 - \angle 2 = 20^\circ$,则 $\angle 1$ 的度数是 ()

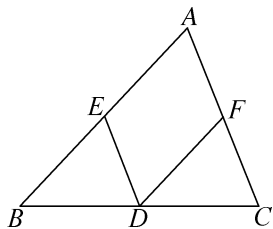


- A. 30° B. 40° C. 50° D. 80°
2. (2021 南京)下列长度的三条线段与长度为 5 的线段能组成四边形的是 ()

- A. 1, 1, 1 B. 1, 1, 8
C. 1, 2, 2 D. 2, 2, 2
3. (2021 扬州)如图,点 A, B, C, D, E 在同一平面内,连接 AB, BC, CD, DE, EA .若 $\angle BCD = 100^\circ$,则 $\angle A + \angle B + \angle D + \angle E$ 为 ()
- A. 220° B. 240° C. 260° D. 280°



(第 3 题)



(第 4 题)

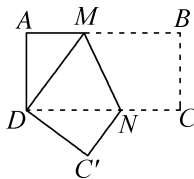
4. (2021 无锡)如图, D, E, F 分别是 $\triangle ABC$ 各边的中点,则以下说法错误的是 ()
- A. $\triangle BDE$ 和 $\triangle DCF$ 的面积相等
B. 四边形 $AEDF$ 是平行四边形
C. 若 $AB = BC$,则四边形 $AEDF$ 是菱形
D. 若 $\angle A = 90^\circ$,则四边形 $AEDF$ 是矩形

5. (2023 泰州)已知菱形 $ABCD$ 的边长为 2, $\angle A = 60^\circ$,将该菱形绕顶点 A 在平面内旋转 30° ,则旋转后的图形与原图形重叠部分的面积为 ()

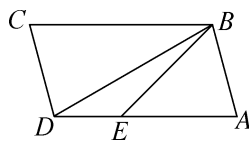
- A. $3 - \sqrt{3}$ B. $2 - \sqrt{3}$
C. $\sqrt{3} - 1$ D. $2\sqrt{3} - 2$

6. (2021 宿迁)如图,折叠矩形纸片 $ABCD$,使点 B 落在点 D 处,折痕为 MN .已知 $AB = 8, AD = 4$,则 MN 的长是 ()

- A. $\frac{5\sqrt{5}}{3}$ B. $2\sqrt{5}$ C. $\frac{7\sqrt{5}}{3}$ D. $4\sqrt{5}$



(第 6 题)



(第 7 题)

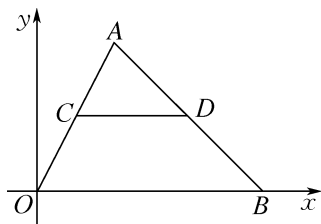
7. (2022 无锡)如图,在 $\square ABCD$ 中, $AD = BD$, $\angle ADC = 105^\circ$,点 E 在边 AD 上, $\angle EBA = 60^\circ$,则 $\frac{ED}{CD}$ 的值是 ()

- A. $\frac{2}{3}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

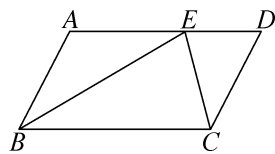
二、填空题:本大题共 7 小题,每小题 3 分,共 21 分.不需写出解答过程,请把答案直接填在题中的横线上.

8. (2022 苏州)定义:一个三角形的一边长是另一边长的 2 倍,这样的三角形叫作“倍长三角形”.若等腰三角形 ABC 是“倍长三角形”,底边 BC 的长为 3,则腰 AB 的长为 _____.

9. (2021 南京)如图,在平面直角坐标系中, $\triangle AOB$ 的边 AO, AB 的中点 C, D 的横坐标分别是 1, 4, 则点 B 的横坐标是_____.

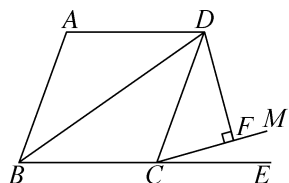


(第 9 题)

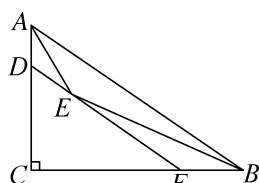


(第 10 题)

10. (2021 扬州)如图,在 $\square ABCD$ 中,点 E 在边 AD 上,且 EC 平分 $\angle BED$. 若 $\angle EBC = 30^\circ$, $BE = 10$, 则 $\square ABCD$ 的面积为_____.
11. (2021 苏州)如图,四边形 $ABCD$ 为菱形, $\angle ABC = 70^\circ$, 延长 BC 到点 E , 在 $\angle DCE$ 内作射线 CM , 使得 $\angle ECM = 15^\circ$, 过点 D 作 $DF \perp CM$, 垂足为 F . 若 $DF = \sqrt{5}$, 则对角线 BD 的长为_____.

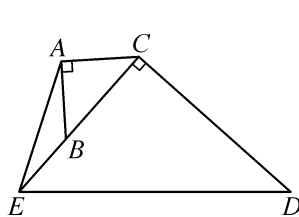


(第 11 题)

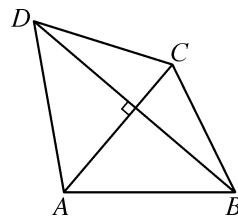


(第 12 题)

12. (2022 淮安)如图,在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$, $AC = 3$, $BC = 4$, D 是边 AC 上的一点,过点 D 作 $DF \parallel AB$, 交 BC 于点 F , 作 $\angle BAC$ 的平分线交 DF 于点 E , 连接 BE . 若 $\triangle ABE$ 的面积是 2, 则 $\frac{DE}{EF}$ 的值是_____.
13. (2023 苏州)如图, $\angle BAC = 90^\circ$, $AB = AC = 3\sqrt{2}$. 过点 C 作 $CD \perp BC$, 延长 CB 到点 E , 使 $BE = \frac{1}{3}CD$, 连接 AE, ED . 若 $ED = 2AE$, 则 $BE =$ _____.



(第 13 题)



(第 14 题)

14. (2023 南通)如图,四边形 $ABCD$ 的两条对角线 AC, BD 互相垂直, $AC = 4$, $BD = 6$, 则 $AD + BC$ 的最小值是_____.

三、解答题:本大题共 4 小题,共 58 分. 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (本小题满分 10 分)(2021 泰州)

- (1) 如图 1, O 为 AB 的中点, 直线 l_1, l_2 分别经过点 O, B , 且 $l_1 \parallel l_2$. 以点 O 为圆心, OA 的长为半径画弧交直线 l_2 于点 C , 连接 AC . 求证: 直线 l_1 垂直平分 AC .
- (2) 如图 2, 平面内直线 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3 \parallel l_4$, 且相邻两直线间距离相等, 点 P, Q 分别在直线 l_1, l_4 上, 连接 PQ . 用圆规和无刻度的直尺在直线 l_4 上求作一点 D , 使线段 PD 最短(两种工具分别只限使用一次, 并保留作图痕迹).

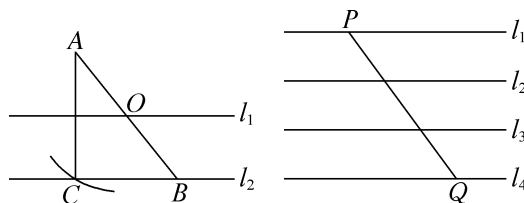


图 1

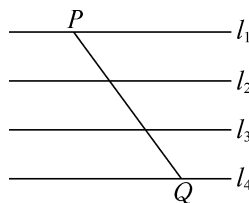
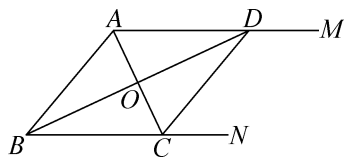


图 2

16. (本小题满分 10 分)(2022 南京)如图, $AM \parallel BN$, AC 平分 $\angle BAM$, 交 BN 于点 C , 过点 B 作 $BD \perp AC$, 交 AM 于点 D , 垂足为 O , 连接 CD . 求证: 四边形 $ABCD$ 是菱形.



17. (本小题满分 18 分)(2022 镇江)已知点 E, F, G, H 分别在正方形 $ABCD$ 的边 AB, BC, CD, AD 上.

- (1) 如图 1, 当四边形 $EFGH$ 是正方形时, 求证: $AE + AH = AB$.
- (2) 如图 2, 已知 $AE = AH, CF = CG$, 当 AE, CF 的长满足_____关系时, 四边形 $EFGH$ 是矩形.
- (3) 如图 3, $AE = DG, EG, FH$ 相交于点 $O, OE : OF = 4 : 5$, 已知正方形 $ABCD$ 的边长为 16, FH 的长为 20, 当 $\triangle OEH$ 的面积取最大值时, 判断四边形 $EFGH$ 是怎样的四边形? 并证明你的结论.

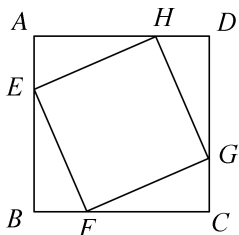


图 1

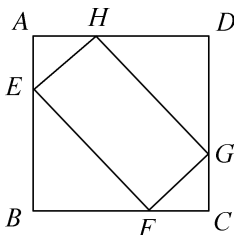


图 2

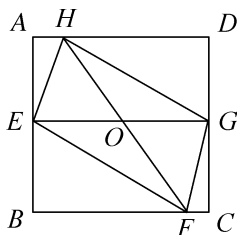


图 3

18. (本小题满分 20 分)(2023 徐州)

【阅读理解】

如图 1, 在矩形 $ABCD$ 中, 若 $AB = a, BC = b$, 则由勾股定理, 得 $AC^2 = a^2 + b^2$. 同理 $BD^2 = a^2 + b^2$, 故 $AC^2 + BD^2 = 2(a^2 + b^2)$.

【探究发现】

如图 2, 四边形 $ABCD$ 为平行四边形, 若 $AB = a, BC = b$, 则上述结论是否依然成立? 请加以判断, 并说明理由.

【拓展提升】

如图 3, 已知 BO 为 $\triangle ABC$ 的一条中线, $AB = a, BC = b, AC = c$. 求证: $BO^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}$.

【尝试应用】

如图 4, 在矩形 $ABCD$ 中, 若 $AB = 8, BC = 12$, 点 P 在边 AD 上, 则 $PB^2 + PC^2$ 的最小值为_____.

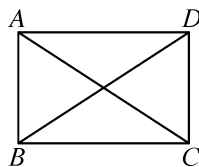


图 1

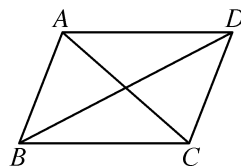


图 2

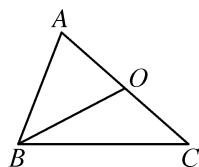


图 3

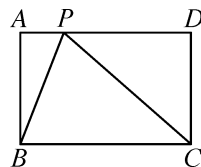


图 4

全卷满分 100 分,考试时间 60 分钟

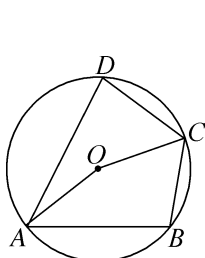
一、选择题:本大题共 8 小题,每小题 3 分,共 24 分.在每小题所给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. (2023 无锡) 现有下列命题:①各边相等的多边形是正多边形;②正多边形是中心对称图形;③正六边形的外接圆半径与边长相等;④正 n 边形共有 n 条对称轴($n \geq 3$, n 为正整数). 其中真命题的个数是 ()

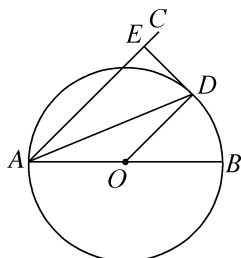
A. 4 B. 3 C. 2 D. 1

2. (2022 淮安) 如图, 四边形 $ABCD$ 是 $\odot O$ 的内接四边形. 若 $\angle AOC = 160^\circ$, 则 $\angle ABC$ 的度数是 ()

A. 80° B. 100° C. 140° D. 160°



(第 2 题)



(第 3 题)

3. (2022 无锡) 如图, AB 是 $\odot O$ 的直径, 弦 AD 平分 $\angle BAC$, 过点 D 的切线交 AC 于点 E , $\angle EAD = 25^\circ$, 则下列结论错误的是 ()

A. $AE \perp DE$ B. $AE \parallel OD$
C. $DE = OD$ D. $\angle BOD = 50^\circ$

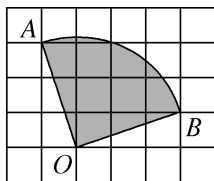
4. (2021 徐州) 如图, 一枚圆形古钱币的中间是一个正方形孔, 已知圆的直径与正方形的对角线之比为 $3:1$, 则圆的面积约为正方形面积的 ()

A. 27 倍 B. 14 倍 C. 9 倍 D. 3 倍



5. (2022 苏州) 如图, 在 5×6 的矩形网格飞镖游戏板中, 每块小正方形除颜色外都相同, 小正方形的顶点称为格点, 扇形 OAB 的圆心及弧的两端均为格点. 假设飞镖击中每一块小正方形的可能性是相同的(击中扇形的边界或没有击中游戏板, 则重投一次), 则任意投掷飞镖一次, 飞镖击中扇形 OAB (阴影部分) 的概率是 ()

A. $\frac{\pi}{12}$ B. $\frac{\pi}{24}$ C. $\frac{\sqrt{10}\pi}{60}$ D. $\frac{\sqrt{5}\pi}{60}$

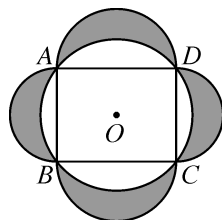


6. (2023 宿迁) 在同一平面内, 已知 $\odot O$ 的半径为 2, 圆心 O 到直线 l 的距离为 3, P 为 $\odot O$ 上的一个动点, 则点 P 到直线 l 的最大距离是 ()

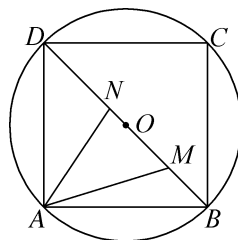
A. 2 B. 5 C. 6 D. 8

7. (2023 连云港) 如图, 矩形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, 分别以 AB, BC, CD, AD 为直径向外作半圆. 若 $AB = 4, BC = 5$, 则阴影部分的面积是 ()

A. $\frac{41}{4}\pi - 20$ B. $\frac{41}{2}\pi - 20$
C. 20π D. 20



(第 7 题)



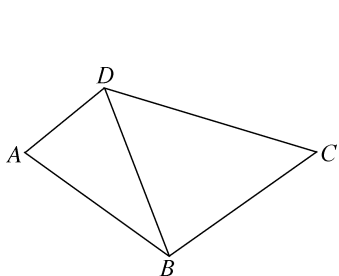
(第 8 题)

8. (2021 连云港) 如图, 正方形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, 线段 MN 在对角线 BD 上运动. 若 $\odot O$ 的面积为 2π , $MN = 1$, 则 $\triangle AMN$ 周长的最小值是 ()

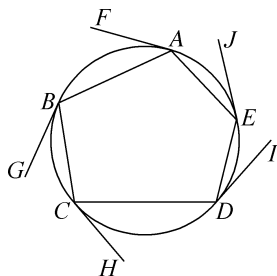
A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

二、填空题:本大题共 8 小题,每小题 3 分,共 24 分.不需写出解答过程,请把答案直接填在题中的横线上.

9. (2021 南京)如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AB=BC=BD$. 设 $\angle ABC=\alpha$, 则 $\angle ADC=$ _____ (用含 α 的代数式表示).



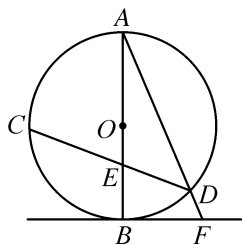
(第 9 题)



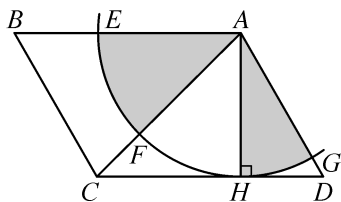
(第 10 题)

10. (2021 南京)如图, FA, GB, HC, ID, JE 是五边形 $ABCDE$ 的外接圆的切线, 则 $\angle BAF + \angle CBG + \angle DCH + \angle EDI + \angle AEJ =$ _____.

11. (2023 徐州)如图, 在 $\odot O$ 中, 直径 AB 与弦 CD 交于点 E , $\widehat{AC} = 2\widehat{BD}$, 连接 AD , 过点 B 的切线与 AD 的延长线交于点 F . 若 $\angle AFB = 68^\circ$, 则 $\angle DEB =$ _____.



(第 11 题)

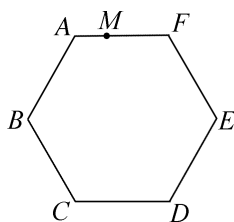


(第 12 题)

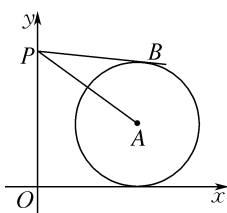
12. (2023 苏州)如图, 在 $\square ABCD$ 中, $AB = \sqrt{3} + 1$, $BC = 2$, $AH \perp CD$, 垂足为 H , $AH = \sqrt{3}$. 以点 A 为圆心, AH 的长为半径画弧, 与 AB, AC, AD 分别交于点 E, F, G . 若用扇形 AEF 围成一个圆锥的侧面, 记这个圆锥底面圆的半径为 r_1 ; 用扇形 AHG 围成另一个圆锥的侧面, 记这个圆锥底面圆的半径为 r_2 , 则 $r_1 - r_2 =$ _____.

13. (2022 宿迁)如图, 在正六边形 $ABCDEF$ 中, $AB = 6$, 点 M 在边 AF 上, 且 $AM = 2$. 若经过点 M 的直线 l 将正六边形的面积

平分, 则直线 l 被正六边形所截的线段长是 _____.



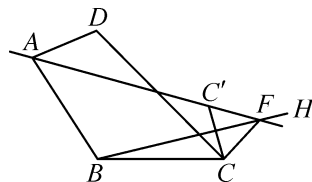
(第 13 题)



(第 14 题)

14. (2021 泰州)如图, 在平面直角坐标系 xOy 中, 点 A 的坐标为 $(8, 5)$, $\odot A$ 与 x 轴相切, 点 P 在 y 轴正半轴上, PB 与 $\odot A$ 相切于点 B . 若 $\angle APB = 30^\circ$, 则点 P 的坐标为 _____.

15. (2023 淮安)如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AB = BC = 2$, $\angle ABC = 120^\circ$, BH 为 $\angle ABC$ 内部的任意一条射线 ($\angle CBH$ 不等于 60°), 点 C 关于 BH 的对称点为 C' , 直线 AC' 与 BH 交于点 F , 连接 CC', CF , 则 $\triangle CC'F$ 面积的最大值是 _____.



16. (2023 镇江)已知一次函数 $y = kx + 2$ 的图像经过第一、二、四象限, 以坐标原点 O 为圆心, r 为半径作 $\odot O$. 若对于符合条件的任意实数 k , 一次函数 $y = kx + 2$ 的图像与 $\odot O$ 总有两个公共点, 则 r 的最小值为 _____.

三、解答题:本大题共 6 小题,共 52 分.解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 8 分) (2022 无锡)如图, $\triangle ABC$ 为锐角三角形.

(1) 请在图 1 中用无刻度的直尺和圆规作图: 在 AC 右上方确定点 D , 使 $\angle DAC = \angle ACB$, 且 $CD \perp AD$ (不写作法, 保留作图痕迹).

- (2) 在(1)的条件下,若 $\angle B = 60^\circ$, $AB = 2$, $BC = 3$,则四边形 $ABCD$ 的面积为_____ (如需画草图,请用图 2).

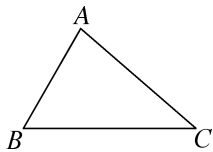


图 1

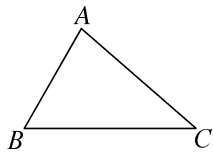
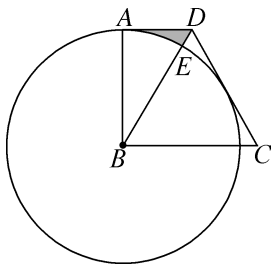


图 2

18. (本小题满分 8 分)(2021 扬州)如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle BAD = 90^\circ$, $CB = CD$,连接 BD ,以点 B 为圆心, BA 的长为半径作 $\odot B$,交 BD 于点 E .

(1) 试判断 CD 与 $\odot B$ 的位置关系,并说明理由.

(2) 若 $AB = 2\sqrt{3}$, $\angle BCD = 60^\circ$,求图中阴影部分的面积.



19. (本小题满分 8 分)(2021 南京)如图,已知 P 是 $\odot O$ 外一点.用两种不同的方法过点 P 作 $\odot O$ 的一条切线.要求:①用直尺和圆规作图;②保留作图的痕迹,写出必要的文字说明.



20. (本小题满分 8 分)(2021 镇江)如图 1,正方形 $ABCD$ 的边长为 4,点 P 在边 BC 上, $\odot O$ 经过 A, B, P 三点.

(1) 若 $BP = 3$,判断边 CD 所在直线与 $\odot O$ 的位置关系,并说明理由.

(2) 如图 2, E 是 CD 的中点, $\odot O$ 交射线 AE 于点 Q ,当 AP 平分 $\angle EAB$ 时,求 $\tan \angle EAP$ 的值.

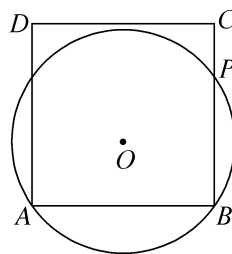


图 1

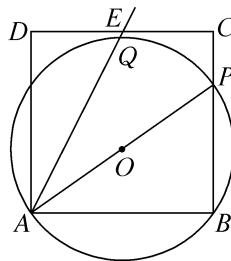


图 2

21. (本小题满分 10 分)(2022 扬州)

【问题提出】

如何用圆规和无刻度的直尺作一条直线或圆弧平分已知扇形的面积？(以下作图均不写作法，但需保留作图痕迹)

【初步尝试】

如图 1，已知扇形 OAB ，请你用圆规和无刻度的直尺过圆心 O 作一条直线，使扇形的面积被这条直线平分.

【问题联想】

如图 2，已知线段 MN ，请你用圆规和无刻度的直尺作一个以 MN 为斜边的等腰直角三角形 MNP .

【问题再解】

如图 3，已知扇形 OAB ，请你用圆规和无刻度的直尺作一条以点 O 为圆心的圆弧，使扇形的面积被这条圆弧平分.

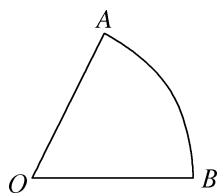


图 1

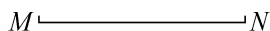


图 2

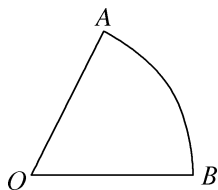


图 3

22. (本小题满分 8 分)

两汉文化看徐州，桐桐在徐州博物馆“天工汉玉”展厅参观时了解到：玉璧、玉环为我国的传统玉器，通常为正中带圆孔的扁圆形器物，据《尔雅·释器》记载：“肉倍好，谓之璧；肉好若一，谓之环。”如图 1，“肉”指边(阴影部分)，“好”指孔，其比例关系见图示，以考古发现来看，这两种玉器的“肉”与“好”未必符合该比例关系.

- (1) 若图 1 中两个大圆的直径相等，则璧与环的“肉”的面积之比为_____.
- (2) 利用圆规与无刻度的直尺，解决下列问题(保留作图痕迹，不写作法).

①图 2 为徐州狮子山楚王墓出土的“雷纹玉环”的主视图，试判断该件玉器的比例关系是否符合“肉好若一”.

②图 3 表示一件圆形玉坯，若将其加工成玉璧，且比例关系符合“肉倍好”，请画出内孔.

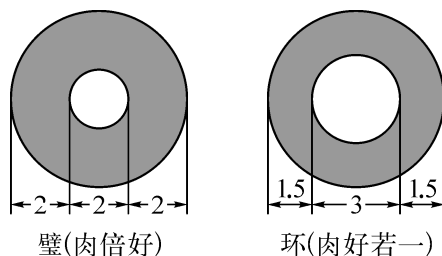


图 1

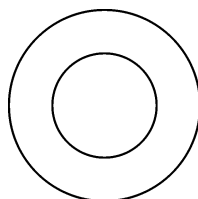


图 2

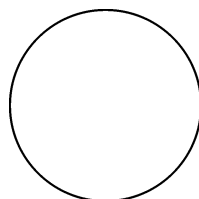


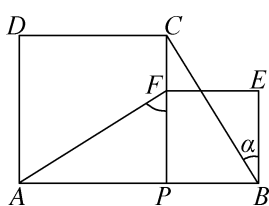
图 3

全卷满分 100 分,考试时间 60 分钟

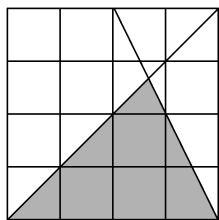
一、选择题:本大题共 7 小题,每小题 4 分,共 28 分.在每小题所给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. (2021 泰州)如图, P 为 AB 上任意一点,分别以 AP, PB 为边在 AB 同侧作正方形 $APCD$ 、正方形 $PBEF$. 设 $\angle CBE = \alpha$, 则 $\angle AFP$ 等于 ()

- A. 2α B. $90^\circ - \alpha$
C. $45^\circ + \alpha$ D. $90^\circ - \frac{1}{2}\alpha$



(第 1 题)



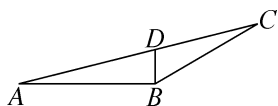
(第 2 题)

2. (2022 徐州)如图,若方格纸中每个小正方形的边长均为 1,则阴影部分的面积为 ()

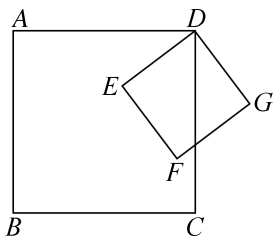
- A. 5 B. 6 C. $\frac{16}{3}$ D. $\frac{17}{3}$

3. (2021 连云港)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $BD \perp AB$, BD, AC 相交于点 D , $AD = \frac{4}{7}AC$, $AB = 2$, $\angle ABC = 150^\circ$, 则 $\triangle DBC$ 的面积是 ()

- A. $\frac{3\sqrt{3}}{14}$ B. $\frac{9\sqrt{3}}{14}$ C. $\frac{3\sqrt{3}}{7}$ D. $\frac{6\sqrt{3}}{7}$



(第 3 题)



(第 4 题)

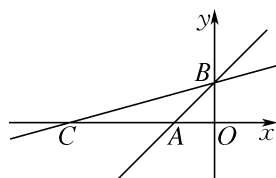
4. (2022 泰州)如图,正方形 $ABCD$ 的边长为 2, E 为与点 D 不重合的动点,以 DE 为一

边作正方形 $DEFG$. 设 $DE = d_1$, 点 F, G 与点 C 的距离分别为 d_2, d_3 , 则 $d_1 + d_2 + d_3$ 的最小值为 ()

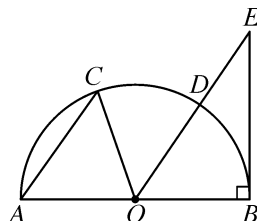
- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $2\sqrt{2}$ D. 4

5. (2021 扬州)如图,一次函数 $y = x + \sqrt{2}$ 的图像与 x 轴、 y 轴分别交于点 A, B , 把直线 AB 绕点 B 顺时针旋转 30° 交 x 轴于点 C , 则线段 AC 的长为 ()

- A. $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ B. $3\sqrt{2}$
C. $2 + \sqrt{3}$ D. $\sqrt{3} + \sqrt{2}$



(第 5 题)

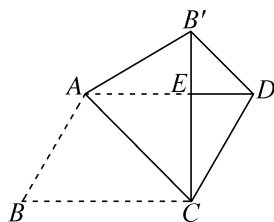


(第 6 题)

6. (2023 苏州)如图, AB 是半圆 O 的直径, 点 C, D 在半圆上, $\widehat{CD} = \widehat{DB}$, 连接 OC, CA, OD , 过点 B 作 $EB \perp AB$, 交 OD 的延长线于点 E . 设 $\triangle OAC$ 的面积为 S_1 , $\triangle OBE$ 的面积为 S_2 . 若 $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{3}$, 则 $\tan \angle ACO$ 的值为 ()

- A. $\sqrt{2}$ B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ C. $\frac{7}{5}$ D. $\frac{3}{2}$

7. (2021 苏州)如图,在平行四边形 $ABCD$ 中,将 $\triangle ABC$ 沿着 AC 所在的直线翻折得到 $\triangle AB'C$, $B'C$ 交 AD 于点 E , 连接 $B'D$. 若 $\angle B = 60^\circ$, $\angle ACB = 45^\circ$, $AC = \sqrt{6}$, 则 $B'D$ 的长是 ()

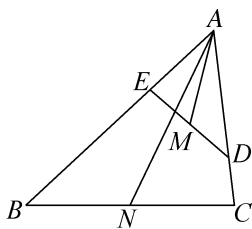


- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. $\sqrt{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$

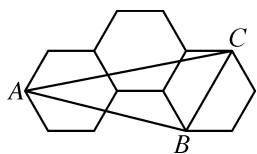
二、填空题:本大题共 7 小题,每小题 4 分,共 28 分.不需写出解答过程,请把答案直接填在题中的横线上.

8. (2021 镇江)如图,点 D, E 分别在 $\triangle ABC$ 的边 AC, AB 上, $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, M, N 分别是 DE, BC 的中点.若 $\frac{AM}{AN} = \frac{1}{2}$, 则

$$\frac{S_{\triangle ADE}}{S_{\triangle ABC}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$



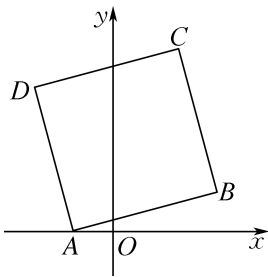
(第 8 题)



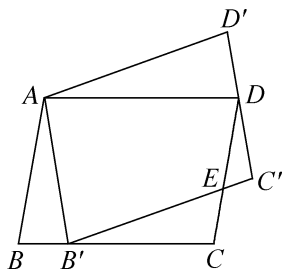
(第 9 题)

9. (2023 淮安)如图,3 个大小完全相同的正六边形无缝隙、不重叠地排在一起,连接正六边形的三个顶点得到 $\triangle ABC$, 则 $\tan \angle ACB$ 的值是 $\underline{\hspace{2cm}}$.

10. (2022 南京)在平面直角坐标系中,正方形 $ABCD$ 如图所示,点 A 的坐标是 $(-1, 0)$, 点 D 的坐标是 $(-2, 4)$, 则点 C 的坐标是 $\underline{\hspace{2cm}}$.



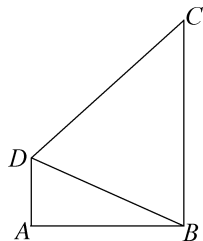
(第 10 题)



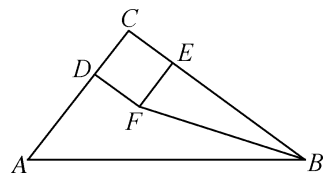
(第 11 题)

11. (2021 南京)如图,将 $\square ABCD$ 绕点 A 逆时针旋转到 $\square AB'C'D'$ 的位置,使点 B' 落在边 BC 上, $B'C'$ 与 CD 交于点 E . 若 $AB = 3$, $BC = 4$, $BB' = 1$, 则线段 CE 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

12. (2022 常州)如图,在四边形 $ABCD$ 中, $\angle A = \angle ABC = 90^\circ$, DB 平分 $\angle ADC$. 若 $AD = 1$, $CD = 3$, 则 $\sin \angle ABD = \underline{\hspace{2cm}}$.



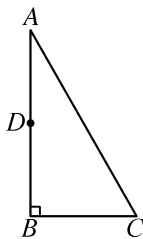
(第 12 题)



(第 13 题)

13. (2021 常州)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AC = 3$, $BC = 4$, 点 D, E 分别在 CA, CB 上, 点 F 在 $\triangle ABC$ 内. 若四边形 $CDFE$ 是边长为 1 的正方形, 则 $\sin \angle FBA = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. (2023 徐州)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $BC = 2$, D 为 AB 的中点. 若点 E 在边 AC 上, 且 $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$, 则 AE 的长为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

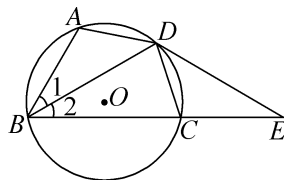


三、解答题:本大题共 3 小题,共 44 分.解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

15. (本小题满分 14 分)(2021 苏州)如图,四边形 $ABCD$ 内接于 $\odot O$, $\angle 1 = \angle 2$, 延长 BC 到点 E , 使得 $CE = AB$, 连接 ED .

(1) 求证: $BD = ED$.

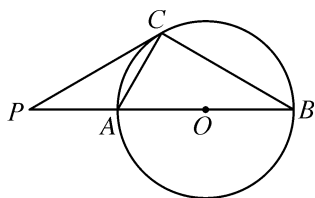
(2) 若 $AB = 4$, $BC = 6$, $\angle ABC = 60^\circ$, 求 $\tan \angle DCB$ 的值.



16. (本小题满分 14 分)(2021 盐城)如图, O 为线段 PB 上一点, 以点 O 为圆心, OB 的长为半径的 $\odot O$ 交 PB 于点 A , 点 C 在 $\odot O$ 上, 连接 PC , 满足 $PC^2 = PA \cdot PB$.

(1) 求证: PC 是 $\odot O$ 的切线.

(2) 若 $AB = 3PA$, 求 $\frac{AC}{BC}$ 的值.



- (2) 图 1 中的门在开合过程中的某一时刻, 点 F 的位置如图 3 所示, 请在图 3 中作出此时门的位置 OB (用无刻度的直尺和圆规作图, 不写作法, 保留作图痕迹).

- (3) 在门开合的过程中, $\sin \angle ONM$ 的最大值为_____.

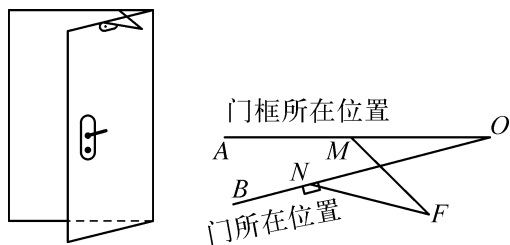


图 1

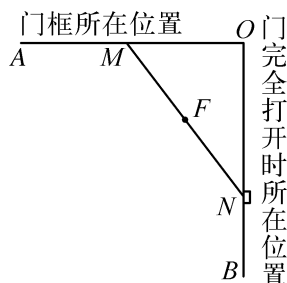


图 2

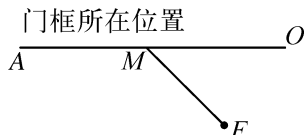


图 3

17. (本小题满分 16 分)(2023 镇江)小磊安装了一个连杆装置, 他将两根定长的金属杆各自的一个端点固定在一起, 形成的角的大小可变, 将两杆各自的另一个端点分别固定在门框和门的顶部. 图 1 是该装置的俯视图, OA, OB 分别表示门框和门所在的位置, M, N 分别是 OA, OB 上的定点, $OM = 27 \text{ cm}$, $ON = 36 \text{ cm}$, MF, NF 的长度为定值, $\angle MFN$ 的大小可变(参考数据: $\sin 37^\circ \approx 0.60$, $\cos 37^\circ \approx 0.80$, $\tan 37^\circ \approx 0.75$).

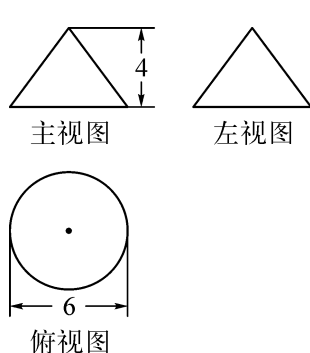
- (1) 图 2 是门完全打开时的俯视图, 此时, $OA \perp OB$, $\angle MFN = 180^\circ$, 求 $\angle MNB$ 的度数.

全卷满分 100 分,考试时间 80 分钟

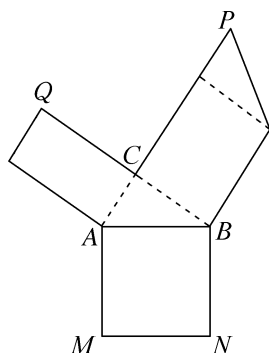
一、选择题:本大题共 8 小题,每小题 3 分,共 24 分.在每小题所给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. (2023 淮安)如图是一个几何体的三视图,则该几何体的侧面积是 ()

A. 12π B. 15π C. 18π D. 24π



(第 1 题)



(第 2 题)

2. (2022 南京)直三棱柱的表面展开图如图所示, $AC=3$, $BC=4$, $AB=5$, 四边形 $AMNB$ 是正方形, 将其折叠成直三棱柱后, 下列各点中, 与点 C 距离最大的是 ()

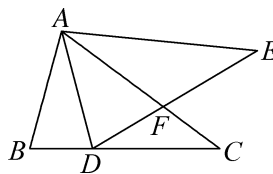
A. 点 M B. 点 N
C. 点 P D. 点 Q

3. (2022 无锡)在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=3$, $BC=4$, 以 AC 所在直线为轴, 把 $\triangle ABC$ 旋转 1 周, 得到圆锥, 则该圆锥的侧面积为 ()

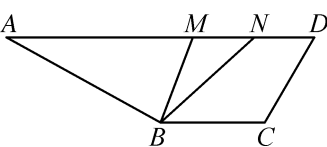
A. 12π B. 15π C. 20π D. 24π

4. (2022 扬州)如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $AB < AC$, 将 $\triangle ABC$ 以点 A 为中心逆时针旋转得到 $\triangle ADE$, 点 D 在边 BC 上, DE 交 AC 于点 F . 现有下列结论: ① $\triangle AFE \sim \triangle DFC$; ② DA 平分 $\angle BDE$; ③ $\angle CDF = \angle BAD$. 其中所有正确结论的序号是 ()

A. ①② B. ②③
C. ①③ D. ①②③



(第 4 题)



(第 5 题)

5. (2023 无锡)如图, 在四边形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $\angle DAB = 30^\circ$, $\angle ADC = 60^\circ$, $BC = CD = 2$. 若线段 MN 在边 AD 上运动, 且 $MN=1$, 则 $BM^2 + 2BN^2$ 的最小值是 ()

A. $\frac{13}{2}$ B. $\frac{29}{3}$ C. $\frac{39}{4}$ D. 10

6. (2023 南通)如图 1, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, $AC=15$, $BC=20$. 点 D 从点 A 出发沿折线 $A-C-B$ 运动到点 B 停止, 过点 D 作 $DE \perp AB$, 垂足为 E . 设点 D 运动的路径长为 x , $\triangle BDE$ 的面积为 y . 若 y 与 x 的对应关系如图 2 所示, 则 $a-b$ 的值为 ()

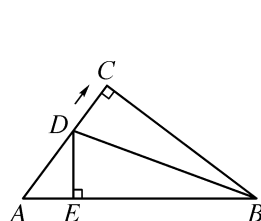


图 1

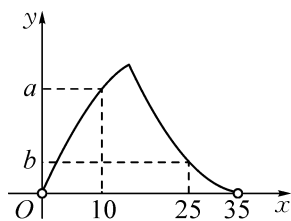


图 2

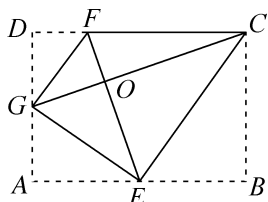
A. 54 B. 52 C. 50 D. 48

7. (2023 无锡)如图, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB=4$, $AC=x$, $\angle BAC = \alpha$, O 为 AB 的中点. 已知 D 为直线 BC 下方一点, 且 $\triangle BCD$ 与 $\triangle ABC$ 相似. 现有下列结论: ①若 $\alpha=45^\circ$, BC 与 OD 相交于点 E , 则点 E 不一定是 $\triangle ABD$ 的重心; ②若 $\alpha=60^\circ$, 则 AD 的最大值为 $2\sqrt{7}$; ③若 $\alpha=60^\circ$, $\triangle ABC \sim \triangle CBD$, 则 OD 的长为 $2\sqrt{3}$; ④若 $\triangle ABC \sim \triangle BCD$, 则当 $x=2$ 时, $AC+CD$ 取得最大值. 其中正确的为 ()

A. ①④ B. ②③
C. ①②④ D. ①③④

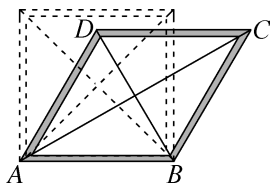
8. (2022 连云港)如图,将矩形 $ABCD$ 沿着 GE , EC , GF 翻折,使得点 A, B, D 恰好都落在点 O 处.小炜同学得出以下结论:① $GF \parallel EC$; ② $AB = \frac{4\sqrt{3}}{5}AD$; ③ $GE = \sqrt{6}DF$; ④ $OC = 2\sqrt{2}OF$; ⑤ $\triangle COF \sim \triangle CEG$. 其中正确的结论是 ()

- A. ①②③
B. ①③④
C. ①④⑤
D. ②③④

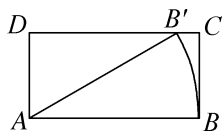


二、填空题:本大题共 8 小题,每小题 3 分,共 24 分.不需写出解答过程,请把答案直接填在题中的横线上.

9. (2022 常州)如图,将一个边长为 20 cm 的正方形活动框架(边框粗细忽略不计)扭动成四边形 $ABCD$,对角线是两根橡皮筋,其拉伸长度达到 36 cm 时才会断裂.若 $\angle BAD = 60^\circ$,则橡皮筋 AC _____ 断裂(填“会”或“不会”,参考数据: $\sqrt{3} \approx 1.732$).

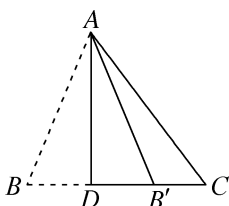


(第 9 题)

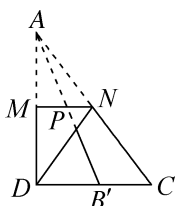


(第 10 题)

10. (2022 盐城)如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB = 2BC = 2$.将线段 AB 绕点 A 按逆时针方向旋转,使得点 B 落在边 CD 上的点 B' 处,则线段 AB 扫过的面积为 _____.
11. (2022 扬州)如图,已知三角形纸片 ABC ,第一次折叠使点 B 落在边 BC 上的点 B' 处,折痕 AD 交 BC 于点 D ;第二次折叠使点 A 落在点 D 处,折痕 MN 交 AB' 于点 P .如果 $BC = 12$,那么 $MP + MN =$ _____.

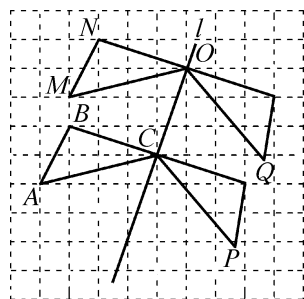


第一次折叠

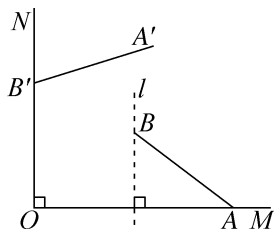


第二次折叠

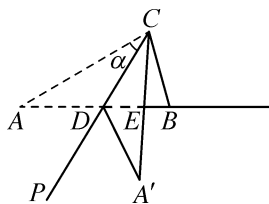
12. (2021 镇江)如图,点 A, B, C, O 在网格中小正方形的顶点处,直线 l 经过点 C, O ,将 $\triangle ABC$ 沿 l 平移得到 $\triangle MNO$, M 是点 A 的对应点,再将这两个三角形沿 l 翻折, P, Q 分别是点 A, M 的对应点.已知网格中每个小正方形的边长都等于 1,则 PQ 的长为 _____.



13. (2021 苏州)如图,射线 OM, ON 互相垂直, $OA = 8$,点 B 位于射线 OM 的上方,且在线段 OA 的垂直平分线 l 上,连接 AB , $AB = 5$.将线段 AB 绕点 O 按逆时针方向旋转得到对应线段 $A'B'$.若点 B' 恰好落在射线 ON 上,则点 A' 到射线 ON 的距离 $d =$ _____.



(第 13 题)



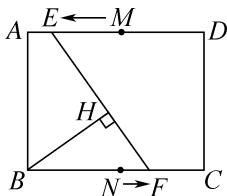
(第 14 题)

14. (2023 泰州)如图,在 $\triangle ABC$ 中, $AB = AC$, $\angle A = 30^\circ$,射线 CP 从射线 CA 开始绕点 C 逆时针旋转 α ($0^\circ < \alpha < 75^\circ$),与射线 AB 相交于点 D ,将 $\triangle ACD$ 沿射线 CP 翻折至 $\triangle A'CD$ 处,射线 CA' 与射线 AB 相交于点 E .若 $\triangle A'DE$ 是等腰三角形,则 α 的大小为 _____.

15. (2023 无锡)已知曲线 C_1, C_2 分别是函数 $y = -\frac{2}{x}$ ($x < 0$), $y = \frac{k}{x}$ ($k > 0, x > 0$) 的图像,边长为 6 的正三角形 ABC 的顶点 A 在 y 轴

正半轴上,顶点 B, C 在 x 轴上(点 B 在点 C 的左侧). 现将 $\triangle ABC$ 绕原点 O 顺时针旋转,当点 B 落在曲线 C_1 上时,点 A 恰好落在曲线 C_2 上,则 k 的值为_____.

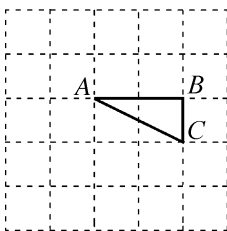
16. (2022 宿迁)如图,在矩形 $ABCD$ 中, $AB=6$, $BC=8$, M, N 分别是边 AD, BC 的中点. 某一时刻,动点 E 从点 M 出发,沿 MA 方向以每秒 2 个单位长度的速度向点 A 匀速运动;同时,动点 F 从点 N 出发,沿 NC 方向以每秒 1 个单位长度的速度向点 C 匀速运动,其中一点运动到矩形顶点时,两点同时停止运动,连接 EF ,过点 B 作 EF 的垂线,垂足为 H . 在这一运动过程中,点 H 所经过的路径长是_____.



三、解答题:本大题共 4 小题,共 52 分. 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 10 分)(2021 淮安)如图,方格纸上每个小正方形的边长均为 1 个单位长度, $\triangle ABC$ 的顶点 A, B, C 都在格点上(两条网格线的交点叫格点),请仅用无刻度的直尺按下列要求画图,并保留画图痕迹(不要求写画法).

- (1) 将 $\triangle ABC$ 绕点 A 按顺时针方向旋转 90° ,点 B 的对应点为 B_1 ,点 C 的对应点为 C_1 ,画出 $\triangle AB_1C_1$.
- (2) 连接 CC_1 ,则 $\triangle ACC_1$ 的面积为_____.
- (3) 在线段 CC_1 上画一点 D ,使得 $\triangle ACD$ 的面积是 $\triangle ACC_1$ 面积的 $\frac{1}{5}$.



18. (本小题满分 12 分)(2022 泰州)如图 1,矩形 $ABCD$ 与以 EF 为直径的半圆 O 都在直线 l 的上方,线段 AB 与点 E, F 都在直线 l 上,且 $AB=7$, $EF=10$, $BC>5$. 点 B 以每秒 1 个单位长度的速度从点 E 处出发,沿射线 EF 方向运动,矩形 $ABCD$ 随之运动,运动时间为 t s.

- (1) 如图 2,当 $t=2.5$ 时,求半圆 O 在矩形 $ABCD$ 内的弧的长度.
- (2) 在点 B 的运动过程中,当 AD, BC 都与半圆 O 相交时,设这两个交点为 G, H ,连接 OG, OH . 若 $\angle GOH$ 为直角,求此时 t 的值.

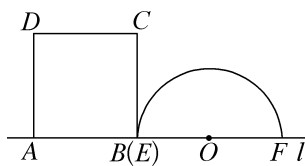


图 1

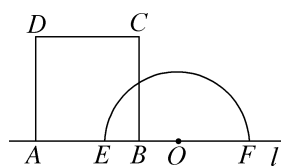
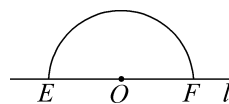


图 2



备用图

19. (本小题满分 15 分)(2022 连云港)

【问题情境】

在一次数学兴趣小组活动中,小昕同学将一大一小两个三角尺按照如图 1 所示的方式摆放,其中 $\angle ACB = \angle DEB = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, $BE = AC = 3$.

【问题探究】

小昕同学将三角尺 DEB 绕点 B 按顺时针方向旋转.

- (1) 如图 2,当点 E 落在边 AB 上时,延长 DE 交 BC 于点 F ,求 BF 的长.

- (2) 若点 C, E, D 在同一条直线上, 求点 D 到直线 BC 的距离.
- (3) 连接 DC , 取 DC 的中点 G , 当三角尺 DEB 由初始位置 (图 1), 旋转到点 C, B, D 首次在同一条直线上 (如图 3) 时, 求点 G 所经过的路径长.
- (4) 如图 4, G 为 DC 的中点, 则在旋转过程中, 点 G 到直线 AB 距离的最大值为_____.

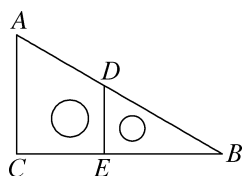


图 1

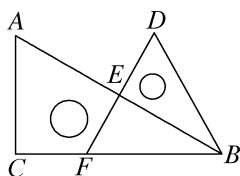
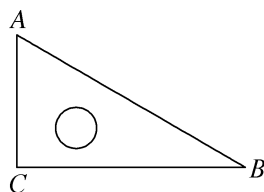


图 2



备用图

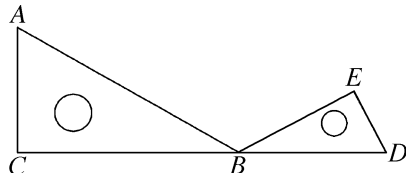


图 3

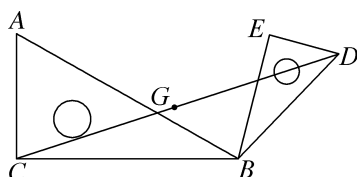


图 4

20. (本小题满分 15 分) (2022 南京) 在平面内, 先将一个多边形以自身的一个顶点为位似中心放大或缩小, 再将所得多边形沿过该点的直线翻折, 我们称这种变换为“自位似轴对称”变换, 变换前后的图形成“自位似轴对称”.

例如: 如图 1, 先将 $\triangle ABC$ 以点 A 为位似中心缩小, 得到 $\triangle ADE$, 再将 $\triangle ADE$ 沿过点 A 的直线 l 翻折, 得到 $\triangle AFG$, 则 $\triangle ABC$ 与 $\triangle AFG$ 成“自位似轴对称”.

- (1) 如图 2, 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC < BC$, $CD \perp AB$, 垂足为 D . 现有下列 3 对三角形: ① $\triangle ABC$ 与 $\triangle ACD$; ② $\triangle BAC$ 与 $\triangle BCD$; ③ $\triangle DAC$ 与 $\triangle DCB$. 其中成“自位似轴对称”的是_____ (填所有符合条件的序号).
- (2) 如图 3, 已知 $\triangle ABC$ 经过“自位似轴对称”变换得到 $\triangle ADE$, Q 是 DE 上一点, 用直尺和圆规作点 P , 使 P 与 Q 是该变换前后的对应点 (保留作图痕迹, 写出必要的文字说明).
- (3) 如图 4, 在 $\triangle ABC$ 中, D 是 BC 的中点, E 是 $\triangle ABC$ 内一点, $\angle ABE = \angle C$, $\angle BAE = \angle CAD$, 连接 DE . 求证: $DE \parallel AC$.

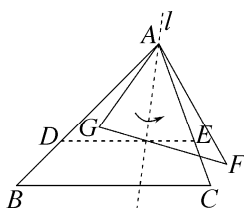


图 1

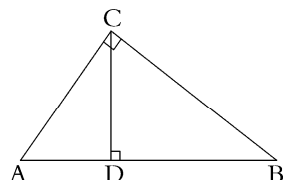


图 2

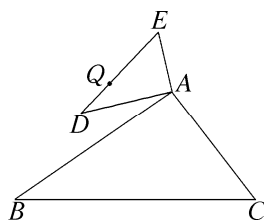


图 3

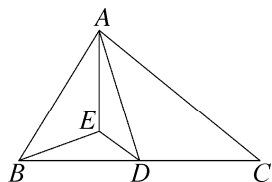


图 4

全卷满分 100 分,考试时间 30 分钟

一、选择题:本大题共 8 小题,每小题 4 分,共 32 分.在每小题所给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. (2022 无锡)已知一组数据:111,113,115,115,116,则这组数据的平均数和众数分别是 ()

A. 114,115 B. 114,114
C. 115,114 D. 115,115

2. (2023 泰州)在相同条件下的多次重复试验中,一个随机事件发生的频率为 f ,该事件发生的概率为 P .下列说法正确的是 ()

A. 试验次数越多, f 越大
B. f 与 P 都可能发生变化
C. 试验次数越多, f 越接近于 P
D. 当试验次数很大时, f 在 P 附近摆动,并趋于稳定

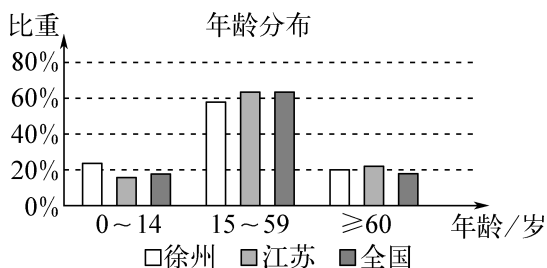
3. (2021 南通)以下调查中,适宜全面调查的是 ()

A. 了解全班同学每周体育锻炼的时间
B. 调查某批次汽车的抗撞击能力
C. 调查春节联欢晚会的收视率
D. 鞋厂检测生产的鞋底能承受的弯折次数

4. (2021 泰州)“14 人中至少有 2 人在同一个月过生日”这一事件发生的概率为 P ,则 ()

A. $P=0$ B. $0 < P < 1$
C. $P=1$ D. $P > 1$

5. (2021 徐州)第七次全国人口普查的部分结果如图所示.

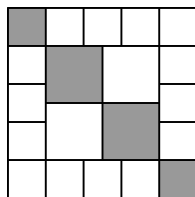


根据该统计图,下列判断错误的是 ()

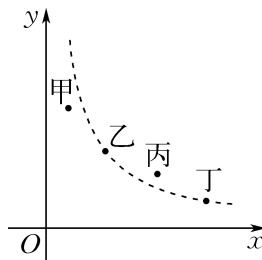
A. 徐州 0~14 岁人口比重高于全国
B. 徐州 15~59 岁人口比重低于江苏
C. 徐州 60 岁及以上人口比重高于全国
D. 徐州 60 岁及以上人口比重高于江苏

6. (2023 连云港)如图是由 16 个相同的小正方形和 4 个相同的大正方形组成的图形,在这个图形内任取一点 P ,则点 P 落在阴影部分的概率为 ()

A. $\frac{5}{8}$ B. $\frac{13}{50}$ C. $\frac{13}{32}$ D. $\frac{5}{16}$



(第 6 题)



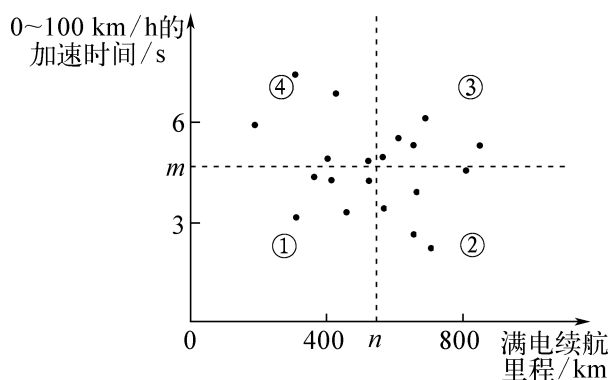
(第 7 题)

7. (2022 扬州)某市举行中学生党史知识竞赛,如图,用四个点分别描述甲、乙、丙、丁四所学校竞赛成绩的优秀率(该校优秀人数与该校参加竞赛人数的比值) y 与该校参加竞赛人数 x 的情况,其中描述乙、丁两所学校情况的点恰好在同一个反比例函数的图像上,则这四所学校在这次党史知识竞赛中成绩优秀人数最多的是 ()

A. 甲 B. 乙 C. 丙 D. 丁

8. (2022 常州)某汽车评测机构对市面上多款新能源汽车的 0~100 km/h 的加速时间和满电续航里程进行了性能评测,评测结果绘制如图所示,每个点都对应一款新能源汽车的评测数据.已知 0~100 km/h 的加

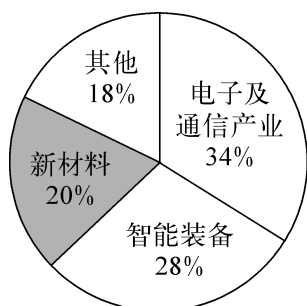
速时间的中位数是 m s, 满电续航里程的中位数是 n km, 相应的直线将平面分成了①②③④四个区域(直线不属于任何区域). 欲将最新上市的两款新能源汽车的评测数据对应的点绘制到平面内, 若以上两组数据的中位数均保持不变, 则这两个点可能分别落在 ()



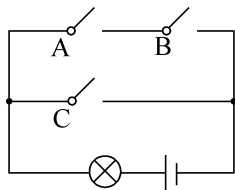
- A. 区域①、② B. 区域①、③
C. 区域①、④ D. 区域③、④

二、填空题: 本大题共 8 小题, 每小题 4 分, 共 32 分. 不需写出解答过程, 请把答案直接填在题中的横线上.

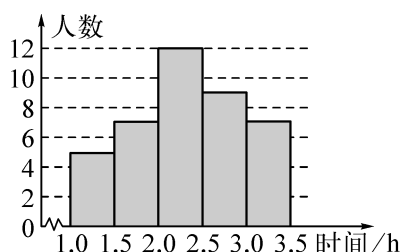
9. (2021 泰州) 某班按课外阅读时间将学生分为 3 组, 第 1, 2 组的频率分别为 0.2, 0.5, 则第 3 组的频率是_____.
10. (2021 镇江) 小丽的笔试成绩为 100 分, 面试成绩为 90 分. 若笔试成绩、面试成绩按 6 : 4 计算平均成绩, 则小丽的平均成绩是_____分.
11. (2023 苏州) 小惠同学根据某市统计局发布的 2023 年第一季度高新技术产业产值数据, 绘制了如图所示的扇形统计图, 则“新材料”所对应扇形的圆心角度数是_____.



12. (2022 盐城) 如图, 电路图上有 A, B, C 三个开关和一个小灯泡, 闭合开关 C 或者同时闭合开关 A, B, 都可使小灯泡发光. 现任意闭合其中一个开关, 则小灯泡发光的概率等于_____.



13. (2023 泰州) 七年级(1)班 40 名同学上周家务劳动时间的频数分布直方图如图所示. 设这组数据的中位数为 m h, 则 m _____ 2.6 (填“>”“<”或“=”).



14. (2022 镇江改编) 第 1 组数据为 $0, 0, 0, 1$, $1, 1$, 第 2 组数据为 $\overbrace{0, 0, \dots, 0}^{m \text{ 个 } 0}, \overbrace{1, 1, \dots, 1}^{n \text{ 个 } 1}$, 其中 m, n 是正整数. 现有下列结论: ①当 $m=n$ 时, 两组数据的平均数相等; ②当 $m>n$ 时, 第 1 组数据的平均数小于第 2 组数据的平均数; ③当 $m<n$ 时, 第 1 组数据的中位数小于第 2 组数据的中位数; ④当 $m=n$ 时, 第 2 组数据的方差小于第 1 组数据的方差. 其中正确的是_____ (填序号).
15. (2022 镇江) 从 2 021, 2 022, 2 023, 2 024, 2 025 这五个数中任意抽取三个数, 抽到中位数是 2 022 的三个数的概率等于_____.
16. (2021 镇江) 一只不透明的袋子中装有 1 个黄球, 现放入若干个红球, 它们与黄球除颜色外都相同, 搅匀后从中任意摸出 2 个球, 使得 $P(\text{摸出 1 红 1 黄}) = P(\text{摸出 2 红})$, 则放入的红球个数为_____.

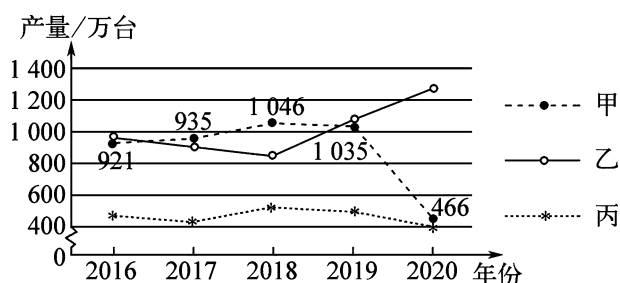
三、解答题:本大题共 3 小题,共 36 分. 解答时应写出必要的文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分 12 分)(2021 苏州)4 张相同的卡片上分别写有数字 0,1,-2,3,将卡片的背面朝上,洗匀后从中任意抽取 1 张,将卡片上的数字记录下来;再从余下的 3 张卡片中任意抽取 1 张,同样将卡片上的数字记录下来.

(1) 第一次抽取的卡片上数字是负数的概率为_____.

(2) 小敏设计了如下游戏规则:当第一次记录下来的数字减去第二次记录下来的数字所得结果为非负数时,甲获胜;否则,乙获胜. 小敏设计的游戏规则公平吗? 为什么(请用画树状图或列表等方法说明理由)?

18. (本小题满分 12 分)(2021 泰州)近年来,我省家电业的发展发生了新变化. 以甲、乙、丙 3 种家电为例,将这 3 种家电 2016—2020 年的产量(单位:万台)绘制成如图所示的折线统计图,图中只标注了甲种家电产量的数据.



观察统计图回答下列问题.

(1) 这 5 年甲种家电产量的中位数为_____万台.

(2) 若将这 5 年家电产量按年份绘制成 5 个扇形统计图,每个统计图只反映

该年这 3 种家电产量占比,其中有 1 个扇形统计图的某种家电产量占比对应的圆心角大于 180° ,则这个扇形统计图对应的年份是_____年.

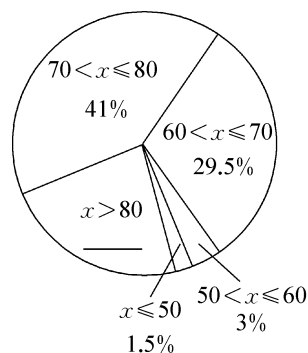
(3) 小明认为:某种家电产量的方差越小,说明该家电发展趋势越好. 你同意他的观点吗? 请结合图中乙、丙两种家电产量变化情况说明理由.

19. (本小题满分 12 分)(2022 无锡)某中学八年级共有 200 名学生,新学期学校组织八年级学生参加 30 s 跳绳训练,开学初和学期末分别对八年级全体学生进行了摸底测试和最终测试,两次测试数据如下:

某中学八年级学生 30 s 跳绳测试成绩的频数分布表

跳绳个数(x)	$x \leq 50$	$50 < x \leq 60$	$60 < x \leq 70$	$70 < x \leq 80$	$x > 80$
频数(摸底测试)	19	27	72	a	17
频数(最终测试)	3	6	59	b	c

某中学八年级学生 30 s 跳绳最终测试成绩的扇形统计图



(1) 表格中 $a =$ _____.

(2) 请把如图所示的扇形统计图补充完整(只需标注相应的数据).

(3) 请问经过一个学期的训练,该校八年级学生最终测试 30 s 跳绳超过 80 个的人数是多少?

答案全解精析

A01 经典专题卷一 数与式

1. C 2. D 3. B 4. B 5. D 6. D 7. D
8. D 9. A 10. A 11. C

12. B 提示:根据题意,得 $A_1, A_2, A_3, B_1, B_2, B_3$ 都等于 $3 \times 2^n + \text{常数}$, 所以 $789 = 3 \times 2^n + \text{常数}$. 因为 $789 \div 3 = 263, 2^8 = 256, 2^9 = 512$, 所以 $n = 8$, 所以 $789 = 3 \times 2^8 + \text{常数}$, 所以常数为 21. 在四个选项中, 三个式子中的常数相加等于 21 的只有 B_1 .

13. 2 -2 14. 2.8×10^{-9} 15. 11

16. 1 000 17. $(3x+1)^2$ 18. 3 19. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

20. -1 012

21. 24 提示:设 $AE = x$ cm, 则 $AF = (10-x)$ cm, $AB = (x+2)$ cm, $AD = (10-x+2)$ cm $= (12-x)$ cm, 所以阴影部分的面积为 $(12-x)(x+2) - x(10-x) = 24(\text{cm}^2)$.

22. 99 提示:观察各点的坐标发现,横、纵坐标和为 0 的点有 1 个,横、纵坐标和为 1 的点有 2 个,横、纵坐标和为 2 的点有 3 个……依次类推,横、纵坐标和为 n (n 为非负整数)的点有 $(n+1)$ 个,且这 $(n+1)$ 个点的横坐标由 n 开始依次递减 1. 因为点 $(6, 7)$ 的横、纵坐标和为 13, 而横、纵坐标和小于 13 的点有 $1+2+3+\dots+13=91$ (个), 第 92 个点的坐标为 $(13, 0)$. 因为 $13-6=7, 92+7=99$, 所以 $(6, 7)$ 是第 99 个点.

23. $b < c < a$ 提示: $a-b = (2m^2-mn)-(mn-2n^2) = 2(m^2-mn+n^2) = 2\left(m-\frac{1}{2}n\right)^2 + \frac{3}{2}n^2 > 0$, 即 $a > b$ (当且仅当 $m=n=0$ 时, $a=b$, 但与题意不符, 舍); $a-c = (2m^2-mn)-(m^2-n^2) = m^2-mn+n^2 > 0$, 即 $a > c$; $c-b = (m^2-n^2)-(mn-2n^2) = m^2-mn+n^2 > 0$, 即 $c > b$, 所以 $b < c < a$.

24. 2 提示:因为直线 $l_2: y=x$ 与 y 轴所夹锐角是 45° , 所以 $\triangle OAO_1, \triangle O_1A_1O_2, \dots$ 都是等腰直角三角形, 所以 $OA=O_1A, O_1A_1=O_2A_1, O_2A_2=O_3A_2, \dots$. 同理, 易知 $\text{Rt}\triangle AO_1A_1, \text{Rt}\triangle A_1O_2A_2, \dots$ 都是直角边之

比为 $1:2$ 的直角三角形. 因为点 A 的坐标为 $(0, 1)$, 所以点 O_1 的横坐标为 1, 所以点 A_1 的坐标为 $\left(1, \frac{3}{2}\right)$,

所以 $OA = a_1 = 1, O_1A_1 = a_2 = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}, O_2A_2 =$

$a_3 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}, O_3A_3 = a_4 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}, \dots,$

$O_{n-1}A_{n-1} = a_n = \frac{1}{2^{n-1}}$, 所以 $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n = 1 +$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}$. 设 $M = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$, 则由

$M - \frac{1}{2}M = 1 - \frac{1}{2^n}$, 得 $M = 2 - \frac{1}{2^{n-1}}$, 所以 $2 - \frac{1}{2^{n-1}} \leq S$,

所以 S 的最小值为 2.

25. 解:原式 $= 2 + 2\sqrt{3} - 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2$.

26. 解:原式 $= \frac{a-b}{a+b}$.

27. 解:原式 $= 2x^2 - \frac{4}{3}x + 1$. 当 $3x^2 - 2x - 3 =$

0, 即 $x^2 - \frac{2}{3}x = 1$ 时, 原式 $= 2\left(x^2 - \frac{2}{3}x\right) +$

$1 = 3$.

A02 经典专题卷二 方程与不等式

1. D 2. A 3. B 4. B 5. B 6. D 7. C

8. D 提示:将 m 视为参数, 由 $\begin{cases} x+y+m=6, \\ 3x-y+m=4, \end{cases}$ 得

$$\begin{cases} x = \frac{5-m}{2}, \\ y = \frac{7-m}{2}. \end{cases} \text{ 所以 } -2xy + 1 = -\frac{1}{2}(5-m)(7-m) +$$

$1 = -\frac{1}{2}(m-6)^2 + \frac{3}{2}$. 因为 m 为实数, 所以 $-2xy +$

$1 \leq \frac{3}{2}$. (将 x 或 y 视为参数同理亦可解之)

9. $x = -3$ 10. $0 < x < \frac{1}{2}$ 11. 1 12. -2

13. 8 尺 14. 2

15. $x > 3$ 提示:设一次函数 $y = kx + b$ 的图像交 y 轴

于点 B , 交 x 轴于点 A , 则点 $B(0, b)$, $A(2, 0)$. 在射线 OB 上截取 $OD = \frac{3}{2}OB$, 则点 $D(0, \frac{3}{2}b)$. 过点 D 作 $DC \parallel AB$, 交 x 轴于点 C , 则直线 CD 的函数表达式为 $y = kx + \frac{3}{2}b$, 且 $\triangle OAB \sim \triangle OCD$, 所以 $\frac{OB}{OD} = \frac{OA}{OC}$, 所以 $OC = 3$, 所以点 $C(3, 0)$, 所以关于 x 的不等式 $kx + \frac{3}{2}b > 0$ 的解集为 $x > 3$.

16. $\frac{44}{3}$ 提示: 原式 $= 5m^2 + 5n^2 - 12mn = 5(2 + mn) - 12mn = 10 - 7mn$. 因为 $(m + n)^2 \geq 0$, 即 $m^2 + n^2 + 2mn \geq 0$, 所以 $2 + mn + 2mn \geq 0$, 即 $mn \geq -\frac{2}{3}$, 所以 $10 - 7mn \leq \frac{44}{3}$, 即原式的最大值为 $\frac{44}{3}$.

17. 解: (1) 不等式组的解集为 $-\frac{5}{2} \leq x < 1$, 其所有整数解为 $-2, -1, 0$.

(2) 原方程组的解为 $\begin{cases} x=2, \\ y=3. \end{cases}$ 代入 $ax + y = 4$, 得 $a = \frac{1}{2}$.

18. 解: (1) 设甲种水果的进价为每千克 a 元, 乙种水果的进价为每千克 b 元.

根据题意, 得 $\begin{cases} 60a + 40b = 1\ 520, \\ 30a + 50b = 1\ 360, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} a=12, \\ b=20. \end{cases}$

答: 甲种水果的进价为每千克 12 元, 乙种水果的进价为每千克 20 元.

(2) 设该水果店第三次购进 x kg 甲种水果, 则购进 $(200 - x)$ kg 乙种水果. 根据题意, 得 $12x + 20(200 - x) \leq 3\ 360$, 解得 $x \geq 80$. 设获得的利润为 w 元. 根据题意, 得 $w = (17 - 12) \times (x - m) + (30 - 20) \times (200 - x - 3m) = -5x - 35m + 2\ 000$. 因为 $-5 < 0$, 所以 w 随 x 的增大而减小, 所以当 $x = 80$ 时, $w_{\text{最大值}} = -35m + 1\ 600$. 根据题意, 得 $-35m + 1\ 600 \geq 800$, 解得 $m \leq \frac{160}{7}$.

所以正整数 m 的最大值为 22.

19. 解: (1) 根据题意可知, 较大矩形的宽为 $2x$ m, 长为 $\frac{24 - x - 2x}{3} = (8 - x)$ m.

所以 $(x + 2x)(8 - x) = 36$, 解得 $x_1 = 2, x_2 = 6$. 经检验, 当 $x = 6$ 时, $3x = 18 > 10$, 不符合题意, 故舍去. 所以 $x = 2$.

答: 此时 x 的值为 2.

(2) 设矩形养殖场的总面积是 y m². 因为墙的长度为 10 m, 所以 $0 < x \leq \frac{10}{3}$.

根据题意, 得 $y = (x + 2x)(8 - x) = -3x^2 + 24x = -3(x - 4)^2 + 48$, 所以当 $x = \frac{10}{3}$ 时, $y_{\text{最大值}} = -3 \times (\frac{10}{3} - 4)^2 + 48 = \frac{140}{3}$.

答: 当 $x = \frac{10}{3}$ 时, 矩形养殖场的总面积最大, 最大值为 $\frac{140}{3}$ m².

20. 解: (1) 设一等奖奖品的单价为 $4x$ 元/件, 则二等奖奖品的单价为 $3x$ 元/件. 根据题意, 得 $\frac{600}{4x} + \frac{1\ 275 - 600}{3x} = 25$, 解得 $x = 15$.

经检验, $x = 15$ 是原方程的解, 且符合题意, 所以 $4x = 60, 3x = 45$.

答: 一等奖奖品的单价为 60 元/件, 二等奖奖品的单价为 45 元/件.

(2) 设购买一等奖奖品 m 件, 二等奖奖品 n 件. 根据题意, 得 $60m + 45n = 1\ 275$, 即 $4m + 3n = 85$. 因为 m, n 均为正整数, 且 $4 \leq m \leq 10$, 所以当 $m = 4$ 时, $n = 23$; 当 $m = 7$ 时, $n = 19$; 当 $m = 10$ 时, $n = 15$.

答: 共有 3 种购买方式: ①购买 4 件一等奖奖品, 23 件二等奖奖品; ②购买 7 件一等奖奖品, 19 件二等奖奖品; ③购买 10 件一等奖奖品, 15 件二等奖奖品.

21. 解: (1) 根据题意, 得 $\frac{1\ 800}{x + 300} = \frac{1\ 200}{x}$, 解得 $x = 600$. 经检验, $x = 600$ 是该方程的解, 且符合题意.

(2) 设甲工程队单独施工 m 天, 则乙工程队单独施工 $(22 - m)$ 天. 根据题意, 得 $(600 + 300)m + 600(22 - m) \geq 15\ 000$, 解得 m

≥6. 设该段时间内体育中心需要支付 W 元施工费用. 由题意, 得 $W = 3\,600m + 2\,200(22 - m)$, 即 $W = 1\,400m + 48\,400$. 因为 $1\,400 > 0$, 所以 W 随 m 的增大而增大, 所以当 $m = 6$ 时, W 的值最小, 最小值为 $1\,400 \times 6 + 48\,400 = 56\,800$.

答: 该段时间内体育中心至少需要支付 56 800 元施工费用.

A03 经典专题卷三 函数

1. B 2. B 3. D 4. D 5. D 6. C

7. A 提示: 因为直线 $y = x + 1$ 与 $y = x - 1$ 关于原点

成中心对称, 双曲线 $y = \frac{k}{x} (k > 0)$ 关于原点成中心对称, 所以四边形 $ABCD$ 是平行四边形, 且该平行四边形的对称中心为点 O . 连接 OA, OB , 则 $S_{\triangle AOB} = \frac{1}{4} S_{\text{四边形}ABCD} = 1$. 设直线 AB 交 x 轴于点 E , 交 y 轴于

点 F , 则 $OE = OF = 1$. 由方程组 $\begin{cases} y = \frac{k}{x}, \\ y = x + 1, \end{cases}$ 得 $x^2 +$

$x - k = 0$. 由 $x_1 + x_2 = -1, x_1 \cdot x_2 = -k$, 得 $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 1 + 4k$, 则 $|x_1 - x_2| = \sqrt{1 + 4k}$, 即点 A, B 横坐标差的绝对值为 $\sqrt{1 + 4k}$.

因为 $S_{\triangle AOB} = S_{\triangle AOF} + S_{\triangle OFB}$, 而 $\triangle AOF$ 和 $\triangle OFB$ 都可以看成以 OF 为底的三角形, 所以 $\frac{1}{2} \times 1 \times \sqrt{1 + 4k} =$

1, 解得 $k = \frac{3}{4}$.

8. C 提示: 过点 O 作 $OG \perp AB$, 垂足为 G . 由题, 得 $\angle BAC = 30^\circ$, 则 $AC = 4\sqrt{3}, AB = 8$. 在 $\square ABCD$ 中, $OA = \frac{1}{2}AC = 2\sqrt{3}$, 则 $AG = 3, OG = \sqrt{3}$, 所以 $EG = |x - 5|$. 由勾股定理, 得 $y = OE^2 = OG^2 + EG^2 = (\sqrt{3})^2 + (x - 5)^2 = (x - 5)^2 + 3 (0 \leq x \leq 8)$.

9. $k \geq 1$ 10. $(2, 3)$ 11. 1 264

12. 4 提示: 画出函数 $y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$ 的图像, 则顶点 $C(1, -4)$, 过点 C 作直线 $CE \perp x$ 轴于点 E , 在射线 CE 上截取 $FE = CE$, 过点 F 作直线 $AB \parallel x$ 轴, 交抛物线于点 A, B . 当 $m = 4$ 时, 图像上只有三个点到 x 轴的距离等于 4; 当 $m < 4$ 时, 图像上有四个点到 x 轴的距离等于 m ; 当 $m > 4$ 时, 图像上有两个点到 x 轴的距离等于 m . 所以 m 的值为 4.

13. $\frac{3\sqrt{10}}{10}$ 提示: 由条件, 得 $n^2 = m + 4$, 所以 $3n^2 - 9 =$

$3(m + 4) - 9 = 3m + 3$, 则 $OP = \sqrt{m^2 + (3m + 3)^2} = \sqrt{10\left(m + \frac{9}{10}\right)^2 + \frac{9}{10}}$, 当 $m = -\frac{9}{10}$ 时, 点 P 到原点 O

的距离有最小值, 最小值为 $\frac{3\sqrt{10}}{10}$. (若设 $x = m$, 则 $y = 3n^2 - 9 = 3x + 3$, 即点 P 在直线 $y = 3x + 3$ 上, 所以也可由几何中“垂线段最短”这一公理解决此题)

14. 5 提示: 由题图 2 可知, 当 $a \leq x \leq a + 3$, 即 $\triangle A'B'C'$ 在 $\triangle ABC$ 内部移动时, $y = \sqrt{3}$, 即 $\triangle A'B'C'$ 的面积为 $\sqrt{3}$. 结合题图 1, 由运动可知, 当 $x = a$ 时, 点 B' 与点 B 重合, 所以 $B'C' = a$; 当 $x = a + 3$ 时, 点 C' 与点 C 重合, 所以 $BC = a + 3$. 因为 $\triangle A'B'C'$ 为等边三角形, 所以 $\triangle A'B'C'$ 的高 $A'H = \frac{\sqrt{3}}{2}a$, 所以 $\frac{1}{2}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}a = \sqrt{3}$, 所以 $a = 2$ (负值舍去), 所以 $\triangle ABC$ 的边长为 $BC = a + 3 = 5$.

15. $-\frac{8}{3}$ 提示: 因为 $S_{\text{矩形}OABC} = 6$, 所以 $S_{\triangle ACO} = \frac{1}{2}S_{\text{矩形}OABC} = 3$. 由条件易证 $\triangle AOD \sim \triangle ACO$. 因为 $\cos \angle OAC = \frac{AO}{AC} = \frac{2}{3}$, 所以 $\frac{S_{\triangle AOD}}{S_{\triangle ACO}} = \left(\frac{AO}{AC}\right)^2 = \frac{4}{9}$, 所以 $S_{\triangle AOD} = \frac{4}{9}S_{\triangle ACO} = \frac{4}{3}$. 根据 k 的几何意义以及反比例函数图像位于第二象限, 可得 $k = -2S_{\triangle AOD} = -\frac{8}{3}$.

16. ②③ 提示: ①中, 因为 $y_1 - y_2 = x - 5 - 3x - 2 = -2x - 7$, 所以当 $1 \leq x \leq 2$ 时, $-11 \leq y_1 - y_2 \leq -9$, 故①错误; ②中, 因为 $y_1 - y_2 = x - 5 - x^2 + 4x = -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$, 所以当 $3 \leq x \leq 4$ 时, $-1 \leq y_1 - y_2 \leq 1$, 故②正确; ③中, 因为 $y_1 - y_2 = x^2 - 1 - 2x^2 + x = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4}$, 所以当 $0 \leq x \leq 1$ 时, $-1 \leq y_1 - y_2 \leq -\frac{3}{4}$, 即 $-1 \leq y_1 - y_2 \leq 1$ 恒成立, 故③正确; ④中, 因为 $y_1 - y_2 = x - 5 - x^2 + 4x = -x^2 + 5x - 5 = -\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + \frac{5}{4}$, 所以当 $2 \leq x \leq 3$ 时, $1 \leq y_1 - y_2 \leq \frac{5}{4}$, 故④错误.

17. 解: (1) 由待定系数法可求, y 关于 x 的函数表达式为 $y = \begin{cases} -x + 70 (22 \leq x \leq 30), \\ -2x + 100 (30 < x \leq 45). \end{cases}$

(2) 设利润为 w 元. 当 $22 \leq x \leq 30$ 时, $w = (x-20)(-x+70) = -x^2 + 90x - 1400 = -(x-45)^2 + 625$. 因为在 $22 \leq x \leq 30$ 范围内, w 随 x 的增大而增大, 所以当 $x = 30$ 时, w 最大, 最大值是 400; 当 $30 < x \leq 45$ 时, $w = (x-20)(-2x+100) = -2x^2 + 140x - 2000 = -2(x-35)^2 + 450$, 所以当 $x = 35$ 时, w 最大, 最大值是 450. 因为 $450 > 400$, 所以当销售价格定为 35 元/kg 时, 该商店销售这款食品每天获得的销售利润最大, 最大销售利润是 450 元.

18. (1) 2

(2) 证明: 由(1)可知点 $A\left(a, \frac{2}{a}\right)$. 因为 $AC \perp y$ 轴, $BD \perp y$ 轴, $AC = BD$, 点 B 在反比例函数 $y = \frac{6}{x}$ ($x < 0$) 的图像上, 所以点 $B\left(-a, -\frac{6}{a}\right)$. 易证 $\triangle ACF \cong \triangle BDF$, 所以 $CF = DF$, 即 $\frac{2}{a} - m = m + \frac{6}{a}$, 所以 $am = -2$.

(3) $\left(\frac{6}{5}, \frac{5}{3}\right)$ 提示: 连接 EF . 由(2)可知, $CF = DF$, 所以当 $\angle CED = 90^\circ$ 时, $EF = CF$. 设点 $F(0, m)$, 则 $EF^2 = 2^2 + (1-m)^2$. 由(2)可知, $CF = \frac{2}{a} - m$, $am = -2$, 所以 $CF = -2m$, 所以 $2^2 + (1-m)^2 = (-2m)^2$, 解得 $m = 1$ (舍去) 或 $m = -\frac{5}{3}$, 所以 $a = -\frac{2}{m} = \frac{6}{5}$, 所以点 A 的坐标为 $\left(\frac{6}{5}, \frac{5}{3}\right)$.

19. 解: (1) 若每分钟向甲注水 40 m^3 , 则每分钟向乙注水 $100 - 40 = 60 (\text{m}^3)$. 所以注满甲水池需要 $\frac{3000-1200}{40} = 45 (\text{min})$, 注满乙水池需要 $\frac{3000-300}{60} = 45 (\text{min})$. 所以两个水池同时被注满, 则 $y_1 = 40x + 1200$ ($0 \leq x \leq 45$), $y_2 = 60x + 300$ ($0 \leq x \leq 45$).

(2) 若每分钟向甲注水 50 m^3 , 则每分钟向乙注水 $100 - 50 = 50 (\text{m}^3)$, 所以注满甲水池需

要 $\frac{3000-1200}{50} = 36 (\text{min})$, 注满乙水池需要

$\frac{3000-300}{50} = 54 (\text{min})$, 所以先注满甲水池.

当 $0 \leq x \leq 36$ 时, $y_2 = 50x + 300$; 当 $x = 36$ 时, $y_2 = 50 \times 36 + 300 = 2100$, 所以注满乙水池还需 $\frac{3000-2100}{100} = 9 (\text{min})$; 当 $36 < x \leq$

45 时, $y_2 = 100(x-36) + 2100 = 100x - 1500$. 故 $y_2 = \begin{cases} 50x+300 & (0 \leq x \leq 36), \\ 100x-1500 & (36 < x \leq 45). \end{cases}$

函数图像略.

(3) 由于甲比乙提前 3 min 被注满, 所以最后 3 min 每分钟向乙注入 100 m^3 水, 所以在甲刚被注满时, 乙水池里的水量为 $3000 - 100 \times 3 = 2700 (\text{m}^3)$, 所以 $\frac{3000-1200}{a} = \frac{2700-300}{100-a}$, 解得 $a = \frac{300}{7}$. 经检验, $a = \frac{300}{7}$ 是该方程的解, 所以 $a = \frac{300}{7}$.

20. 解: (1) 由负到正

(2) 设轨道 AB 的长为 $n \text{ m}$. 当滑块从左向右滑动时, $l_1 + l_2 + 1 = n$, 所以 $l_2 = n - l_1 - 1$, 所以 $d = l_1 - l_2 = l_1 - (n - l_1 - 1) = 2l_1 - n + 1 = 2 \times 9t - n + 1 = 18t - n + 1$, 所以 d 是关于 t 的一次函数. 因为当 $t = 4.5$ 和 $t = 5.5$ 时, 与之对应的 d 的两个值互为相反数, 所以当 $t = 5$ 时, $d = 0$, 即 $18 \times 5 - n + 1 = 0$, 解得 $n = 91$, 所以滑块从点 A 到点 B 所用时间为 $(91-1) \div 9 = 10 (\text{s})$. 因为滑块在往返过程中总用时为 27 s, 且在点 B 停顿 2 s, 所以滑块从点 B 返回到点 A 所用的时间为 15 s, 所以滑块返回的速度为 $(91-1) \div 15 = 6 (\text{m/s})$. 当 $12 \leq t \leq 27$ 时, $l_2 = 6(t-12)$, 所以 $l_1 = 91 - 1 - l_2 = 90 - 6(t-12) = 162 - 6t$, 所以在滑块从点 B 到点 A 的滑动过程中, $d = l_1 - l_2 = 162 - 6t - 6(t-12) = -12t + 234$ ($12 \leq t \leq 27$).

(3) 当 $0 \leq t \leq 10$ 时, 根据题意, 得 $18t - 90 = 18$, 解得 $t = 6$; 当 $12 \leq t \leq 27$ 时, 根据题意, 得

$-12t+234=18$, 解得 $t=18$.

综上所述, 当 $d=18$ 时, t 的值为 6 和 18.

21. 解: (1) 因为抛物线 $y=mx^2+(m^2+3)x-(6m+9)$ 经过点 $B(3,0)$, 所以 $9m+(m^2+3) \times 3-(6m+9)=0$, 解得 $m=0$ (舍) 或 $m=-1$, 所以抛物线的函数表达式为 $y=-x^2+4x-3$, 所以点 $C(0,-3)$. 由待定系数法可求, 直线 BC 对应的函数表达式为 $y=x-3$.

(2) $P(2,1)$ 或 $P\left(\frac{3+\sqrt{17}}{2}, \frac{-7+\sqrt{17}}{2}\right)$ 或

$P\left(\frac{3-\sqrt{17}}{2}, \frac{-7-\sqrt{17}}{2}\right)$ 提示: 因为 $S_{\triangle PBC}=S_{\triangle ABC}$, 所以点 P 到 BC 的距离与点 A 到 BC 的距离相等. 过点 A 作直线 $l_1 \parallel BC$, 则由 (1) 可知, 直线 l_1 :

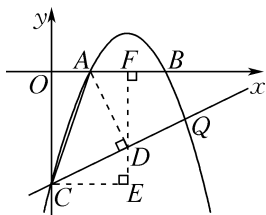
$y=x-1$. 易知此时 l_1 与抛物线的交点 (异于点 A) 符合题意. 解方程组 $\begin{cases} y=x-1, \\ y=-x^2+4x-3, \end{cases}$ 得

$\begin{cases} x_1=1, \\ y_1=0 \end{cases}$ (舍); $\begin{cases} x_2=2, \\ y_2=1, \end{cases}$ 则点 $P(2,1)$. 易知直线 l_1 交 y 轴于点 $(0,-1)$. 由对称性可知, 直线 l_1 关于 BC 的对称直线 l_2 与抛物线的交点也符合题意. 因为点 $C(0,-3)$, 所以将直线 l_1 向下平移 4 个单位长度, 可得直线

$l_2: y=x-5$. 解方程组 $\begin{cases} y=x-5, \\ y=-x^2+4x-3, \end{cases}$ 得

$\begin{cases} x_1=\frac{3+\sqrt{17}}{2}, \\ y_1=\frac{-7+\sqrt{17}}{2} \end{cases}$ 或 $\begin{cases} x_2=\frac{3-\sqrt{17}}{2}, \\ y_2=\frac{-7-\sqrt{17}}{2} \end{cases}$, 则点 $P\left(\frac{3+\sqrt{17}}{2}, \frac{-7+\sqrt{17}}{2}\right)$ 或 $P\left(\frac{3-\sqrt{17}}{2}, \frac{-7-\sqrt{17}}{2}\right)$.

(3) 如图, 过点 A 作 $AD \perp CQ$ 于点 D , 过点 D 作 $DF \perp x$ 轴于点 F , 过点 C 作 $CE \perp DF$ 于点 E . 当 $\angle ACQ=45^\circ$ 时, 易证 $\triangle CDE \cong \triangle DAF$, 所以 $AF=DE, CE=DF$. 设 $DE=AF=a$, 则 $DF=CE=OF=a+1$. 因为 $DF=EF-DE=OC-DE=3-a$, 所以 $a+1=3-a$, 解得 $a=1$, 所以点 $D(2,-2)$, 所以



直线 CD 对应的函数表达式为 $y=\frac{1}{2}x-3$.

设点 $Q\left(m, \frac{1}{2}m-3\right)$, 则由点 Q 在抛物线上, 得 $\frac{1}{2}m-3=-m^2+4m-3$, 解得 $m_1=0$ (舍), $m_2=\frac{7}{2}$, 所以点 $Q\left(\frac{7}{2}, -\frac{5}{4}\right)$.

A04 经典专题卷四 图形的性质 (平行线、三角形与四边形)

1. C 2. D 3. D 4. C 5. A 6. B

7. D 提示: 过点 B 作 $BH \perp AD$ 于点 H . 由条件, 得 $\angle A = \angle DBA = 75^\circ$, 所以 $\angle ADB = 30^\circ$, 所以 $BD = 2BH, DH = \sqrt{3}BH, AH = AD - DH = BD - DH = (2 - \sqrt{3})BH$. 因为 $\angle EBA = 60^\circ, \angle A = 75^\circ$, 所以 $\angle AEB = \angle EBH = 45^\circ$, 所以 $EH = BH$, 所以 $ED = \sqrt{3}BH - BH = (\sqrt{3} - 1)BH$. 因为 $CD = AB = \sqrt{BH^2 + AH^2} = \sqrt{BH^2 + (2 - \sqrt{3})^2 BH^2} = \sqrt{1 + (2 - \sqrt{3})^2} BH = \sqrt{8 - 4\sqrt{3}} BH = \sqrt{8 - 2\sqrt{12}} BH = \sqrt{(\sqrt{6})^2 - 2\sqrt{12} + (\sqrt{2})^2} BH = \sqrt{(\sqrt{6} - \sqrt{2})^2} BH = (\sqrt{6} - \sqrt{2})BH$, 所以 $\frac{ED}{CD} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

8. 6 9. 6 10. 50

11. $2\sqrt{5}$ 提示: 连接 AC 交 BD 于点 O . 由菱形的性质可知, $AC \perp BD, BD = 2DO, \angle DCO = \angle BCO$, 所以 $\angle DOC = \angle DFC = 90^\circ$. 因为 $AB \parallel DC$, 所以 $\angle DCE = \angle ABC = 70^\circ, \angle BCD = 110^\circ$, 所以 $\angle DCO = 55^\circ$. 因为 $\angle ECM = 15^\circ$, 所以 $\angle DCM = 55^\circ$, 所以 $\angle DCO = \angle DCM$. 易证 $\triangle DCO \cong \triangle DCF$, 所以 $DO = DF = \sqrt{5}$, 所以 $BD = 2\sqrt{5}$.

12. $\frac{3}{7}$ 提示: 由条件, 得 $AB=5$, 由 $S_{\triangle ABE}=2$, 可得点 E 到 AB 的距离为 $\frac{4}{5}$. 由等积法可求, 点 C 到 AB 的距离为 $\frac{12}{5}$, 则点 C 到 DF 的距离为 $\frac{12}{5} - \frac{4}{5} = \frac{8}{5}$. 易证 $\triangle CDF \sim \triangle CAB$, 相似比为 $\frac{8}{5} : \frac{12}{5} = 2 : 3$, 则 $\frac{CD}{CA} = \frac{DF}{AB} = \frac{2}{3}$, 所以 $CD=2, DF=\frac{10}{3}$. 由 $DF \parallel AB$, AE 平分 $\angle BAC$ 可知, $\angle DEA = \angle BAE = \angle CAE$, 所以 $DE = AD = CA - CD = 1$, 所以 $EF = DF -$

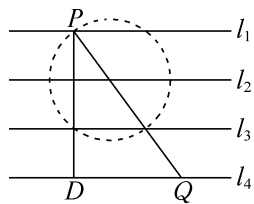
$$DE = \frac{7}{3}, \text{ 所以 } \frac{DE}{EF} = \frac{3}{7}.$$

13. $\sqrt{7}+1$ 提示:过点A作 $AH \perp EC$ 于点H. 由条件,得 $BC=6, AH=BH=3$. 设 $BE=x$, 则 $CD=3x, CE=x+6$, 所以 $AE = \sqrt{3^2 + (3+x)^2}$, $ED = \sqrt{(3x)^2 + (6+x)^2}$. 因为 $ED = 2AE$, 所以 $\sqrt{(3x)^2 + (6+x)^2} = 2\sqrt{3^2 + (3+x)^2}$, 整理,得 $x^2 - 2x - 6 = 0$, 解得 $x = 1 \pm \sqrt{7}$. 因为 $x > 0$, 所以 $BE = \sqrt{7} + 1$.

14. $2\sqrt{13}$ 提示:因为AD与BC为四边形的对边,无法直接利用“两点之间线段最短”或“垂线段最短”解决问题,故可以通过平移或旋转将条件集中,即将线段AD沿DB方向平移,使点D与点B重合(或将线段AD沿AC方向平移使点A与点C重合,当然也可以用其他的平移方式),点A的对应点为G,连接AG,CG. 由平移可知 $AD = BG, AG = BD = 6, AG \parallel BD$. 所以 $AD + BC = BG + BC$. 因为C, G是定点,所以 $BG + BC \geq CG$, 即 $AD + BC$ 的最小值为CG的长. 易证 $\triangle ACG$ 为直角三角形, 所以 $CG = \sqrt{AC^2 + AG^2} = 2\sqrt{13}$. 所以 $AD + BC$ 的最小值为 $2\sqrt{13}$.

15. (1) 证明:连接OC. 因为 $AO = OC = OB$, 所以 $\angle A = \angle ACO, \angle OCB = \angle ABC$. 又因为 $\angle A + \angle ACO + \angle OCB + \angle ABC = 180^\circ$, 所以 $2(\angle ACO + \angle OCB) = 180^\circ$, 即 $\angle ACB = 90^\circ$. 因为 $l_1 \parallel l_2$, 所以 $l_1 \perp AC$. 因为 $OA = OC$, 所以直线 l_1 垂直平分AC.

(2) 解:如图所示,点D即为所求.



16. 证明:因为AC平分 $\angle BAM, AM \parallel BN$, 所以 $\angle BAC = \angle MAC = \angle ACB$, 所以 $BA = BC$. 因为 $BD \perp AC$, 所以 $OA = OC, \angle AOD = \angle COB = 90^\circ$, 所以 $\triangle AOD \cong \triangle COB$, 所以 $OD = OB$. 所以AC与BD互相垂直平分, 所以四边形ABCD是菱形.

17. (1) 证明:因为四边形ABCD为正方形, 所以 $\angle A = \angle B = 90^\circ$, 所以 $\angle AEH +$

$\angle AHE = 90^\circ$. 因为四边形EFGH为正方形, 所以 $EH = EF, \angle HEF = 90^\circ$, 所以 $\angle AEH + \angle BEF = 90^\circ$, 所以 $\angle BEF = \angle AHE$, 所以 $\triangle AEH \cong \triangle BFE$, 所以 $AH = BE$, 所以 $AE + AH = AE + BE = AB$.

(2) $AE = CF$

(3) 解:因为四边形ABCD为正方形, 所以 $AB \parallel CD$. 因为 $AE = DG, AE \parallel DG$, 所以四边形AEGD为平行四边形, 所以 $AD \parallel EG$, 所以 $EG \parallel BC$. 过点H作 $HM \perp BC$, 垂足为M, 交EG于点N, 则 $HM = AB, \frac{HN}{HM} = \frac{HO}{HF}$. 因为 $OE : OF = 4 : 5$, 所以可

设 $OE = 4x, OF = 5x, HN = h$, 则 $\frac{h}{16} = \frac{20-5x}{20}$, 所以 $h = 4(4-x)$, 所以 $S_{\triangle OEH} = \frac{1}{2}OE \cdot HN = \frac{1}{2} \times 4x \times 4(4-x) = -8(x-2)^2 + 32$, 所以当 $x = 2$ 时, $\triangle OEH$ 的面积最大, 此时 $OE = 4x = 8 = \frac{1}{2}EG = OG, OF = 5x = 10 = \frac{1}{2}HF = OH$, 所以四边形EFGH是平行四边形.

18. 【探究发现】解:依然成立. 理由如下:

过点A作 $AE \perp BC$ 于点E, 过点D作 $DF \perp BC$ 交BC的延长线于点F. 因为四边形ABCD是平行四边形, 所以 $AB \parallel DC$, 且 $AB = DC$, 所以 $\angle ABE = \angle DCF$. 易证 $\triangle ABE \cong \triangle DCF$, 所以 $AE = DF, BE = CF$. 在 $Rt \triangle ACE$ 中, 由勾股定理, 得 $AC^2 = AE^2 + CE^2 = AE^2 + (BC - BE)^2$. 在 $Rt \triangle BDF$ 中, 由勾股定理, 得 $BD^2 = DF^2 + BF^2 = DF^2 + (BC + CF)^2 = DF^2 + (BC + BE)^2$, 所以 $AC^2 + BD^2 = AE^2 + DF^2 + 2BC^2 + 2BE^2 = 2AE^2 + 2BC^2 + 2BE^2$. 在 $Rt \triangle ABE$ 中, 由勾股定理, 得 $AB^2 = AE^2 + BE^2$, 所以 $AC^2 + BD^2 = 2(AE^2 + BE^2) + 2BC^2 = 2AB^2 + 2BC^2 = 2(a^2 + b^2)$.

【拓展提升】证明:延长BO至点E, 使 $BO =$

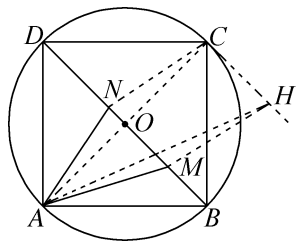
OE, 连接 AE, CE. 因为 BO 是边 AC 上的中线, 所以 AO=CO. 又因为 BO=OE, 所以四边形 ABCE 是平行四边形. 由【探究发现】可得 $BE^2 + AC^2 = 2AB^2 + 2BC^2$. 因为 $BE=2BO$, 所以 $BE^2 = 4BO^2$. 因为 $AB=a, BC=b, AC=c$, 所以 $4BO^2 + c^2 = 2a^2 + 2b^2$, 所以 $BO^2 = \frac{a^2 + b^2}{2} - \frac{c^2}{4}$.

【尝试应用】200 提示: 取 BC 的中点 K, 连接 PK, 则由【拓展提升】可知, $PK^2 = \frac{PB^2 + PC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$, 即 $PB^2 + PC^2 = 2PK^2 + \frac{BC^2}{2}$. 因为 $BC=12$, 为定值, 所以当 PK 最小时, $PB^2 + PC^2$ 的值最小. 因为点 P 在边 AD 上, K 是定点, 所以当 $PK \perp BC$, 即 P 是边 AD 的中点时, PK 最小, 最小值为 $PK=AB=8$, 所以 $PB^2 + PC^2$ 的最小值为 200.

A05 经典专题卷五 图形的性质 (多边形与圆、作图)

1. C 2. B 3. C 4. B 5. A 6. B 7. D

8. B 提示: 因为 $\triangle AMN$ 的周长为 $AN + AM + MN = AN + AM + 1$, 所以要使 $\triangle AMN$ 的周长最小, 则需 $AN + AM$ 的值最小. 由条件可知, $\odot O$ 的半径为 $\sqrt{2}$, 所以 $BD=2\sqrt{2}$. 如图, 连接 CN, 则由正方形的性质可知, $AN=CN$. 过点 C 作 $CH \parallel DB$, 且 $CH=MN=1$, 连接 HM (或平移 CN 到 HM 的位置), 则四边形 NCHM 为平行四边形, 所以 $CN=HM$. 连接 AH, 则由 $AM + AN = AM + HM \geq AH$ 可知, 当 A, M, H 三 points 在同一直线上时, $AM + AN$ 有最小值, 最小值为 AH 的长. 连接 AC, 则由正方形的性质可知, $AC \perp BD, AC=BD=2\sqrt{2}$, 所以 $AC \perp CH$, 所以在 $Rt\triangle ACH$ 中, 由勾股定理, 得 $AH=3$, 所以 $\triangle AMN$ 周长的最小值为 4.



9. $180^\circ - \frac{1}{2}\alpha$ 提示: 由条件可知, 点 A, D, C 在以点 B 为圆心, BA 的长为半径的圆上. 因为 $\angle ABC = \alpha$, 所以

$\angle ADC$ 所对弧的度数为 $360^\circ - \alpha$, 所以 $\angle ADC = \frac{1}{2}(360^\circ - \alpha) = 180^\circ - \frac{1}{2}\alpha$.

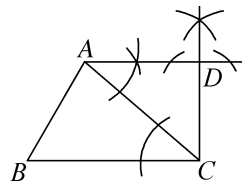
10. 180° 11. 66° 12. $\frac{\sqrt{3}}{24}$

13. $4\sqrt{7}$ 14. (0, 11)

15. $4\sqrt{3}$ 提示: 连接 BC' . 由条件可知, BH 垂直平分 CC' . 所以 $BC=BC'=BA, FC'=FC$, 所以点 C' 在以点 B 为圆心, BC 的长为半径的圆上. 因为 $\angle ABC = 120^\circ$, 所以优弧 $\widehat{AC}$ 的度数为 $360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$, 所以 $\angle AC'C = \frac{1}{2} \times 240^\circ = 120^\circ$, 所以 $\angle CC'F = 60^\circ$, 所以 $\triangle CC'F$ 是等边三角形. 所以 $\triangle CC'F$ 边 CC' 上的高为 $FC' \cdot \sin \angle CC'F = \frac{\sqrt{3}}{2} FC' = \frac{\sqrt{3}}{2} CC'$, 所以 $\triangle CC'F$ 的面积为 $\frac{1}{2} CC' \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} CC' = \frac{\sqrt{3}}{4} CC'^2$. 因为点 C' 在半径为 2 的 $\odot B$ 的一段优弧 (不包括点 A) 上运动, 所以当点 C' 运动到 CB 的延长线上, 即 CC' 为 $\odot B$ 的直径时, CC' 的值最大, 最大值为 $2BC=4$, 所以 $\triangle CC'F$ 面积的最大值为 $4\sqrt{3}$.

16. 2 提示: 利用特殊位置结合动态分析求解. 易知直线 $y=kx+2$ 过定点 (0, 2). 因直线 $y=kx+2$ 经过第一、二、四象限, 故可以考虑将直线 $y=kx+2$ 从临界位置 $y=2$ 开始绕点 (0, 2) 顺时针旋转至刚离开第四象限, 即与另一个临界位置 y 轴重合为止 (即旋转时直线 $y=kx+2$ 从无限接近直线 $y=2$ 开始到无限接近 y 轴终止). 考虑到这两个临界位置, 当 $r=2$ 时, $\odot O$ 必与直线有两个公共点, 即 r 的最小值为 2.

17. 解: (1) 如图, 点 D 即为所求.



(2) $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

18. 解: (1) CD 与 $\odot B$ 相切. 理由如下: 过点 B 作 $BF \perp CD$ 于点 F. 因为 $AD \parallel BC$, 所以 $\angle ADB = \angle DBC$. 因为 $CB=CD$, 所以 $\angle DBC = \angle CDB$, 所以 $\angle ADB = \angle CDB$, 因为 $\angle BAD = 90^\circ$, 即 $BA \perp AD$,

$BF \perp CD$, 所以 $AB = FB$. 因为 AB 是半径, 所以 CD 与 $\odot B$ 相切.

(2) 因为 $CB = CD$, $\angle BCD = 60^\circ$, 所以 $\angle DBC = 60^\circ$. 因为 $AD \parallel BC$, 所以 $\angle DAB + \angle ABC = 180^\circ$. 因为 $\angle BAD = 90^\circ$, 所以 $\angle ABC = 90^\circ$, 所以 $\angle ABD = 30^\circ$. 在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中, $AD = AB \cdot \tan \angle ABD = 2$. 所以阴影部分的面积为 $S_{\triangle ABD} - S_{\text{扇形}ABE} = 2\sqrt{3} - \pi$.

19. 解: 答案不唯一, 下列解法供参考.

作法一: 如图 1, 连接 OP , 作 OP 的垂直平分线; 以 OP 为直径作圆交 $\odot O$ 于点 T , 连接 PT , 则直线 PT 就是 $\odot O$ 的切线.

作法二: 如图 2, 以点 O 为圆心, OP 的长为半径作 $\odot O$ 的同心圆; 连接 OP 交小圆于点 A , 过点 A 作 OP 的垂线, 交大圆于点 B ; 连接 OB 交小圆于点 T , 连接 PT , 则直线 PT 就是 $\odot O$ 的切线.

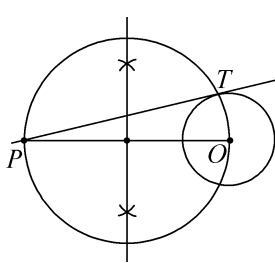


图 1

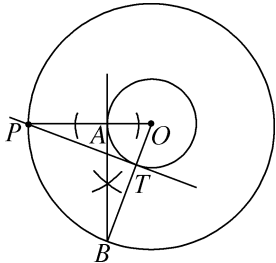


图 2

20. 解: (1) 相切. 理由如下:

连接 AP , 过点 O 作 $OG \perp AB$ 于点 G , 延长 GO 交 CD 于点 F . 易知 $AG = BG$. 由正方形的性质可知, $AB \parallel CD$, $\angle B = 90^\circ$, 所以 AP 是 $\odot O$ 的直径. 在 $\text{Rt}\triangle ABP$ 中, 因为 $\angle B = 90^\circ$, 所以 $AP = \sqrt{AB^2 + BP^2} = 5$, 所以 $\odot O$ 的半径为 $\frac{5}{2}$. 因为 $AO = OP$, $AG = GB$, 所以 $OG = \frac{1}{2}BP = \frac{3}{2}$. 易证四边形 $BGFC$ 为矩形, 所以 $GF = BC = 4$, 所以 $OF = GF - OG = \frac{5}{2}$. 因为 $OF \perp CD$, 所以边 CD 所在直线与 $\odot O$ 相切.

(2) 连接 PE, PQ . 由(1)可知, AP 是 $\odot O$ 的

直径, 所以 $\angle AQP = 90^\circ$, 所以 $PQ \perp AE$. 因为 AP 平分 $\angle EAB$, 所以可设 $PQ = PB = x$. 在 $\text{Rt}\triangle ADE$ 中, 因为 $\angle D = 90^\circ$, 所以 $AE = \sqrt{AD^2 + DE^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$. 因为 $S_{\text{梯形}ABCE} = S_{\triangle ABP} + S_{\triangle APE} + S_{\triangle CPE}$, 所以 $\frac{1}{2}(CE + AB) \cdot BC = \frac{1}{2}AB \cdot PB + \frac{1}{2}AE \cdot PQ + \frac{1}{2}CE \cdot PC$, 即 $\frac{1}{2} \times (2 + 4) \times 4 = \frac{1}{2} \times 4x + \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5}x + \frac{1}{2} \times 2(4 - x)$, 解得 $x = 2\sqrt{5} - 2$. 在 $\text{Rt}\triangle ABP$ 中, 因为 $\angle B = 90^\circ$, 所以 $\tan \angle BAP = \frac{BP}{AB} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$, 所以 $\tan \angle EAP = \tan \angle BAP = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$.

21. 解: 【初步尝试】【问题联想】【问题再解】如图 1、图 2、图 3 所示.

提示: 关于图 3, 因为 $\frac{S_{\text{扇形}OAB}}{S_{\text{扇形}OEF}} = \frac{\frac{n\pi \cdot OA^2}{360}}{\frac{n\pi \cdot OE^2}{360}} = \frac{OA^2}{OE^2} =$

2, 所以 $\frac{OA}{OE} = \sqrt{2}$. 由【问题联想】的结论可知, $\triangle OAD$

是等腰直角三角形, 所以 $\frac{OA}{OE} = \frac{OA}{OD} = \sqrt{2}$.

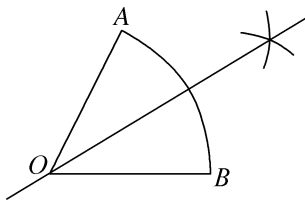


图 1

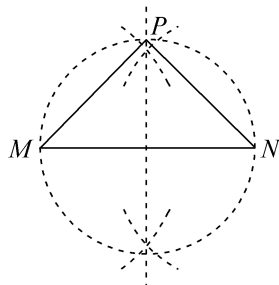


图 2

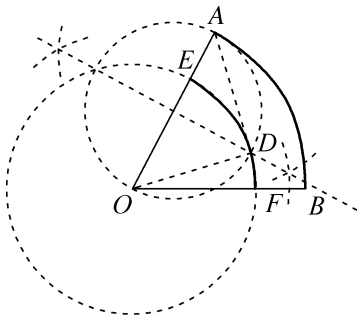


图 3

22. 解: (1) $32 : 27$ 提示: 璧的“肉”的面积为 $\pi \times (3^2 - 1^2) = 8\pi$, 环的“肉”的面积为 $\pi \times (3^2 - 1.5^2) =$

6. 75π , 所以它们的面积之比为 $8\pi : 6.75\pi = 32 : 27$.

(2) ①如图 1 所示. 提示:如图 1,在大圆上任取弦 AB, AC ,作 AB, AC 的垂直平分线,它们的交点即为该玉环的圆心 O ,过圆心 O 任画一条直径,在该直径上用圆规度量“肉”“好”是否满足“肉好若一”的比例关系即可.

②如图 2 所示. 提示:如图 2,同①作出玉璧的圆心 O ,过圆心 O 画一条直径 AB ,过点 A 作一条射线,用圆规在该射线上依次截取 $AC=CD=DE$,连接 BE ,以作等角的方法分别过点 C, D 作 BE 的平行线,交 AB 于点 F, G ,进而以 FG 为直径画圆,该圆即为内孔.

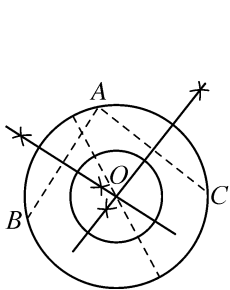


图 1

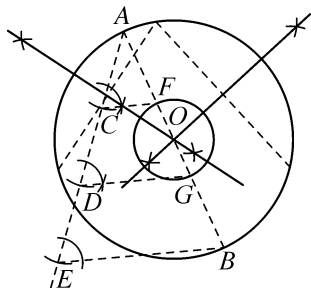


图 2

A06 经典专题卷六 图形的变化 (全等、相似与锐角三角函数)

1. B 2. C 3. A

4. C 提示:连接 CF, CG, AE, AC . 易证 $\triangle ADE \cong \triangle CDG$ (也可以直接通过旋转变换得到), 所以 $CG = AE$, 所以 $d_1 + d_2 + d_3 = DE + CF + CG = EF + CF + AE \geq AC$. 因为 $AC = \sqrt{AD^2 + CD^2} = 2\sqrt{2}$, 所以 $d_1 + d_2 + d_3$ 的最小值为 $2\sqrt{2}$.

5. A 提示:由条件,得 $OA = OB = \sqrt{2}$, $\angle OAB = \angle OBA = 45^\circ$, 所以 $AB = 2$. 过点 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H , 则 $\angle HAC = \angle HCA = 45^\circ$, 所以可设 $CH = AH = x$. 在 $\text{Rt}\triangle CBH$ 中, 由 $\angle ABC = 30^\circ$, 得 $\tan 60^\circ = \frac{x+2}{x}$, 解得 $x = \sqrt{3} + 1$, 所以 $AC = \sqrt{2}AH = \sqrt{6} + \sqrt{2}$.

6. A 提示:过点 C 作 $CH \perp AB$ 于点 H . 由 $\frac{S_1}{S_2} = \frac{2}{3}$, 得 $\frac{CH}{EB} = \frac{2}{3}$. 因为 $\widehat{CD} = \widehat{DB}$, 所以 $\angle COD = \angle BOD$, 所以 $\angle COB = 2\angle BOD$. 因为 $\angle COB = 2\angle CAO$, 所以 $\angle BOD = \angle CAO$, 易证 $\triangle ACH \sim \triangle OEB$, 所以 $\frac{AH}{OB} =$

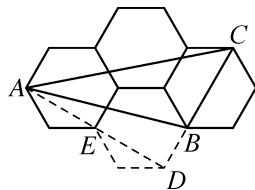
$\frac{CH}{EB} = \frac{2}{3}$. 设 $AH = 2a (a > 0)$, 则 $OB = 3a, OH = OA -$

$AH = a$, 所以 $CH = \sqrt{OC^2 - OH^2} = 2\sqrt{2}a$. 因为 $OA = OC$, 所以 $\tan \angle ACO = \tan \angle CAO = \frac{CH}{AH} = \sqrt{2}$.

7. B 提示:由平行四边形的性质及翻折可知, $\angle ACE = \angle ACB = 45^\circ$, $\angle CAE = \angle ACB = 45^\circ$, $\angle B'AE = 2\angle BAC - \angle BAD = 30^\circ$, $\angle DCE = \angle BCD - 2\angle ACB = 30^\circ$, 所以 $\triangle AEC$ 为等腰直角三角形, 所以 $AE = CE = \frac{\sqrt{2}}{2}AC = \sqrt{3}$, $\triangle AEB'$ 与 $\triangle CED$ 均是含 30° 角的直角三角形, 所以 $B'E = DE = CE \cdot \tan \angle DCE = 1$, 所以 $B'D = \sqrt{B'E^2 + DE^2} = \sqrt{2}$.

8. $\frac{1}{4}$

9. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ 提示:如图,补全以 E, B 为顶点的正六边形,连接 AD, CD . 由正六边形的性质可证, A, E, D 三点共线, C, B, D 三点共线, 且 $\angle ADC = 90^\circ$. 设这四个全等的正六边形的边长均为 a . 由正六边形的性质, 易得 $CD = 3a, AD = 2\sqrt{3}a$, 所以 $\tan \angle ACB = \frac{AD}{CD} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.



10. (2, 5) 提示:过点 D 作 $DN \perp x$ 轴于点 N , 过点 C 作 $CM \perp DN$, 交 ND 的延长线于点 M . 由条件可知, $OA = 1, ON = 2, DN = 4$. 易证 $\triangle CMD \cong \triangle DNA$, 所以 $CM = DN = 4, MD = NA = ON - OA = 1$, 所以 $MN = MD + DN = 5$, 点 C 的横坐标为 $CM - ON = 2$, 所以点 C 的坐标为 $(2, 5)$.

11. $\frac{9}{8}$ 提示:由旋转可知, $\frac{AB}{AD} = \frac{AB'}{AD'} = \frac{3}{4}$, $\angle BAB' = \angle DAD' = \angle CB'E$, 所以 $\triangle ABB' \sim \triangle ADD'$, 所以 $DD' = \frac{4}{3}$, 且 $\angle ABB' = \angle AB'B = \angle ADD'$. 易证 $\triangle ECB' \sim \triangle EC'D$, 所以 $\angle CB'E = \angle EDC'$. 由平行四边形的性质可知, $\angle ADC = \angle ABC = \angle AB'C'$. 所以 $\angle ADD' + \angle ADC + \angle EDC' = \angle AB'B + \angle AB'C' + \angle CB'E = 180^\circ$, 即当点 B' 落在 BC 上时, $C'D'$ 必过点 D , 所以 $DC' = \frac{5}{3}$. 因为 $\frac{DE}{B'E} =$

$\frac{C'E}{CE} = \frac{DC'}{B'C} = \frac{\frac{5}{3}}{4-1} = \frac{5}{9}$, 所以可设 $DE = 5x, B'E =$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{8}, \\ y = \frac{1}{8}, \end{cases} \text{ 所以 } CE \text{ 的长为 } \frac{9}{8}.$$

- $\triangle ABD \cong \triangle EBD$, 所以 $AD = ED = 1$. 由 $AD \parallel BC$, DB 平分 $\angle ADC$, 易证 $\triangle BCD$ 为等腰三角形, 所以 $CD = CB = 3$. 因为 $CE = CD - ED = 2$, 所以在 $\text{Rt} \triangle CBE$ 中, 由勾股定理, 得 $EB = \sqrt{CB^2 - CE^2} = \sqrt{5}$. 在 $\text{Rt} \triangle BDE$ 中, 由勾股定理, 得 $BD = \sqrt{ED^2 + EB^2} = \sqrt{6}$, 所以 $\sin \angle ABD = \frac{AD}{BD} = \frac{\sqrt{6}}{6}$. (本题也可以作 $DF \perp BC$ 于点 F)

- CF, AF . 由题易得 $AB = \sqrt{AC^2 + BC^2} = 5$. 因为
- $$S_{\triangle CFA} + S_{\triangle CFB} + S_{\triangle BFA} = S_{\triangle CBA}, \text{ 即 } \frac{1}{2} \times 3 \times 1 + \frac{1}{2} \times$$
- $$4 \times 1 + \frac{1}{2} \times 5 \times FH = \frac{1}{2} \times 3 \times 4, \text{ 所以 } FH = 1, \text{ 所以}$$
- $FH = FE = FD$, 所以点 F 是 $\triangle ABC$ 的内心. 因为
- $$\angle FEB = 90^\circ, EF = 1, BE = 3, \text{ 所以 } BF =$$
- $$\sqrt{EF^2 + BE^2} = \sqrt{10}, \text{ 所以 } \sin \angle EBF = \frac{EF}{BF} =$$
- $$\frac{\sqrt{10}}{10}, \text{ 所以 } \sin \angle FBA = \sin \angle EBF = \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

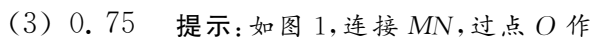
15. (1) 证明: 因为 $\angle A + \angle BCD = 180^\circ$, $\angle DCE + \angle BCD = 180^\circ$, 所以 $\angle A = \angle DCE$. 因为 $\angle 1 = \angle 2$, 所以 $\widehat{AD} = \widehat{CD}$, 所

(2) 解:过点 D 作 $DM \perp BE$, 垂足为 M . 因为 $AB=4, BC=6, AB=CE$, 所以 $BE=10$. 由(1)可知, $BD=ED$, 所以 $BM=EM=5$, 所以 $CM=1$. 因为 $\angle ABC=60^\circ, \angle 1=\angle 2$, 所以 $\angle 2=30^\circ$, 所以 $DM=BM \cdot \tan 30^\circ = \frac{5\sqrt{3}}{3}$, 所以 $\tan \angle DCB = \frac{DM}{CM} = \frac{5\sqrt{3}}{3}$.

- $\triangle PCB$, 所以 $\angle PCA = \angle B$. 因为 AB 是 $\odot O$ 的直径, 所以 $\angle ACB = 90^\circ$, 所以 $\angle CAB + \angle B = 90^\circ$. 因为 $OA = OC$, 所以 $\angle CAB = \angle OCA$, 所以 $\angle PCA + \angle OCA = 90^\circ$, 所以 $OC \perp PC$, 所以 PC 是 $\odot O$ 的切线.

- (2) 解: 因为 $AB = 3PA$, 所以 $PB = 4PA$,
 $OA = OC = \frac{3}{2}PA$, $PO = \frac{5}{2}PA$. 因为 $OC \perp$
 PC , 所以由勾股定理, 得 $PC = \sqrt{PO^2 - OC^2} =$
 $2PA$. 因为 $\triangle PAC \sim \triangle PCB$, 所以 $\frac{AC}{BC} = \frac{PC}{PB} =$
 $\frac{2PA}{4PA} = \frac{1}{2}$.

- (2) 如图所示, OB_1, OB_2 即为所求(作出一个位置即可). 提示: 以点 O 为圆心, ON 的长为半径作弧, 以点 F 为圆心, FN 的长为半径作弧, 两弧的交点即为点 N . 连接 ON 并延长到点 B , 则 OB 即为门的位置.



$OH \perp MN$ 于点 H . 在 $\text{Rt}\triangle OHN$ 中, $\sin \angle ONM = \frac{OH}{ON} = \frac{OH}{36}$, 在 $\text{Rt}\triangle OHM$ 中, $OH \leq OM$, 即 $OH \leq 27$ cm. 如图 2, 当点 H 与点 M 重合时, OH 取得最大值, 即 $\sin \angle ONM$ 取得最大值, 最大值为 $\frac{27}{36} = 0.75$.

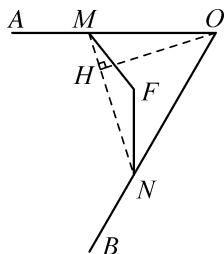


图 1

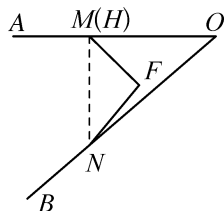


图 2

A07 经典专题卷七 图形的变化 (动态、平移、翻折与旋转)

1. B 2. B 3. C 4. D

5. B 提示: 过点 B 作 $BF \perp AD$ 于点 F , 过点 C 作 $CE \perp AD$ 于点 E . 因为 $AD \parallel BC$, $\angle ADC = 60^\circ$, $CD = 2$, 所以 $BF = CE = CD \cdot \sin \angle ADC = \sqrt{3}$. 由题图分析可知, 要想 $BM^2 + 2BN^2$ 的值最小, 则点 F 在线段 MN 上. 设 $MF = x$ ($0 < x < 1$), 则 $FN = 1 - x$. 由勾股定理可知, $BM^2 + 2BN^2 = x^2 + 3 + 2[(1-x)^2 + 3] = 3x^2 - 4x + 11 = 3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{29}{3}$, 所以当 $x = \frac{2}{3}$ 时, $BM^2 + 2BN^2$ 有最小值, 最小值是 $\frac{29}{3}$.

6. B 提示: 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 由勾股定理, 得 $AB = 25$. 当 $x = 10$ 时, 点 D 在边 AC 上, $AD = 10$, 易证 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$, 所以 $\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$, 即 $\frac{10}{25} = \frac{DE}{20} = \frac{AE}{15}$, 解得 $DE = 8$, $AE = 6$. 所以 $BE = AB - AE = 25 - 6 = 19$, 所以 $a = S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} DE \cdot BE = 76$; 当 $x = 25$ 时, 点 D 在边 BC 上, $BD = AC + BC - x = 10$, 由 $\sin B = \frac{DE}{BD} = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{5}$, 得 $DE = 6$, 由勾股定理, 得 $BE = \sqrt{BD^2 - DE^2} = 8$, 所以 $b = S_{\triangle BDE} = \frac{1}{2} DE \cdot BE = 24$. 所以 $a - b = 52$.

7. A 提示: ①分三种情况讨论: 如图 1, $\triangle BCD$ 与 $\triangle ABC$ 不但相似而且全等, 所以 BC, OD 是 $\triangle ABD$ 的中线, 所以点 E 是 $\triangle ABD$ 的重心; 如图 2, 易证四边形

$ABDC$ 是平行四边形, 所以 F 是 AD 的中点, 所以点 E 是 $\triangle ABD$ 的重心; 如图 3, 点 E 不是 $\triangle ABD$ 的重心, 故①正确. ②同①分类可知, 如图 4, 此时 AD 取最大值. 过点 A 作 $AE \perp BD$, 交 DB 的延长线于点 E . 由条件, 得 $AE = BC = 2\sqrt{3}$, $BE = AC = 2$. 因为 $\triangle ABC \sim \triangle CDB$, 所以 $\angle BCD = \angle CAB = 60^\circ$, 所以 $BD = \sqrt{3} BC = 6$, 所以 $DE = 8$. 由勾股定理, 得 $AD = 2\sqrt{19}$, 即 AD 的最大值为 $2\sqrt{19}$, 故②错误. ③如图 5, 过点 D 作 $DM \perp AB$ 于点 M . 由条件易知, $BC = 2\sqrt{3}$, $\angle ABC = \angle CBD = 30^\circ$, 所以 $BD = 3$, $\angle ABD = 60^\circ$, 所以 $DM = \frac{3\sqrt{3}}{2}$, $BM = \frac{3}{2}$, 所以 $OM = \frac{1}{2}$. 在 $\text{Rt}\triangle OMD$ 中, 由勾股定理, 得 $OD = \sqrt{7}$, 故③错误. ④如图 6, 由条件, 得 $\frac{CD}{BC} = \frac{BC}{AB}$, 即 $CD = \frac{1}{4} BC^2$. 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 由勾股定理, 得 $BC^2 = 16 - x^2$, 所以 $CD = \frac{1}{4} (16 - x^2) = -\frac{1}{4} x^2 + 4$, 所以 $AC + CD = x - \frac{1}{4} x^2 + 4 = -\frac{1}{4} (x - 2)^2 + 5$, 所以当 $x = 2$ 时, $AC + CD$ 取得最大值, 故④正确.

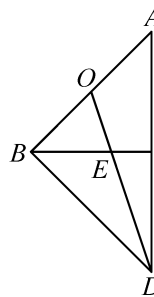


图 1

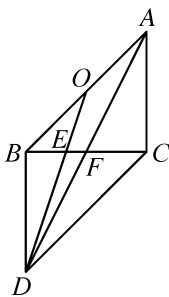


图 2

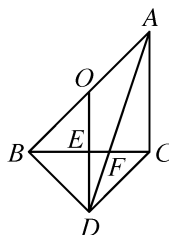


图 3

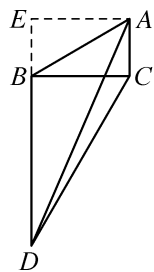


图 4

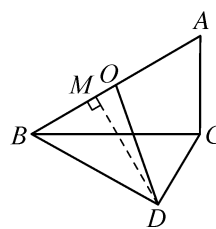


图 5

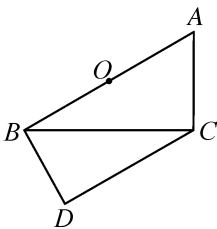


图 6

8. B 提示: 由翻折可知, $\angle BEC = \angle OEC$, $\angle AEG = \angle OEG$. 因为 $\angle BEC + \angle OEC + \angle AEG + \angle OEG = 180^\circ$, 所以 $\angle OEC + \angle OEG = 90^\circ$, 即 $\angle GEC = 90^\circ$. 同理可得 $\angle FGE = 90^\circ$, 所以 $GF \parallel EC$, 故①正确. 易证 $\triangle CEB \sim \triangle EGA$, 所以 $\frac{AG}{AE} = \frac{BE}{BC}$. 设 $DG = GO = AG = a$, $AE = EO = BE = b$, $a > 0, b > 0$, 则 $BC = AD = 2a$, 所以

$b^2 = a \cdot 2a$, 所以 $b = \sqrt{2}a$, 所以 $\frac{AB}{AD} = \frac{2b}{2a} = \sqrt{2}$, 所以

$AB = \sqrt{2}AD$, 故②不正确. 易证 $\triangle GFD \sim \triangle EGA$, 所以

$\frac{AG}{AE} = \frac{DF}{DG}$, 即 $\frac{a}{\sqrt{2}a} = \frac{DF}{a}$, 所以 $DF = \frac{\sqrt{2}a}{2}$. 因为 $GE =$

$\sqrt{AG^2 + AE^2} = \sqrt{3}a$, 所以 $\frac{GE}{DF} = \sqrt{6}$, 即 $GE = \sqrt{6}DF$, 故

③正确. 因为 $OC = BC = 2a$, $OF = DF = \frac{\sqrt{2}a}{2}$, 所以

$OC = 2\sqrt{2}OF$, 故④正确. 因为 $CE =$

$\sqrt{(2a)^2 + (\sqrt{2}a)^2} = \sqrt{6}a$, $GE = \sqrt{3}a$, 所以 $CE : GE \neq$

$OC : OF$, 所以⑤不正确.

9. 不会 10. $\frac{\pi}{3}$ 11. 6 12. $\sqrt{10}$ 13. $\frac{24}{5}$

14. 45° 或 22.5° 或 67.5° 提示: 由翻折可知, $\angle A =$

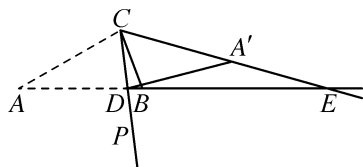
$\angle CA'D = 30^\circ$, $\angle PCA = \angle PCA' = \alpha$. 当点 A' 在直线 AB 的下方时, $0^\circ < \alpha < 60^\circ$, $\angle A'ED = \angle A + \angle ACA' = 30^\circ + 2\alpha$, $\angle A'DE = 180^\circ - \angle CA'D - \angle A'ED = 120^\circ - 2\alpha$, 当 $DA' = DE$ 时, $\angle CA'D = \angle A'ED$, 即 $30^\circ = 30^\circ + 2\alpha$, 解得 $\alpha = 0^\circ$ (不合题意, 舍去); 当 $A'D = A'E$ 时, $\angle A'ED = \angle A'DE$, 即 $30^\circ + 2\alpha = 120^\circ - 2\alpha$, 解得 $\alpha = 22.5^\circ$; 当 $ED = EA'$ 时,

$\angle CA'D = \angle A'DE$, 即 $30^\circ = 120^\circ - 2\alpha$, 解得 $\alpha = 45^\circ$. 如图, 当点 A' 在直线 AB 的上方时, $60^\circ < \alpha < 75^\circ$,

$\angle DA'E = 180^\circ - \angle CA'D = 150^\circ$, 即 $\triangle A'DE$ 是钝角三角形, 所以若 $\triangle A'DE$ 是等腰三角形, 则只能是 $A'D = A'E$, 此时 $\angle A'DE = \angle A'ED = 15^\circ$, 所以

$\angle ADC = \angle A'DC = \frac{1}{2} \times (180^\circ - 15^\circ) = 82.5^\circ$, 所以

$\alpha = \angle ACD = 180^\circ - \angle A - \angle ADC = 67.5^\circ$. 综上所述, α 的度数为 45° 或 22.5° 或 67.5° .



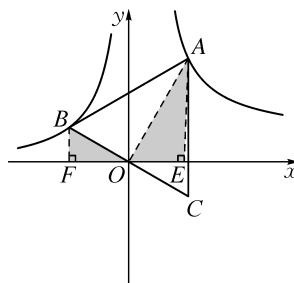
15. 6 提示: 如图, 连接 AO , 过点 B 作 $BF \perp x$ 轴于点 F , 过点 A 作 $AE \perp x$ 轴于点 E . 因为 $\triangle ABC$ 是等边

三角形, 且 O 是 BC 的中点, 所以 $AO \perp BC$, $\frac{OB}{AO} =$

$\frac{1}{\sqrt{3}}$. 易证 $\triangle BFO \sim \triangle OEA$, 所以 $\frac{S_{\triangle BFO}}{S_{\triangle OEA}} = \left(\frac{OB}{AO}\right)^2 =$

$\frac{1}{3}$. 由反比例函数 k 的几何意义可知, $S_{\triangle BFO} = 1$, 所

以 $S_{\triangle OEA} = 3$, 所以 $k = 6$.



16. $\frac{\sqrt{5}\pi}{2}$ 提示: 设运动时间为 t s ($0 \leq t \leq 2$), 则 $EM =$

$2t$, $FN = t$. 连接 MN 交 EF 于点 P , 连接 BP . 易证

四边形 $AMNB$ 是矩形. 易证 $\triangle EPM \sim \triangle FPN$, 则

$\frac{PM}{PN} = \frac{EM}{FN} = \frac{2t}{t} = 2$. 因为 $MN = AB = 6$, 所以 $PN =$

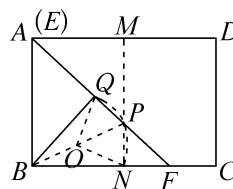
2 , $PM = 4$, 所以 EF 恒过定点 P . 因为 $BN = 4$, 所以

$BP = \sqrt{PN^2 + BN^2} = 2\sqrt{5}$. 因为 $BH \perp EF$, 所以

点 H 在以 BP 为直径的 $\odot O$ 上运动. 如图, 当点 E 与点 A 重合时, 点 H 位于点 Q ; 当点 E 与点 M 重合时, 点 H 位于点 N , 所以点 H 的运动路径是 $\widehat{QN}$.

连接 OQ, ON . 当点 E 与点 A 重合时, $BF = AB = 6$. 因为 $BQ \perp AF$, 所以 $\angle QBN = 45^\circ$, 所以 $\angle QON =$

90° , 则点 H 经过的路径长是 $\frac{90\pi \times \sqrt{5}}{180} = \frac{\sqrt{5}\pi}{2}$.



17. 解: (1) 如图所示, $\triangle AB_1C_1$ 即为所求.

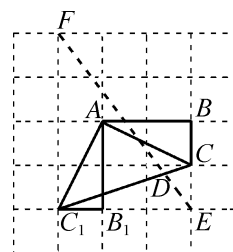
(2) $\frac{5}{2}$

(3) 如图, 取格点 E, F , 连接 EF 交 CC_1 于点 D , 则点 D 即为所求.

提示: 由作法可知, $CE \parallel FC_1$, $FC_1 = 4$, $CE = 1$. 易证

$\triangle CED \sim \triangle C_1FD$, 所以 $\frac{CD}{C_1D} = \frac{CE}{C_1F} = \frac{1}{4}$, 所以 $\frac{CD}{C_1C} =$

$\frac{1}{5}$, 所以 $\triangle ACD$ 的面积是 $\triangle ACC_1$ 面积的 $\frac{1}{5}$.



18. 解: (1) 当 $t=2.5$ 时, 设 BC 与半圆 O 的交点为 P , 连接 OP . 因为 $OE=OP=\frac{1}{2}EF=5$, $\cos\angle POB=\frac{OB}{OP}=\frac{2.5}{5}=\frac{1}{2}$, 所以 $\angle POB=60^\circ$, 所以半圆 O 在矩形 $ABCD$ 内的弧的长度为 $\frac{60\pi\times 5}{180}=\frac{5\pi}{3}$.

(2) 因为 $\angle GOH=90^\circ$, 所以 $\angle GOA+\angle BOH=90^\circ$. 因为 $\angle GAO=90^\circ$, 所以 $\angle GOA+\angle AGO=90^\circ$, 所以 $\angle AGO=\angle BOH$. 因为 $\angle GAO=\angle OBH=90^\circ$, $OG=OH$, 所以 $\triangle AGO\cong\triangle BOH$, 所以 $GA=OB=t-5$. 因为 $AO=12-t$, $GA^2+AO^2=OG^2$, 所以 $(t-5)^2+(12-t)^2=5^2$, 即 $t^2-17t+72=0$, 解得 $t_1=8, t_2=9$. 经检验, 均符合题意, 所以 t 的值为 8 或 9.

19. 解: (1) 由题意, 得 $\angle BEF=\angle BED=90^\circ$. 在 $\text{Rt}\triangle BEF$ 中, 因为 $\angle ABC=30^\circ$, $BE=3$, 所以 $BF=\frac{BE}{\cos\angle ABC}=2\sqrt{3}$.

(2) 当点 E 在 BC 上方时, 如图 1, 过点 D 作 $DH\perp BC$, 垂足为 H . 由题中条件易得 $BC=3\sqrt{3}$, $DE=\sqrt{3}$. 因为点 C, E, D 在同一条直线上, 且 $\angle DEB=90^\circ$, 所以 $\angle CEB=90^\circ$, 所以 $CE=\sqrt{BC^2-BE^2}=3\sqrt{2}$, 所以 $CD=CE+DE=3\sqrt{2}+\sqrt{3}$. 因为 $S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}CD\cdot BE=\frac{1}{2}BC\cdot DH$, 所以 $DH=\frac{CD\cdot BE}{BC}=\sqrt{6}+1$.

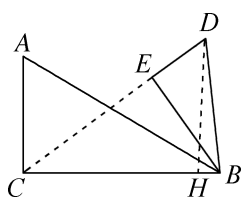


图 1

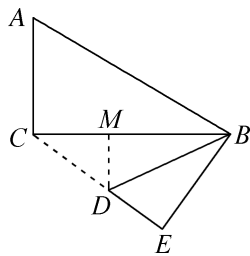


图 2

当点 E 在 BC 下方时, 如图 2, 过点 D 作

$DM\perp BC$, 垂足为 M . 同理可知, $CE=\sqrt{BC^2-BE^2}=3\sqrt{2}$, 所以 $CD=CE-DE=3\sqrt{2}-\sqrt{3}$. 因为 $S_{\triangle BCD}=\frac{1}{2}BC\cdot DM=\frac{1}{2}CD\cdot BE$, 所以 $DM=\sqrt{6}-1$.

综上所述, 点 D 到直线 BC 的距离为 $\sqrt{6}\pm 1$.

(3) 取 BC 的中点 O , 连接 GO , 则 $GO=\frac{1}{2}BD=\sqrt{3}$, 所以点 G 在以点 O 为圆心, $\sqrt{3}$ 为半径的圆上运动. 由初始位置和终止位置可知, 点 G 所经过的路径为 150° 所对的圆弧, 其长为 $\frac{150\pi\times\sqrt{3}}{180}=\frac{5\sqrt{3}}{6}\pi$.

(4) $\frac{7\sqrt{3}}{4}$ 提示: 由 (3) 可知, 点 G 在 $\odot O$ 上. 过点 O 作直线 $OP\perp AB$ 于点 P , 交 $\odot O$ 于点 K , 点 K 在 BC 下方, 则 $OK=\sqrt{3}$. 在 $\text{Rt}\triangle OPB$ 中, 因为 $\angle OPB=90^\circ$, $\angle ABC=30^\circ$, 所以 $PO=\frac{1}{2}OB=\frac{3\sqrt{3}}{4}$, 所以 $KP=OK+PO=\frac{7\sqrt{3}}{4}$, 即点 G 到直线 AB 距离的最大值为 $\frac{7\sqrt{3}}{4}$.

20. (1) ①② 提示: ①如图 1 所示, ②如图 2 所示.

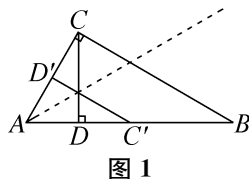


图 1

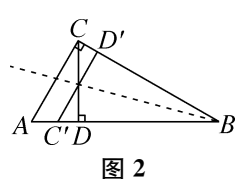


图 2

(2) 解: 如图 3, 以点 A 为圆心, AE 的长为半径画弧, 交 AC 于点 E' . 以点 A 为圆心, AD 的长为半径画弧, 交 AB 于点 D' , 连接 $D'E'$. 以点 D' 为圆心, DQ 的长为半径画弧, 交 $D'E'$ 于点 Q' . 连接 AQ' 并延长, 交 BC 于点 P , 则点 P 即为所求.

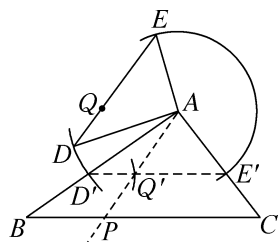


图 3

(3) 证明: 延长 BE 交 AC 于点 F . 因为 $\angle ABE = \angle C$, $\angle BAE = \angle CAD$, 所以 $\triangle ABE \sim \triangle ACD$, 所以 $\frac{AB}{AC} = \frac{BE}{CD}$. 又因为 $\angle BAE + \angle EAD = \angle EAD + \angle CAD$, 即 $\angle BAF = \angle CAB$, 所以 $\triangle ABF \sim \triangle ACB$, 所以 $\frac{AB}{AC} = \frac{BF}{BC}$, 所以 $\frac{BE}{CD} = \frac{BF}{BC}$. 因为 D 是 BC 的中点, 所以 $BD = CD$, 所以 $\frac{BE}{BD} = \frac{BF}{BC}$, 所以 $\frac{BE}{BF} = \frac{BD}{BC}$. 又因为 $\angle DBE = \angle CBF$, 所以 $\triangle BDE \sim \triangle BCF$, 所以 $\angle BDE = \angle C$, 所以 $DE \parallel AC$.

A08 经典专题卷八 统计与概率

1. A 2. D 3. A 4. C 5. D 6. B 7. C

8. B 9. 0.3 10. 96 11. 72° 12. $\frac{1}{3}$

13. $<$

14. ①③ 提示: 第 1 组数据的平均数为 $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$; 第

2 组数据的平均数为 $\frac{n}{m+n}$, 故①正确、②错误. 第

1 组数据的中位数为 $\frac{0+1}{2} = \frac{1}{2}$, 当 $m < n$ 时, 第 2 组

数据的中位数为 1, 故③正确. 第 1 组数据的方差为

$s_1^2 = \frac{1}{4}$, 当 $m = n$ 时, 第 2 组数据的方差为 $s_2^2 =$

$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \times (m+n)}{m+n} = \frac{1}{4}$, 故④错误.

15. $\frac{3}{10}$ 提示: 依次抽取三个数, 一共有 $5 \times 4 \times 3 =$

60(种)等可能的结果, 其中出现: 三个数为 2 021,

2 022, 2 023 的结果有 6 种, 三个数为 2 021, 2 022,

2 024 的结果有 6 种, 三个数为 2 021, 2 022, 2 025

的结果有 6 种, 所以所求概率为 $\frac{18}{60} = \frac{3}{10}$.

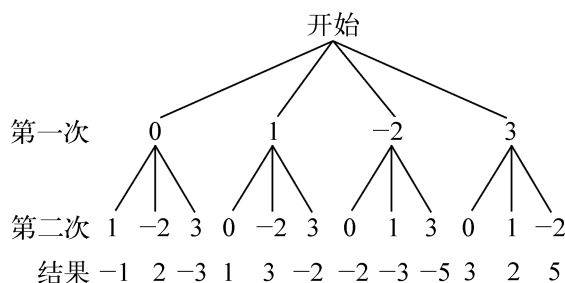
16. 3 提示: 设放入的红球个数为 $x(x \geq 1)$. 利用树状图或表格(略)可知, 摸出 1 红 1 黄的等可能结果有 $x+x=2x$ (种), 摸出 2 红的等可能结果有 $x(x-1)$ 种. 根据题意, 得 $2x = x(x-1)$, 解得 $x_1 = 0$ (舍

去), $x_2 = 3$, 所以放入的红球个数为 3.

17. 解: (1) $\frac{1}{4}$

(2) 公平. 理由如下:

画树状图如图所示.



由图可知, 结果为非负数的概率为 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$,

结果为负数的概率为 $\frac{6}{12} = \frac{1}{2}$, 所以游戏规则公平.

18. 解: (1) 935

(2) 2 020 提示: 2020 年乙种家电产量超过 1 200 万台, 甲种家电产量等于 466 万台, 丙种家电产量少于 466 万台, 即乙种家电产量多于甲、丙两种家电产量的和, 所以乙种家电产量占比对应的圆心角大于 180° .

(3) 不同意小明的观点. 理由如下:

方差衡量的是一组数据的波动性、稳定性, 而发展趋势更应关注这组数据的平均数和数据变化的趋势. 由题图可知, 丙的方差小于乙的方差, 但 2016—2020 年, 乙种家电每年的产量均远高于丙种家电, 所以乙种家电的市场占比远高于丙种家电; 乙种家电的产量从 2018 年开始, 2019 年、2020 年呈逐年上升趋势, 与此同时, 丙种家电的产量呈逐年下降趋势, 所以乙种家电的发展趋势比丙种家电要好.

19. 解: (1) 65

(2) 25%, 补全扇形统计图略.

(3) 经过一个学期的训练, 该校八年级学生最终测试 30 s 跳绳超过 80 个的人数是 $200 \times 25\% = 50$.